

数 学

I 【数学①・数学②, どちらも解答】

ア	$\frac{1}{4}$
イ	$2\sqrt{5}$
ウ	3
エ	$\frac{5}{2}$
オ	$2\sqrt{2}$
カ	$10\sqrt{2}$
キ	$\frac{1}{7}$
ク	$\frac{6}{7}$

II 【数学①・数学②, どちらも解答】

ア	30
イ	3
ウ	$4 \cdot 3^{n-1} - 2n$
エ	$-t^2 + 4t + 1$
オ	-1
カ	$\sqrt{2}$
キ	$4\sqrt{2} - 1$

Ⅲ

【数学①のみ解答】

ア	-11
イ	$5\sqrt{5}$
ウ	20
エ	100
オ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
カ	$-\frac{1}{2}$
キ	$\frac{k}{2}$
ク	$\frac{2}{3}$

IV

【数学①のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f(x) = e^{2x}(e^x - 6) = 0$ より, $x = \log 6$

(2) $f'(x) = 3e^{3x} - 12e^{2x} = 3e^{2x}(e^x - 4)$

(3) $f'(x) = 0$ を解くと, $x = 2 \log 2$

よって, $f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	...	$2 \log 2$...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	極小 -32	↗

よって, $x = 2 \log 2$ のとき極小値 -32

(4) $e^x = t$ とおくと, $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{t}$ であり,

$$\begin{aligned} \int_{\log 7}^{\log 10} \sqrt{f(x)} dx &= \int_{\log 7}^{\log 10} \sqrt{e^{3x} - 6e^{2x}} dx \\ &= \int_7^{10} \sqrt{t - 6} dt = \left[\frac{2}{3}(t - 6)^{\frac{3}{2}} \right]_7^{10} \\ &= \frac{14}{3} \end{aligned}$$

V

【数学②のみ解答】

ア	-4
イ	$\frac{4}{3}$
ウ	$\frac{3}{4}$
エ	$\frac{3\sqrt{2}}{4}$
オ	56
カ	32
キ	20
ク	70

VI

【数学②のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f'(x) = 3ax^2 + 2bx - a$

(2) $f'(1) = 2a + 2b = 0, f'(-1) = 2a - 2b = 4$ より, $a = 1, b = -1$

(3) $f'(x) = (3x + 1)(x - 1)$ より, $f'(x) = 0$ を解くと, $x = -\frac{1}{3}, 1$

よって, $f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	...	$-\frac{1}{3}$...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	極大 $\frac{32}{27}$	↘	極小 0	↗

よって, $x = -\frac{1}{3}$ のとき極大値 $\frac{32}{27}$, $x = 1$ のとき極小値 0

(4) $f(x) = (x - 1)^2(x + 1) = 0$ を解くと, $x = 1, -1$

よって, 求める面積は,

$$\int_{-1}^1 (x^3 - x^2 - x + 1) dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x \right]_{-1}^1 = \frac{4}{3}$$