

数 学

I 【数学①・数学②, どちらも解答】

ア	0
イ	$\frac{8}{9}$
ウ	4
エ	7
オ	$\frac{1}{2}$
カ	$2 + \sqrt{3}$
キ	8
ク	$\frac{41}{81}$

II 【数学①・数学②, どちらも解答】

ア	9
イ	-1
ウ	$-\frac{5}{2}$
エ	$\frac{1}{24}$
オ	$\frac{n-4}{n-1}$
カ	$n(n+1)(n+2)$

Ⅲ

【数学①のみ解答】

ア	$\frac{5}{2} + \frac{7}{2}i$
イ	$\sqrt{5}$
ウ	$\frac{\pi}{4}$
エ	$-3 + 3i$
オ	$\log x$
カ	$\frac{e^x}{2} - \frac{1}{2e^x}$
キ	$x + \sqrt{x^2 + 1}$
ク	$\log(x + \sqrt{x^2 + 1})$

IV

【数学①のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

$$(1) \quad \frac{dx}{dt} = 1 - \cos t, \quad \frac{dy}{dt} = \sin t$$

$$(2) \quad \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = (1 - \cos t)^2 + \sin^2 t \\ = 2 - 2\cos t$$

より, $2 - 2\cos t = 1$ であり, $t = \frac{\pi}{3}$

$$(3) \quad \cos t = \cos\left(\frac{t}{2} + \frac{t}{2}\right) = -2\sin^2 \frac{t}{2} + 1$$

より, $a = -2, b = 1$

$$(4) \quad L = \int_0^{\pi} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt$$

$$= \int_0^{\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}} dt$$

$$= 2 \int_0^{\pi} \sin \frac{t}{2} dt$$

$$= 4$$

V

【数学②のみ解答】

ア	$\sqrt{10}$
イ	10
ウ	5
エ	30
オ	2
カ	$\frac{k}{\sqrt{2}}$
キ	$-k^4 + 8k^2$
ク	2

VI

【数学②のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

$$(1) \int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \left[\frac{x^3}{3} + bx \right]_0^1 = \frac{2}{3} + 2b$$

$$\int_0^1 f(x) dx = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{ax^2}{2} + bx \right]_0^1 = \frac{1}{3} + \frac{a}{2} + b$$

(2) (1) より

$$\begin{cases} \frac{2}{3} + 2b = a \\ \frac{1}{3} + \frac{a}{2} + b = b \end{cases}$$

したがって、 $a = -\frac{2}{3}$, $b = -\frac{2}{3}$

$$(3) \int_{-\alpha}^{\alpha} f(x) dx = \frac{2}{3} \alpha^3 - \frac{4}{3} \alpha = \alpha$$

$$\alpha \left(\alpha^2 - \frac{7}{2} \right) = 0 \text{ かつ } \alpha > 0 \text{ より } \alpha = \sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$(4) \int_0^{\beta} f(x) dx = \frac{1}{3} \beta^3 - \frac{1}{3} \beta^2 - \frac{2}{3} \beta = \beta$$

$$\beta(\beta^2 - \beta - 5) = 0 \text{ かつ } \beta > 0 \text{ より } \beta = \frac{1 + \sqrt{21}}{2}$$