

I 【数学①・数学②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。(配点 40)

(1) k を実数の定数とする。

2 次方程式 $x^2 - 2x + 4k = 0$ が異なる 2 つの実数解 α, β をもつとする。

このとき、 k のとりうる値の範囲は、 $k < \boxed{\text{ア}}$ である。

また、 $k = -1$ のとき、 $|\alpha - \beta| = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $f(x) = \log_2(2x^2 + 4) - \log_2 x$ とする。

このとき、 $f(2 + \sqrt{2}) = \boxed{\text{ウ}}$ であり、 $f(x)$ の最小値は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(3) 2 つの平面ベクトル \vec{a}, \vec{b} が $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 1, |\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}| = \sqrt{10}$ を満たしている。

このとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{オ}}$ であり、2 つのベクトル $\vec{a} - t\vec{b}$ と $\sqrt{2}\vec{a} - 3\vec{b}$ が垂直に

なるような実数 t の値は、 $t = \boxed{\text{カ}}$ である。

(4) 赤玉 2 個、白玉 5 個が入っている袋から、3 個の玉を同時に取り出す。

このとき、赤玉 2 個と白玉 1 個を取り出す確率は $\boxed{\text{キ}}$ であり、

取り出す赤玉の個数の期待値は $\boxed{\text{ク}}$ である。

Ⅱ 【数学①・数学②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 30）

- (1) 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 2, a_{n+1} = 3a_n + 4n - 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定める。このとき、 $a_3 =$ である。また、数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_n + 2n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定めると、すべての自然数 n について、 $b_{n+1} =$ b_n が成り立つ。
- ただし、 は n を含まない定数とする。
- したがって、 $\{a_n\}$ の一般項は、 $a_n =$ である。
- (2) 関数 $f(\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta + 4(\sin \theta - \cos \theta)$ について、 $t = \sin \theta - \cos \theta$ とするとき、 $f(\theta)$ を t の式で表すと、 $f(\theta) =$ である。
- また、 $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、 t のとりうる値の範囲は、 $\leq t \leq$ であり、 $f(\theta)$ の最大値は である。

Ⅲ 【数学①のみ解答】

次の空所を埋めよ。(配点 40)

- (1) i を虚数単位とし、 $z = (1 + 2i)^3$ 、 $w = 5 + 10i$ とする。

このとき、 $z = \boxed{\text{ア}} - 2i$ である。ただし、 $\boxed{\text{ア}}$ は実数とする。

また、 z の絶対値は、 $|z| = \boxed{\text{イ}}$ であり、 $w - z$ の絶対値は、 $|w - z| = \boxed{\text{ウ}}$ である。

さらに、複素数平面上の 3 点 $A(z)$ 、 $B(-z)$ 、 $C(w)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の面積を S とすると、 $S = \boxed{\text{エ}}$ である。

- (2) 曲線 $C_1: y = \cos x$ 上の点 $\left(\frac{\pi}{6}, \boxed{\text{オ}}\right)$ における接線 l_1 の方程式は

$$y = \boxed{\text{カ}} \left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \boxed{\text{オ}}$$

である。

k を正の定数とする。曲線 $C_2: y = k\sqrt{x}$ 上の点 $(1, k)$ における接線 l_2 の方程式は

$$y = \boxed{\text{キ}}(x - 1) + k$$

である。ただし、 $\boxed{\text{キ}}$ は k の式である。

さらに、2 直線 l_1, l_2 のなす角が $\frac{\pi}{4}$ であるとき、 $k = \boxed{\text{ク}}$ である。

IV 【数学①のみ解答】

関数 $f(x) = e^{3x} - 6e^{2x}$ について、次の問いに答えよ。 (配点 40)

- (1) $f(x) = 0$ となる実数 x の値を求めよ。
- (2) $f(x)$ を微分せよ。
- (3) $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。
- (4) $e^x = t$ とおき、置換積分法を用いて、定積分 $\int_{\log 7}^{\log 10} \sqrt{f(x)} dx$ の値を求めよ。

V 【数学②のみ解答】

次の空所を埋めよ。(配点 40)

- (1) (i) 円 $C: x^2 + y^2 + 8x + 12 = 0$ の中心の座標は $(\boxed{\text{ア}}, 0)$ である。
円 C が直線 $l: y = ax + 2$ と異なる 2 点で交わる時、
定数 a のとりうる値の範囲は、 $0 < a < \boxed{\text{イ}}$ である。
- (ii) 2 点 $A(1, 0)$, $B(3, 2)$ に対して、 $AP : BP = 1 : 3$ を満たす点 $P(x, y)$ の軌跡は、
中心 $(\boxed{\text{ウ}}, -\frac{1}{4})$, 半径 $\boxed{\text{エ}}$ の円である。
- (2) (i) 正八角形 $ABCDEFGH$ の 8 個の頂点から 3 点を選んでできる三角形は
全部で $\boxed{\text{オ}}$ 個ある。
そのうち、正八角形 $ABCDEFGH$ とちょうど 1 辺を共有する三角形は
全部で $\boxed{\text{カ}}$ 個ある。
- (ii) 正八角形 $ABCDEFGH$ の対角線は全部で $\boxed{\text{キ}}$ 本ある。
また、正八角形 $ABCDEFGH$ の内部で交点をもつ 2 本の対角線の組は
全部で $\boxed{\text{ク}}$ 組ある。

VI 【数学②のみ解答】

a, b を実数の定数とし、 $a \neq 0$ とする。3次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 - ax - b$ について、次の問いに答えよ。（配点 40）

- (1) $f(x)$ を微分せよ。
- (2) $f'(1) = 0$, $f'(-1) = 4$ のとき、 a, b の値を求めよ。
- (3) a, b を (2) で求めた値とする。関数 $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。
- (4) a, b を (2) で求めた値とする。曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

ただし、 $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$ (C は積分定数) を用いてもよい。