

第11章 曲げモーメントを受ける部材

練習問題11 - 1

解説:

図に示すような外力状態の場合、曲げモーメント分布は、

- ・ はり部：はり端がゼロ、接合部で最大。
- ・ 柱部：一様な曲げモーメントとなり、引張応力の発生は、以下ようになる。
- ・ はり部：上側、柱部：右側

鉄筋コンクリート部材は、コンクリートの引張力を鉄筋で補うものであるから、断面内の引張応力が発生する部分に鉄筋を配置するのが正しい。設問中、この条件を満足しているのは と である。

一方、断面内の引張側に配置された鉄筋には引張力が生じ、この引張力がコンクリートに安全に伝達されるためには、鉄筋端部が完全にコンクリート中に定着されていなければならない。設問 の場合は、柱脚部鉄筋の定着は正しいが、はり鉄筋の柱はり接合部への定着が不完全であり、はりの接合面付近で大きなひび割れが発生し、不適切である。

正解:

練習問題11 - 2

解説:

図に示すように、支点の外側に左右対称で集中荷重が作用する場合、発生する曲げモーメントは、荷重載荷位置で 0、支点位置で最大となり、その間は直線的に増加する。なお、この場合、はり全長にわたって断面の上縁が引張側、下縁が圧縮側となる。したがって、主鉄筋は全長にわたって上側に配置すればよい。

正解:c.

練習問題11 - 3

解説:

- a. 正しい

平面保持の仮定のもと、断面のひずみ分布は、直線分布を仮定する。通例、弾性解析はもとより、終局時まで直線分布を仮定する。一方、コンクリートの応力は、弾性解析：線形分布、終局耐力：等価応力ブロック、を用いる。

- b. 誤り

過鉄筋 (over-reinforcement) は、脆性破壊を生じるため、設計上所定の安全率を満足しても容認されない。すなわち、鉄筋降伏先行型 (under-reinforcement) に対して断面設

計を行い、最大鉄筋を規定して、過鉄筋とならないようにしている。

c. 誤り

圧縮鉄筋を考えず、引張鉄筋のみの場合を単鉄筋断面と呼ぶ。

d. 正しい

最小鉄筋比、最大鉄筋比に関する基本的な考え方である。コンクリート標準示方書では、最小鉄筋比 0.2%以上を原則とし、T型断面では、0.3%以上。最大鉄筋比 釣合い鉄筋比の75%以下。

e. 誤り

両鉄筋とも、予想されるひび割れの直交方向に配置する。言い換えると、ひび割れを引起こす主引張応力の方向に鉄筋を配置することが原則である。

正解: a.とd.

練習問題11 - 4

解説:

a.正しい：弾性状態から初期ひび割れ発生までの記述である。

b.正しい：使用状態の考え方を示している。

c.正しい：使用限界状態の照査項目を示している。

d.誤り：under-reinforcement の場合：引張鉄筋が降伏 終局状態となる。

over-reinforcement の場合：引張鉄筋が未降伏 終局状態となる。

正解: d.

練習問題11 - 5

解説:

a. 適当

圧縮縁コンクリートの応力度と引張鉄筋の応力度が、同時にそれぞれの許容応力度に達する引張鉄筋比を釣合い鉄筋比という。

b. 適当

鉄筋コンクリート部材では、伸び能力の大きい鉄筋が先に許容応力度に達するようにするのが一般的である。このことにより、じん性に富む破壊形式が確保できるとともに、鉄筋の強度を有効に使用でき、経済的となる。したがって、引張鉄筋比は、一般に釣合い鉄筋比以下とする。

c. 適当

引張鉄筋比が釣合い鉄筋比以下の場合、鉄筋が先に許容応力度に達し、許容曲げモーメント(M)は、 $M=A_s \cdot \sigma_s \cdot z$ で表される (A_s : 引張鉄筋の断面積, σ_s : 鉄筋の許容曲引張応力度, z : モーメントアーム長)。これより、許容曲げモーメントの値は、引張鉄筋比 ($A_s / (b \times d)$) にほぼ比例する。

d. 不適当

コンクリートの設計基準強度が大きくなると、コンクリートの許容曲げ圧縮応力度は増加する。釣合鉄筋状態を保つためには、引張鉄筋断面積を増加させる必要があり、その結果、釣合鉄筋比は大きくなる。

正解:d.

練習問題11 - 6

正解:

$$\begin{array}{lll} \sigma'_c / E_c & \sigma_s / E_s & x / (d - x) \\ x / [n(d - x)] & (\sigma'_c / 2) \cdot b \cdot x & A_s \cdot \sigma_s \\ -\frac{nA_s}{b} + \sqrt{\left(\frac{nA_s}{b}\right)^2 + \frac{2nA_s}{b}d} = \frac{nA_s}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2bd}{nA_s}} \right] \end{array}$$

中立軸比

$$\begin{array}{l} -np + \sqrt{(np)^2 + 2np} \\ 2M / (k_j b d^2) \\ M / (A_s j d) \end{array}$$

練習問題11 - 7

解答と解説

断面諸係数の算出

ヤング係数: $n = E_s / E_c = 200 / 28 = 7.14$

引張鉄筋量 $A_s = 4\text{-D}25 = 2027 \text{ mm}^2$ 引張鉄筋比 $p = A_s / (bd) = 2027 / (400 \times 500) = 0.01014$

圧縮鉄筋量 $A_s' = 3\text{-D}22 = 1161 \text{ mm}^2$ 圧縮鉄筋比 $p' = A_s' / (bd) = 1161 / (400 \times 500) = 0.00581$

複鉄筋長方形断面の中立軸比 k の算定:

$$\begin{aligned} k &= -n(p + p') + \sqrt{[n(p + p')]^2 + 2n\left\{p + p' \frac{d'}{d}\right\}} \\ &= -7.14 \times (0.01014 + 0.00581) \\ &\quad + \sqrt{[7.14 \times (0.01014 + 0.00581)]^2 + 2 \times 7.14 \times (0.01014 + 0.1 \times 0.00581)} \\ &= 0.294 \end{aligned}$$

したがって、中立軸 $x = k d = 0.294 \times 500 = 147.0 \text{ mm}$

複鉄筋長方形断面の換算断面二次モーメント I_i の算定：

$$\begin{aligned} I_i &= bx^3/3 + nA'_s(x-d)^2 + nA_s(d-x)^2 \\ &= 400 \times 147.0^3/3 + 7.14 \times 1161 \times (147.0 - 50)^2 + 7.14 \times 2027 \times (500 - 147.0)^2 \\ &= 2305 \times 10^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

最大曲げモーメント M_{max} の算定

この場合，スパン中央点が最大曲げモーメントとなる。

$$M_{max} = \frac{wl^2}{8} + \frac{Pl}{4} = 5 \times 10^2 / 8 + 40 \times 10 / 4 = 162.5 \text{ k N} \cdot \text{m} = 162.5 \times 10^6 \text{ N} \cdot$$

mm

材料応力度 σ'_c , σ'_s の算定

$$\begin{aligned} \text{コンクリートの圧縮応力度：} \sigma'_c &= Mx / I_i \\ &= 162.5 \times 10^6 \times 147.0 / (2305 \times 10^6) = 10.4 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{引張鉄筋の応力度：} \sigma'_s &= nM(d-x) / I_i \\ &= 7.14 \times 162.5 \times 10^6 \times (500 - 147.0) / (2305 \times 10^6) \\ &= 177.7 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{圧縮鉄筋の応力度：} \sigma'_s &= nM(x-d') / I_i \\ &= 7.14 \times 162.5 \times 10^6 \times (147.0 - 50) / (2305 \times 10^6) \\ &= 48.8 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

このように圧縮鉄筋の応力 σ'_s は引張鉄筋の応力 σ'_s に比べて非常に小さく，複鉄筋断面では圧縮鉄筋は引張鉄筋ほどには有効に利用できないことがわかる。

練習問題 11 - 8

解答と解説

断面種別の判定方法

複鉄筋 T 型断面の中立軸位置 $x = \frac{bt^2 + n(A_s d + A'_s d')}{bt + n(A_s + A'_s)}$ を用いて，断面の判定を行う。すな

わち，

- ・ $x < t$ のとき，長方形断面と考えてよい

例題 11 - 3 および前出の練習問題 11 - 7 と同様の取扱いとなる。

- ・ $x > t$ のとき，T 型断面となる。

腹部（ウェブ）の圧縮応力が抵抗曲げモーメントに及ぼす影響はフランジ部に比べ非常に小さいため，腹部圧縮領域のコンクリートは無視される。

中立軸位置 x の算定

与えられた条件 ($A_s = 5\text{-D}25 = 2533 \text{ mm}^2$, $A'_s = 0$) から，

$$x = \frac{bt^2 + nA_s d}{bt + nA_s} = (1200 \times 120^2/2 + 15 \times 2533 \times 600) / (1200 \times 120 + 15 \times 2533)$$

$$= 172.7\text{mm} > t = 120\text{mm}$$

したがって、この問題では、 $x > t = 120\text{mm}$ となるので、T型断面として計算する。

換算断面二次モーメント、および材料応力の算定

$$\begin{aligned} \text{換算断面二次モーメント： } I_i &= \left(\frac{b}{3}\right) \left[x^3 - (x-t)^3 \right] + nA_s (d-x)^2 \\ &= (1200/3) \times [172.7^3 - (172.7 - 120)^3] + 15 + 2533 \times (600 - 172.7)^2 \\ &= 8939 \times 10^6 \text{mm}^4 \end{aligned}$$

よって、 σ'_c および σ'_s は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \text{コンクリートの圧縮応力： } \sigma'_c &= Mx/I_i = 240 \times 10^6 \times 172.7 / (8939 \times 10^6) \\ &= 4.64 \text{N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{鉄筋の引張応力： } \sigma'_s &= nM(d-x)/I_i = 15 \times 240 \times 10^6 \times (600 - 172.7) / (8939 \times 10^6) \\ &= 172.1 \text{N/mm}^2 \end{aligned}$$

練習問題11 - 9

解説:

プレストレスコンクリートは、断面に発生する引張応力度を打ち消すために、鉄筋の3～4倍の降伏強度を有するPC鋼材を緊張・定着し、あらかじめ圧縮力を作用させたものである。

この問題の場合、上面に作用する等分布荷重により、上縁側が圧縮、下縁側が引張となる。これに対して、(3)および(4)のように上縁側に緊張材を配置すると、上縁の圧縮応力度を増大させ、下縁の引張応力度を軽減することができない。したがって(3)および(4)は不適當である。

一方、下縁側に緊張材を偏心させて配置する(1)は、軸力と偏心曲げモーメントが作用し、断面の中心に軸力だけでプレストレスを導入する場合よりも小さな緊張力で下縁側の引張力を低減できる。なお、等分布荷重が作用した場合、曲げモーメントは二次曲線で示される。(2)のように、緊張材をその二次曲線に近い形状で配置・緊張することにより、鉛直上向きの荷重が作用し、下向きの等分布荷重を打ち消すことができる。この方法は、(1)に比べて、さらに合理的な緊張方法である。したがって(2)がもっとも合理的である。

正解: (2)

練習問題11 - 10

解答:

$$P_t \qquad P_t \cdot e_p \qquad \frac{P_t}{A_c} \qquad -\frac{P_t \cdot e_p}{I_c} y'_c$$

$$\frac{P_t \cdot e_p}{I_c} y_c \qquad \frac{P_t}{A_c} - \frac{P_t \cdot e_p}{I_c} y'_c \qquad \frac{P_t}{A_c} + \frac{P_t \cdot e_p}{I_c} y_c$$

練習問題11 - 11

解答と解説

等価応力ブロック

等価応力ブロック係数

$$k_1 f'_{cd} \cdot \beta x \cdot b$$

$$A_s f_{yd}$$

$$\frac{A_s f_{yd}}{k_1 \beta f'_{cd} b}$$

$$d - k_2 x$$

$$A_s f_{yd} \left(d - \frac{k_2 A_s f_{yd}}{k_1 \beta f'_{cd} b} \right)$$

降伏

釣合鉄筋比

$$\frac{\varepsilon'_{cu}}{\varepsilon'_{cu} + \varepsilon_y} d$$

$$\frac{A_{sb} f_{yd}}{k_1 \beta f'_{cd} b}$$

$$k_1 \beta \cdot \frac{f'_{cd}}{f_{yd}} \cdot \frac{\varepsilon'_{cu}}{\varepsilon'_{cu} + \varepsilon_y}$$

75

なお，土木学会コンクリート標準示方書構造性能照査編（2002年制定）では，等価応力ブロックの3係数の値，およびコンクリートの終局ひずみ ε'_{cu} を，設計基準強度 f'_{ck} の関数として以下のように与えている。

$$k_1 = 1 - 0.003 f'_{ck} \quad 0.85, \quad k_2 = 0.5 k_3, \quad \beta = 0.52 + 80 \varepsilon'_{cu}$$

$$\varepsilon'_{cu} = \frac{155 - f'_{ck}}{30000}, \quad \text{ただし, } 0.0025 \leq \varepsilon'_{cu} \leq 0.0035$$

練習問題11 - 12

解説：

a. 誤り

図中から，過鉄筋状態の場合でも，鉄筋量を増大すれば，曲げ終局耐力は若干増加することがわかる。

b. 正しい

under-reinforcement では，コンクリート強度の影響は小さいことがわかる。

c. 誤り

SD345 の代わりに SD390 を用いると，降伏強度は $390/345=1.13$ となるが，曲げ終局耐力の増加はこれより小さい。

d. 正しい

図中から，コンクリートが高強度になるほど，釣合鉄筋比は大きくなることがわかる。

e. 誤り

この場合、 $\rho f_y = 0.015 \times 345 = 5.175 \text{ N/mm}^2$ となり、圧縮強度が 40 N/mm^2 のときの曲げ終局耐力を概略 $M_u / b d^2 = 5 \text{ N/mm}^2$ と読み取ることができる。したがって、 $M_u = 5 \times b \times d^2 = 5 \times 500 \times 1000^2 = 2500 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm} = 2.5 \text{ MN}\cdot\text{m}$

e. の記述は、オーダーも数値も異なり、概略計算でも正しくないことが確認できる。

正解: b. と d.

練習問題 11 - 13

解答と解説

コンクリートの設計圧縮強度は、コンクリートの材料係数 $\gamma_c = 1.3$ として、

$$f'_{cd} = f'_{ck} / \gamma_c = 24 / 1.3 = 18.5 \text{ N/mm}^2$$

鉄筋の設計降伏強度は、材質が SD295A であるので、材料係数 $\gamma_s = 1.0$ として、

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 295 / 1.0 = 295 \text{ N/mm}^2$$

$$f'_{ck} = 24 \text{ N/mm}^2 \text{ より、} k_1 = 1 - 0.003 f'_{ck} = 1 - 0.003 \times 24 = 0.93$$

ただし、 $k_1 \geq 0.85$ より、 $k_1 = 0.85$ とする。

これらより、曲げ耐力 M_u は

$$\begin{aligned} M_u &= A_s f_{yd} (d - 0.5a) = A_s f_{yd} \left(d - 0.5 \frac{A_s f_{yd}}{k_1 f'_{cd} b} \right) \\ &= 2570 \times 295 \times \left(560 - 0.5 \times \frac{2570 \times 295}{0.85 \times 18.5 \times 450} \right) = 383.9 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm} = 383.9 \text{ kN}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

設計曲げ耐力は部材係数 $\gamma_b = 1.1$ として、

$$M_{ud} = M_u / \gamma_b = 383.9 / 1.1 = 349.0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

この場合、 $\varepsilon'_{cu} = (155 - f'_{ck}) / 30000 = (155 - 24) / 30000 = 0.00437$ となるが、 $\varepsilon'_{cu} \geq 0.0035$

より、 $\varepsilon'_{cu} = 0.0035$ とする。また、 $\varepsilon_y = f_{yd} / E_s = 295 / (200 \times 10^3) = 0.001475$ 、 $\beta =$

$0.52 + 80\varepsilon'_{cu} = 0.52 + 80 \times 0.0035 = 0.8$ として、釣合鉄筋比 p_b は、

$$p_b = k_1 \beta \cdot \frac{f'_{cd}}{f_{yd}} \cdot \frac{\varepsilon'_{cu}}{\varepsilon'_{cu} + \varepsilon_y} = 0.85 \times 0.8 \times \frac{18.5}{295} \times \frac{0.0035}{0.0035 + 0.001475} = 0.030$$

これに対し、 $p = 0.0097$ より、 $p < p_b$ となり引張鉄筋は降伏する。したがって、設計曲げ耐力は上記の値としてよい。