

確率・統計（真貝）
第2回中間テストN

____曜日____時限 ____学科

学生番号_____ 氏名_____

【重要】解答は別紙に。答えだけではなく、導出の過程も記すこと。
標準正規分布表を用意すること。簡易な電卓利用可。解答順は自由。

1 15点, 2 5点, 他は各10点で60点満点

1 少年が嘘つきの場合（事象 A ）, 「オオカミがいる」と言ったとき, オオカミが発見される（事象 B ）確率を20%, 発見できない（事象 \bar{B} ）確率を80%とする。少年が嘘つきでない場合（事象 \bar{A} ）, 「オオカミがいる」と言ったとき, オオカミが発見される確率を70%, 発見できない確率を30%とする。事前確率として, 少年が嘘つきの可能性を10%とする。（15点）

	オオカミ発見 B	発見できない \bar{B}
少年が嘘つき A	20 %	80 %
少年が正直者 \bar{A}	70 %	30 %

- (1) 1度目, 少年が「オオカミがいる」と言ったが, オオカミは発見されなかった。少年が嘘つきと考えられる事後確率 $P(A|\bar{B})$ を求めよ。
引き続いて2度目, 少年が「オオカミがいる」と言ったが, オオカミは発見されなかった。少年が嘘つきと考えられる事後確率を求めよ。
- (2) 1度目, 少年が「オオカミがいる」と言い, オオカミが発見された。少年が嘘つきと考えられる事後確率を求めよ。

2 酔っ払いが前後に確率 $1/2$ で動いている。8歩動いたとき, 元の位置に戻っている確率はいくらか。

3 事象 S と F があり, それぞれ確率は p, q である ($p + q = 1$ とする)。はじめて事象 S が発生するまでの試行回数 X の確率分布は, ファーストサクセス分布とよばれ,

$$P(X = k) = pq^{k-1} \quad (k = 1, 2, \dots)$$

で与えられる。この確率分布の平均値を求めよ。

4 正規分布 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ (μ, σ は定数) の平均値が μ であることを示せ。
ただし, $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$ を既知としてよい。

5 あるバス停では, 平均12分, 標準偏差4分の正規分布で表されるような間隔でバスがくる。前回のバスが出てから6分が経過している。今後3分間にバスが来る確率はいくらか。

6 あるテストを受けた4000人の学生の得点平均 μ は64点, 標準偏差 σ は10点である。得点が平均から 1.25σ 以内の学生数はおよそ何人いるか。

- (1) 標準正規分布表を用いて答えよ。
(2) チェビシエフの不等式 $P(|X - \mu| > \varepsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$ を利用して答えよ。