公募制推薦入試

数　学

I　**【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】**

次の空所を埋めよ。　（配点 40）

(1)　$\alpha = 2+\sqrt{5}$, $\beta = 2-\sqrt{5}$ とする。α, β を解とする 2 次方程式を $x^2+px+q=0$ とすると，

$pq=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。また，$\dfrac{1}{\beta^2}-\dfrac{1}{\alpha^2}=$ $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　$\log_2 28+\log_2 14-2\log_2 7=$ $\boxed{\text{ウ}}$ である。

また，不等式 $\log_2|\,x-4\,|>3+\log_2 x$ を解くと，$0<x<$ $\boxed{\text{エ}}$ である。

(3)　$\triangle$OAB の重心を G とする。$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表すと，

$\overrightarrow{\mathrm{OG}}=$ $\boxed{\text{オ}}$ $\left(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right)$ である。

また，点 P が $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\,\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ $(0\leqq s+t\leqq 1,\ s\geqq 0,\ t\geqq 0)$ を満たすとき，

点 P の存在する範囲の図形の面積を S とする。

$\triangle$OAB の面積が 6 であるとき，$S=$ $\boxed{\text{カ}}$ である。

(4)　7 個の箱がある。それぞれの箱に赤玉か白玉のどちらか 1 つの玉を入れる。

ただし，箱は区別するが，同色の玉は区別しない。

このとき，玉の入れ方は全部で $\boxed{\text{キ}}$ 通りあり，

赤玉の入っている箱が 3 個以上となる玉の入れ方は全部で $\boxed{\text{ク}}$ 通りある。

$\boxed{\text{II}}$ 【数学 ① のみ解答】

次の空所を埋めよ。　（配点 30）

(1) 関数 $f(x) = (x^2+1)^{\frac{3}{2}}$ を微分すると，$f'(x) = \boxed{\text{ア}}\ (x^2+1)^{\frac{1}{2}}$ である。

また，曲線 $y = f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}(1,\ f(1))$ における接線を l とすると，

l と x 軸の交点 Q の座標は $\left(\boxed{\text{イ}},\ 0\right)$ である。このとき，原点を O として，

$\tan\angle\mathrm{OPQ}$ の値を求めると，$\tan\angle\mathrm{OPQ} = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) 初項 0，公差 6 の等差数列 $\{a_n\}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ の一般項は，$a_n = \boxed{\text{エ}}$ である。

また，$S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ ，$T_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} (a_k)^2$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ とおくと，

$T_n - S_n = 3n(n-1)\left(\boxed{\text{オ}}\right)$ であり，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{T_n - S_n}{n^3} = \boxed{\text{カ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ は n についての多項式である。

III 【数学 ① のみ解答】

a を定数とし，$0 < a < \dfrac{\pi}{2}$ とする。関数 $f(x) = (x-a)\sin x + \cos x$ について，次の問いに答えよ。　（配点 30）

(1)　$f(x)$ を微分せよ。

(2)　$0 \leqq x \leqq \pi$ の範囲で，$f(x)$ の増減表をつくれ。ただし，凹凸は調べなくてよい。

(3)　$0 \leqq x \leqq \pi$ における $f(x)$ の最大値を a の値で場合分けして求めよ。

(4)　x についての方程式 $f(x) = \dfrac{3}{2}$ が $0 \leqq x \leqq \pi$ の範囲で少なくとも 1 つの実数解をもつような a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{\text{IV}}$ **【数学 ② のみ解答】**

次の空所を埋めよ。　（配点 30）

(1) 数列 $\{a_n\}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ の一般項が，$a_n = 6n^2 - 3$ であるとする。

このとき，$S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$　$(n = 1, 2, 3, \cdots)$ とすると，$S_3 = \boxed{\text{ア}}$ であり，

$S_n = 2n^3 + \boxed{\text{イ}}$ である。また，$S_n - 250n$ は $n = \boxed{\text{ウ}}$ のとき最小となる。

ただし，$\boxed{\text{イ}}$ は n の多項式である。

(2) $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$ とする。$\cos\theta = \dfrac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ のとき，$\cos 2\theta$ の値を求めると，

$\cos 2\theta = \boxed{\text{エ}}$ であり，$\theta = \boxed{\text{オ}}$ である。

また，△ABC について，$\angle \text{ACB} = \boxed{\text{オ}}$，BC$= \sqrt{3}$，CA$= \sqrt{6} - \sqrt{2}$ であるとき，

AB $= \boxed{\text{カ}}$ である。

$\boxed{\mathrm{V}}$ **【数学 ② のみ解答】**

関数 $f(x) = -\dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{5}{2}$ について，次の問いに答えよ。　（配点 30）

(1) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 A $(\sqrt{3}, 1)$ における接線 l の方程式を求めよ。

(2) p を実数とする。原点 O と点 P $(p,\ f(p))$ について，OP^2 が最小となるときの p の値をすべて求めよ。

(3) 2 曲線 C_1 : $x^2 + y^2 = 4$ $(y \geqq 1)$，C_2 : $y = f(x)$ で囲まれる図形の面積を求めよ。