一般入試 後期・高得点2教科型（D日程）
数　学

Ⅰ

【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。　　（配点 40）

(1) k を実数の定数とする。2 次不等式 $2x^2+3kx+k>0$ の解がすべての実数であるような k のとりうる値の範囲は，$\boxed{\text{ア}}<k<\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) 不等式 $\log_3(x-3) \leqq 0$ を解くと，$3<x \leqq \boxed{\text{ウ}}$ である。
また，不等式 $\log_3(x-2)-\log_{\frac{1}{3}}(x-3) \leqq \log_3(3x-1)$ を解くと，
$3<x \leqq \boxed{\text{エ}}$ である。

(3) 三角形 ABC は，AB を直径，点 O を中心とする半径 1 の円に内接する。
また，点 C は 2 つの中心角 $\angle\mathrm{AOC}$ と $\angle\mathrm{BOC}$ の比が 1 : 5 となる点である。
このとき，$\sin\angle\mathrm{AOC}=\boxed{\text{オ}}$ であり，$\mathrm{BC}^2=\boxed{\text{カ}}$ である。

(4) 正方形の頂点を反時計回りに，A, B, C, D とし，この正方形の頂点を移動する点 P がある。
点 P は頂点 A から出発し，1 秒ごとに隣の頂点のいずれかに移動する。
移動する方向は，確率 $\dfrac{1}{3}$ で時計回り，確率 $\dfrac{2}{3}$ で反時計回りである。

(i) 点 P が頂点 A を出発して，4 秒後に頂点 A にあるとき，点 P の動き方は $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。

(ii) 点 P が頂点 A を出発して，4 秒後に頂点 A にある確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\mathrm{II}}$ **【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】**

次の空所を埋めよ。　　（配点 30）

(1) 座標空間内に 3 点 A$(2, -1, 0)$, B$(a, 1, 1)$, C$(-2, -1, -2)$ がある。

$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$ を a を用いて表すと，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| = \sqrt{a^2 - 4a + \boxed{\text{ア}}}$ である。

2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ の大きさが等しいとき，$a = \boxed{\text{イ}}$ である。

また，$a = \boxed{\text{イ}}$ であるとし，ベクトル $\vec{s} = (x, y, 2)$ が

2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の両方に垂直であるとき，$y = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ は，$a_1 = \dfrac{1}{6}$，$a_n = \dfrac{n-1}{n+2}\,a_{n-1}$　$(n = 2, 3, 4, \cdots)$ を満たすとする。

このとき，$a_2 = \boxed{\text{エ}}$ である。また，$n \geqq 5$ のとき，

$$
\begin{aligned}
a_n &= \frac{n-1}{n+2} \times \frac{n-2}{n+1} \times a_{n-2} \\
&= \frac{n-1}{n+2} \times \frac{n-2}{n+1} \times \frac{n-3}{n} \times a_{n-3} \\
&= \frac{n-1}{n+2} \times \frac{n-2}{n+1} \times \frac{n-3}{n} \times \boxed{\text{オ}} \times a_{n-4}
\end{aligned}
$$

が成り立つ。このことを利用して，$\{a_n\}$ の一般項を求めると，$a_n = \dfrac{1}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

$\boxed{\text{III}}$ 【数学 ① のみ解答】

次の空所を埋めよ。　　（配点 40）

(1)　i を虚数単位とする。複素数平面上で $\alpha = 1 + 2i,\ \beta = 4 + 5i$ を表す点を，それぞれ $\mathrm{A}(\alpha),\ \mathrm{B}(\beta)$ とする。

(i)　複素数 z を表す点 $\mathrm{M}(z)$ が，線分 AB の中点となるとき，$z = \boxed{\text{ア}}$ である。

(ii)　α の絶対値は $|\alpha| = \boxed{\text{イ}}$ であり，$\beta - \alpha$ の偏角を θ とすると，$\theta = \boxed{\text{ウ}}$ である。ただし，$0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

(iii)　複素数 γ を表す点を $\mathrm{C}(\gamma)$ とする。
$\mathrm{C}(\gamma)$ が，$\beta - \alpha$ を表す点を原点を中心に $\dfrac{\pi}{2}$ だけ回転した点であるとすると，$\gamma = \boxed{\text{エ}}$ である。

(2)　関数 $f(x)$ を $f(x) = e^x$ とし，関数 $g(x)$ を $g(x) = \dfrac{x}{2} - \dfrac{1}{2x}\ (x > 0)$ とする。

(i)　関数 $f(x)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ は，$f^{-1}(x) = \boxed{\text{オ}}$ である。

(ii)　合成関数 $(g \circ f)(x)$ を求めると，$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \boxed{\text{カ}}$ である。

(iii)　関数 $g(x)$ の逆関数 $g^{-1}(x)$ は，$g^{-1}(x) = \boxed{\text{キ}}$ である。

(iv)　関数 $(g \circ f)(x)$ の逆関数 $(g \circ f)^{-1}(x)$ は，$(g \circ f)^{-1}(x) = \boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{IV}}$ **【数学 ① のみ解答】**

媒介変数表示された曲線 C：$x = t - \sin t,\ y = 1 - \cos t\ \ (0 \leqq t \leqq \pi)$

について，次の問いに答えよ。　　（配点 40）

(1)　$0 < t < \pi$ のとき，$\dfrac{dx}{dt}$ および $\dfrac{dy}{dt}$ を，それぞれ t を用いて表せ。

(2)　$0 < t < \pi$ のとき，$\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2 = 1$ を満たす t の値を求めよ。

(3)　a, b を実数の定数とする。$\cos t = \cos\left(\dfrac{t}{2} + \dfrac{t}{2}\right)$ であることを利用して，

$\cos t = a\sin^2\dfrac{t}{2} + b$ が t についての恒等式となるような a, b の値をそれぞれ求めよ。

(4)　曲線 C の長さ L を求めよ。

$\boxed{\text{V}}$ **【数学 ② のみ解答】**

次の空所を埋めよ。　　（配点 40）

(1) 関数 $f(x)$ を $f(x) = 100^x - 10^{x+1} + 30$ とする。

(i) $t = 10^x$ とする。$\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq 1$ のとき，t のとりうる値の範囲は，

$\boxed{\text{ア}} \leqq t \leqq \boxed{\text{イ}}$ である。

(ii) $\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq 1$ のとき，$f(x)$ の最小値は $\boxed{\text{ウ}}$，最大値は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(2) $k > 0$ とする。円 $C : x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ の中心を点 P とし，

直線 $l : x - y + k + 1 = 0$ が円 C と 2 点 A, B で交わるとする。

(i) 円 C の半径 r は，$r = \boxed{\text{オ}}$ である。

(ii) 点 P と直線 l の距離 d を k の式で表すと，$d = \boxed{\text{カ}}$ である。

(iii) $\triangle$PAB の面積 S を k の式で表すと，$S = \dfrac{1}{2}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ であり，

S の最大値は $\boxed{\text{ク}}$ である。

VI 【数学 ② のみ解答】

a, b を実数の定数とする。関数 $f(x) = x^2 + ax + b$ について，次の問いに答えよ。 （配点 40）

(1) 定積分 $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$ および $\displaystyle\int_{0}^{1} f(x)\,dx$ の値を，a, b を用いてそれぞれ表せ。

(2) $f(x)$ が次の等式

$$f(x) \ = \ x^2 + \int_{-1}^{1} x\,f(t)\,dt + \int_{0}^{1} f(t)\,dt$$

を満たすとき，a, b の値を求めよ。

(3) a, b を (2) で求めた値とする。関数 $f(x)$ について

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x)\,dx \ = \ \alpha$$

を満たす α の値を求めよ。ただし，$\alpha > 0$ とする。

(4) a, b を (2) で求めた値とする。関数 $f(x)$ について

$$\int_{0}^{\beta} f(x)\,dx \ = \ \beta$$

を満たす β の値を求めよ。ただし，$\beta > 0$ とする。