

女子特別推薦入試

数 学

I	ア	2	イ	5	ウ	$\frac{5}{4}$	エ	$\frac{1}{2}$
	オ	$-\frac{2\sqrt{6}}{7}$	カ	$-\frac{2\sqrt{6}}{5}$	キ	50	ク	0.75

II	ア	$-\frac{\pi}{3}$	イ	$\frac{\pi}{3}$	ウ	3
	エ	7	オ	$(\frac{21}{5}, \frac{28}{5})$	カ	$y = -\frac{3}{4}x + \frac{35}{4}$

III 答えだけでなく、途中の計算も書きなさい。

(1) $f'(x) = \frac{1}{x}$.

(2) $y = e(x - \frac{1}{e}) - 1 = ex - 2$.

(3) まず、 $y = \log x$ と $y = kx$ が接する条件を求める。

このとき、接線の傾きは $\frac{1}{x} = k$ 、よって接点の x 座標は $\frac{1}{k}$ 。

また、接点の y 座標は、 $\log \frac{1}{k} = k(\frac{1}{k})$ 。

よって、 $\log \frac{1}{k} = 1$ より、 $k = \frac{1}{e}$ 。

$f(x) = \log x$ のグラフより、直線の傾きがこれより大きくなると、

共有点を持たなくなるため、求める k の範囲は、 $k > \frac{1}{e}$ 。

IV 答えだけでなく、途中の計算も書きなさい。

(1) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$ より、

$f'(x) = 0$ となるのは、 $x = 1, 3$.

x	...	1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	極大 3	↘	極小 -1	↗

増減表より、 $x = 1$ のとき 極大値 3.

(2) 共有点において $x^3 - 6x^2 + 9x - 1 = -1$ が成り立つので

$$x^3 - 6x^2 + 9x = x(x^2 - 6x + 9) = x(x-3)^2 = 0$$

を解くと、 $x = 0, 3$.

よって、共有点の座標は $(0, -1), (3, -1)$.

(3)
$$S = \int_0^3 (x^3 - 6x^2 + 9x) dx = \left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 \right]_0^3$$
$$= \frac{27}{4}.$$