

第 15 章 疲労荷重を受ける部材

練習問題 15 - 1

解説:

a. 誤り

縦軸を応力振幅 σ_r を普通スケール, 横軸の疲労寿命 N を \log スケール。片対数グラフにて直線式となる (Semi-log 式)。

b. 誤り

水中コンクリート/軽量コンクリート: $K=10$, その他のコンクリート: $K=17$ 。係数 K が大きいほど, 疲労寿命 N が大きくなる (長寿命となる)。

c. 正しい

永久荷重を同一の場合, $N=10^6$ から $N=10^7$ にすると, (回数が多くなるので) 疲労強度は減少する。その比率は, $K=17$ の場合: $(1 - 7/17) / (1 - 6/17) = 0.90909$ 9%の減少となる。

参考として, $K=10$ の場合: $(1 - 7/10) / (1 - 6/10) = 0.75$ 25%の減少となる。

d. 誤り

水中コンクリート ($K=10$) で, 永久荷重をゼロの場合,

$$0.6 = 1 - \log N / 10 \text{ を用いて, 疲労寿命は, } N = 1 \times 10^4$$

e. 正しい

応力振幅 $\sigma_r =$ 一定: 下限応力 σ_{\min} が小さいほど, 疲労寿命 N が大きくなる (長寿命となる)。

f. 正しい

最大応力 ($\sigma_r + \sigma_{\min}$) = 一定: 下限応力 σ_{\min} が大きいほど, 疲労寿命 N が大きくなる。

正解: c. と e. と f.

練習問題 15 - 2

解説: 与えられた Goodman 型の S-N 線図に対して, 諸条件を整理すると,

$$\text{下限応力 } \sigma_{\min} / f_k = 0.2, \text{ コンクリート強度: } f_k = 30 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{疲労寿命 } N: N = 1 \times 10^6 \text{ 回 } (\log N = 6), K = 17,$$

上記諸数値を代入する。

$$\frac{\sigma_r}{f_k} = \left(1 - \frac{\log N}{K}\right) \left(1 - \frac{\sigma_{\min}}{f_k}\right) = \left(1 - \frac{6}{17}\right) (1 - 0.2) = 0.517$$

$$\text{応力振幅} = f_k \times 0.517 = 30 \times 0.517 = 15.5 \text{ N/mm}^2$$

正解: $\sigma_r = 15 \text{ N/mm}^2$

練習問題15 - 3

解説と解答

・設問 1

設計疲労強度式（鉄筋） $f_{srd} = 190 \frac{10^\alpha}{N^k} (1 - \frac{\sigma_{sp}}{f_{ud}}) / \gamma_s$ （N/mm²）を用いる。

異形鉄筋の引張強度を 490N/mm² とすると

$$f_{ud} = \frac{f_u}{\gamma_s} = \frac{490}{1.05} = 467 \text{ N/mm}^2$$

諸係数： $\alpha = k_{0f}(0.81 - 0.003\phi) = 1.0(0.81 - 0.003 \times 29) = 0.723$, $k = 0.12$

N=2 × 10⁶ に対する設計疲労強度

$$f_{srd} = 190 \times \frac{10^{0.723}}{(2 \times 10^6)^{0.12}} (1 - \frac{120}{467}) / 1.05 = 125 \text{ N/mm}^2$$

N=2 × 10⁵ に対する設計疲労強度

$$f_{srd} = 190 \times \frac{10^{0.723}}{(2 \times 10^5)^{0.12}} (1 - \frac{120}{467}) / 1.05 = 164 \text{ N/mm}^2$$

・設問 2

$f_{srd} = 190 \frac{10^\alpha}{N^k} (1 - \frac{\sigma_{sp}}{f_{ud}}) / \gamma_s$ から , N を求めると , $N = \left\{ 190 \frac{10^\alpha}{f_{srd}} (1 - \frac{\sigma_{sp}}{f_{ud}}) / \gamma_s \right\}^{\frac{1}{k}}$ を得る。

応力振幅 設計疲労強度 $f_{srd}=90\text{N/mm}^2$ の場合

$$N = \left\{ 190 \frac{10^\alpha}{f_{srd}} (1 - \frac{\sigma_{sp}}{f_{ud}}) / \gamma_s \right\}^{\frac{1}{k}} = \left\{ 190 \frac{10^{0.723}}{90} (1 - \frac{40}{467}) / 1.05 \right\}^{\frac{1}{0.12}} = 1.69 \times 10^8 \text{ 回}$$

応力振幅 設計疲労強度 $f_{srd}=120\text{N/mm}^2$ の場合

$$N = \left\{ 190 \frac{10^\alpha}{f_{srd}} (1 - \frac{\sigma_{sp}}{f_{ud}}) / \gamma_s \right\}^{\frac{1}{k}} = \left\{ 190 \frac{10^{0.723}}{120} (1 - \frac{40}{467}) / 1.05 \right\}^{\frac{1}{0.12}} = 1.54 \times 10^7 \text{ 回}$$

練習問題15 - 4

解説と解答

(a) 鉄筋の疲労破断を対象とする場合

鉄筋の疲労破断を対象とする場合の等価繰返し数は次式で求めてよい。

$$\begin{aligned} N_{eq,s} &= \sum_{i=1}^M n_i \times \left(\frac{M_i}{M_0} \right)^{1/k} \\ &= 10^8 \times (100 / 200)^{1/0.12} + 10^7 \times (150 / 200)^{1/0.12} \\ &\quad + 0.5 \times 10^6 \times (200 / 200)^{1/1.02} \end{aligned}$$

$$= (0.310 + 0.910 + 0.5) \times 10^6 = 1.720 \times 10^6 \text{ 回}$$

ここでは、基準とする曲げモーメントを、 $M_0 = M_3 = 200 \text{ kN} \cdot \text{m}$ としていることを、再度確認せよ。

(b) コンクリートの圧縮疲労破壊を対象とする場合

コンクリートの圧縮疲労破壊を対象とする場合の等価繰返し数は次式で求めてよい。ただし、 $A_0 = A_i$ である。

$$N_{eq,c} = \sum_{i=1}^M n_i \times 10^{K(\sigma_{cri} - \sigma_{cr0})/A_0}$$

ただし、コンクリートの圧縮疲労の場合、長方形応力分布の見掛け応力度（疲労破壊検討用の見掛け応力度） σ'_{cd} を用いなければならない。この場合は長方形断面であるので、 $\sigma'_{cd} = (3/4) \sigma'_c$ となる。

$$\text{与えられた条件より、ヤング係数比 } n = E_s / E_c = 200 \times 10^3 / (25 \times 10^3) = 8.0$$

$$A_s = 8\text{-D}32 = 6354 \text{ mm}^2, p = A_s / (bd) = 6354 / (900 \times 450) = 0.0157$$

$$np = 8.0 \times 0.0157 = 0.126$$

$$\text{中立軸比 } k = -np + \sqrt{(np)^2 + 2np} = -0.126 + \sqrt{0.126^2 + 2 \times 0.126} = 0.392$$

$$j = 1 - k / 3 = 1 - 0.392 / 3 = 0.869$$

永久荷重による見掛けの応力 σ'_{cpd} は

$$\begin{aligned} \sigma'_{cpd} &= (3/4) \times 2M_D / (kjb d^2) \\ &= (3/4) \times 2 \times 100 \times 10^6 / (0.392 \times 0.869 \times 900 \times 450^2) \\ &= 2.42 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

同様に、変動荷重によるコンクリートの見掛けの応力度は以下ようになる。

$$\sigma'_{cr1d} = 2.42 \text{ N/mm}^2, \quad \sigma'_{cr2d} = 3.62 \text{ N/mm}^2, \quad \sigma'_{cr3d} = 4.83 \text{ N/mm}^2$$

$$f'_{cd} = f'_{ck} / \gamma_c = 24 / 1.3 = 18.5 \text{ N/mm}^2 \text{ より、}$$

$$\begin{aligned} A_0 &= k_1 f'_{cd} (1 - \sigma'_{cpd} / f'_{cd}) = 0.85 \times 18.5 \times (1 - 2.42 / 18.5) \\ &= 13.67 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

これらを上 $N_{eq,c}$ を求める式に代入すると、 $K = 17$ (気中環境) より、

$$\begin{aligned} N_{eq,c} &= 10^8 \times 10^{17(2.42 - 4.83)/13.67} + 10^7 \times 10^{17(3.62 - 4.83)/13.67} \\ &\quad + 0.5 \times 10^6 \times 10^{17(4.83 - 4.83)/13.67} \\ &= (0.101 + 0.313 + 0.5) \times 10^6 = 0.914 \times 10^6 \text{ 回} \end{aligned}$$

練習問題15 - 5

解説と解答

(a) 鉄筋の疲労限界に対する安全性の検討

・永久荷重による鉄筋の応力度：

$$\sigma_{sp} = M_D / (A_s j d) = 100 \times 10^6 / (6354 \times 0.896 \times 450) = 40.2 \text{ N/mm}^2$$

鉄筋の設計疲労強度は次式で与えられる。

$$f_{srd} = 190 \frac{10^\alpha}{N^k} \left(1 - \frac{\alpha_{sp}}{f_{ud}} \right) / \gamma_s \quad (1)$$

ここで, $N_{eq,s} = 1.720 \times 10^6$ 回, $k = k_{of}(0.81 - 0.03) = 1.0 \times (0.81 - 0.03 \times 32) = 0.714$

$$f_{ud} = f_{uk} / \gamma_s = 490 / 1.05 = 466.7 \text{ N/mm}^2$$

鉄筋の設計疲労強度は, 式(1)より,

$$f_{srd} = 190 \times 10^{0.714} \times (1 - 40.2 / 466.7) / (1.720 \times 10^6)^{0.12} / 1.05 = 152.8 \text{ N/mm}^2$$

・基準とした変動荷重(M_3)による鉄筋の応力度:

$$\sigma_{srd} = M_3 / (A_{sjd}) = 200 \times 10^6 / (6354 \times 0.896 \times 450) = 80.5 \text{ N/mm}^2$$

・上記より, 照査の判定は, 以下のように示される.

$$\sigma_{srd} / (f_{srd} / \gamma_s) = 1.0 \times 80.5 / (152.8 / 1.1) = 0.58 < 1.0$$

したがって, 鉄筋の疲労破断に対して安全である。

(b) コンクリートの圧縮疲労破壊に対する安全性の検討

・永久荷重による見掛けの応力度 σ_{cpd} : 前出のように,

$$\sigma_{cpd} = 2.42 \text{ N/mm}^2$$

コンクリートの設計圧縮疲労強度は, 次式で与えられる。

$$f_{crd} = k_1 f'_{cd} (1 - \sigma_{cpd} / f'_{cd}) (1 - \log N_{eq,c} / K) \quad (2)$$

また,

$$N_{eq,c} = 0.914 \times 10^6 \quad (\log N_{eq,c} = 5.961)$$

コンクリートの設計圧縮疲労強度は, 式(2)において, $K = 17$ (気中環境)として,

$$f_{crd} = 0.85 \times 18.5 \times (1 - 2.42 / 18.5) \times (1 - 5.961 / 17) = 8.88 \text{ N/mm}^2$$

・基準とした変動荷重(M_3)によるコンクリートの見掛けの応力度:

$$\sigma_{crd} = \sigma_{cr3d} = (3/4) \times 2M_3 / (k_j b d^2) = (3/4) \times 2 \times 200 \times 10^6 / (0.392 \times 0.869 \times 900 \times 450^2) = 4.83 \text{ N/mm}^2$$

・上記の結果を用いて, 照査の判定は, 以下のように示される.

$$\sigma_{crd} / (f_{crd} / \gamma_s) = 1.0 \times 4.83 / (8.88 / 1.1) = 0.60 < 1.0$$

したがって, コンクリートの圧縮疲労破壊に対しても安全である。