

常翔学園高校 夢発見ゼミ 2014年11月6日

ブラックホール

— 理論宇宙物理学 —

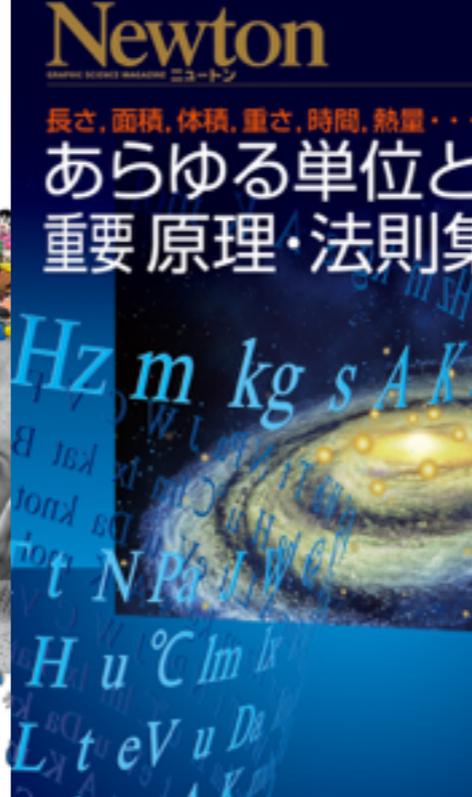
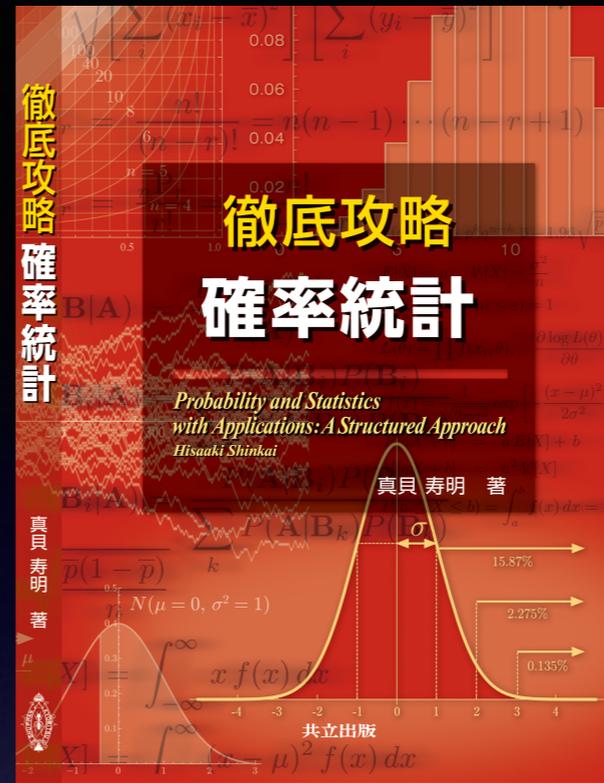
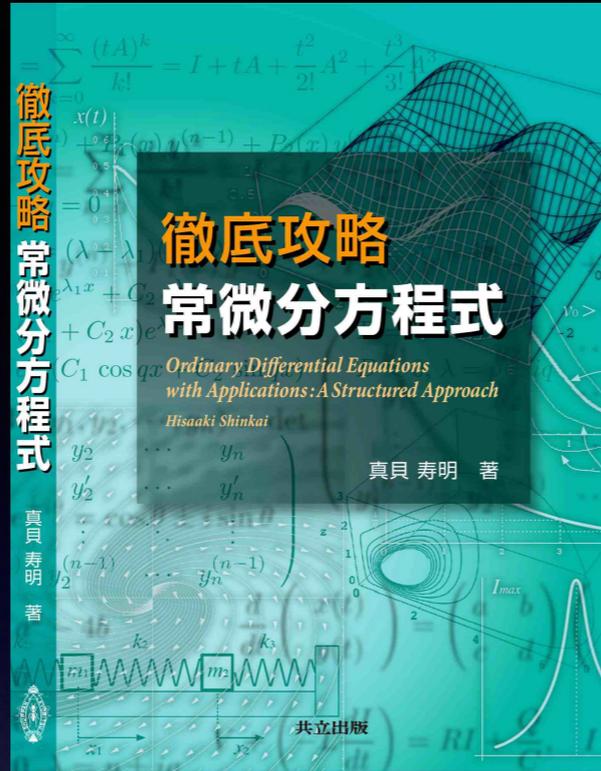
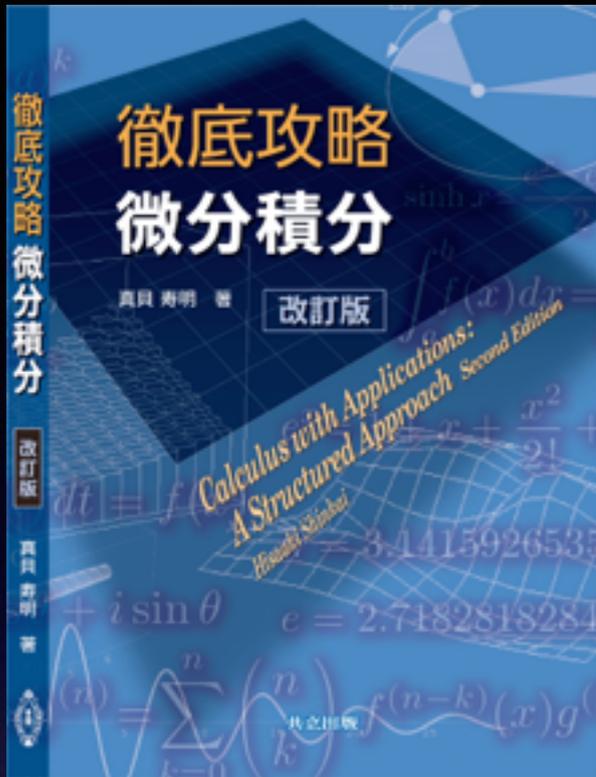
真貝寿明 Hisaaki Shinkai

大阪工業大 情報科学部 情報システム学科

宇宙物理・数理科学研究室

<http://www.is.oit.ac.jp/~shinkai/>





宇宙物理・数理科学研究室

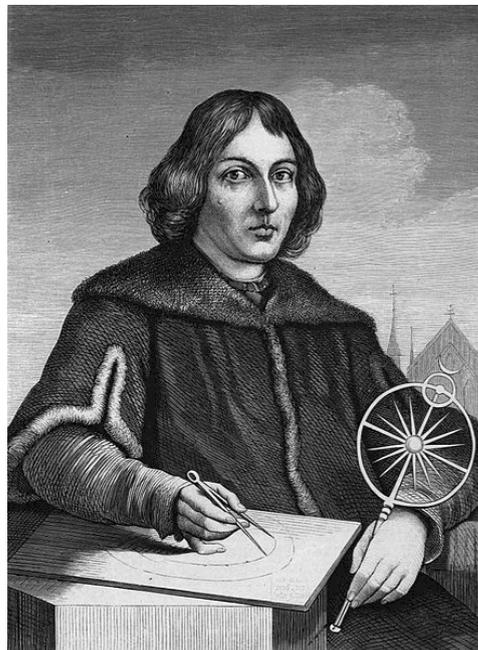


1. 万有引力と惑星の運動

登場人物たち

コペルニクス

Nicolaus Copernicus
(1473-1543)



地動説

ブラーエ

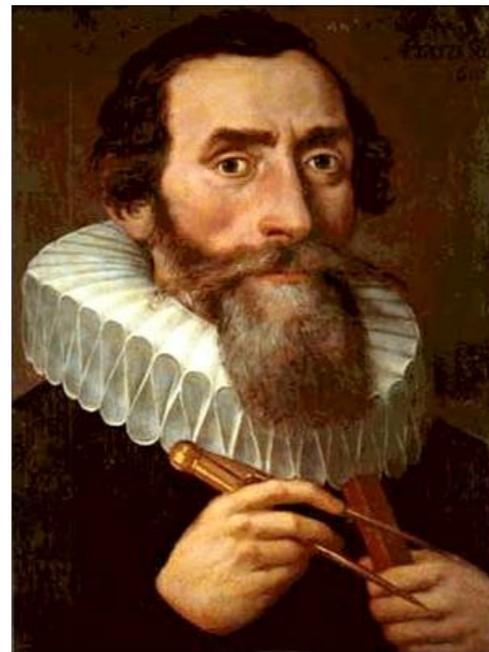
Tycho Brahe
(1546-1601)



天体観測

ケプラー

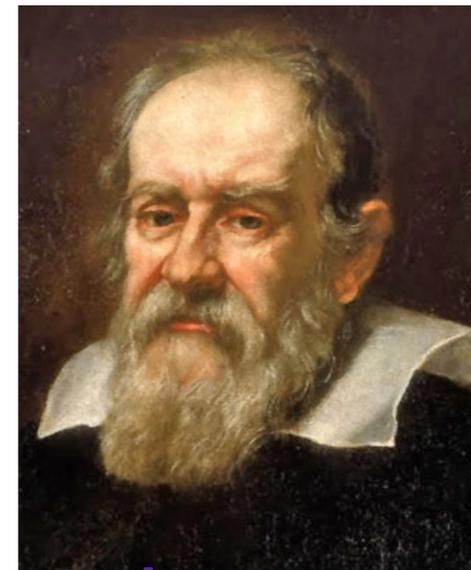
Johannes Kepler
(1571-1630)



惑星運動の法則

ガリレイ

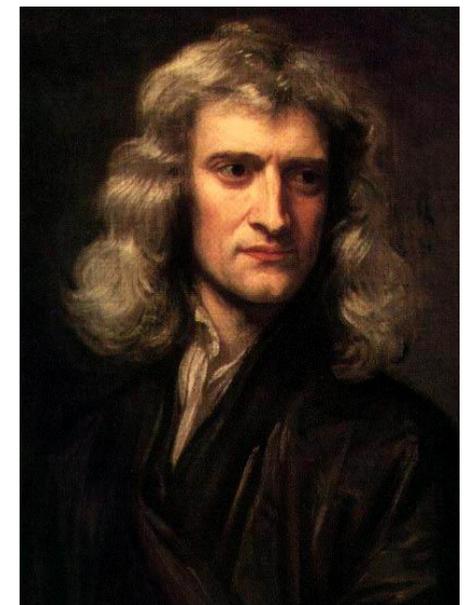
Galileo Galilei
(1564-1642)



慣性・自由落下運動
地動説の物理的根拠

ニュートン

Isaac Newton
(1642-1727)

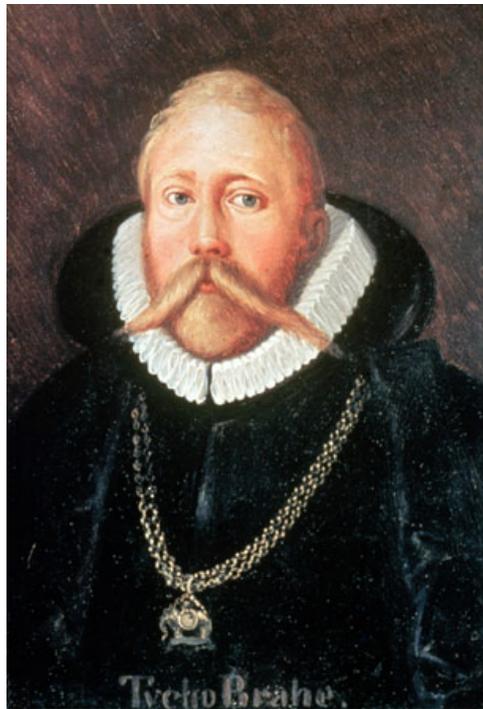


運動の法則
万有引力

ティコ・ブラーエ

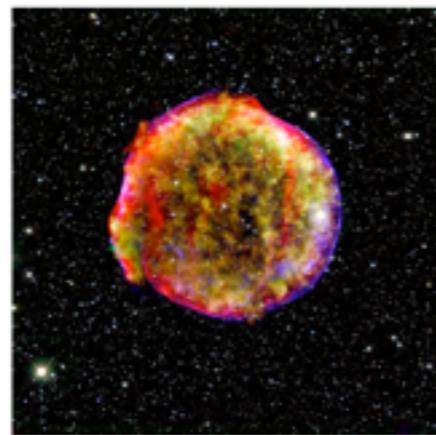
ブラーエ

Tycho Brahe
(1546-1601)

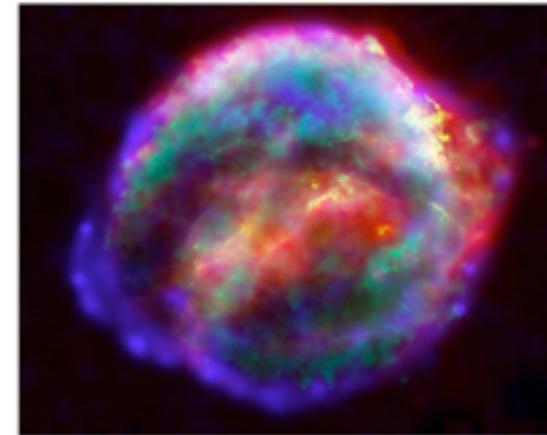


精密で膨大な天体観測記録を残す
観測的権威だが天動説支持
「太陽は地球の周りを回り、
惑星は太陽の周りを巡る」

1572 超新星を発見
(SN1572, 通称「ティコの新星」)



SN1572 (ティコの新星)



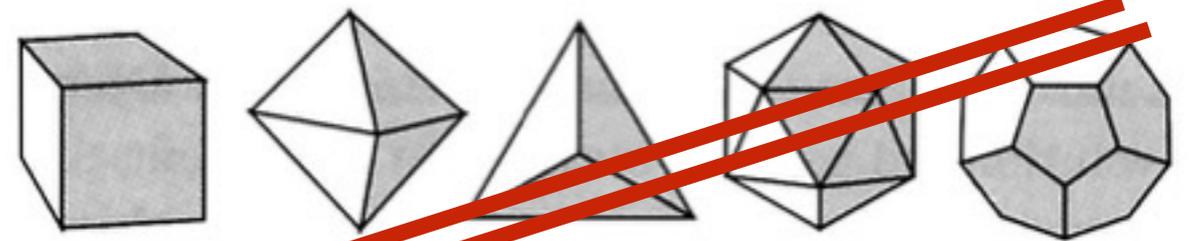
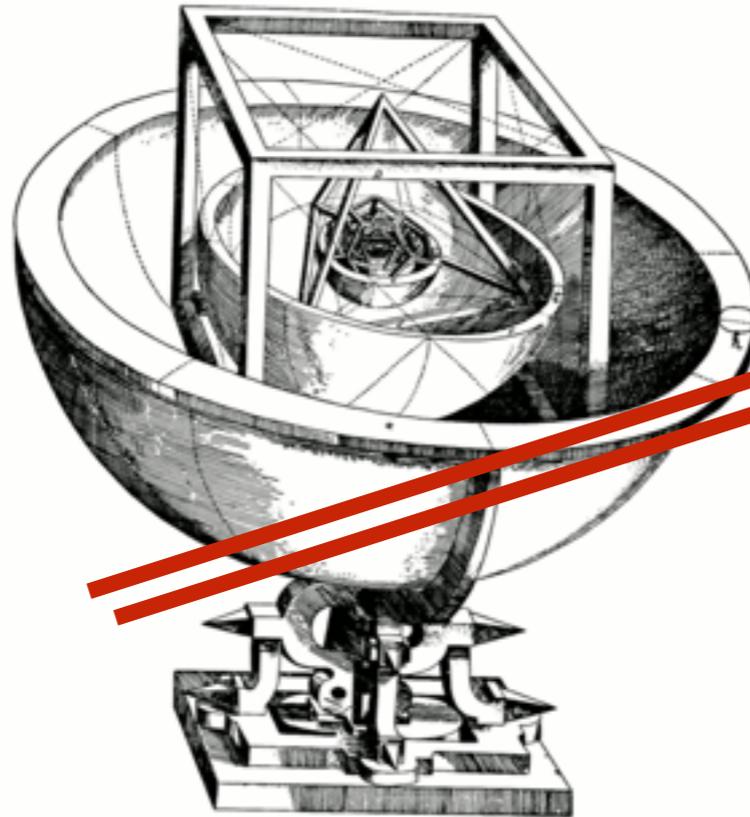
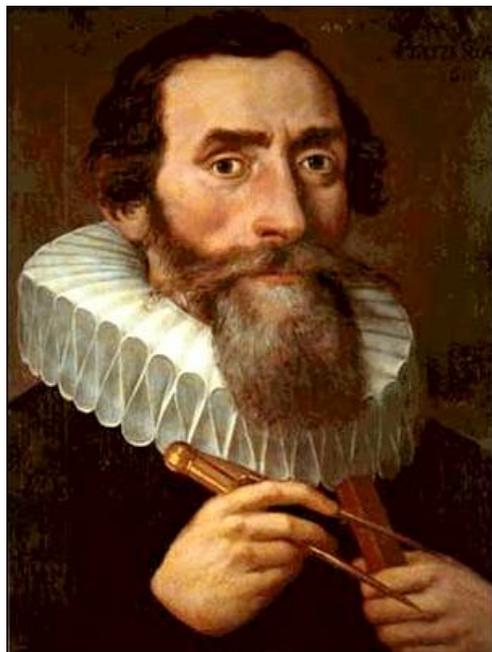
SN1604 (ケプラーの新星)

図 14: 超新星 SN 1572 と SN1604 の現在の姿。数百年が経ち、爆発の先端の衝撃波が球状に広がっていて、超新星残骸 (supernova remnant) と呼ばれる。

ヨハネス・ケプラー

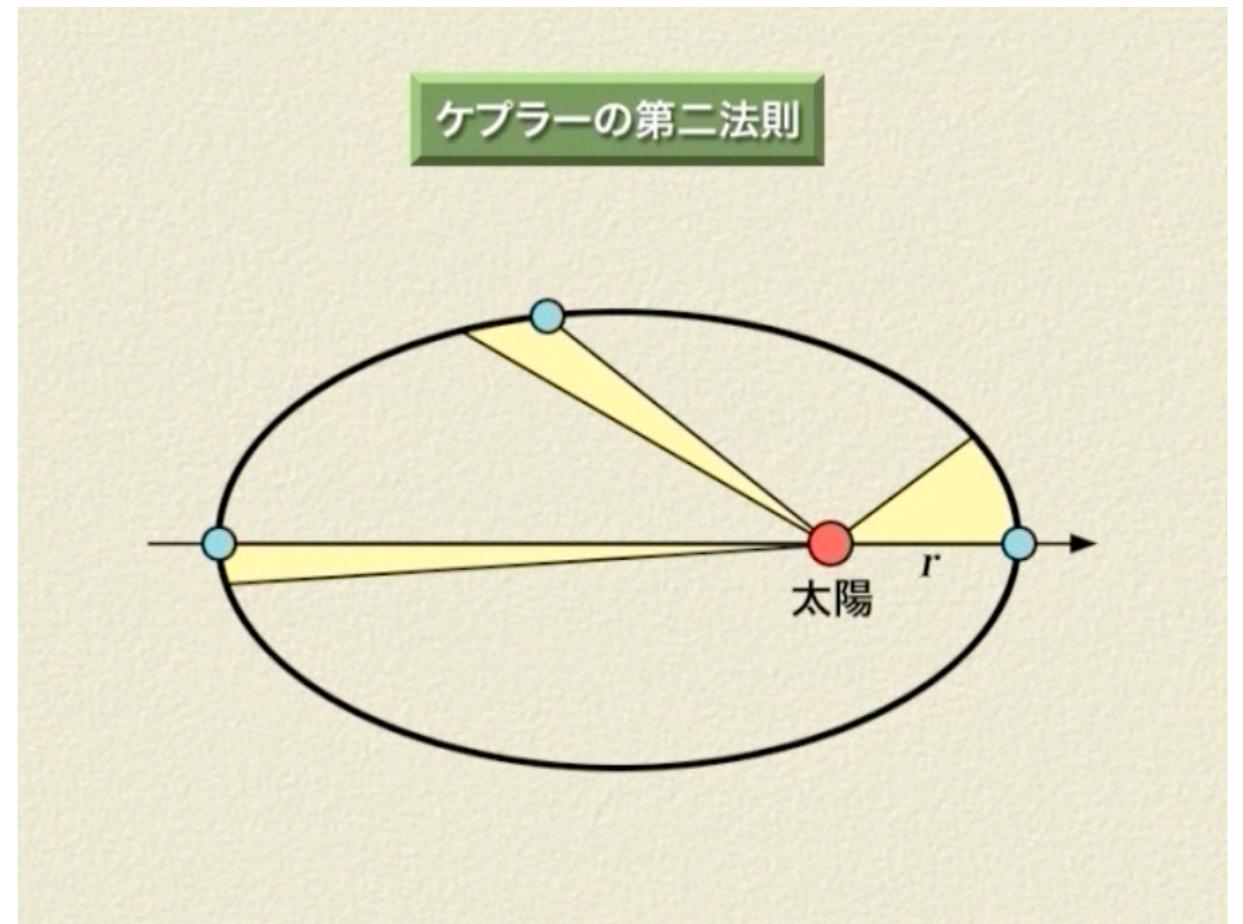
ケプラー

Johannes Kepler
(1571-1630)



『宇宙の神秘』(1596年)に描かれた
ケプラーによる初期の多面体太陽系モデル

惑星運動の3法則



ケプラーの惑星の運動についての3法則 (1609,1618)

第1法則 楕円軌道の法則

惑星は太陽を1つの焦点とする楕円軌道を描く。

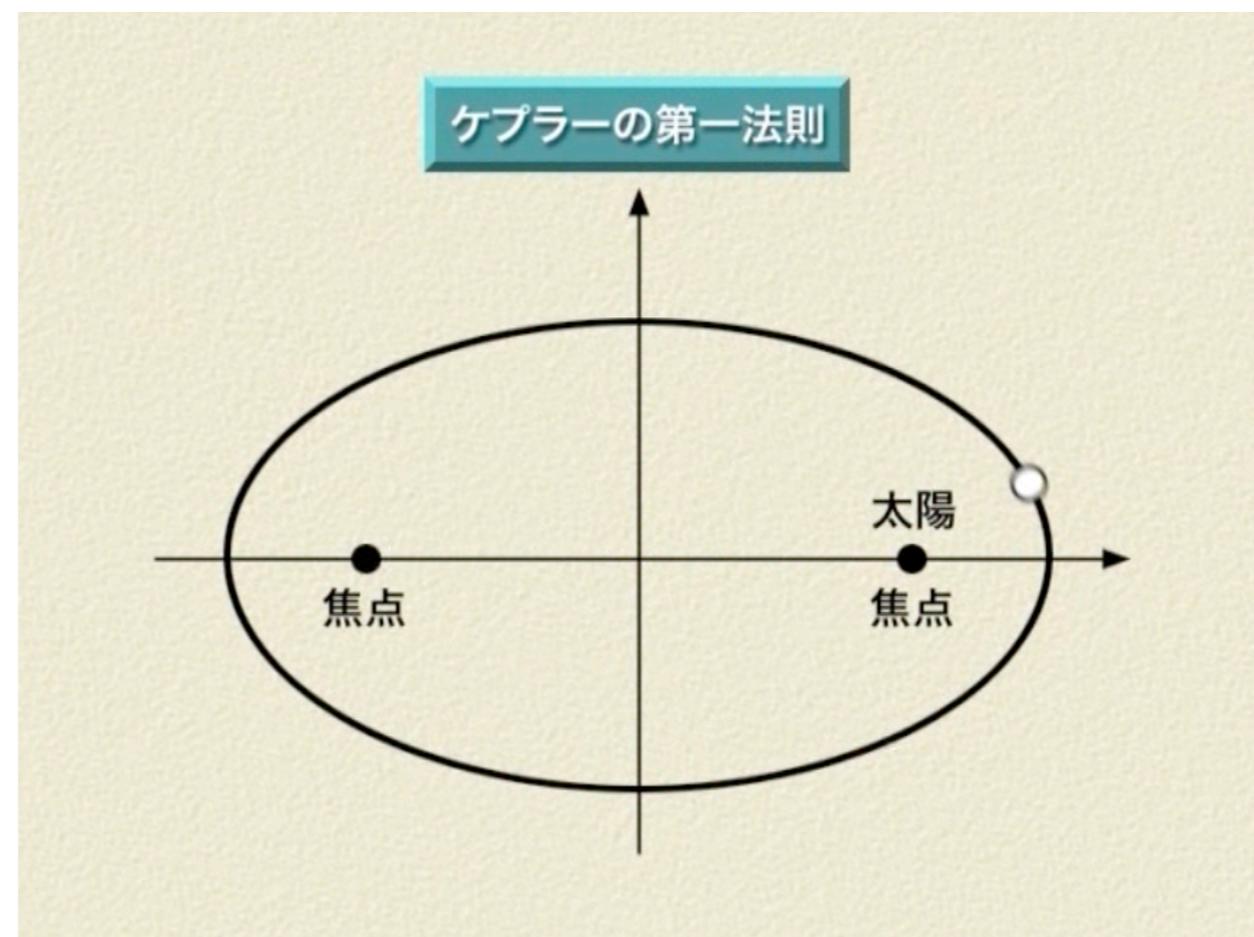
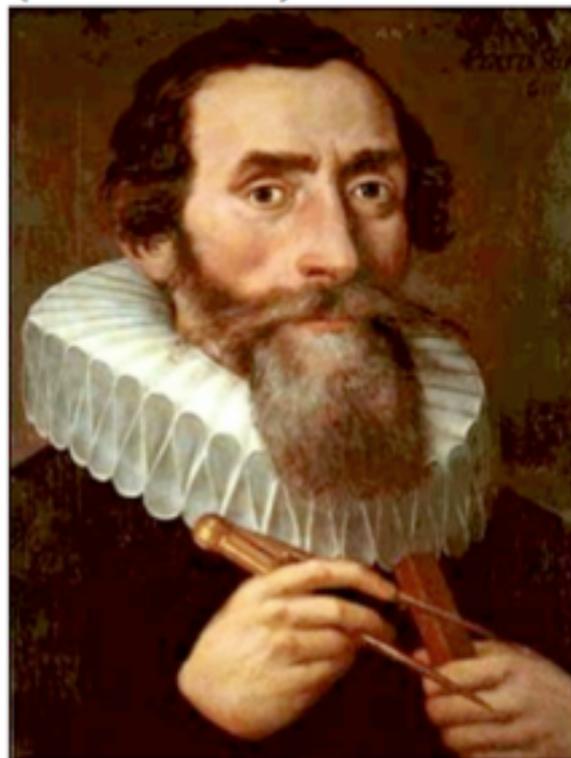
第2法則 面積速度一定の法則

太陽と惑星を結ぶ線分が単位時間に描く扇形の面積（面積速度）は、惑星それぞれについて一定である。

第3法則 T^2/R^3 一定の法則

惑星の公転周期 T の2乗と、惑星の描く楕円の長軸半径（長軸の長さの半分） R の3乗の比 T^2/R^3 は、惑星によらず一定である。

Johannes Kepler
(1571-1630)



ケプラーの惑星の運動についての3法則 (1609,1618)

第1法則 楕円軌道の法則

惑星は太陽を1つの焦点とする楕円軌道を描く。

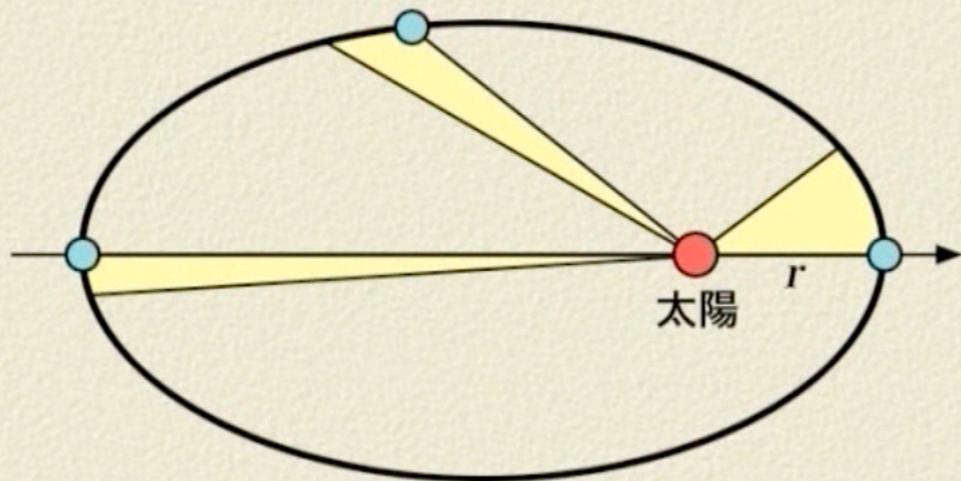
第2法則 面積速度一定の法則

太陽と惑星を結ぶ線分が単位時間に描く扇形の面積（面積速度）は、惑星それぞれについて一定である。

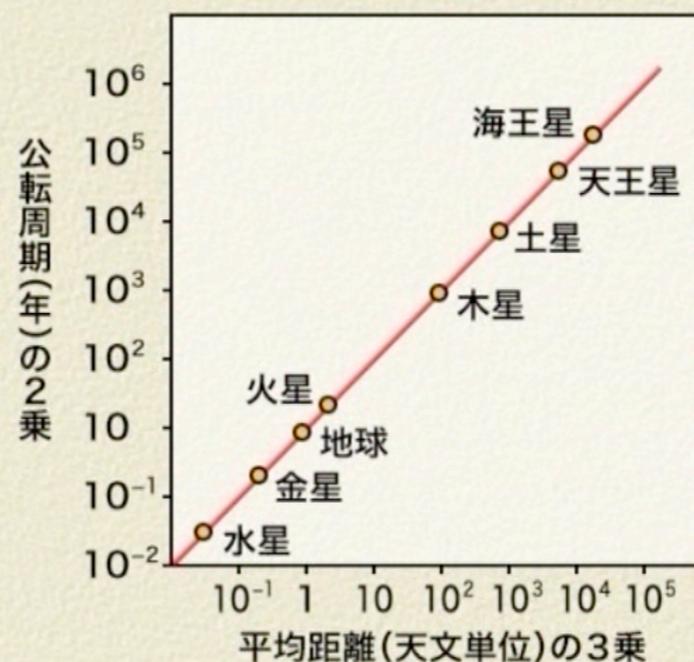
第3法則 T^2/R^3 一定の法則

惑星の公転周期 T の2乗と、惑星の描く楕円の長軸半径（長軸の長さの半分） R の3乗の比 T^2/R^3 は、惑星によらず一定である。

ケプラーの第二法則



ケプラーの第三法則



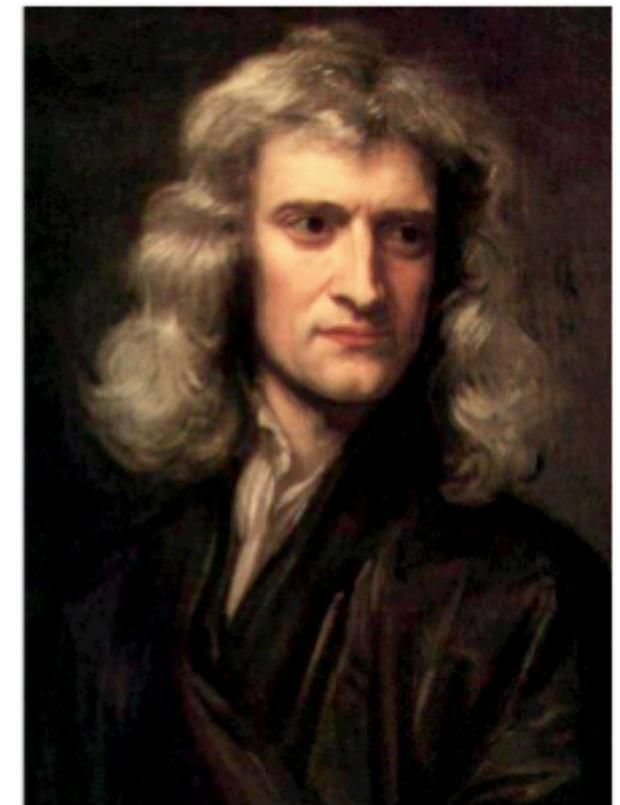
アイザック・ニュートン

Newton(1687)：運動の3法則

ニュートンの運動法則

- 第1法則 **慣性の法則**
力を加えなければ、物体は等速直線運動を行う。
- 第2法則 **運動方程式**
物体に力 F を及ぼすと、物体の質量 m に反比例した加速度 a が生じる。
- 第3法則 **作用反作用の法則**
物体に力 F を及ぼすと、その物体は同じ大きさで逆向きの反作用 $-F$ を作用物体に及ぼす

Isaac Newton
(1642–1727)



第2法則は式で書くと、

$$F = ma$$

(2.2.3)

運動方程式 (Newton第2法則)

力を加えると

重力 (万有引力)
摩擦力 (抵抗力)
抗力
弾性力
張力
浮力
大気圧の力
電気
磁石の力
.....

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

大きさだけでなく、
向きを含めて成り立つ

加速度が生じる

速度がわかる
位置がわかる

運動がわかる！

等速直線運動
等加速度直線運動
放物運動
円運動・楕円運動
単振動
減衰振動

.....

万有引力の法則

ニュートンが、リンゴが落ちることから重力の原因が「万有引力である」と気づいた話は実話らしい。

万有引力の法則

すべての物体は引力で引き合う。質量 M と m の物体が距離 r だけ離れているとき、万有引力の大きさ F は

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad (2.5)$$

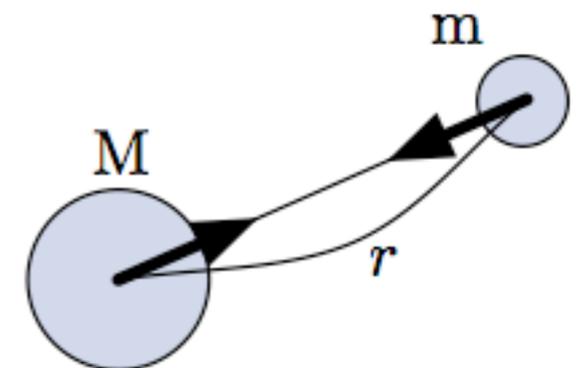
である。 G は定数で、 $G = 6.67 \times 10^{-11} [\text{Nm}^2/\text{kg}^2]$ である。

地球表面での重力

地球の表面での万有引力の大きさはほぼ一定で、質量 m の物体に対して

$$F = mg \quad (2.6)$$

である。 g は重力加速度と呼ばれ、 $g = 9.8 [\text{m}/\text{s}^2]$ である。



万有引力の法則

+

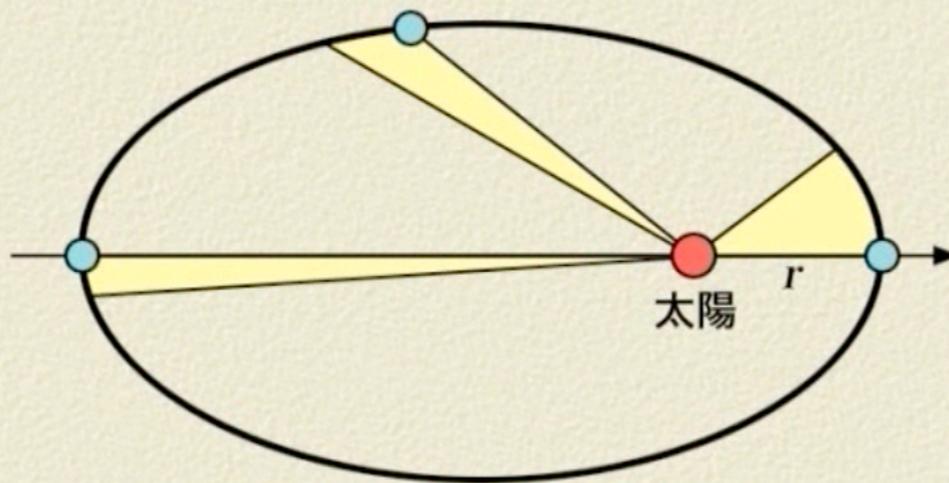
運動方程式

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

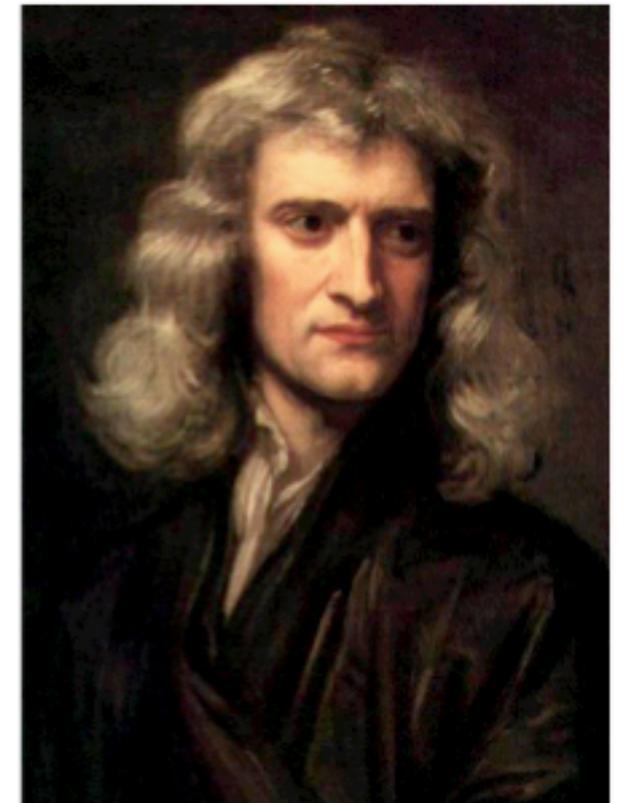
$$F = ma$$



楕円運動！



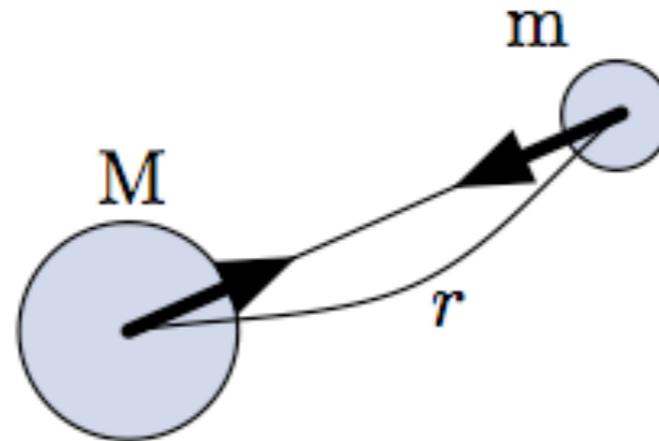
Isaac Newton
(1642–1727)

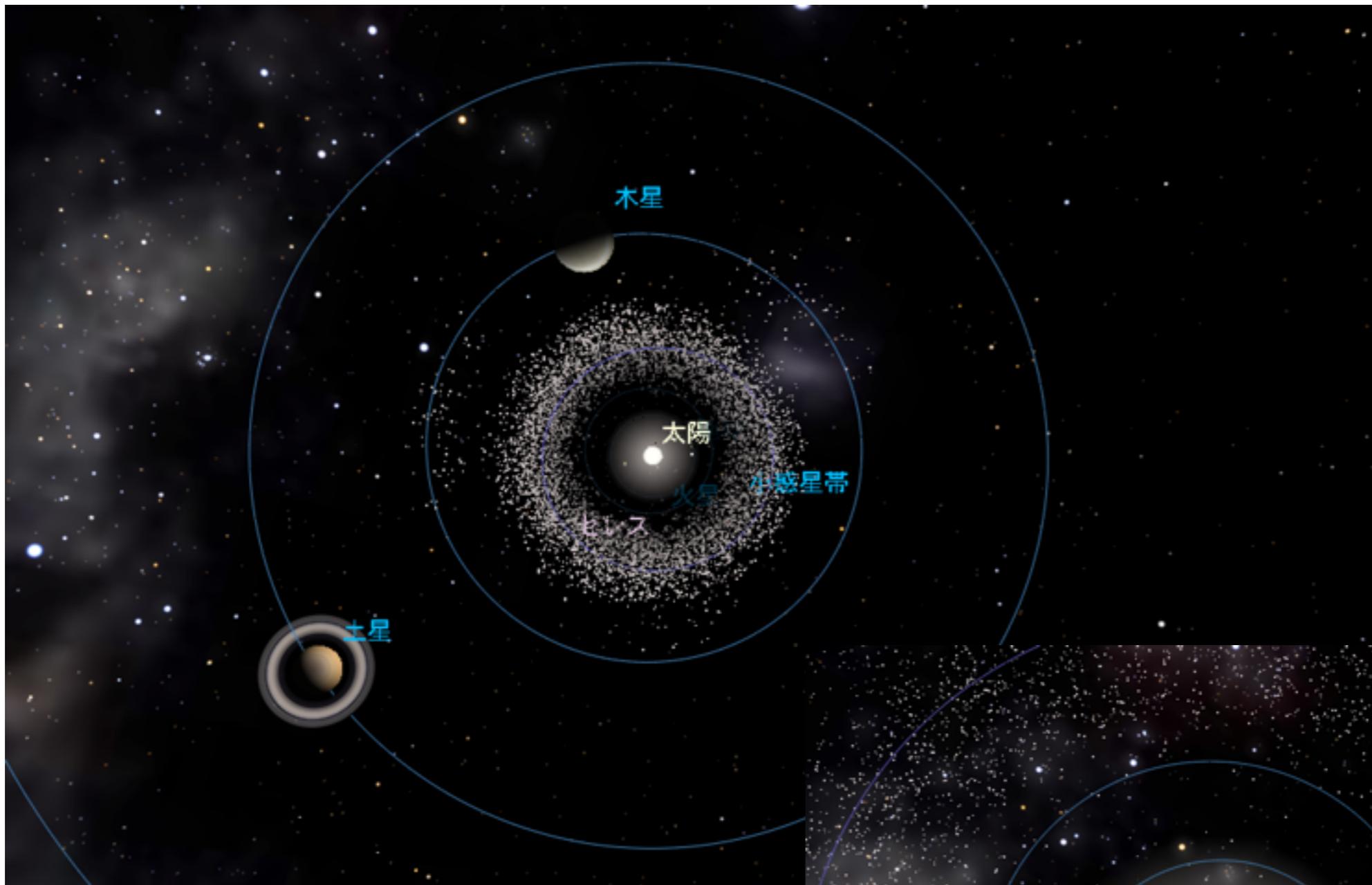


課題1

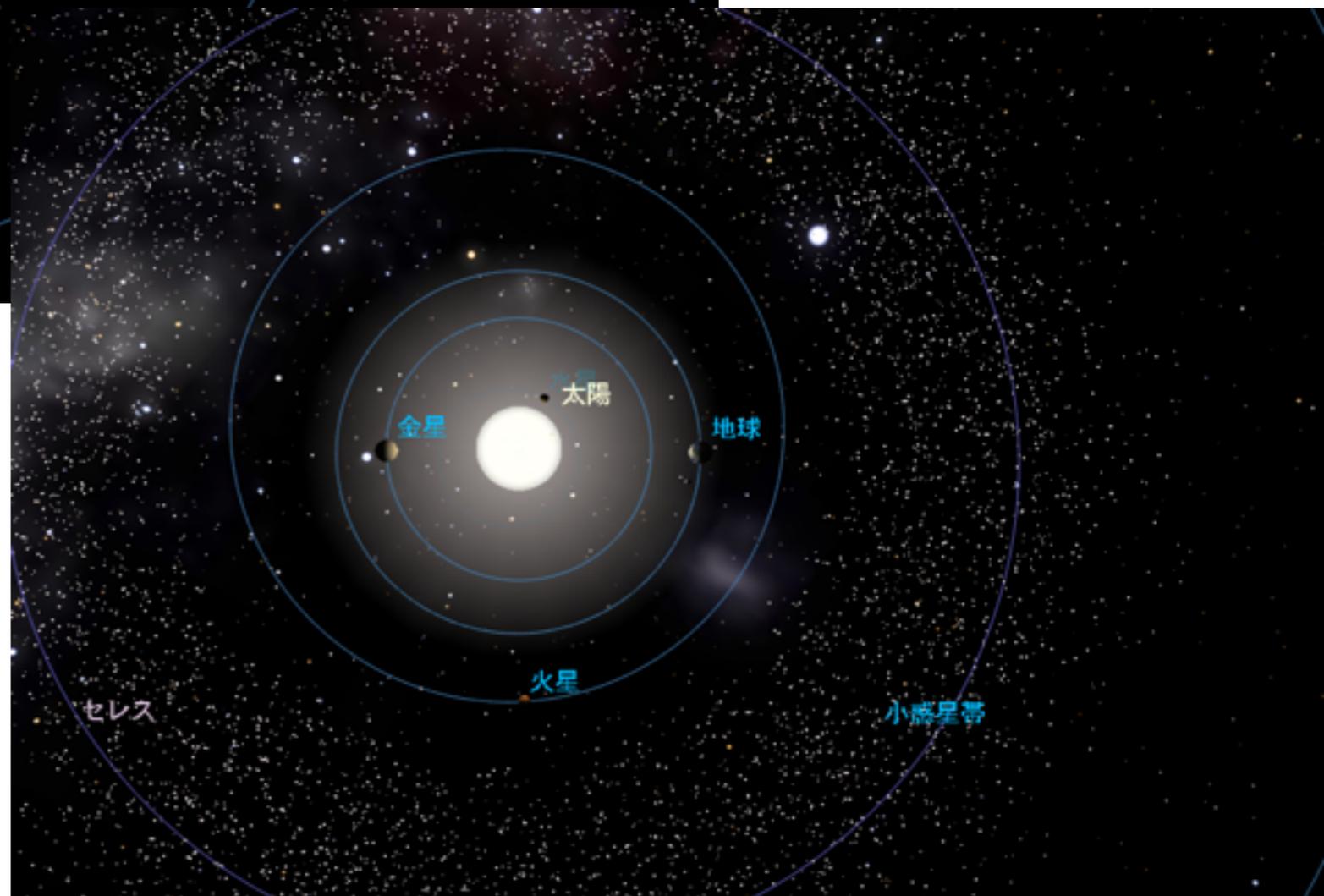
なぜ月は地球に落下してこないのか

万有引力を考えると，すべての物体は近づいてゆくように思える．地球と月も万有引力で引っ張り合っているのにも関わらず，なぜ月が地球に落下してこないのだろうか．





惑星の軌道は、楕円と
いっても、ほとんど円



天の川銀河 (our Galaxy)

THE MILKY WAY

NATIONAL GEOGRAPHIC

Home galaxy of Earth, the Milky Way is a spiral-shaped system of a few hundred billion stars. Bright regions of recently formed stars highlight its arms, while older stars explode or expel their outer layers as beautiful planetary nebulas, then fade away and die. A thick stream of orange and red stars marks the galactic bulge, encompassing the star-packed galactic center. At its core may lie a black hole, a region so dense that not even light can escape its gravitational pull. All objects in the Milky Way orbit the galactic center, much like planets in Earth's solar system revolve around the sun. But the scale is staggering: Light from a star at one edge of the galaxy takes about 100,000 years to reach the opposite side.



GUIDE TO THE GALAXY

- 1 For beyond the galactic disk, yet drawn by its gravity, some stars and planetary nebulas swirl in the galaxy's halo. Regions of dark matter—substance that isn't seen through its gravitational attraction—extend beyond that.
- 2 From clouds of interstellar dust, stars are born.
- 3 The spiral arms of the Milky Way, which form our position in the far galactic disk, appear as a 'hazy band of light.' Infrared cameras can see through the dust to reveal the galaxy's structure.
- 4 Earth's orbit around the sun lies at a skewed angle to the galactic plane.



A TURBULENT HEART

A graph based on a radio survey reveals the turbulent nature of interstellar gas in the inner part of our galaxy's core. The gas appears to be moving away from Earth's core and toward Earth's galactic core. The densest gas appears white, with colors that indicate increasing amounts of energy are released near the center of the Milky Way, producing

...electrons that race along magnetic field lines, illuminating nebulas of stellar nebulas. ...

This computer-generated image of the Milky Way is a perspective view of a 3-D model. It is based on data from the National Geographic—incorporates the actual positions of hundreds of thousands of stars and nebulas.

- Molecular star cluster
- Interstellar gas and dust
- Nebula
- Younger star regions
- Old stars
- Molecular cloud
- Galactic bulge or center
- Core region

Reference numbers for galaxies, nebulas, and star clusters are listed in the sidebar.



PLANETARY NEBULA NG 2

Earth's inhabitants of the Milky Way see rich in interstellar dust that blocks out some of the light. When a star expels a dark nebula, the dust particles reflect starlight and the light

...a small, hot core, which will cool and form new stars. ...

galaxies, including dark matter that is concentrated in the center. ...

...a small, hot core, which will cool and form new stars. ...

...a small, hot core, which will cool and form new stars. ...

...light from the hot star is absorbed by the dust, making it glow. ...

...light from the hot star is absorbed by the dust, making it glow. ...

...in that location, ...

...in that location, ...



LAGOON NEBULA

...in that location, ...

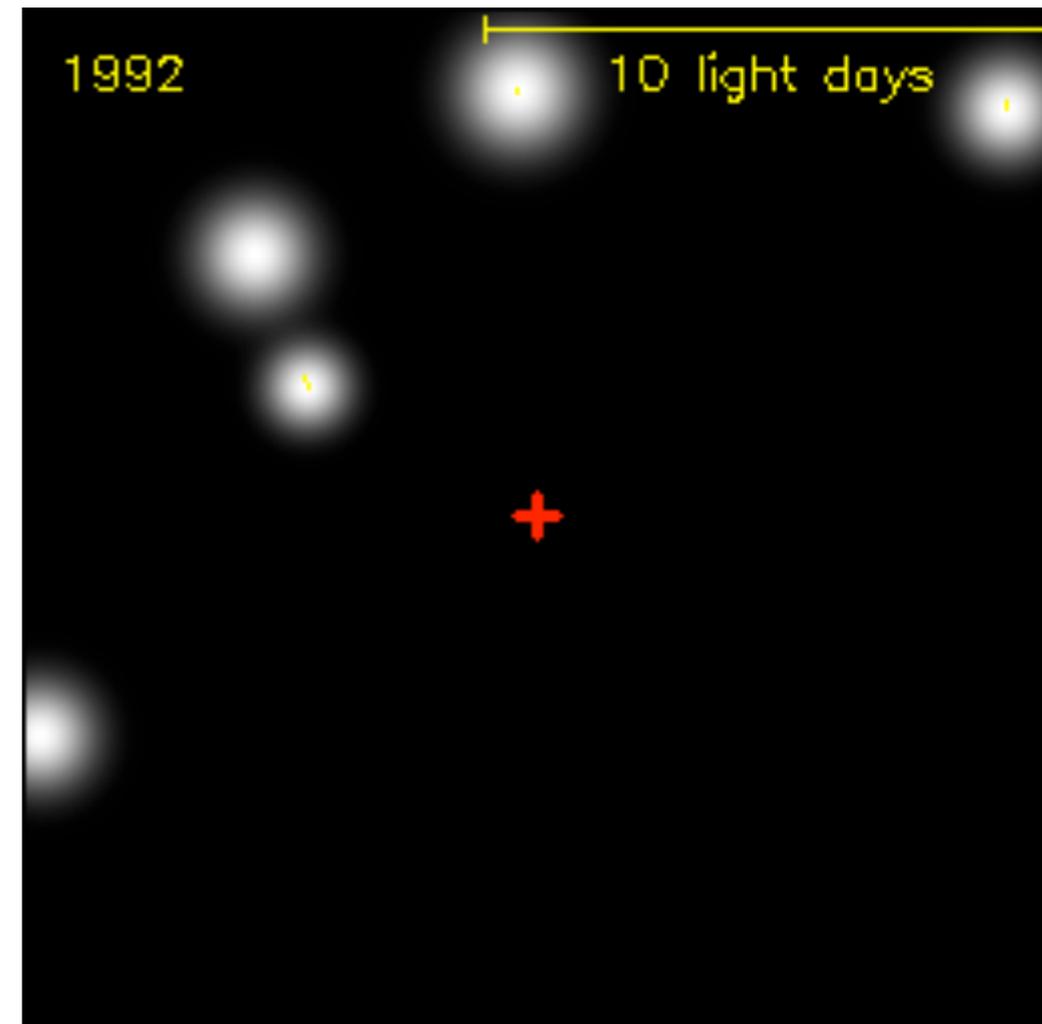
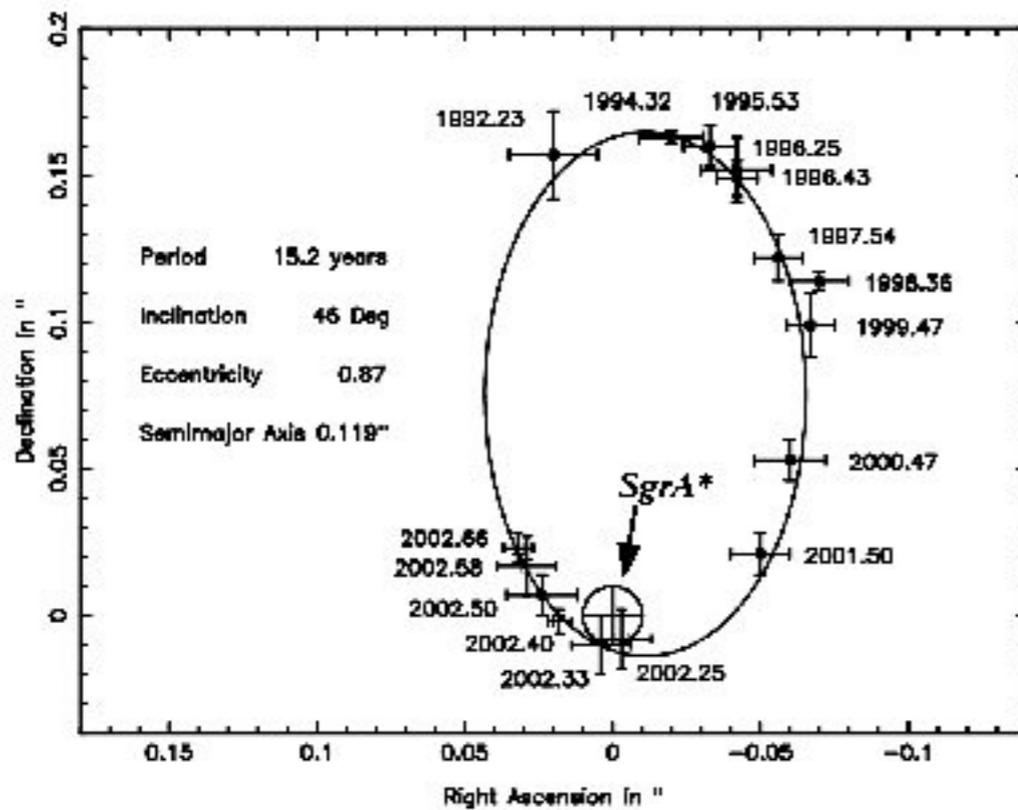
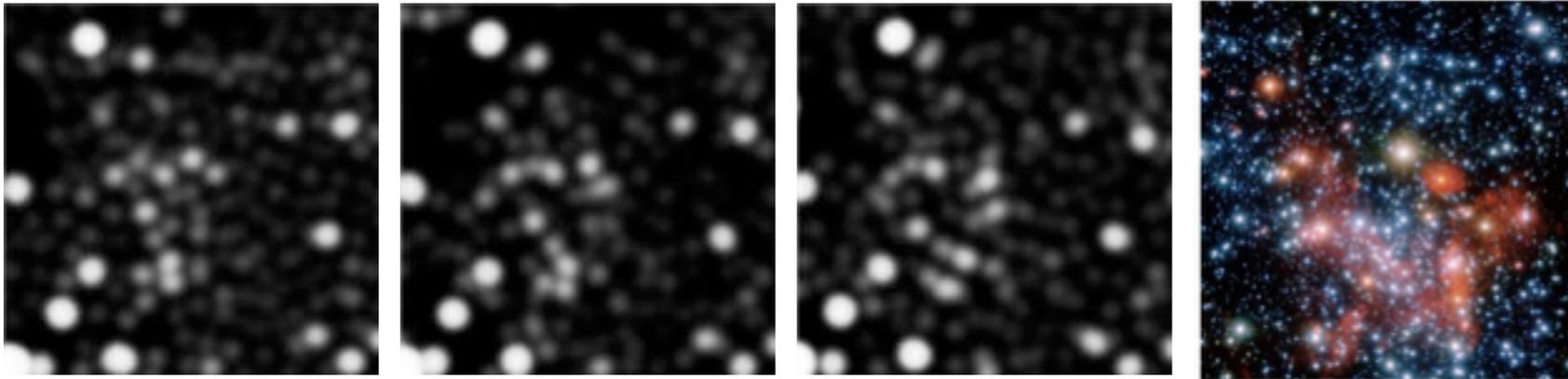
...in that location, ...

Zooming in on the centre of the Milky Way



<http://www.youtube.com/watch?v=XhHUNvEKUY8> (1:15)

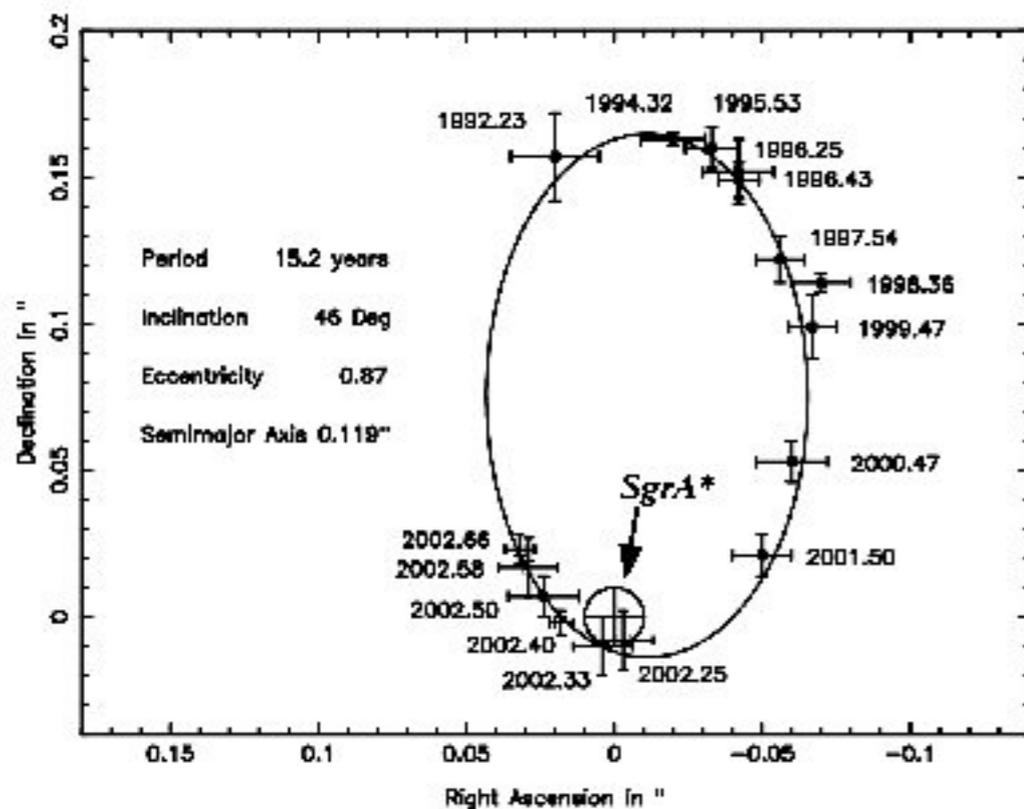
S2 orbit around Sgr A*



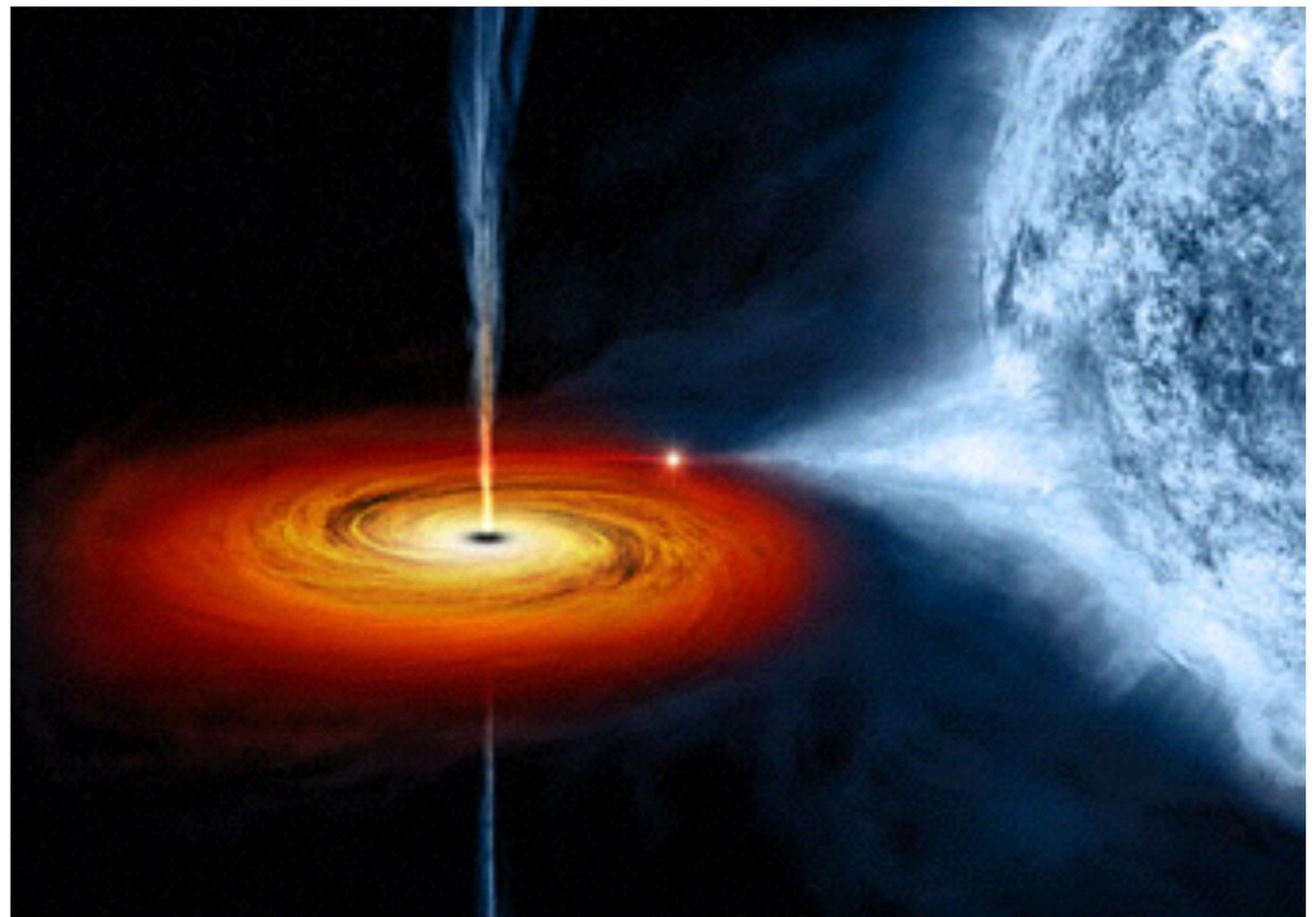
<http://www.extinctionsift.com/SignificantFindings08.htm>

<http://www.brighthub.com/science/space/articles/13435.aspx#>

ブラックホールの存在はどのようにわかるのか？



周りの星の激しい運動から
強い重力源であることがわかる

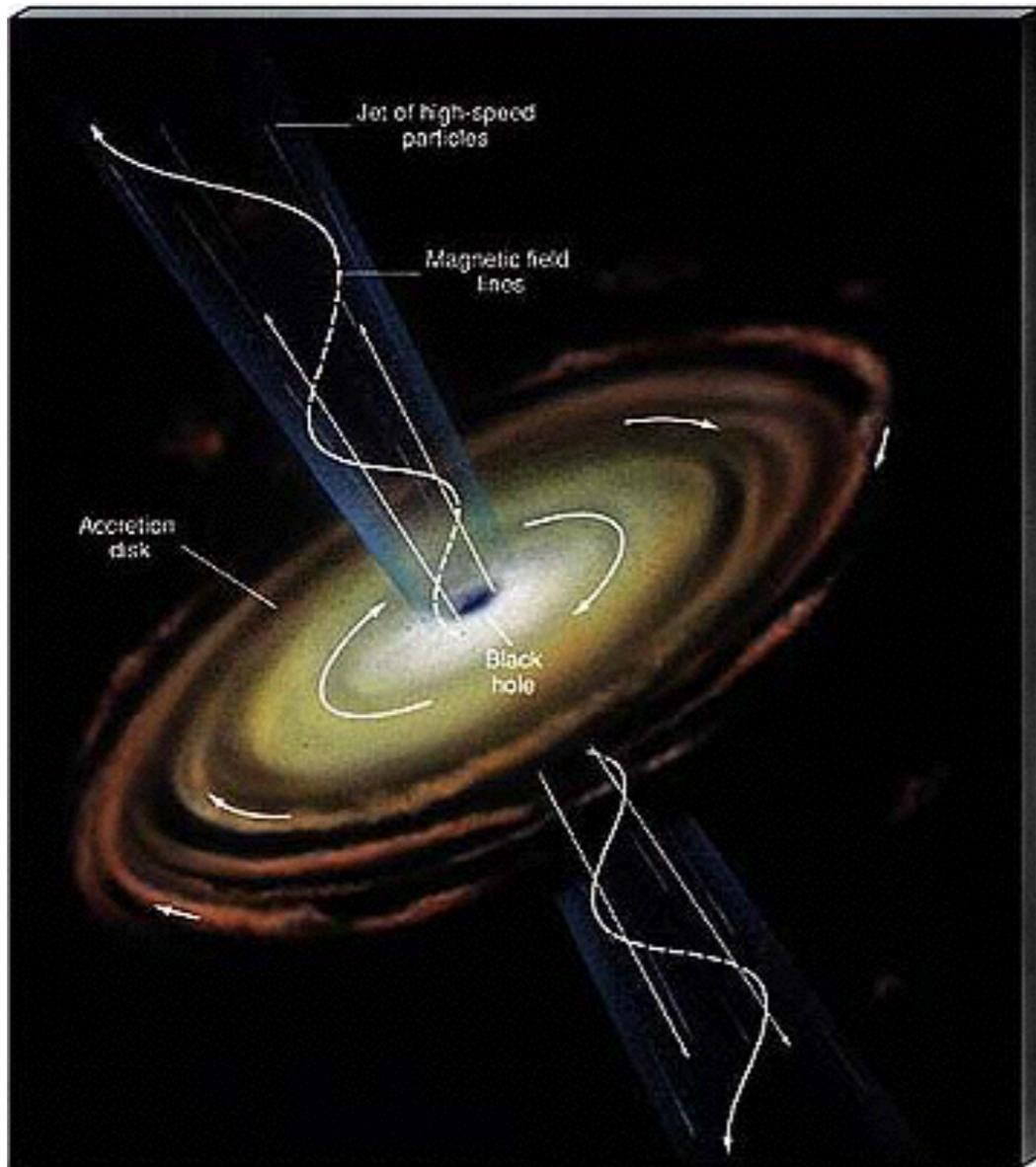


落下していくガスが
高い温度で輝く

(降着円盤 accretion disk)

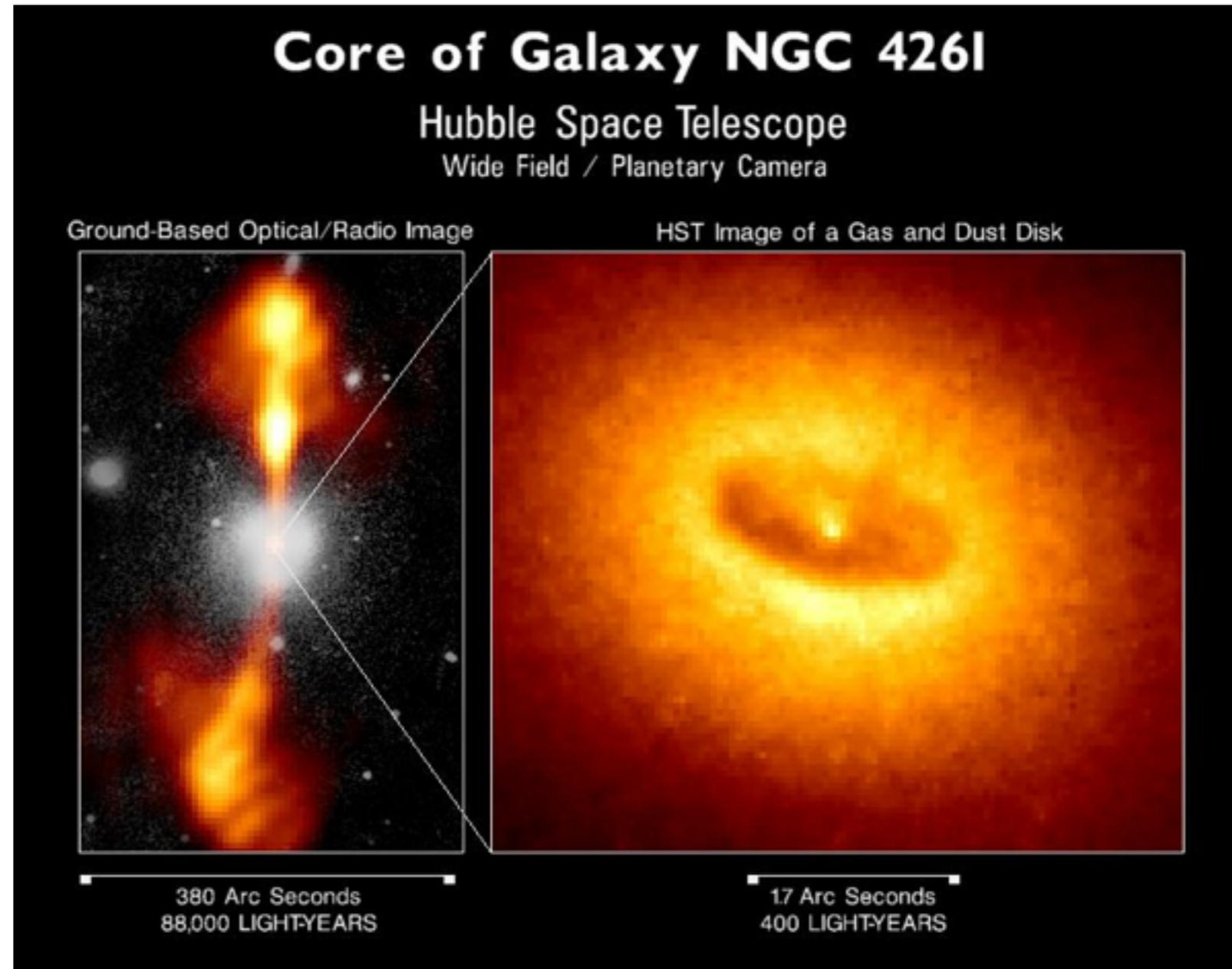
想像図

ブラックホールの存在はどのようにしてわかるのか？



<http://www2.astro.psu.edu/users/rbc/a1/lec26n.html>

想像図



銀河中心からジェットが吹き出す
(活動銀河核 active galactic nuclei)

2014年夏頃，銀河中心にガス雲が最接近

Simulations of the Origin and Fate of the Galactic Center Cloud G2

2012/10/19

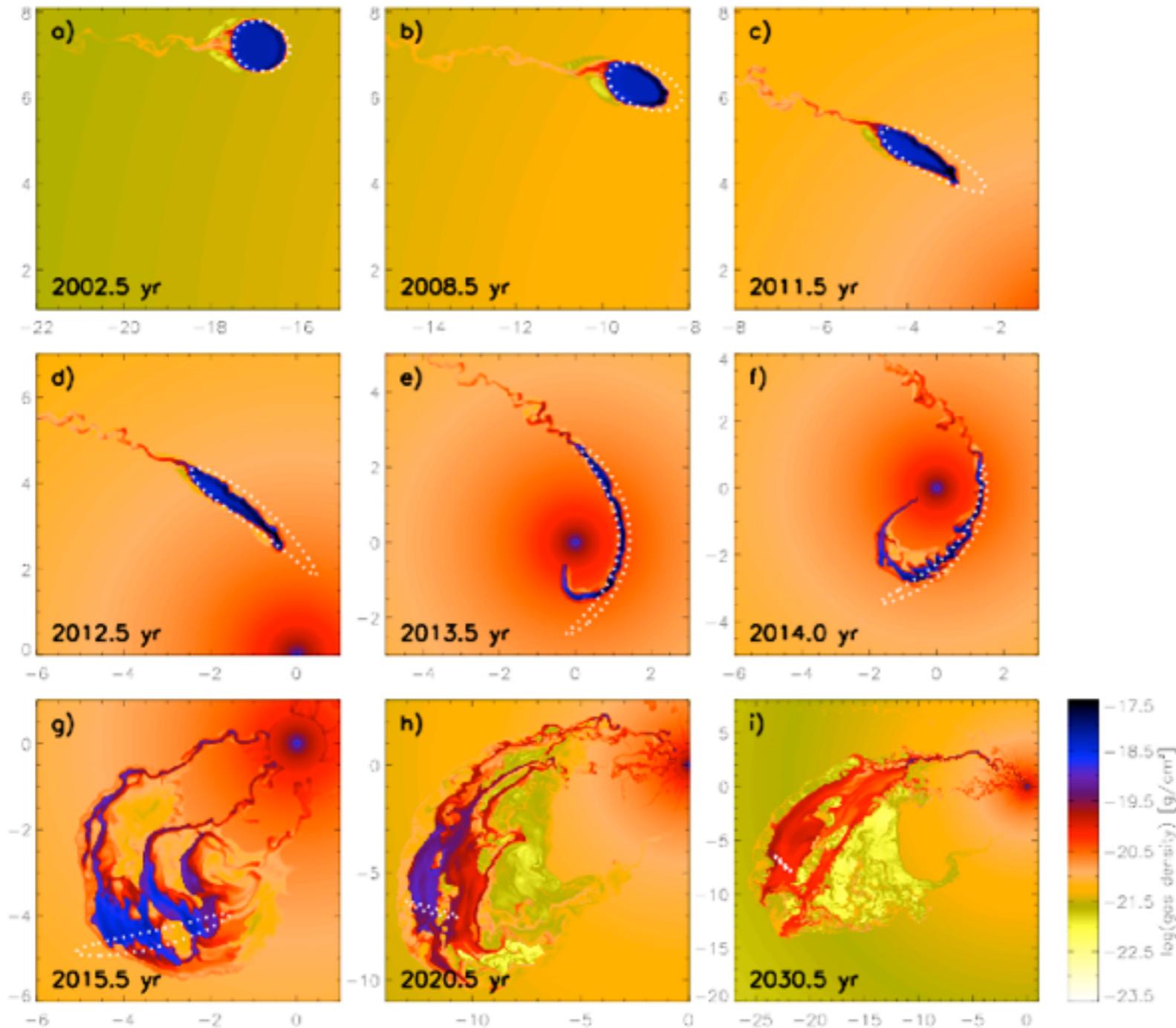
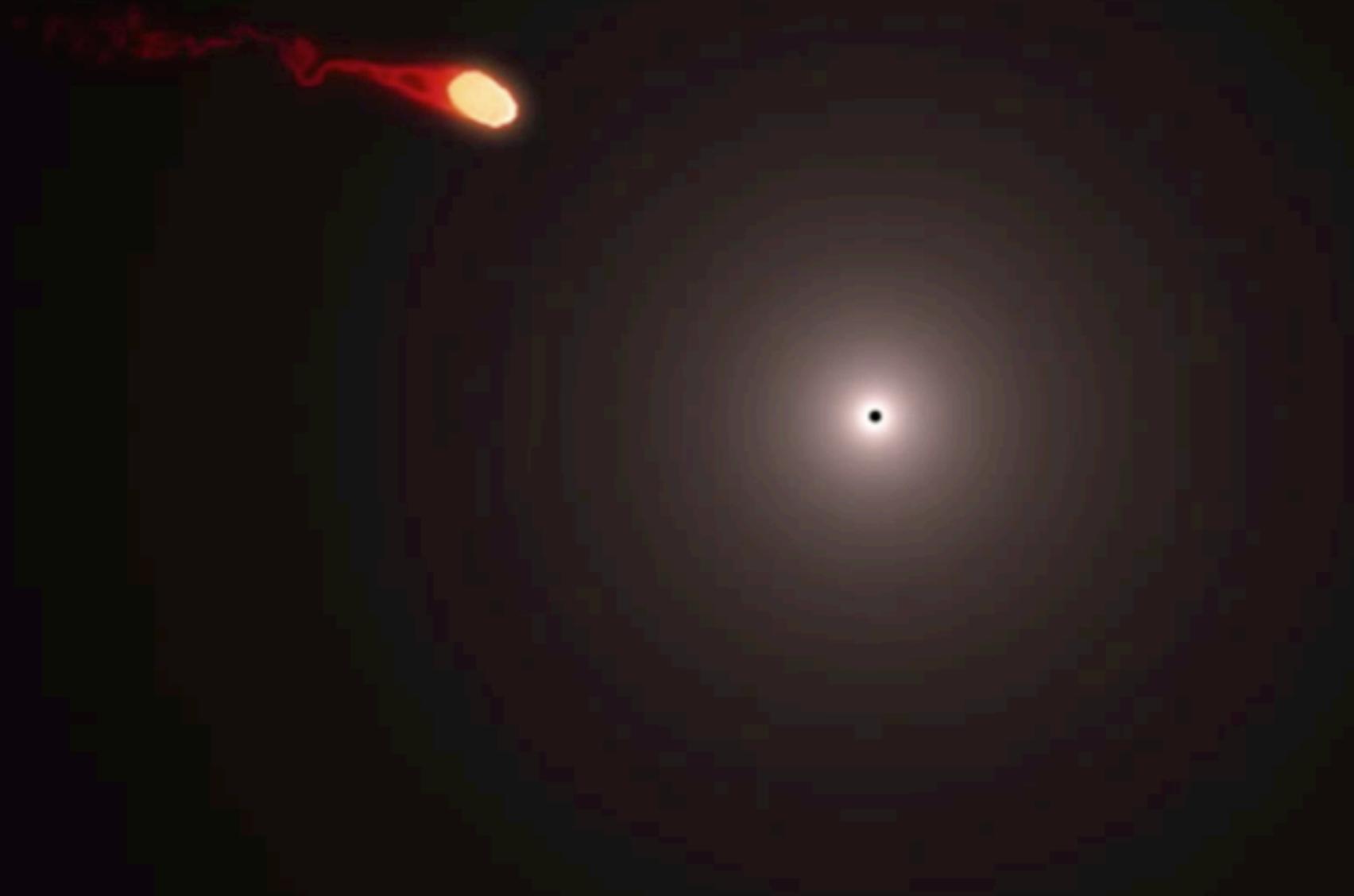
[The Astrophysical Journal Volume 755 Number 2](#)M. Schartmann *et al.* 2012 *ApJ* 755 155<http://iopscience.iop.org/0004-637X/755/2/155>

Figure 4. Density evolution of the compact cloud model CC01. Overlaid as dotted white lines are the positions of test particles initially located at the cloud boundary. The axis labels are given in mpc (milli-parsec). Mind the different scalings of the panels.

左図は，Schartmannらの計算結果。

しかし，この計算は，2次元計算であり，東工大の牧野氏は，3次元で計算すると変形の効果により顕著になるが，ブラックホールへの降着は少なくなり，この図とはだいぶ様相が異なるようだ，と最近の研究成果を話している。

G2 gas cloud simulation



2009

万有引力の法則は、どこまで正しいか

空間3次元 (4次元時空) なら

空間4次元 (5次元時空) なら

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

$$F = G \frac{Mm}{r^3}$$

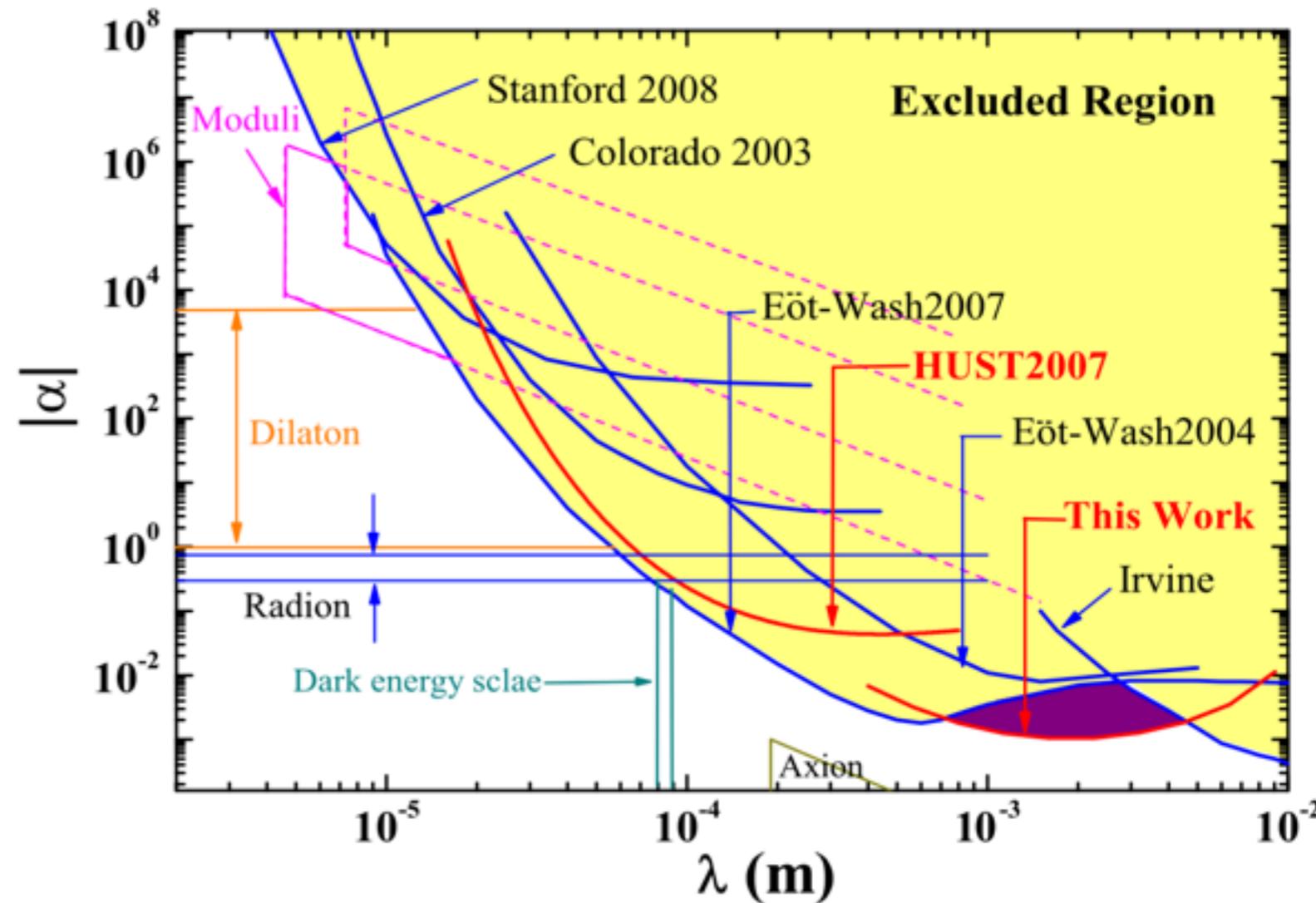
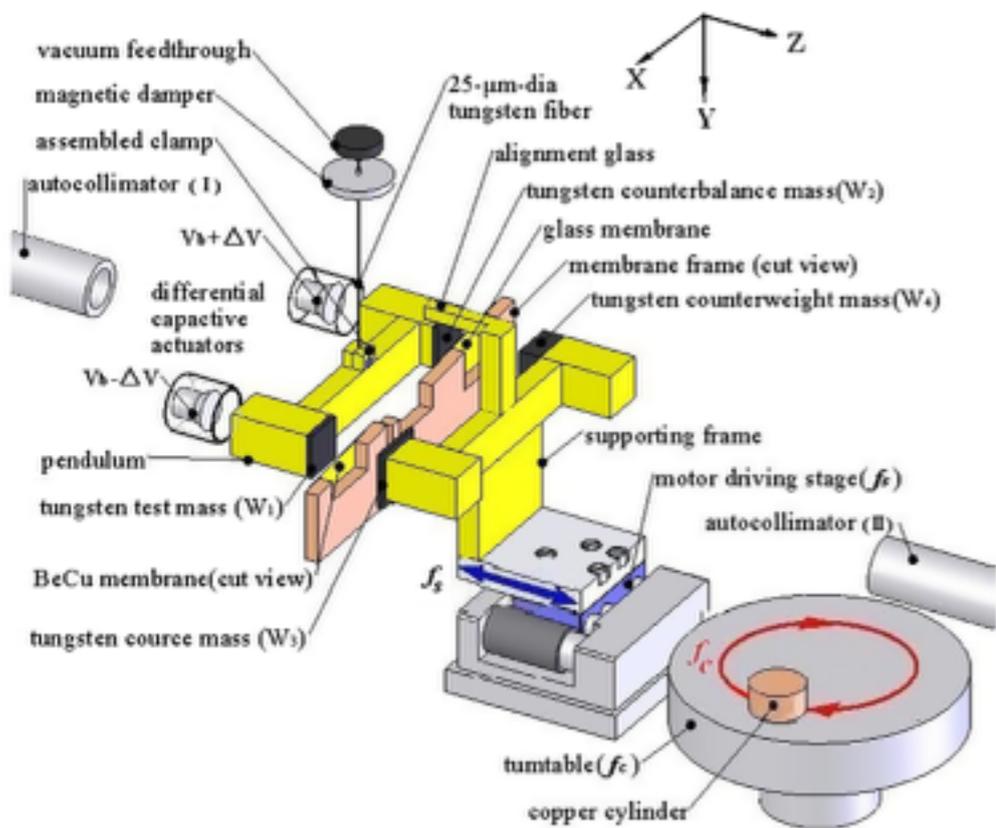
$$U = -G \frac{Mm}{r}$$

$$U = -G_5 \frac{Mm}{r^2}$$

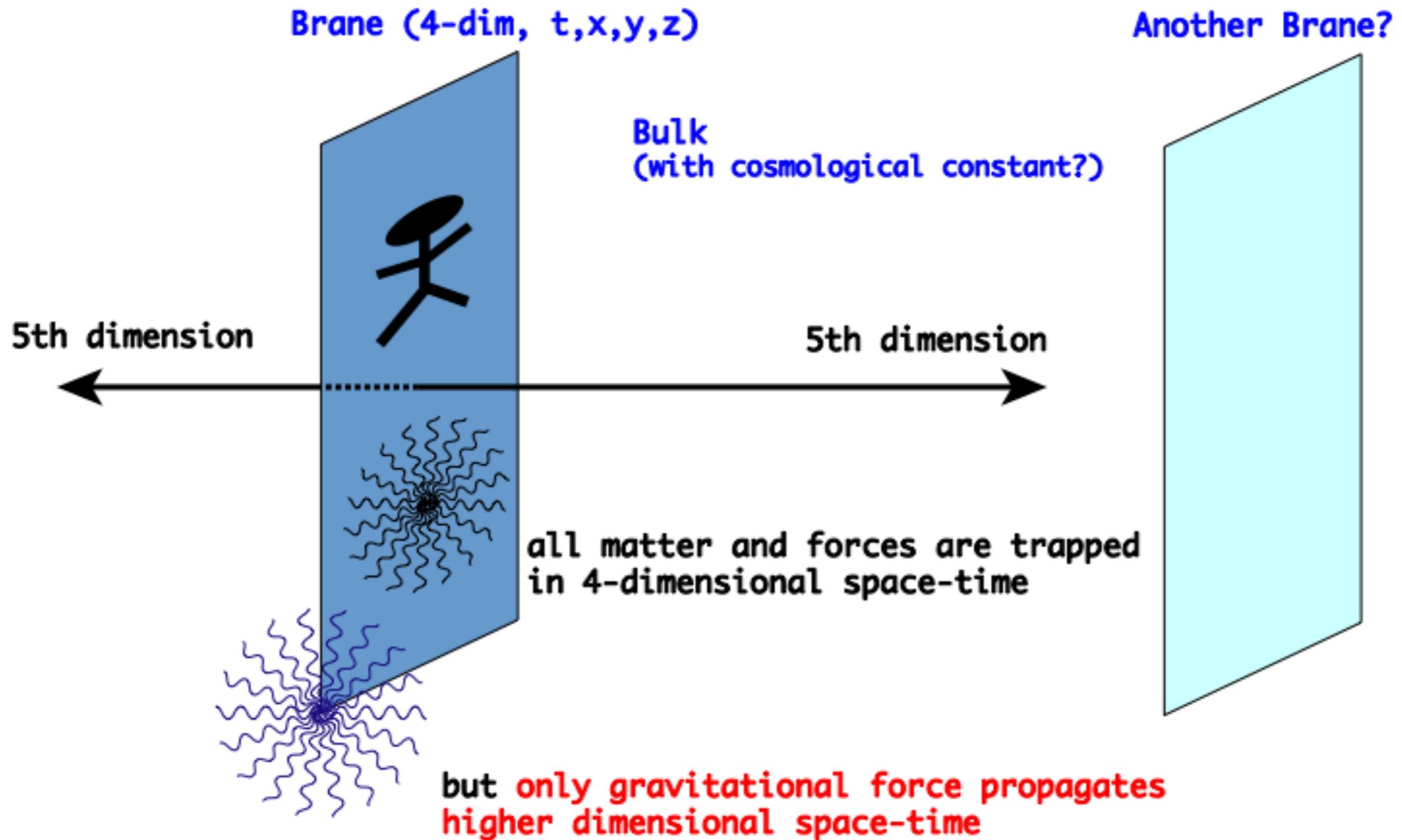
$$U = -G \frac{Mm}{r} (1 + \alpha e^{-r/\lambda})$$

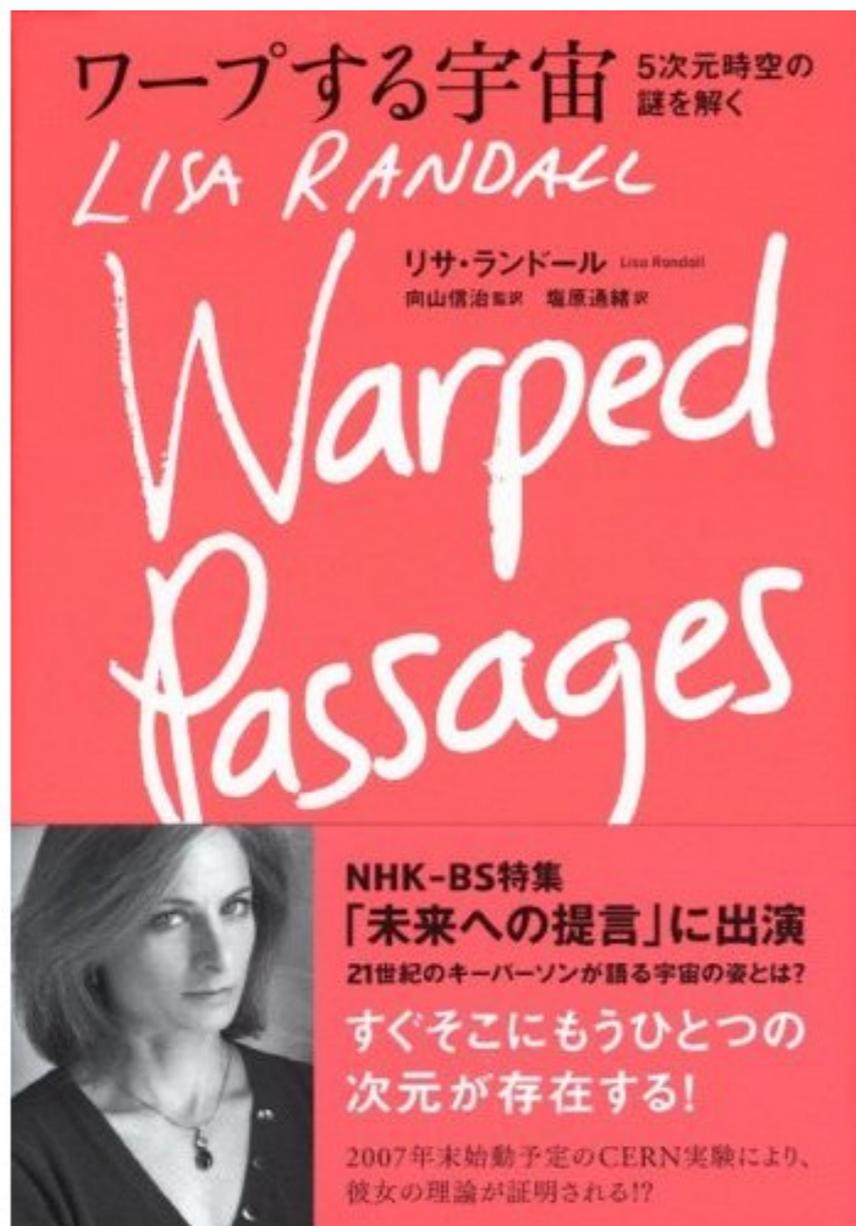
PRL 108, 081101 (2012)

PHYSICAL REVIEW

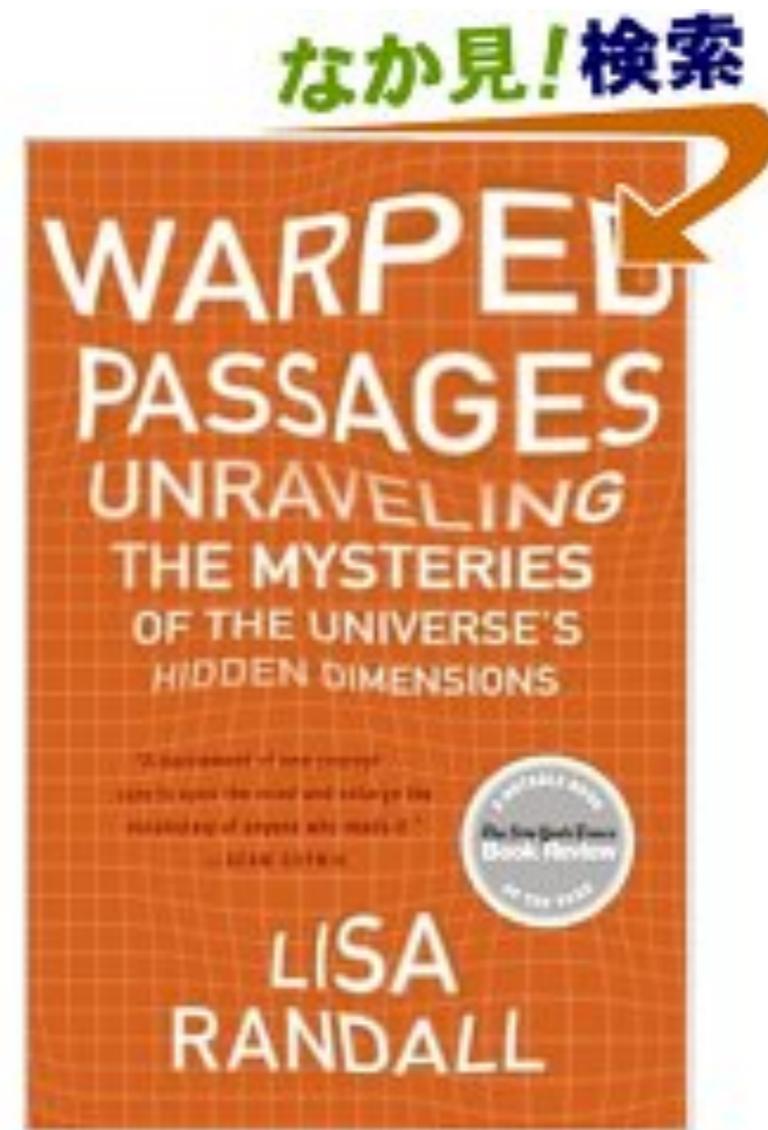


Brane-World model



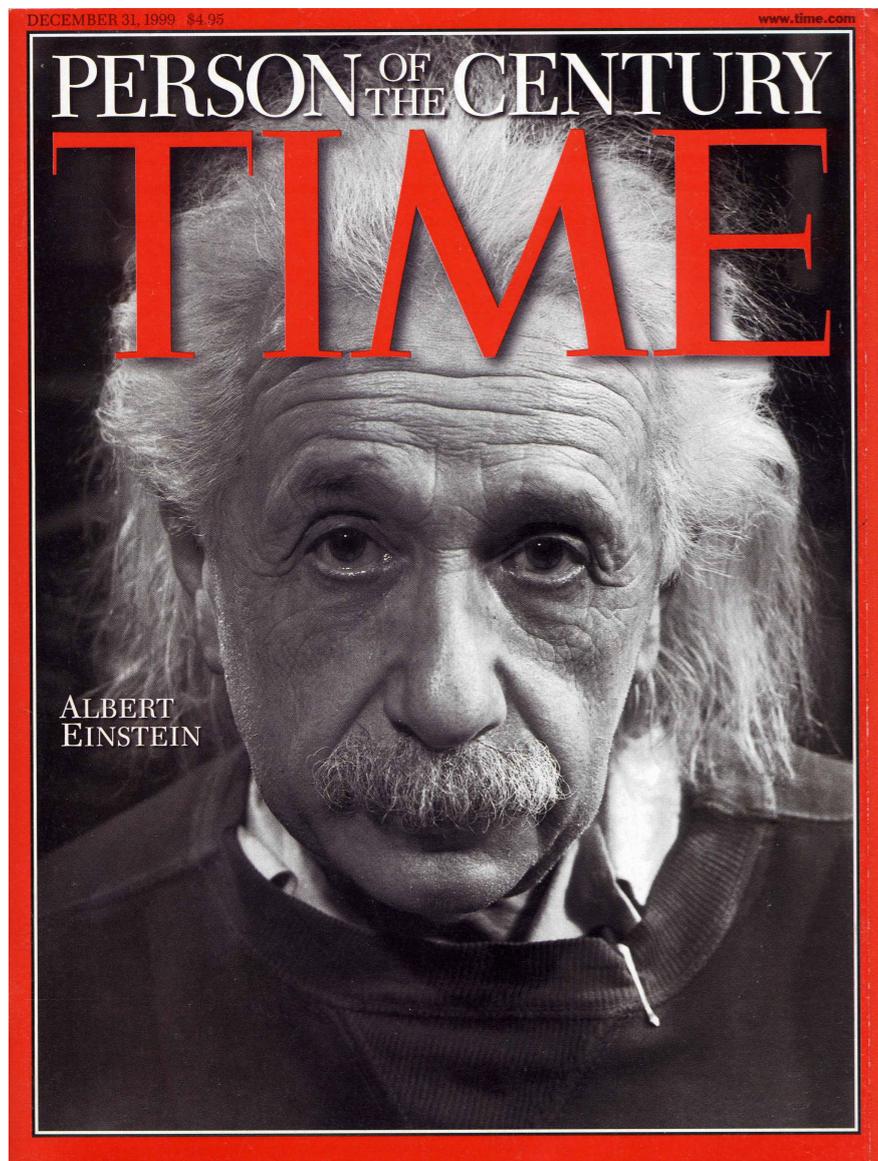


ル、真貝寿明、白水徹也、トビー・ワイズマンなど。
 *フアン・ガルシア・ベリド、アンドリュー・シャンブリン、ロベルト・エンパラン、ルース・グレゴリー、ステイブ・ホーキング、ゲーリー・T・ホロヴィッツ、ネマニャ・カロパー、ロバート・C・マイヤーズ、ハーヴェイ・S・リオリ



*They include Juan Garcia-Bellido, Andrew Chamblin, Roberto Emparan, Ruth Gregory, Stephen Hawking, Gary T. Horowitz, Nemanja Kaloper, Robert C. Myers, Harvey S. Reall, Hisa-aki Shinkai, Tetsuya Shiromizu, and Toby Wiseman.

特殊相対性理論と一般相対性理論



アルベルト・アインシュタイン
1879 (明治12)/3/14
~1955 (昭和30)/4/18

特殊相対性理論 (1905)

光速に近い場合の運動方程式

「時間の進み方は相対的」

「質量はエネルギーと等価」

$$E = mc^2$$

一般相対性理論 (1905)

強い重力場での運動方程式

「時間も空間も歪む」

近代物理学の進展

1600

1700

1800

1900

1905

天文学

ガリレイ
ケプラー

電磁気学

ファラデー
マクスウェル

熱学

光学

流体力学

力学

解析力学

ニュートン

ラグランジュ
ハミルトン

物理学完成!?

現代物理学の発展

1905

1916

1925

1960s

1980s

一般相対性理論

特殊相対性理論

ブラウン運動

光電効果



統計力学

量子力学

物理化学

物性物理

原子核理論

場の理論

生物物理

複雑系

素粒子論

経済物理

不思議の国のトムキンス

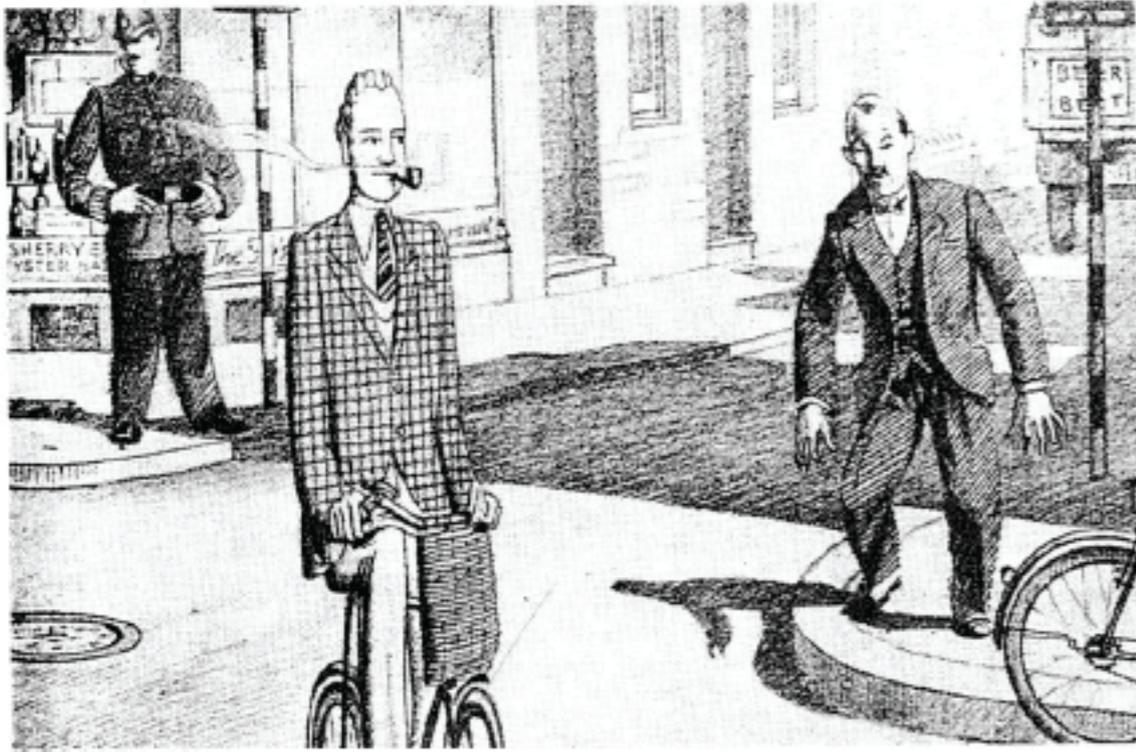


図4 ガモフ著『不思議の国のトムキンス』の挿絵。最高速度が時速 30 km/s の世界では、自転車で移動する人からみると世界が歪んで見え、止まっている人から自転車の人を見ると平たく見える。

「不思議の国のトムキンス」 効果の由来

準光速ロケットからの眺め (1) 光のドップラー効果

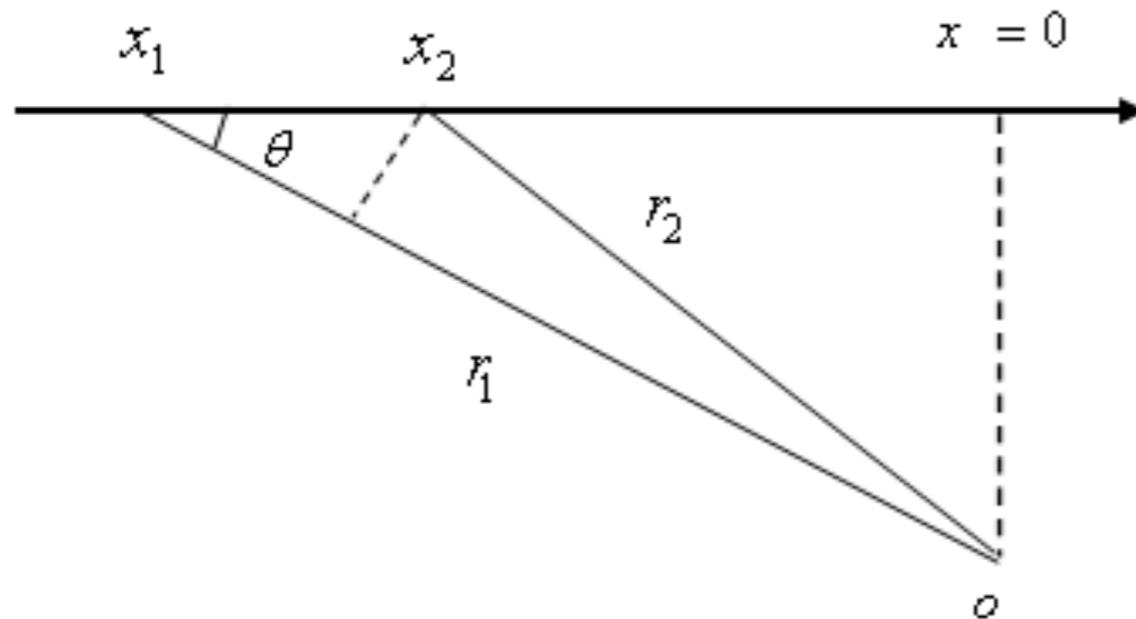


$$f_N = \frac{c + v_{source}}{c - v_{obs}} f_{source}$$

$$f_{SR} = \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)^{1/2} f_{source}, \quad \beta = \frac{v_{obs}}{c}$$

「不思議の国のトムキンス」 効果の由来

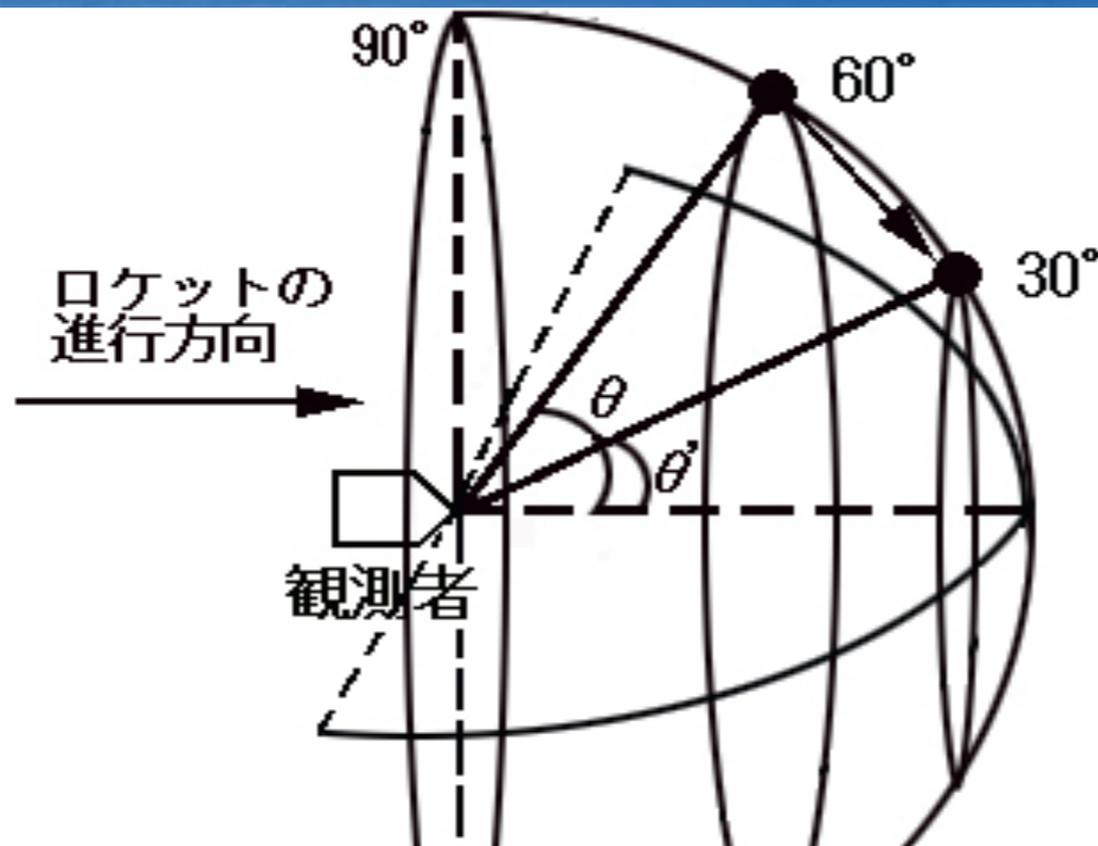
準光速ロケットからの眺め (2) 光の横ドップラー効果



$$f_{SR} = \frac{(1 - \beta^2)^{1/2}}{1 - \beta \cos \theta} f_{source}, \quad \beta = \frac{v_{obs}}{c}$$

「不思議の国のトムキンス」 効果の由来

準光速ロケットからの眺め (3) 光行差現象



$$\tan \theta' = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \theta + \beta} \sin \theta, \quad \beta = \frac{v_{obs}}{c}$$

準光速ロケットから見える世界(1)

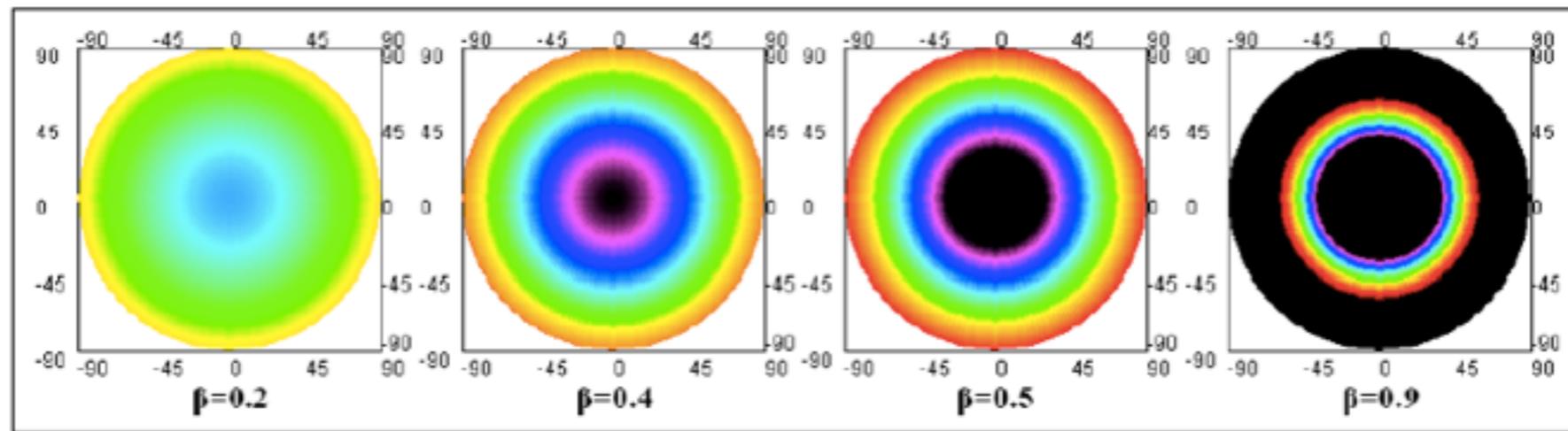


図 13: ドップラー効果のみを考えた前方の景色

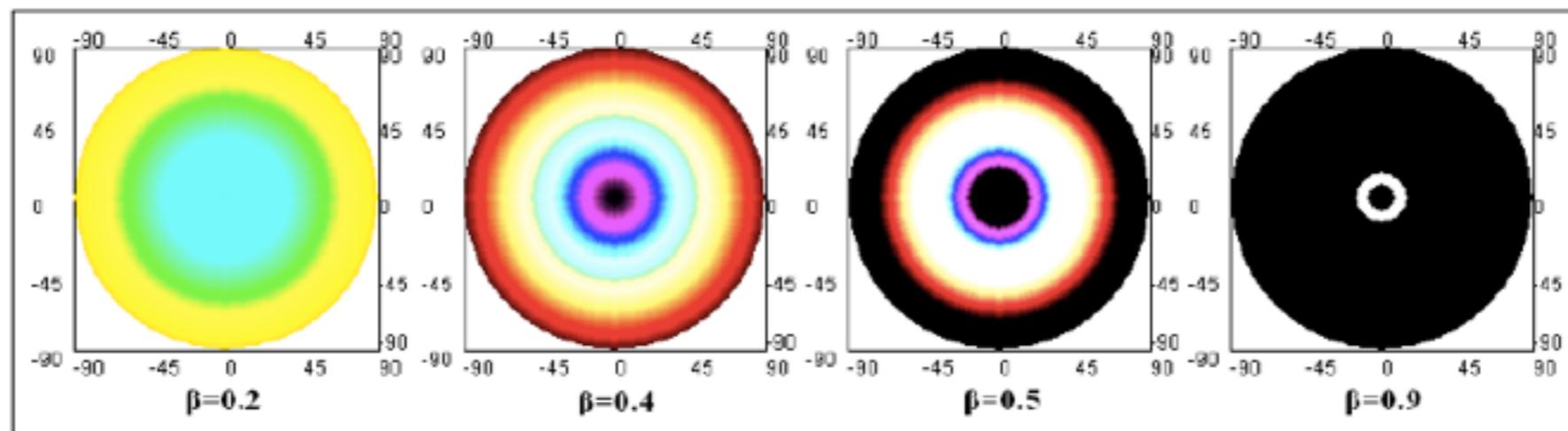
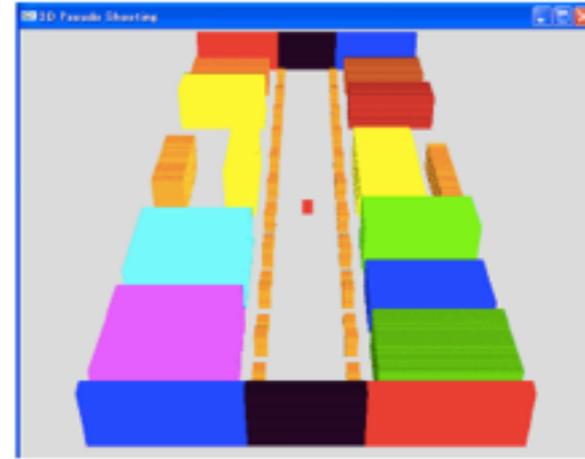


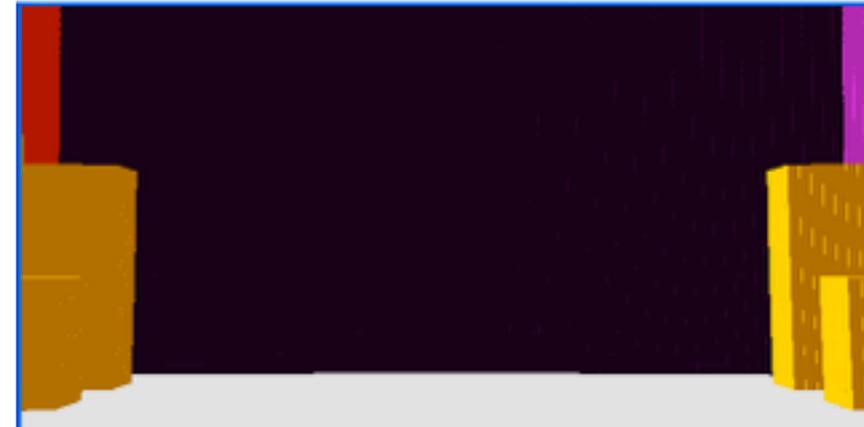
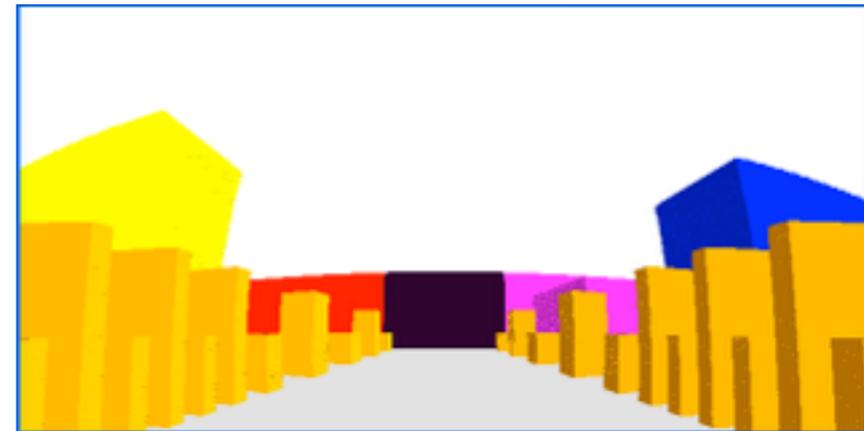
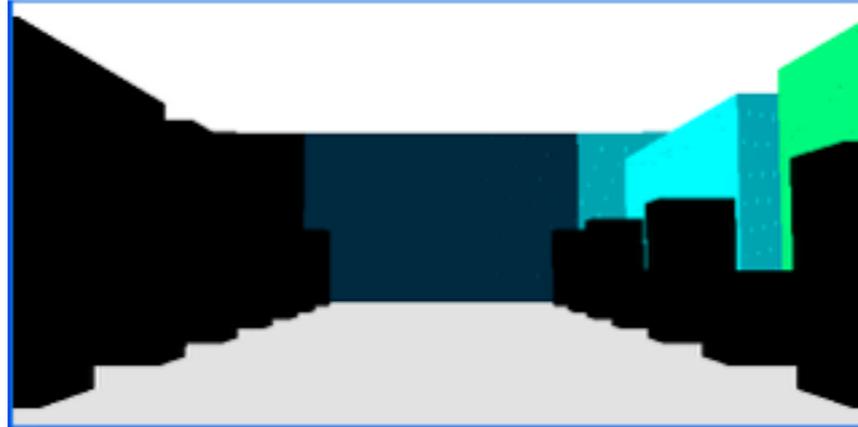
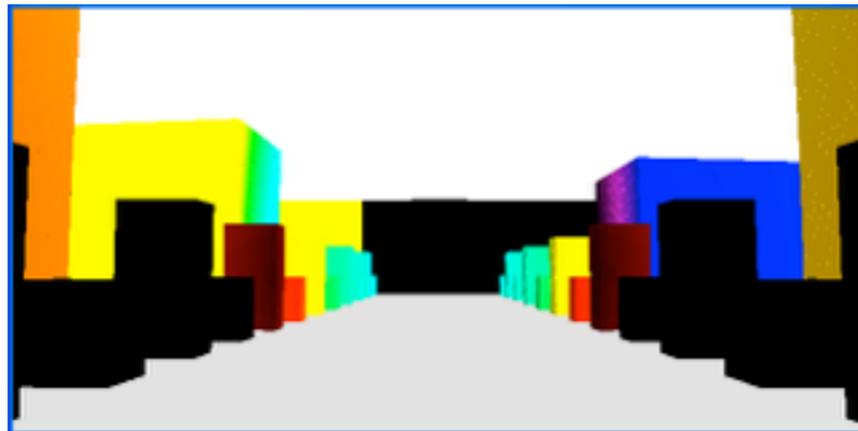
図 14: 図 13 に光行差及び明るさ変化を取り入れた前方の景色

準光速ロケットから見える世界(2)

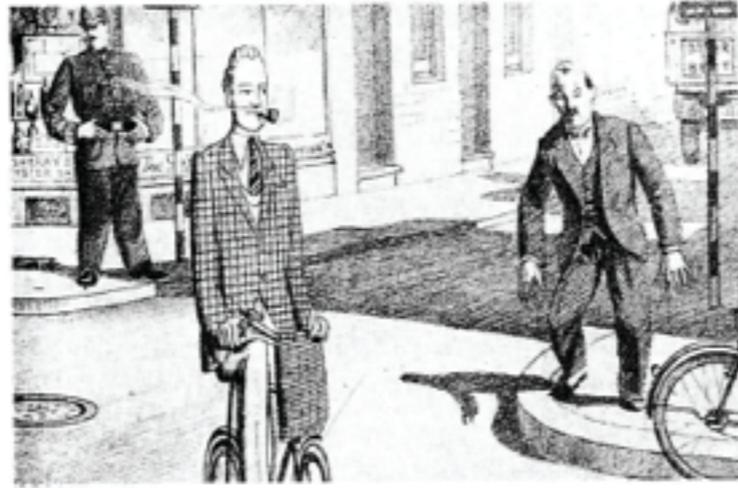
$v=0$



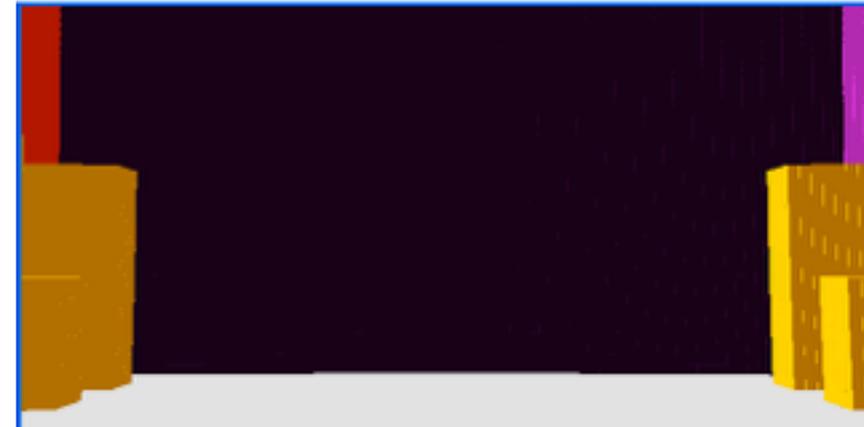
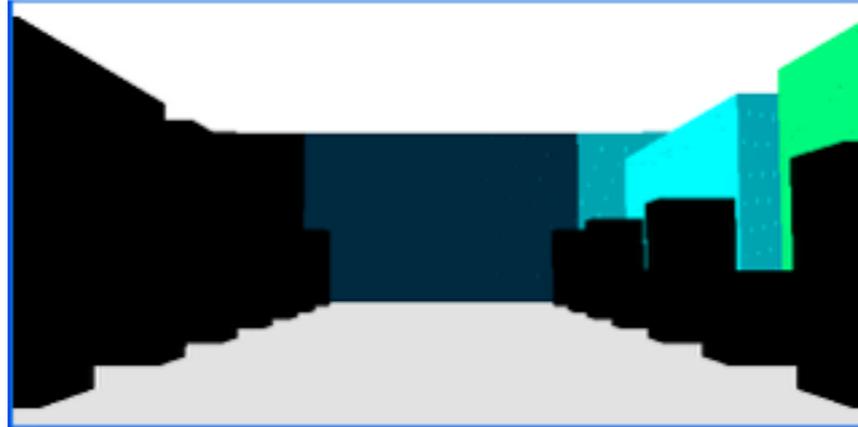
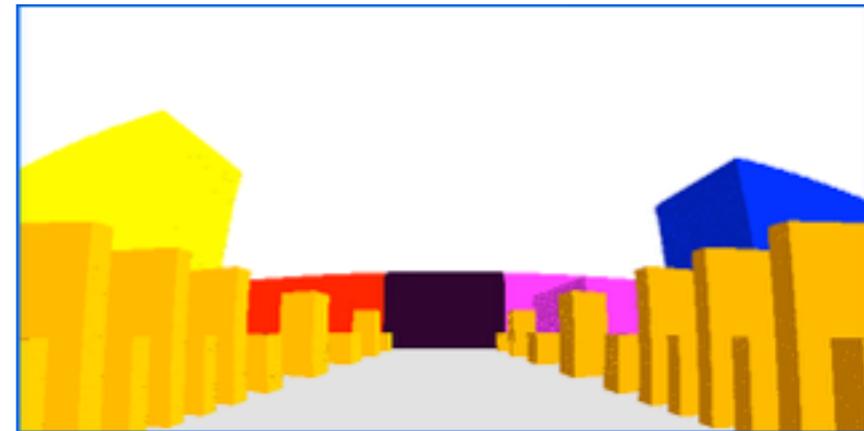
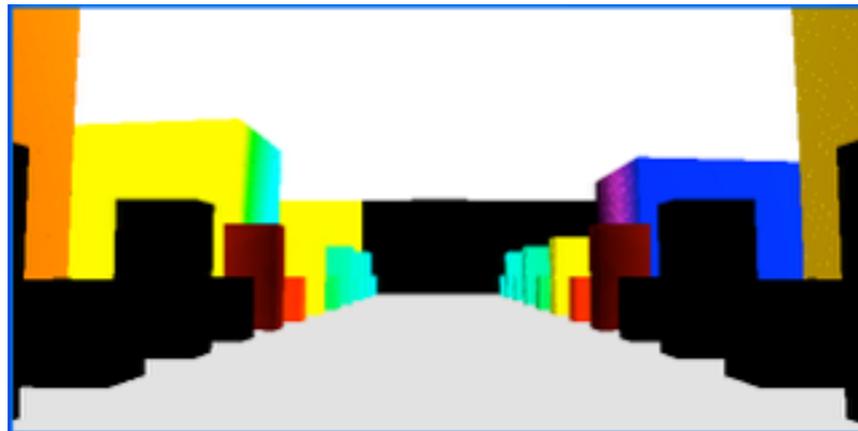
$v=0.8c$



準光速ロケットから見える世界(3)



$v=0.8c$



一般相対性理論

General Relativity

一般相対性理論は、重力の理論。
重い天体は、時空を曲げる。

一般相対性理論【Einstein方程式】

重力場の方程式 (1916)

空間の曲がりかモノの運動を決める \Leftrightarrow モノがあると空間が曲がる

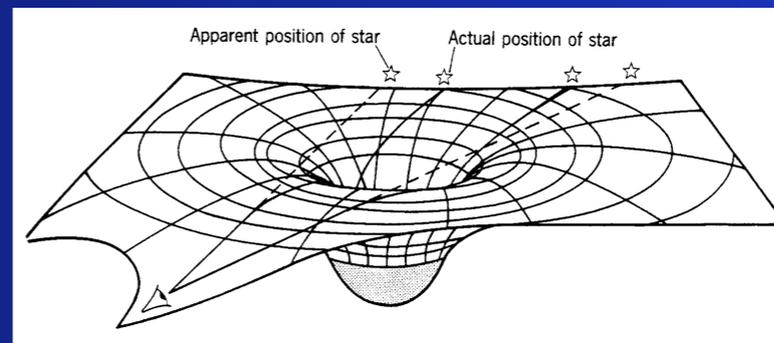
$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

アインシュタイン曲率テンソル
<空間の歪み>

$$\begin{aligned}\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} &\equiv \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}(\partial_{\nu}g_{\beta\mu} + \partial_{\mu}g_{\beta\nu} - \partial_{\beta}g_{\mu\nu}) \\ R^{\mu}_{\nu\alpha\beta} &\equiv \partial_{\alpha}\Gamma_{\nu\beta}^{\mu} - \partial_{\beta}\Gamma_{\nu\alpha}^{\mu} + \Gamma_{\sigma\alpha}^{\mu}\Gamma_{\nu\beta}^{\sigma} - \Gamma_{\sigma\beta}^{\mu}\Gamma_{\nu\alpha}^{\sigma} \\ R_{ab} \equiv R^{\mu}_{a\mu b} &\equiv \partial_{\mu}\Gamma_{ab}^{\mu} - \partial_b\Gamma_{a\mu}^{\mu} + \Gamma_{\nu\mu}^{\mu}\Gamma_{ab}^{\nu} - \Gamma_{\nu b}^{\mu}\Gamma_{a\mu}^{\nu} \\ R &= g^{ab}R_{ab}\end{aligned}$$

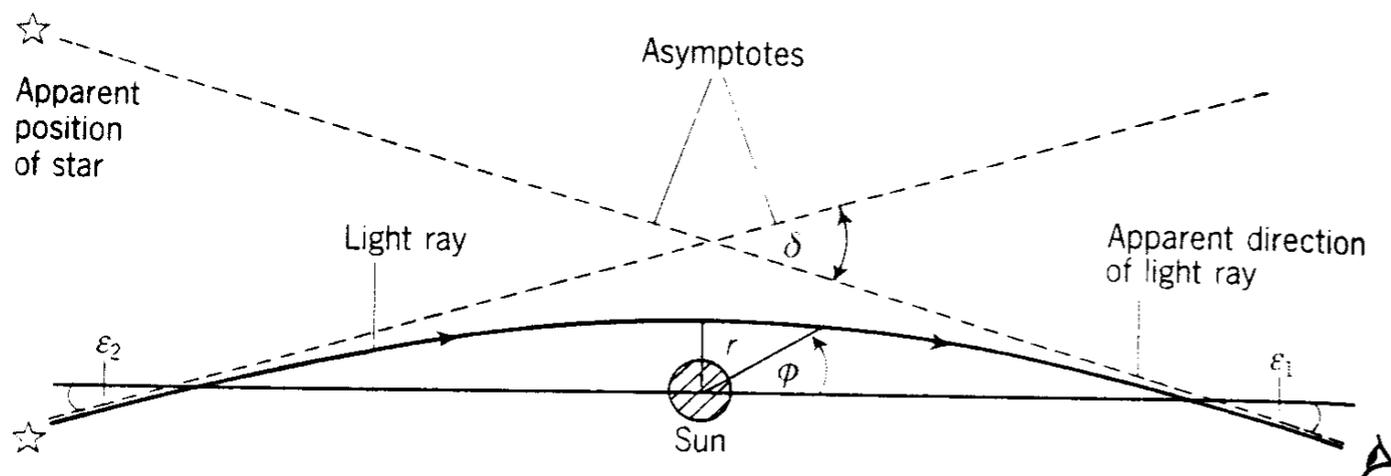
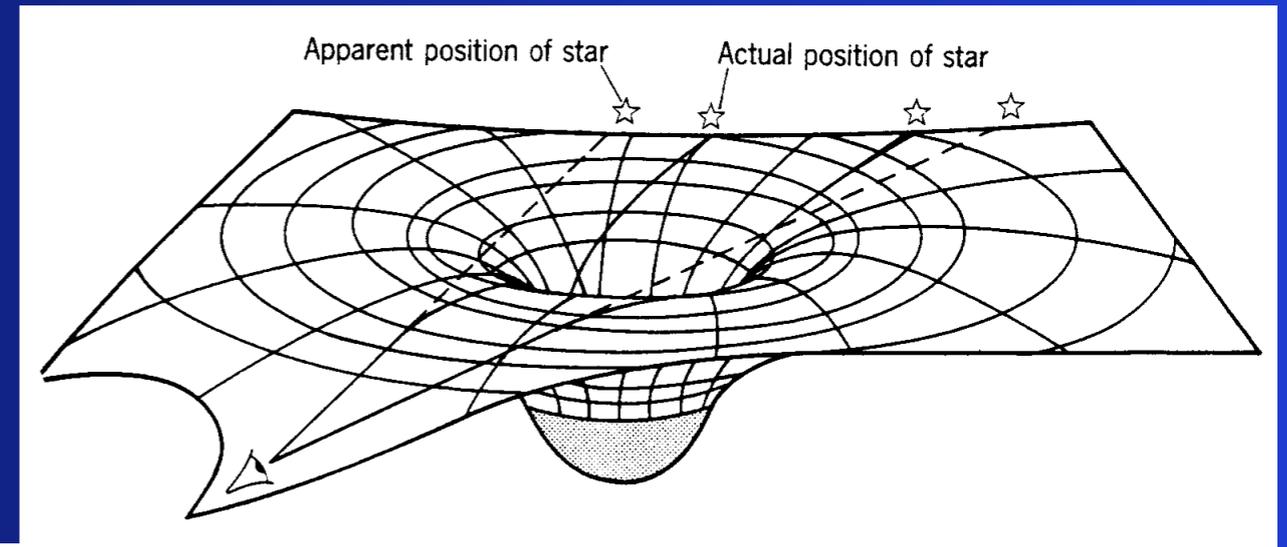
エネルギー運動量テンソル
<モノの分布>

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_{\mu}u_{\nu} + pg_{\mu\nu}$$



一般相対性理論の予言【光の曲がり】

光は時空を直進するが、重い天体の周りでは、時空の歪みにより、曲がって進むことになる。



1919年、エディントンが、皆既日食を利用して、光の曲がりを確認（0.875秒角）

一般相対性理論は正しい

Taken from the 22 November 1919 edition of the Illustrated London News.

Coverage in the (more excitable) New York Times.

LIGHTS ALL ASKEW IN THE HEAVENS

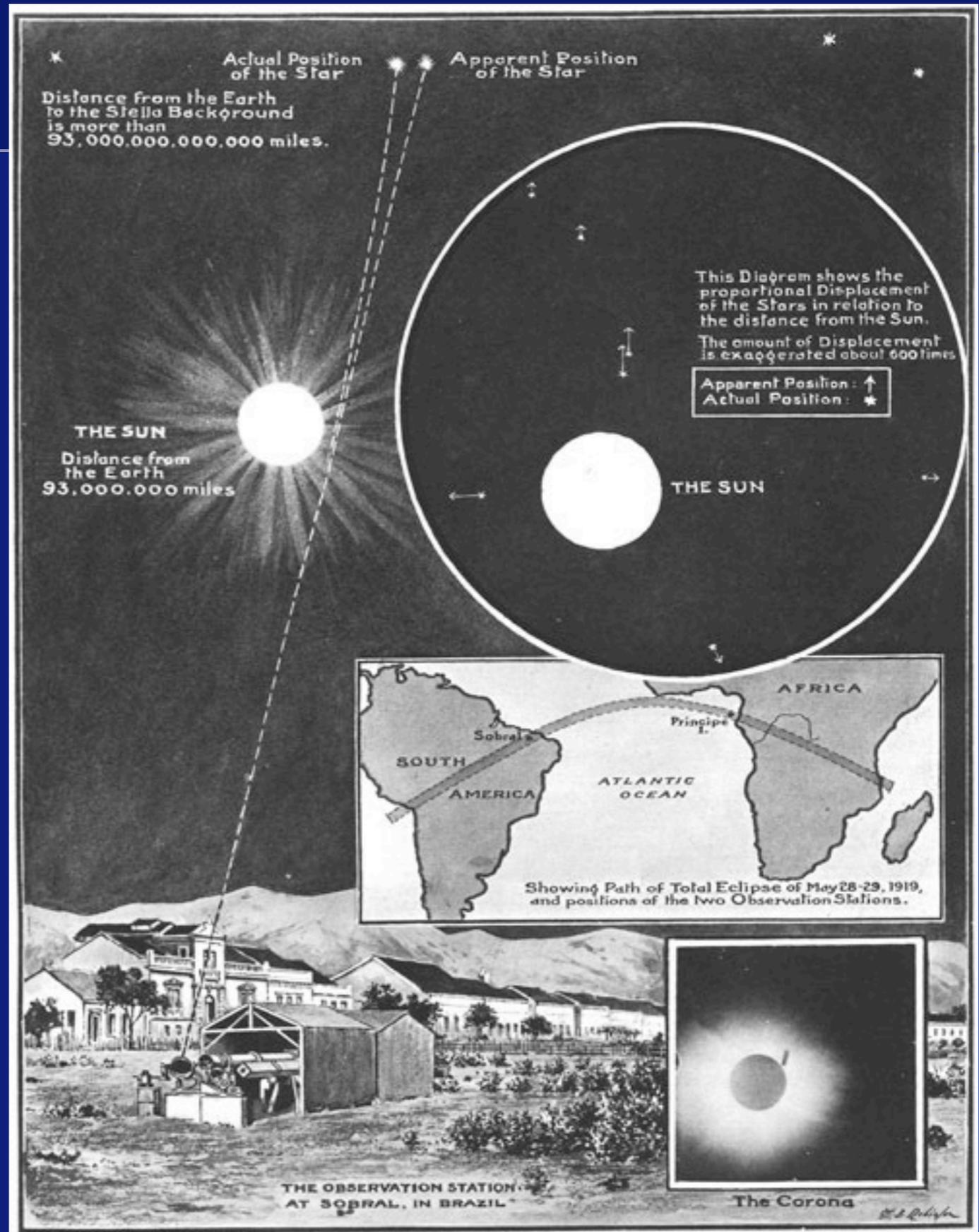
Men of Science More or Less
Agog Over Results of Eclipse
Observations.

EINSTEIN THEORY TRIUMPHS

Stars Not Where They Seemed
or Were Calculated to be,
but Nobody Need Worry.

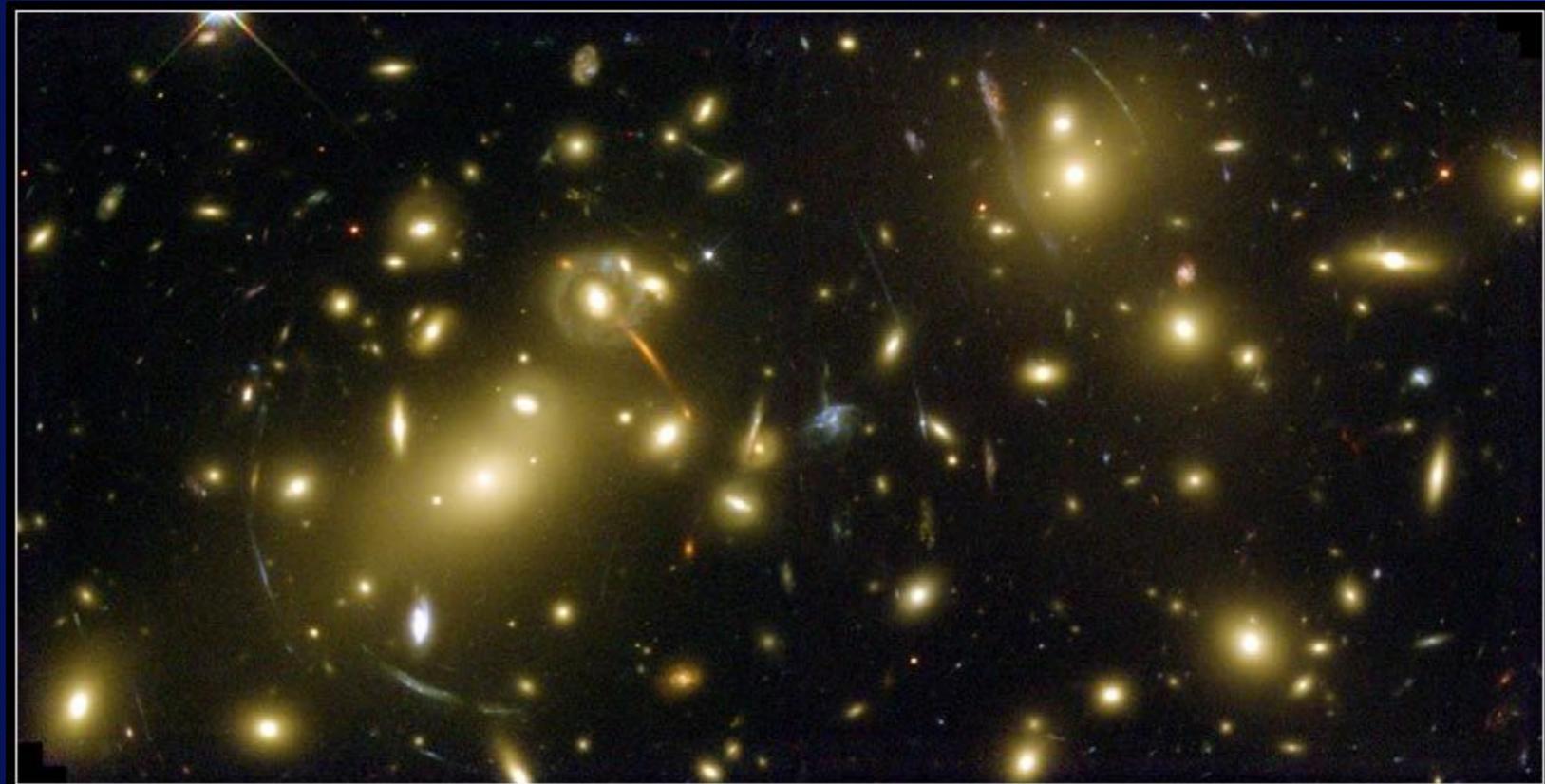
A BOOK FOR 12 WISE MEN

No More in All the World Could
Comprehend It, Said Einstein When
His Daring Publishers Accepted It.



一般相対性理論の予言【光の曲がり】

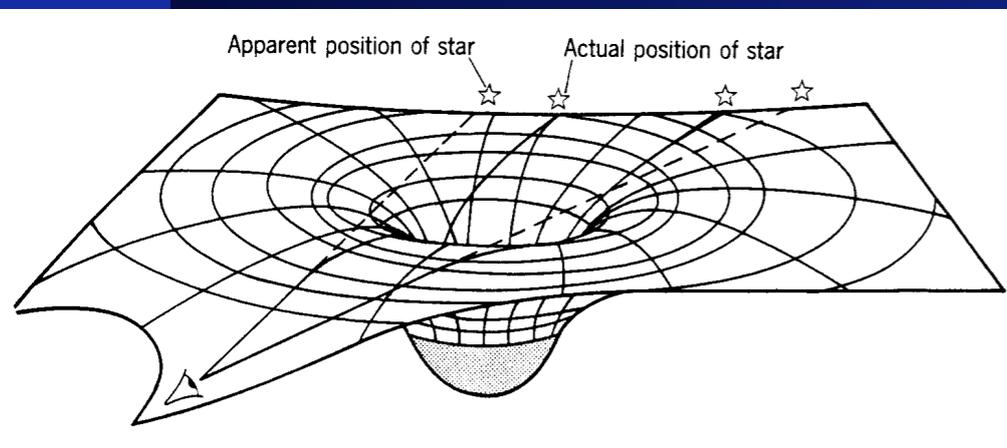
重力レンズ



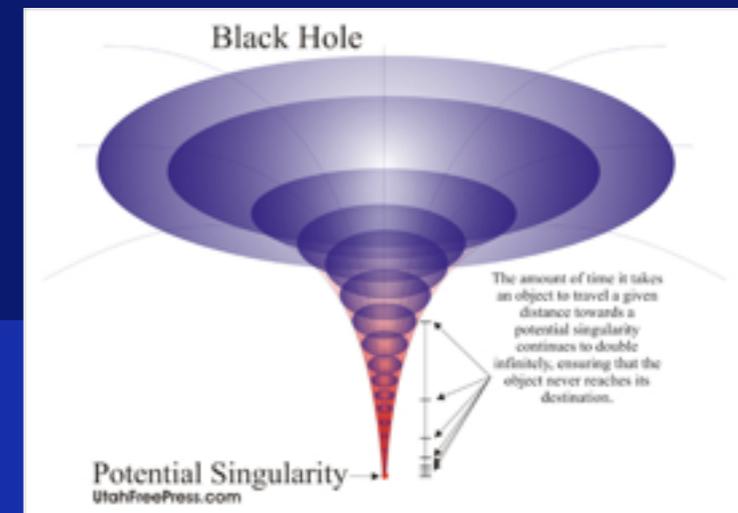
Galaxy Cluster Abell 2218

HST • WFPC2

NASA, A. Fruchter and the ERO Team (STScI, ST-ECF) • STScI-PRC00-08



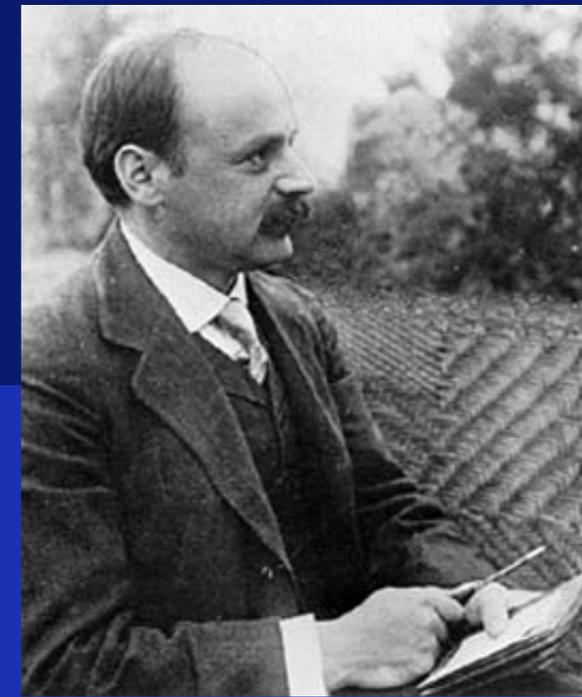
ブラックホール Black-hole



まず、方程式を解いたのは、シュバルツシルドだった。

アインシュタインは信じなかったが、
この答えは、ブラックホールを意味していた。

アインシュタイン方程式の解 【シュワルツシルド解】



Schwarzschild (1916)
球対称, 真空での方程式の厳密解

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

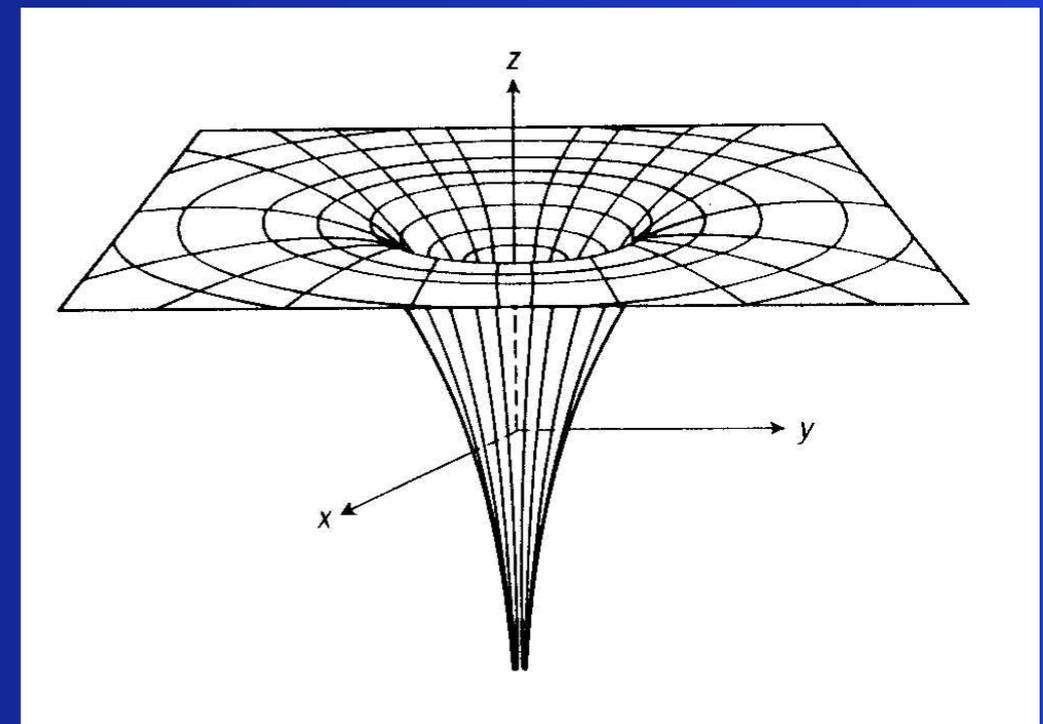
困ったことに, ……

$r=0$ で特異点

⇒ 今でも困ってる

$r=2GM/c^2$ でも特異点

⇒ ブラックホールの境界

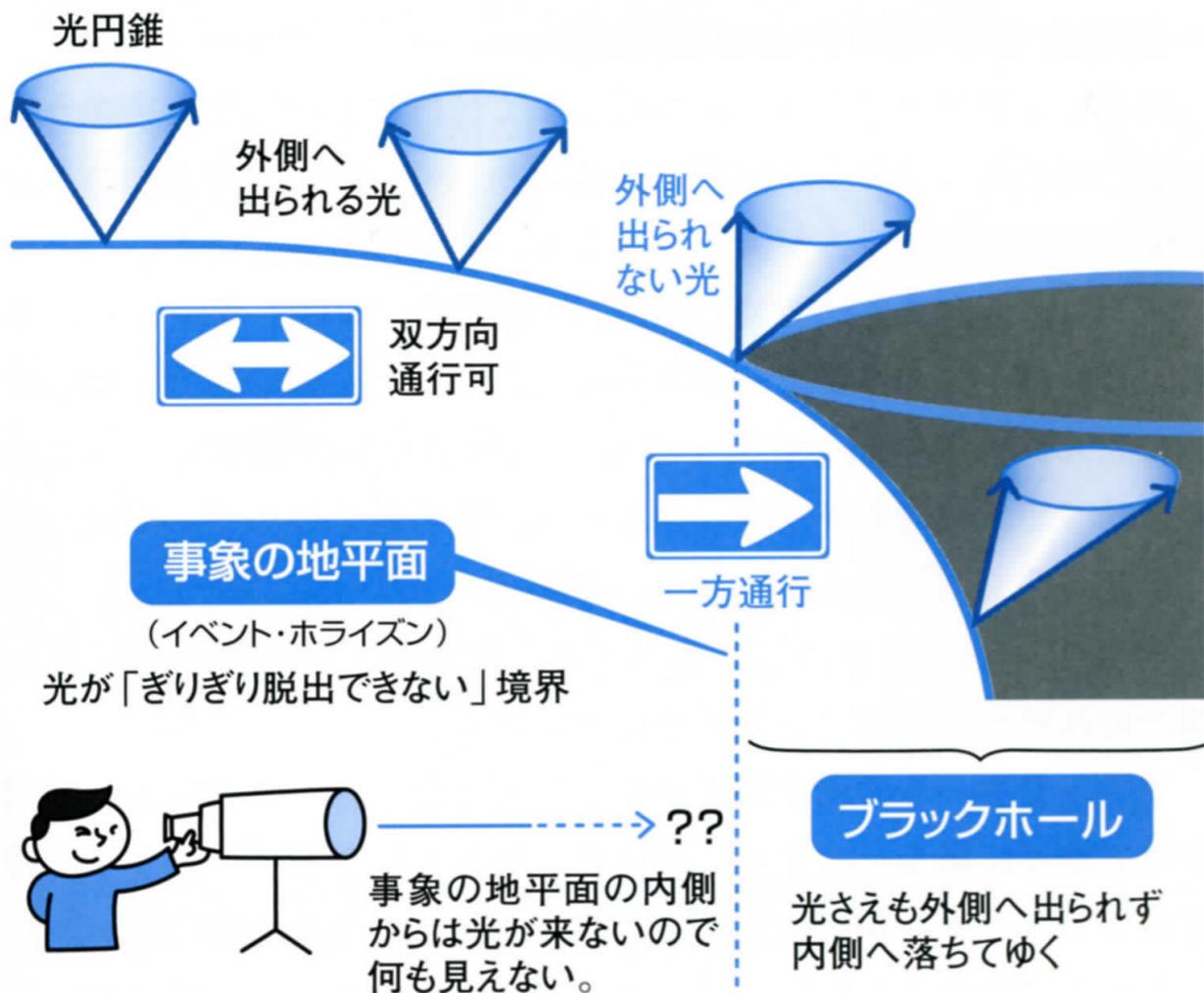


ブラックホール

= 重力が強すぎて、光さえも出られない天体

= 因果的に隔離される領域 境界 = 地平面 (ホライズン)

ブラックホールの事象の地平面



Newton力学でも偶然同じ値が出てくる

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GMm}{\infty} + \frac{1}{2}mv^2 > 0$$

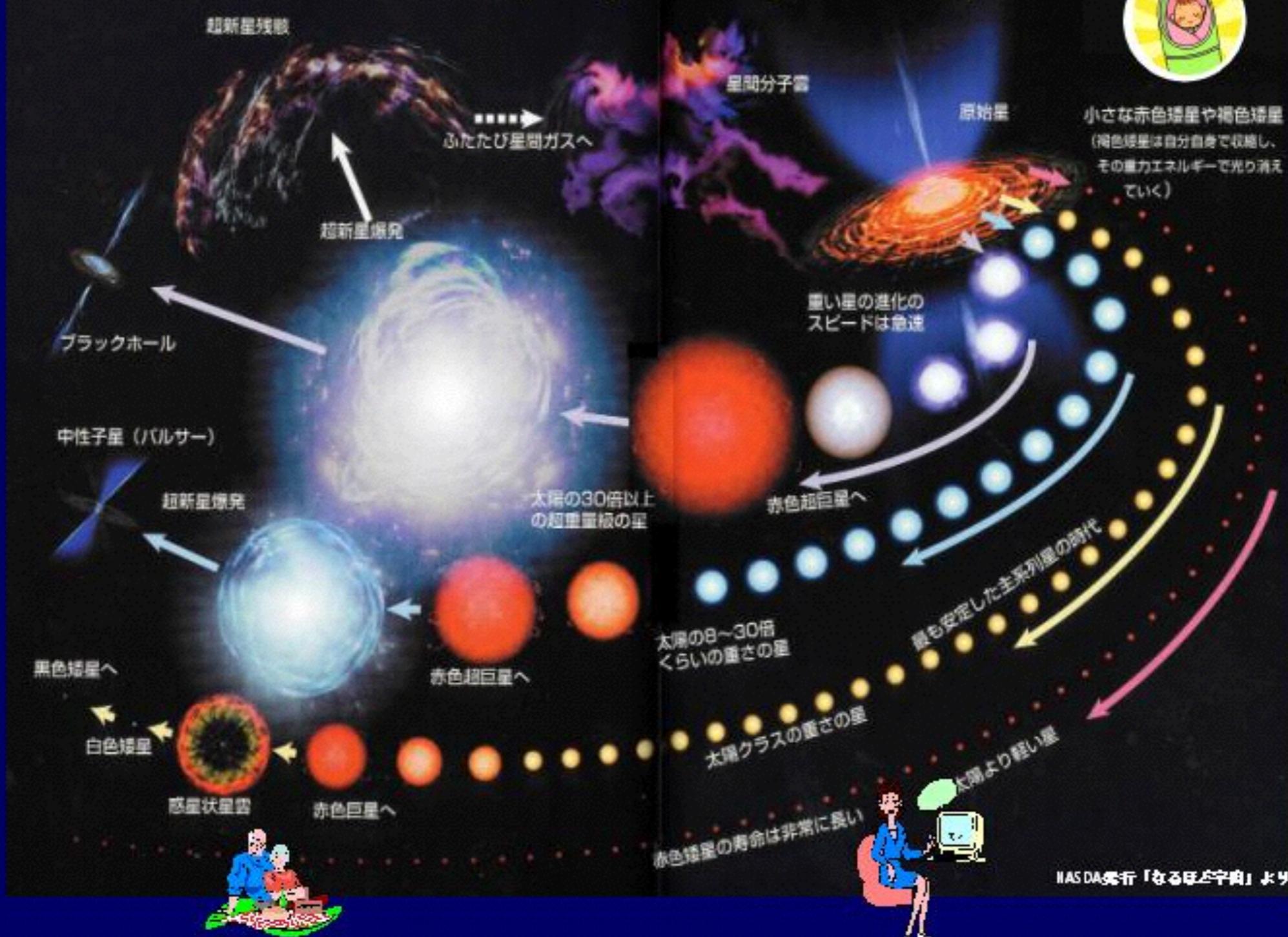
$$R < \frac{2GM}{c^2}$$

$$r = \frac{2GM}{c^2}$$

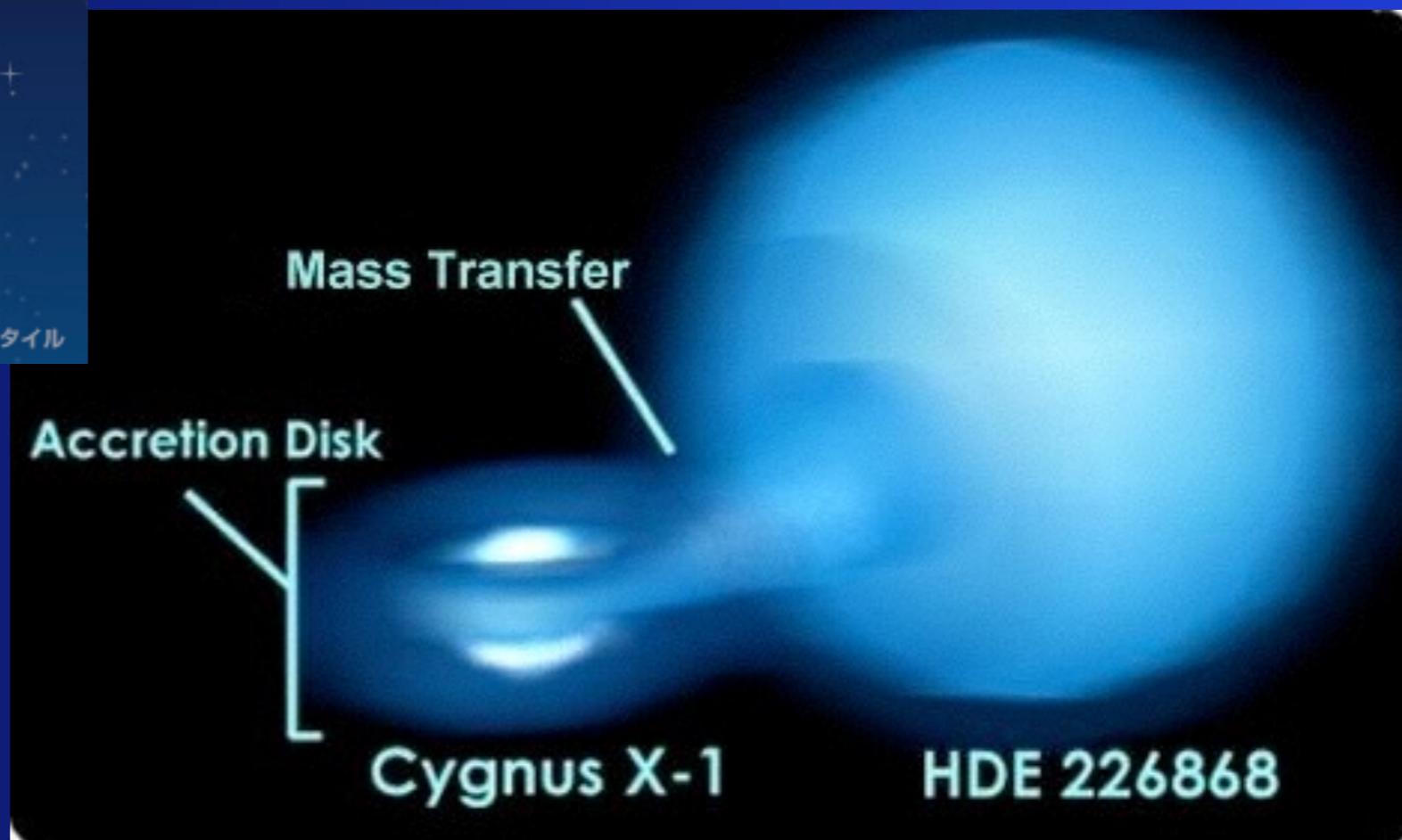
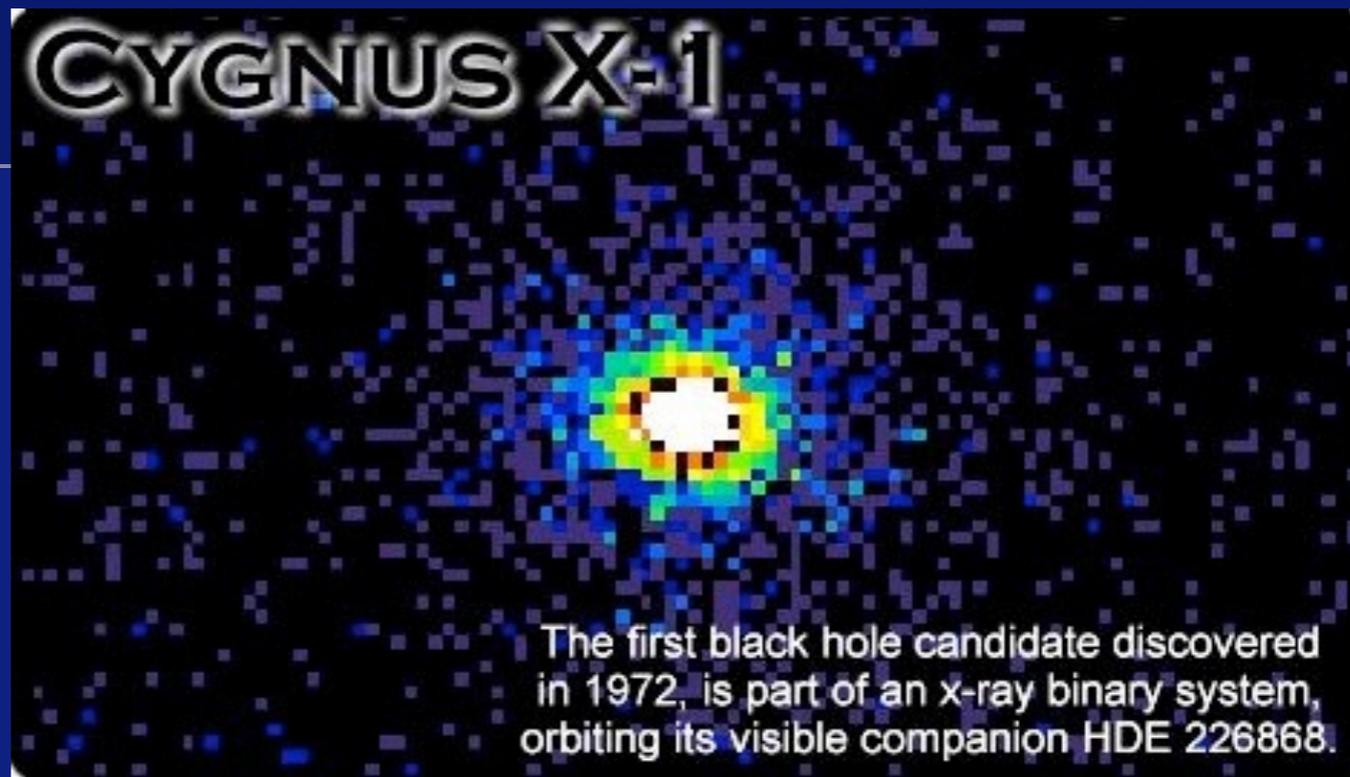
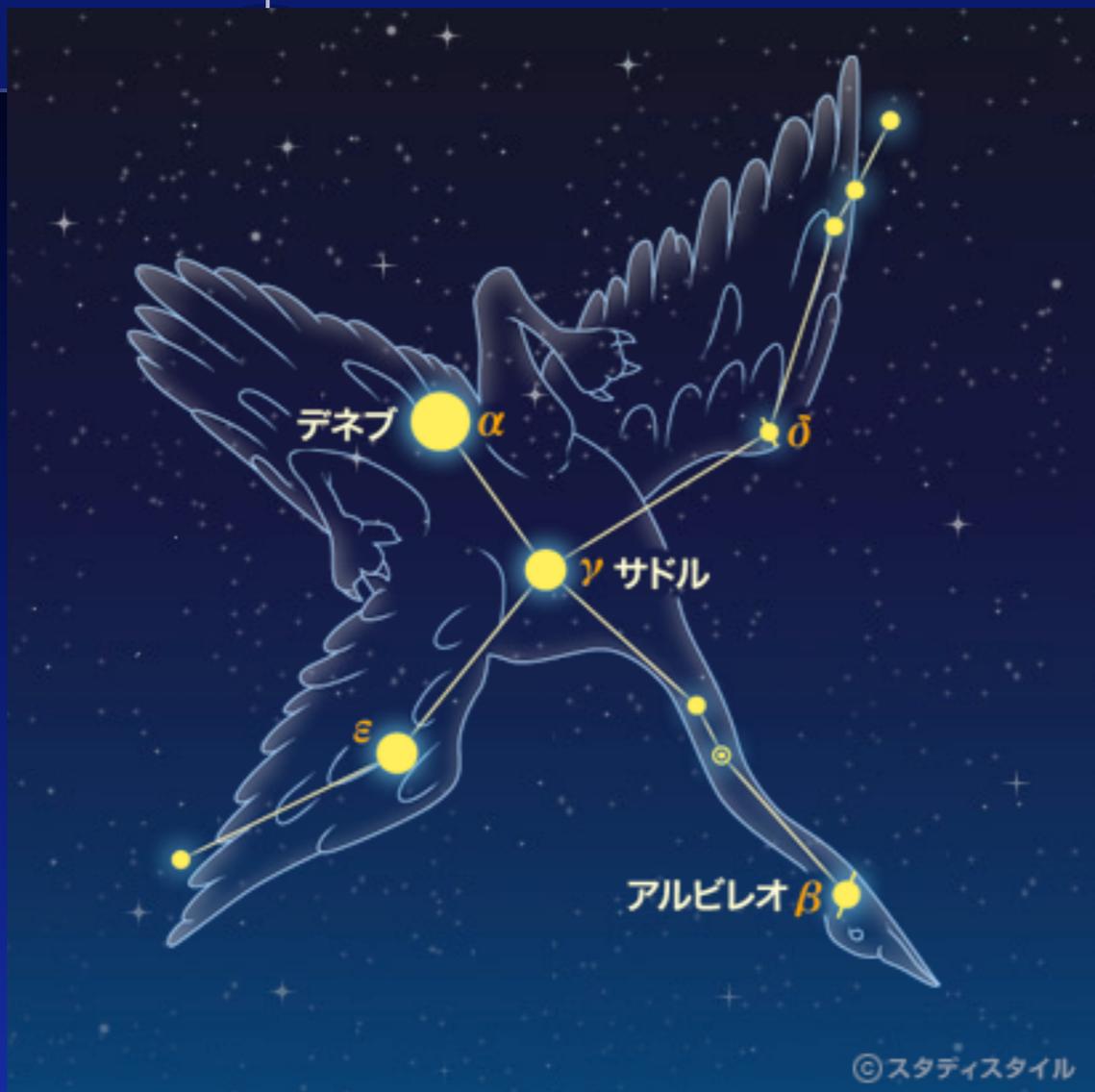
太陽なら2Km, 地球なら0.9cm

重い星が燃え尽きるとブラックホールに

星の一生 ～100億年の壮絶なドラマ～

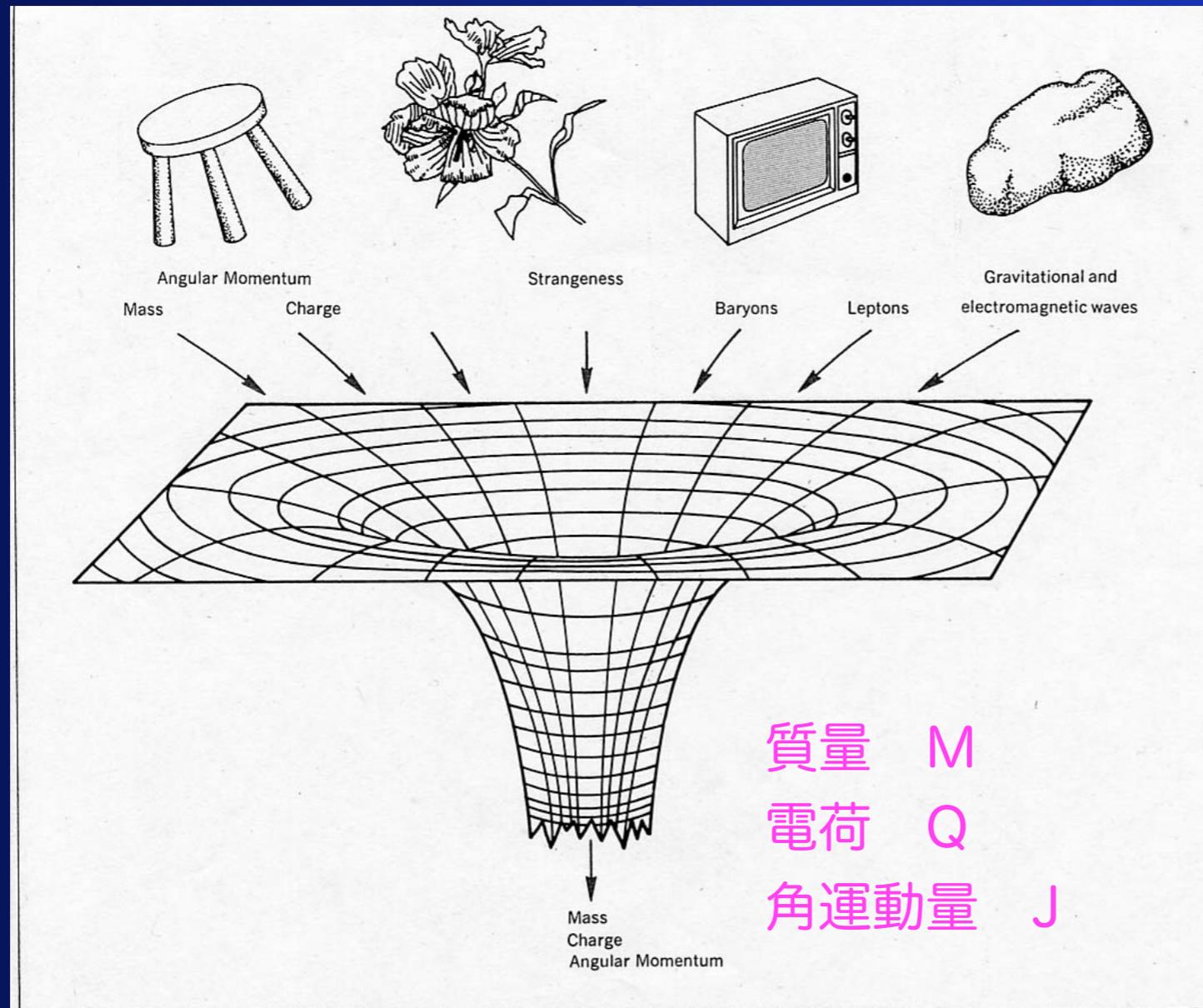


はくちょう座 X-1はブラックホール

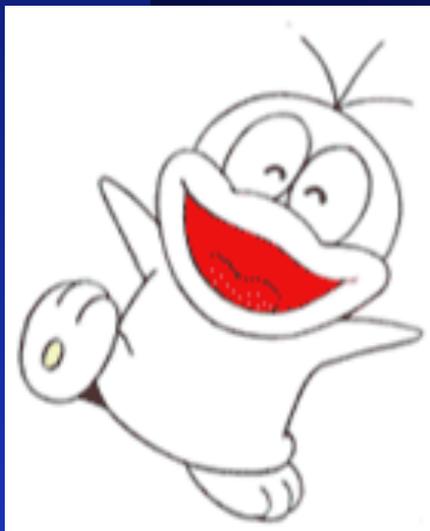


ブラックホール脱毛定理

black-hole no-hair theorem



Figurative representation of a black hole in action. All details of the infalling matter are washed out. The final configuration is believed to be uniquely determined by mass, electric charge, and angular momentum. Figure 1



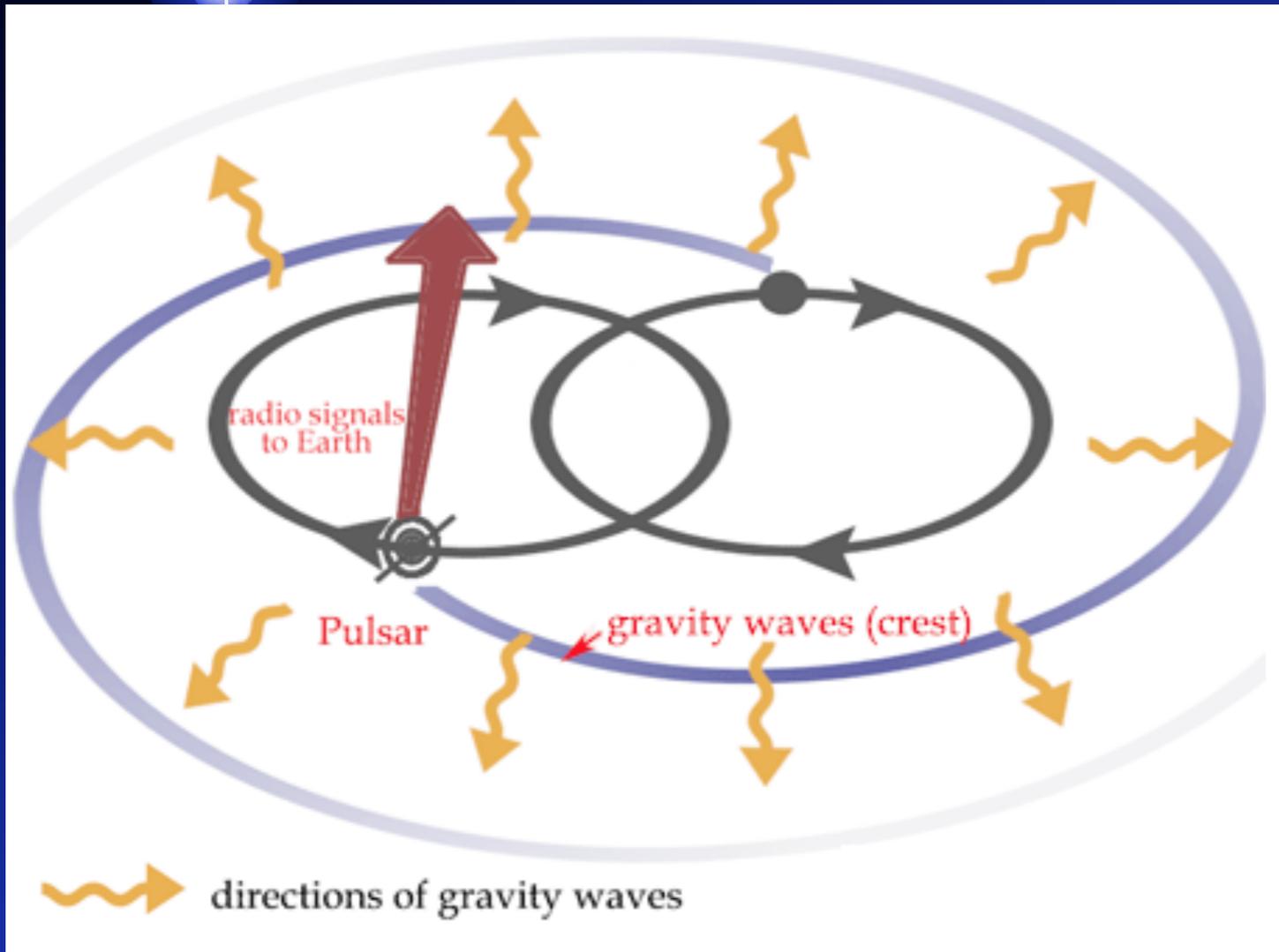
重力波

gravitational wave

重力を伝える波が存在するはず。

現在の、一般相対性理論研究の中心課題。

一般相対性理論の予言【連星パルサー】



Russell A. Hulse



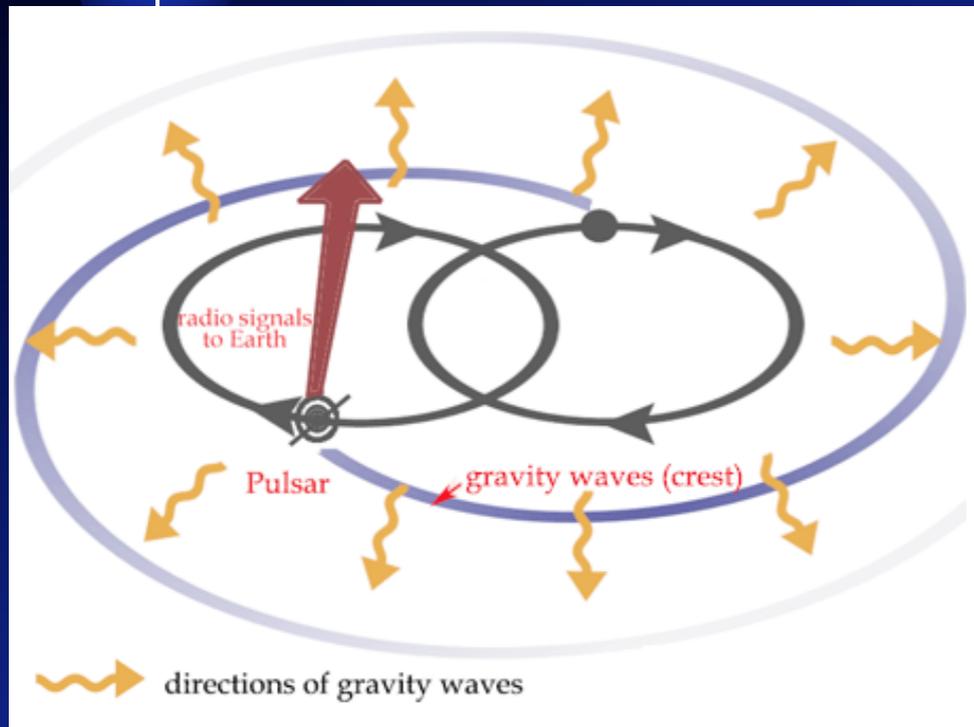
Joseph H. Taylor Jr.

1974年
パルスの間隔から、連星であることがわかった。

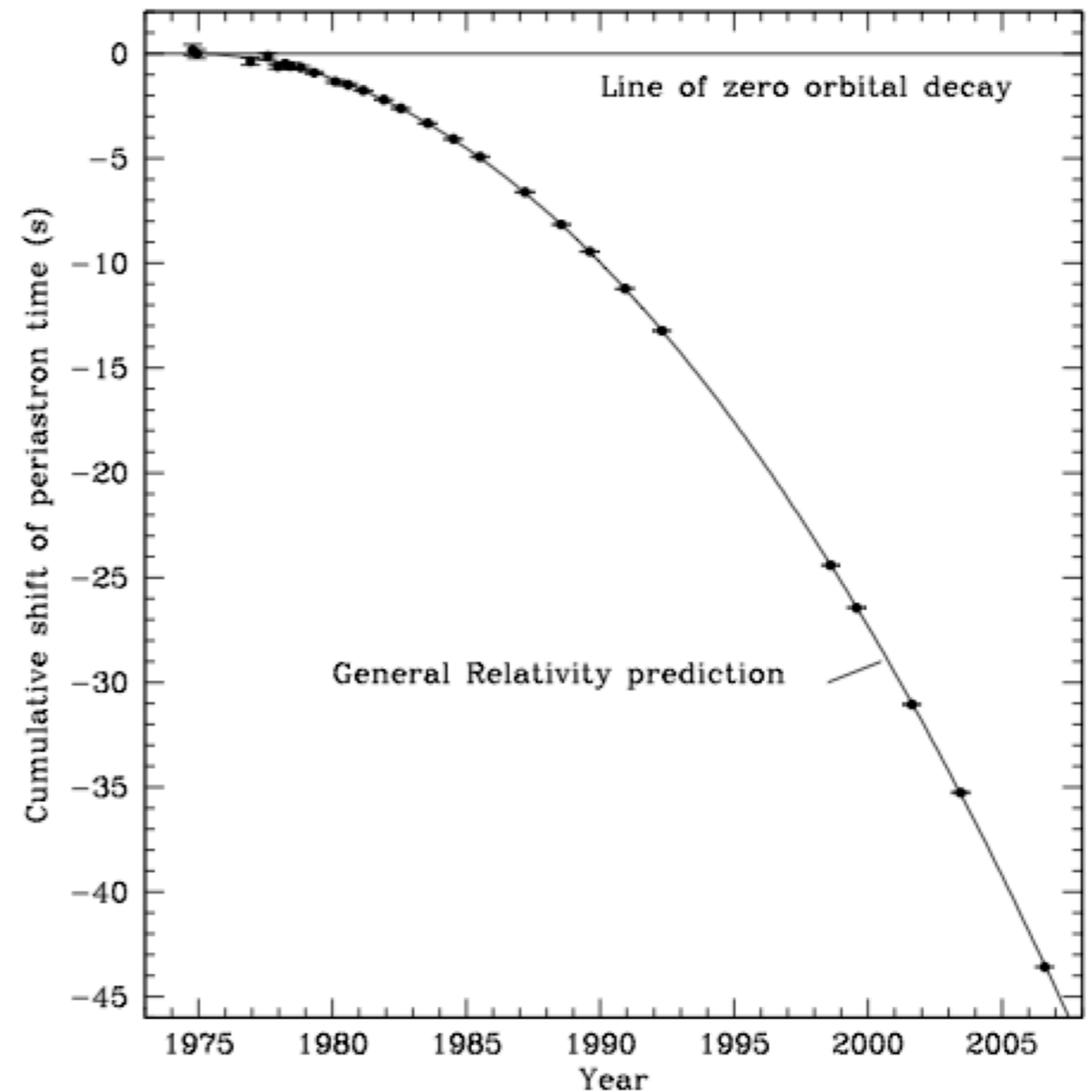


図 36: 連星パルサーを拾っている電波のデータ。

一般相対性理論の予言【連星パルサー】



重力波を放出してエネルギーを失うので、星が近づいてゆく。

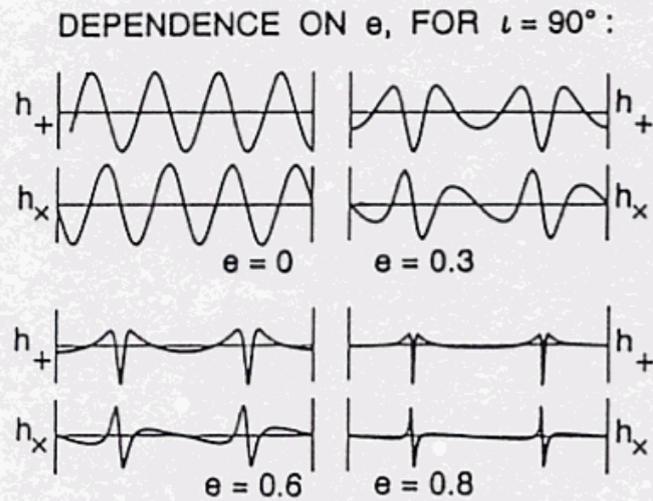
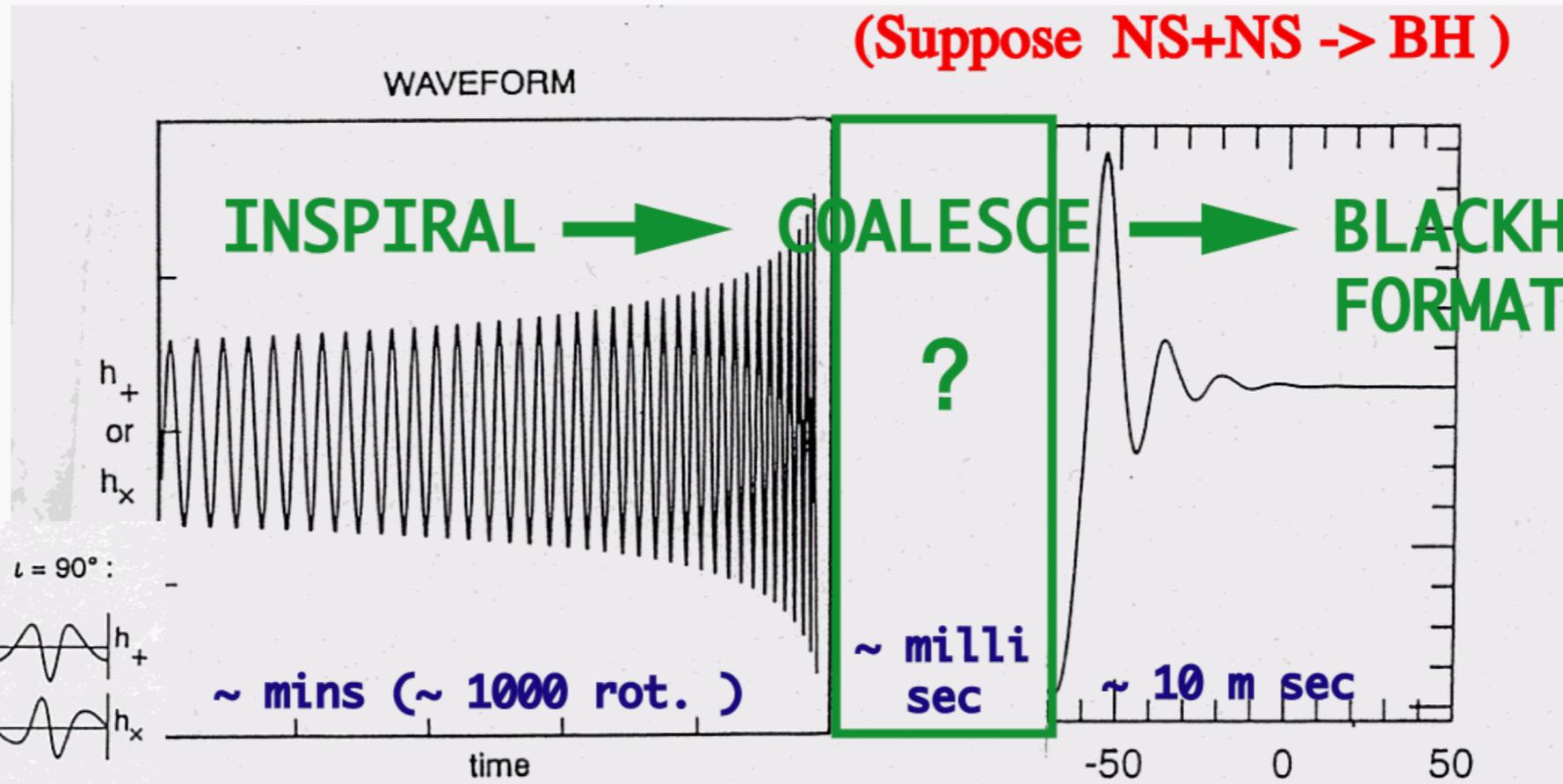


重力波の存在が間接的に確かめられた。

一般相対性理論は正しい

What can we learn from gravitational waveform?

(Suppose NS+NS → BH)



DEPENDENCE ON ι , FOR $e = 0$:

$$\frac{\text{Amp}(h_x)}{\text{Amp}(h_+)} = \frac{2 \cos \iota}{1 + \cos^2 \iota}$$

Post Newtonian
Approx.

Numerical
Relativity

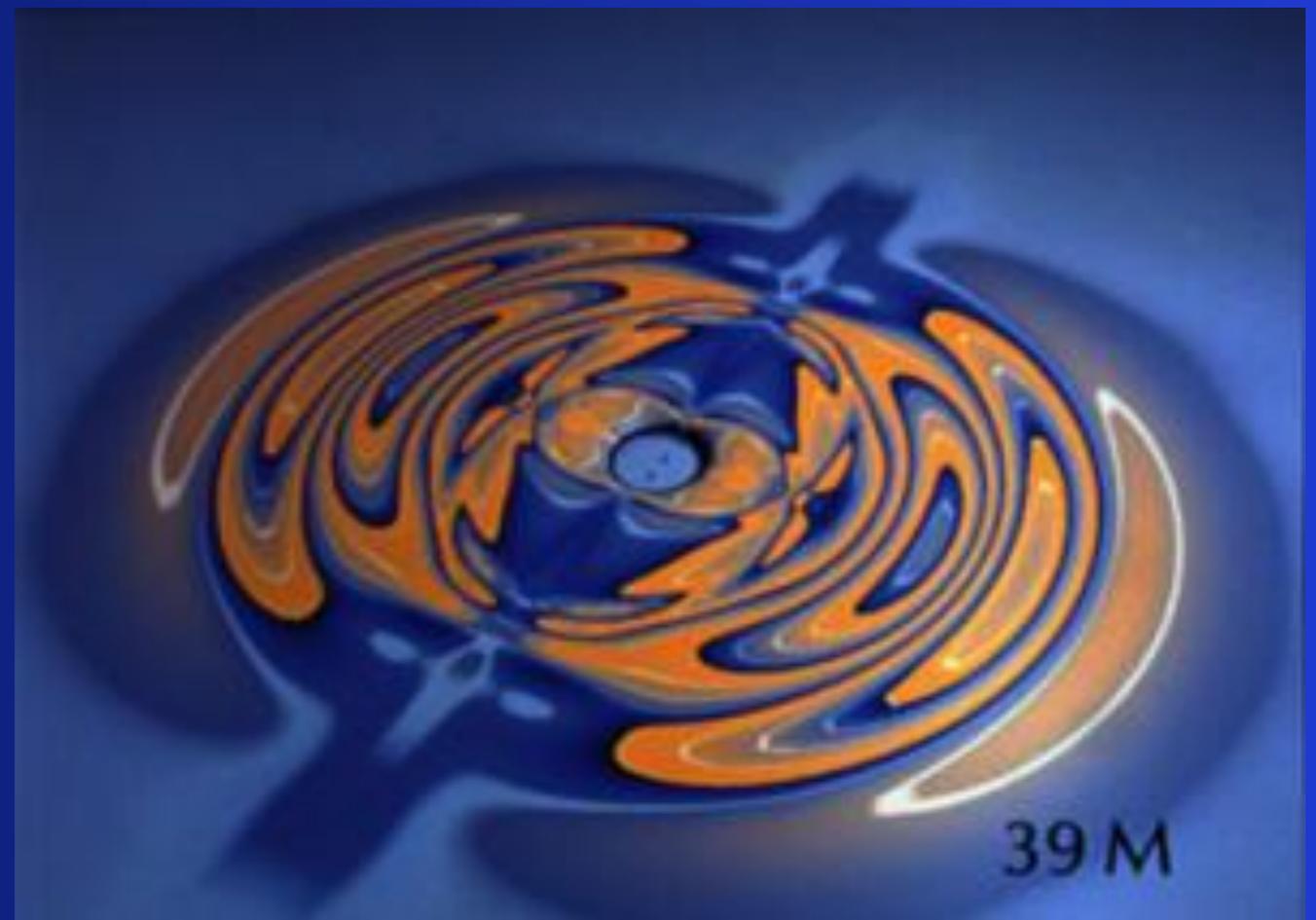
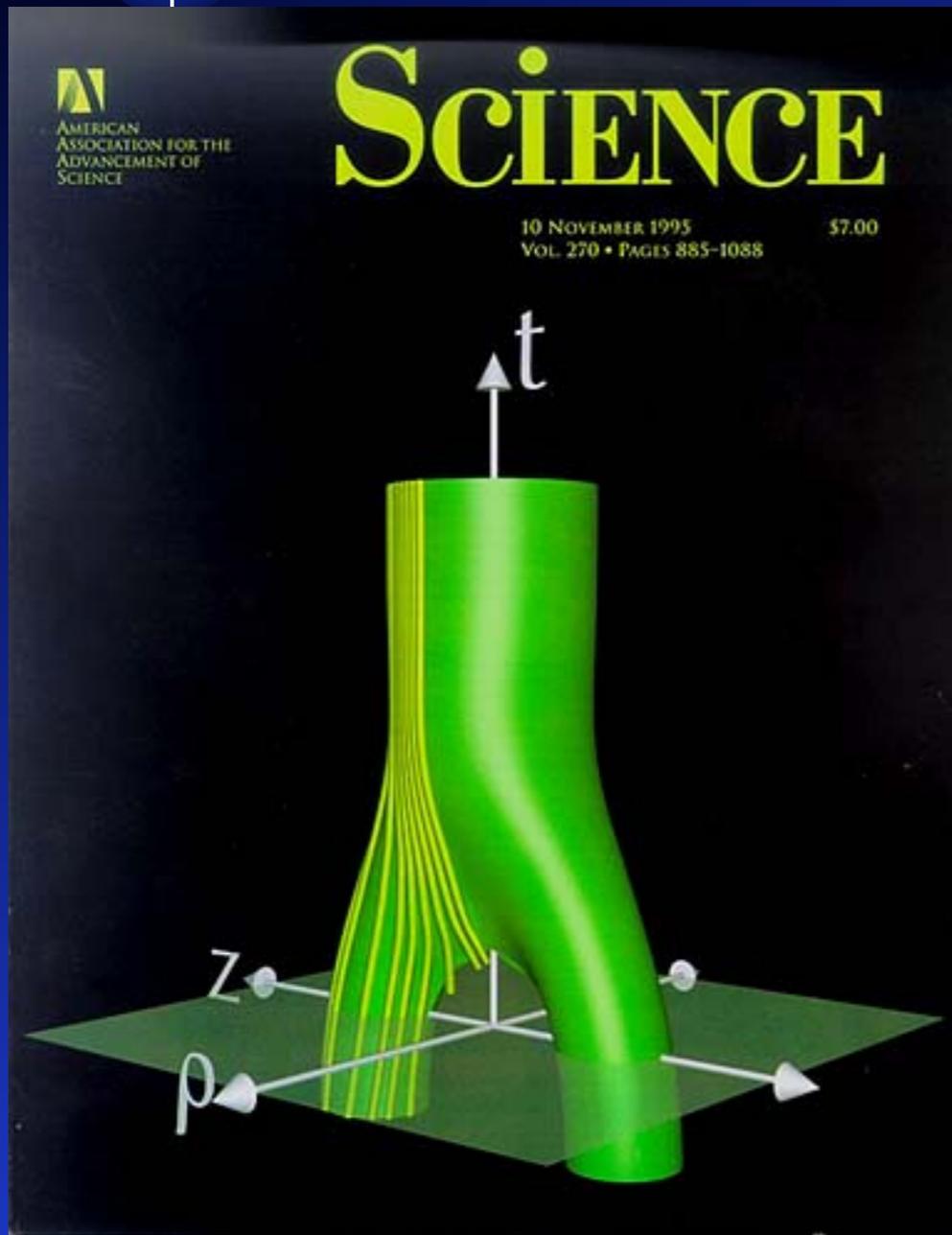
BH. Perturbation

ISCO freq ⇒ EoS of NS,
waveform ⇒ Formation of BH or NS,
BH mass,
BH angular momentum, ...

"chirps" df/dt ⇒ chirp mass, $M_c = (M_1 M_2)^{3/5} / (M_1 + M_2)^{1/5}$
 amplitude up ⇒ M_c , distance
 amplitude h_+/h_x ⇒ inclination
 waveform ⇒ eccentricity
 modulation ⇒ spin, ...

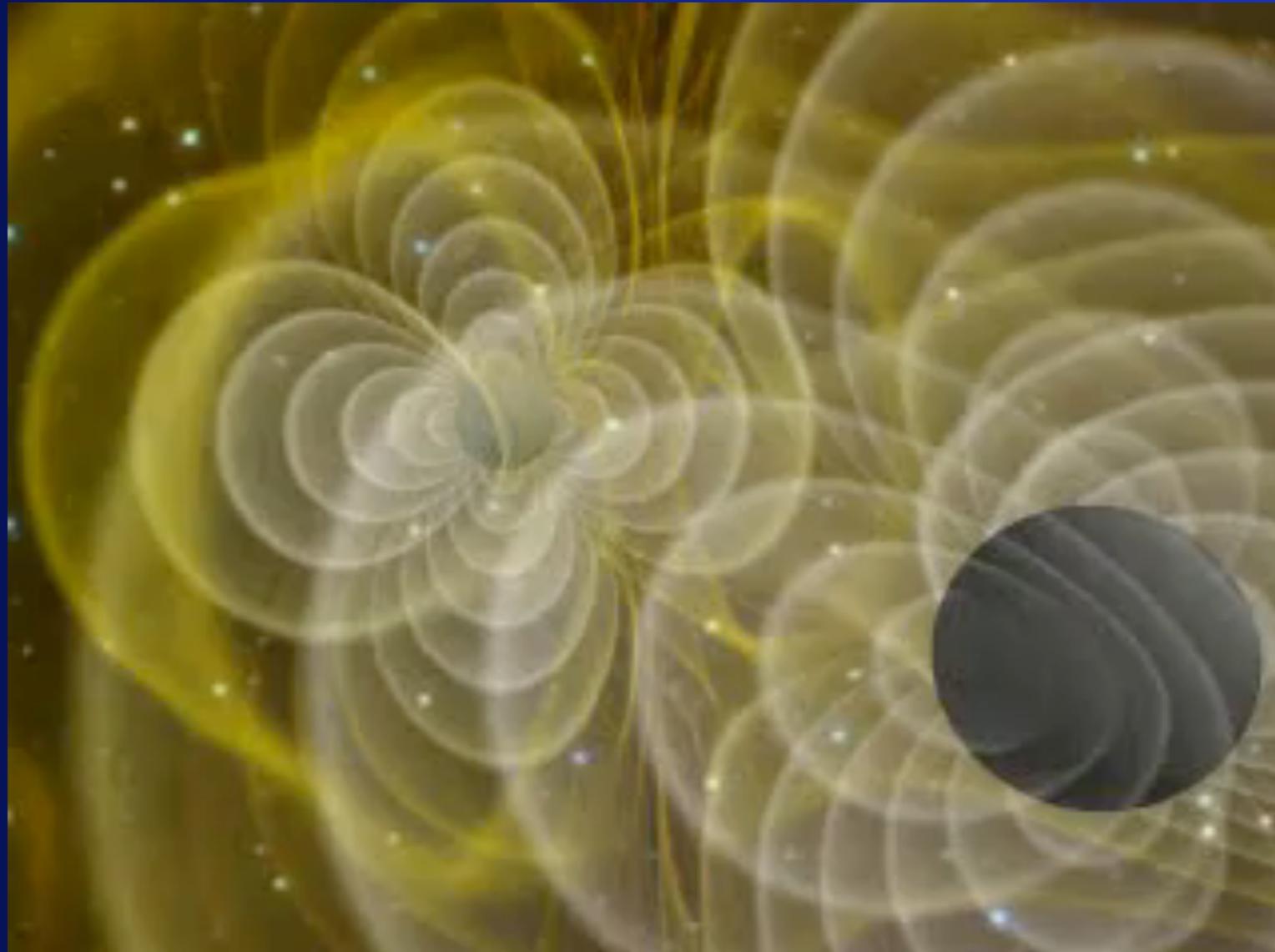
statistics ⇒ cosmological parameters

ブラックホールの合体シミュレーション



2つのブラックホールの合体と重力波放出
(90年代, NCSAグループ)

ブラックホールの合体シミュレーション



Louisiana Univ. Cactus team

世界の重力波干渉計



KAGRA (大型低温重力波望遠鏡)

Kamioka Gravitational wave detector, (Large-scale Cryogenic Gravitational wave Telescope)

大型低温重力波望遠鏡



望遠鏡の大きさ：基線長 3km

望遠鏡を神岡鉱山内に建設
地面振動が小さい岐阜県飛騨市にある神岡鉱山

鏡をマイナス250度 (20K) まで冷却

熱雑音を小さくするため

鏡の材質としてサファイア
光学特性に優れ、低温に冷却すると熱伝導や機械的損失が少なくなる

相対性理論の描く世界

特殊相対性理論

時間の遅れ, $E=mc^2$, GPS

一般相対性理論

空間の歪み, 重力レンズ, GPS

ブラックホール, ワームホール, 重力波

膨張宇宙, 高次元宇宙



まだまだ未解決の問題がたくさんあります。
若い方, どんどんこの分野へも参入してください。

* 研究テーマ

一般相対性理論の描く時空のダイナミクスの研究
天文学・宇宙物理学を題材とした教育教材の開発
自然現象・社会現象のモデル化と数理科学的解析
数値シミュレーションに関する数学的背景の研究



* 研究概要

宇宙論やブラックホールなどの非線形な重力現象を数値シミュレーションを含めて研究する。また、一般相対性理論の数値解析の方法論も研究課題とする。

学生指導では、天文学・物理学・数学に関する教育ソフトウェアの開発や、社会現象のモデル解析も含め、広く数理科学の話題を扱う。

実際は、自分の好きなテーマで、
研究を進めてもらって構わない。

卒業研究テーマ例(1)

☆宇宙物理系

- 宇宙検閲官仮説とブラックホール形成条件の判定
- ブラックホール潮汐力による星の破壊条件
- 回転ブラックホールによる重力レンズ
- ブラックホールと流体力学のアナロジー
- 多体問題の安定性と初期値依存性
- GPU を用いた科学的数値計算
- レイトレーシング法による太陽光

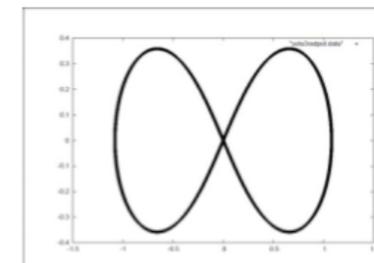
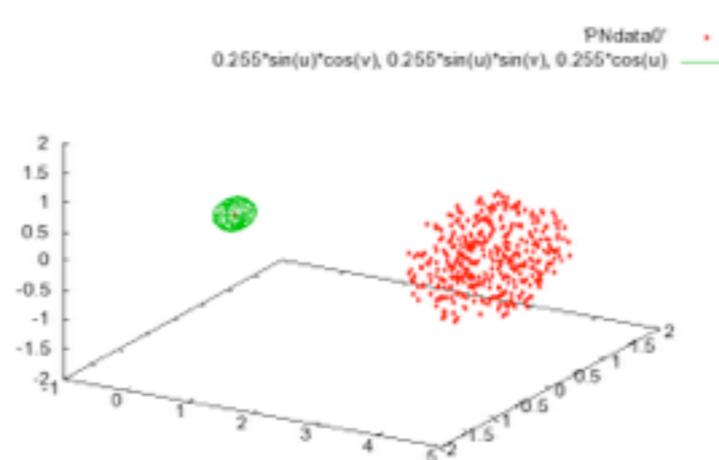
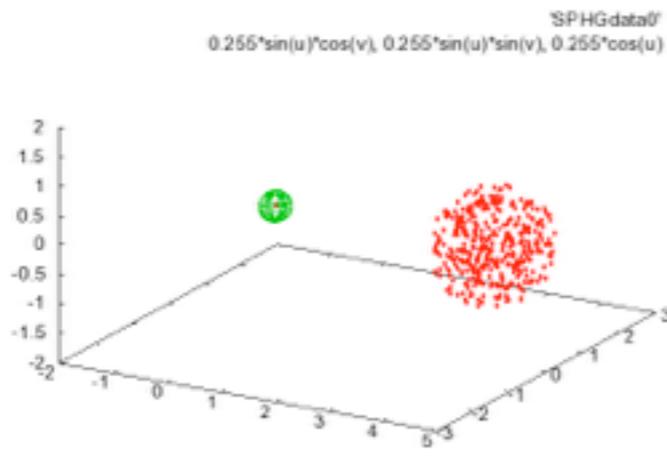
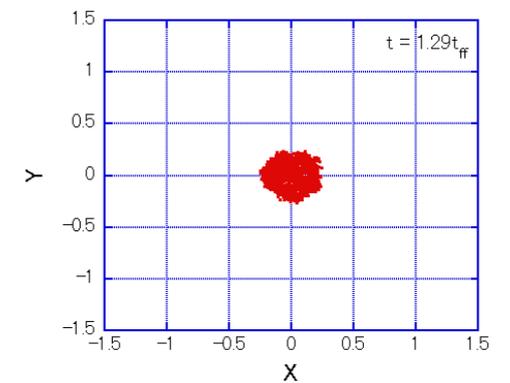
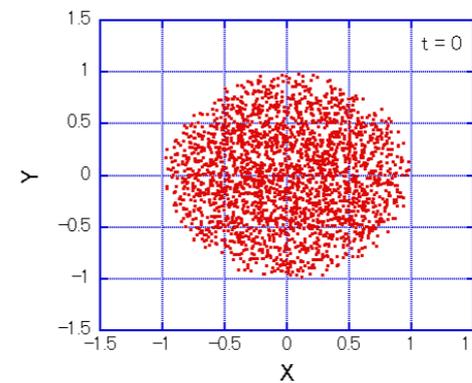
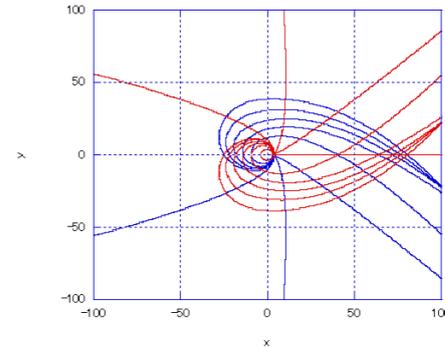
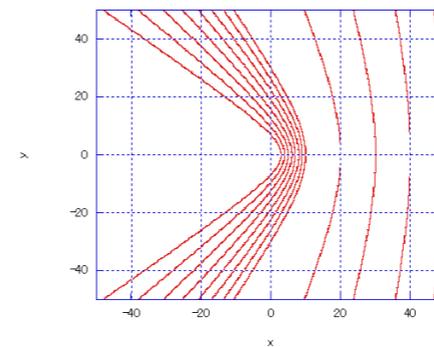
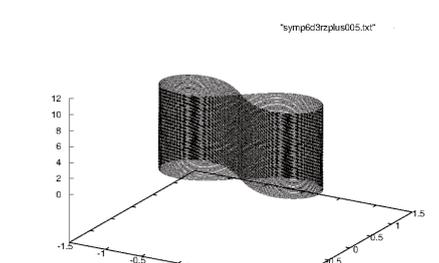
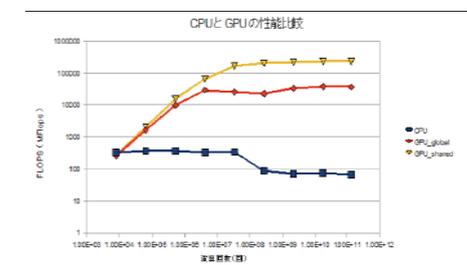
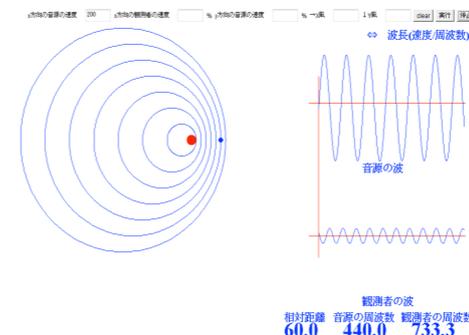


図1. 三体の8の字解の軌道 (150 周期分をプロット)



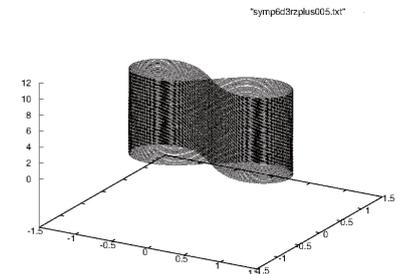
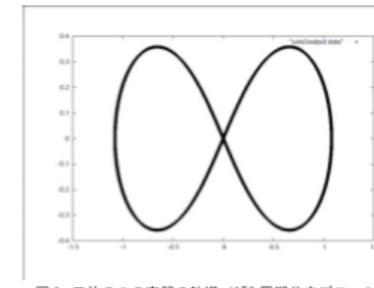
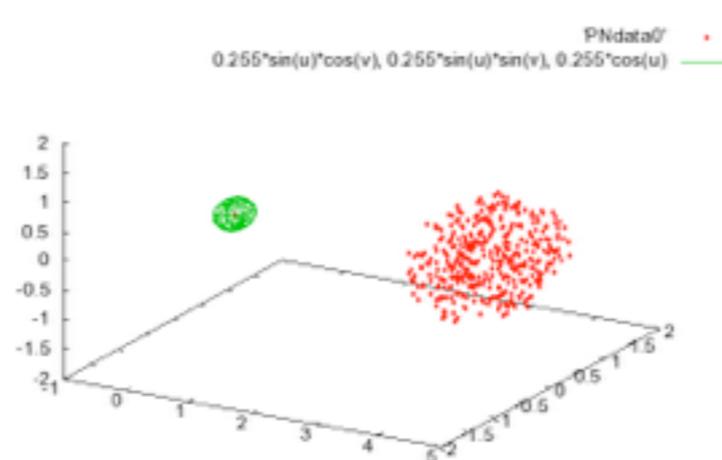
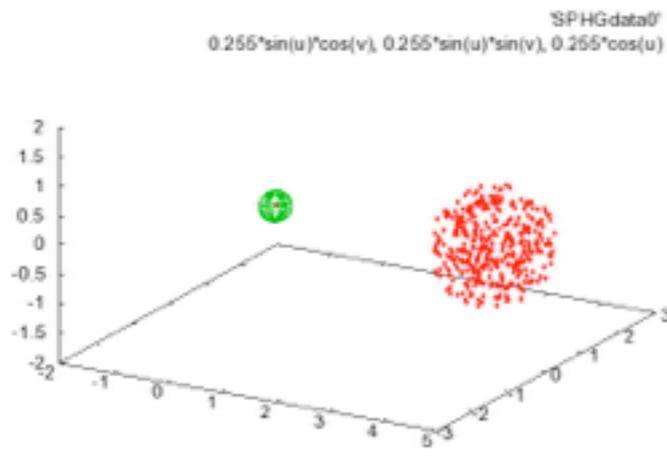
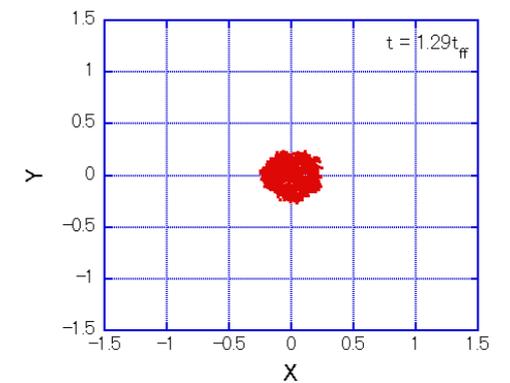
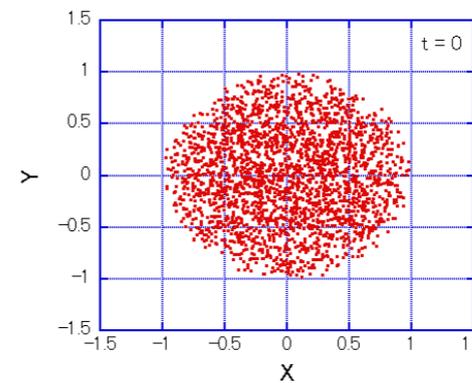
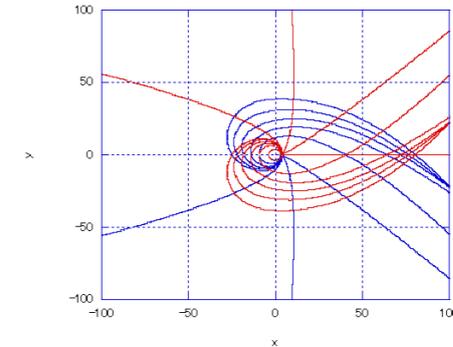
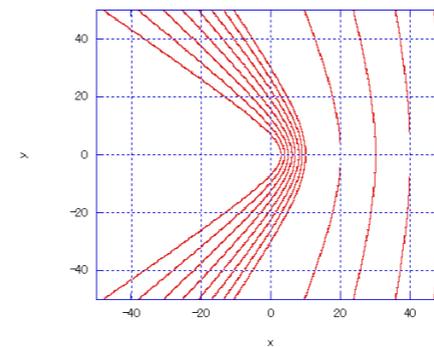
ブラックホール潮汐力による星の破壊条件 【2009年度 福島】
 (左) Newtonポテンシャル, (右) 擬Newtonポテンシャル



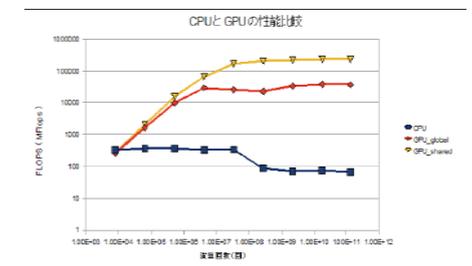
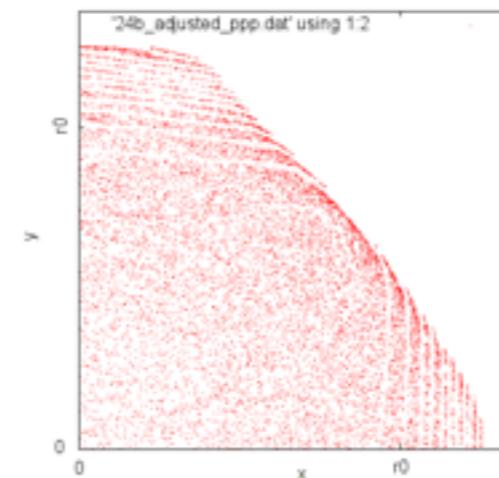
卒業研究テーマ例(1)

☆宇宙物理系

- 宇宙検閲官仮説とブラックホール形成条件の判定
- ブラックホール潮汐力による星の破壊条件
- 回転ブラックホールによる重力レンズ
- ブラックホールと流体力学のアナロジー
- 多体問題の安定性と初期値依存性
- GPU を用いた科学的数値計算
- レイトレーシング法による太陽光



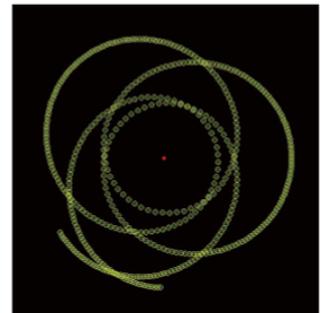
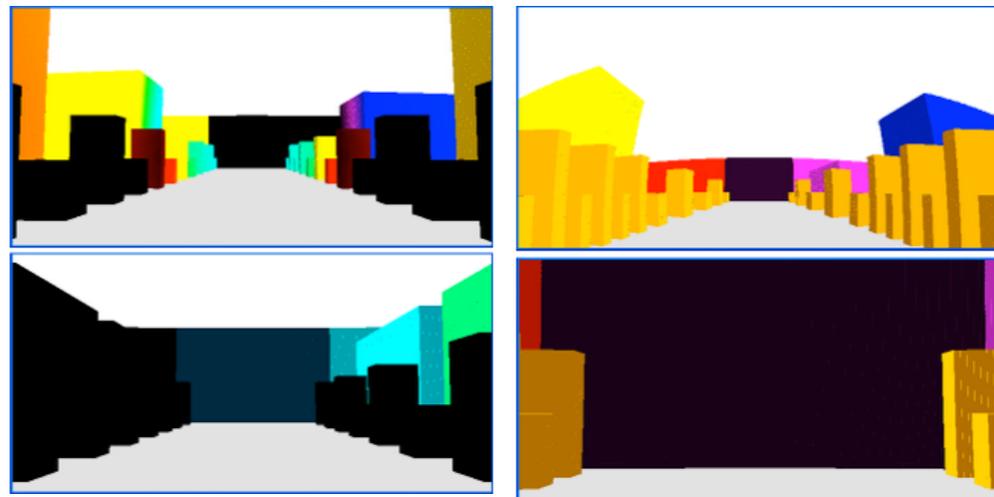
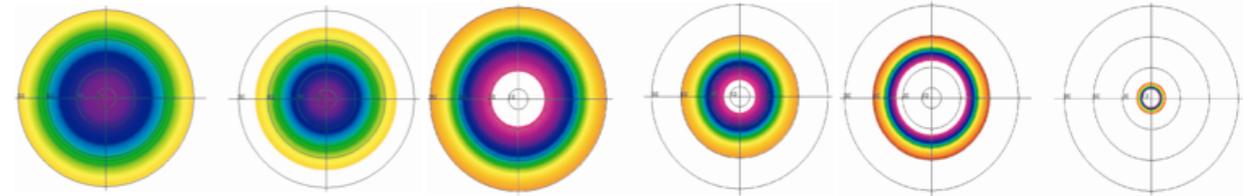
ブラックホール潮汐力による星の破壊条件 【2009年度 福島】
 (左) Newtonポテンシャル, (右) 擬Newtonポテンシャル



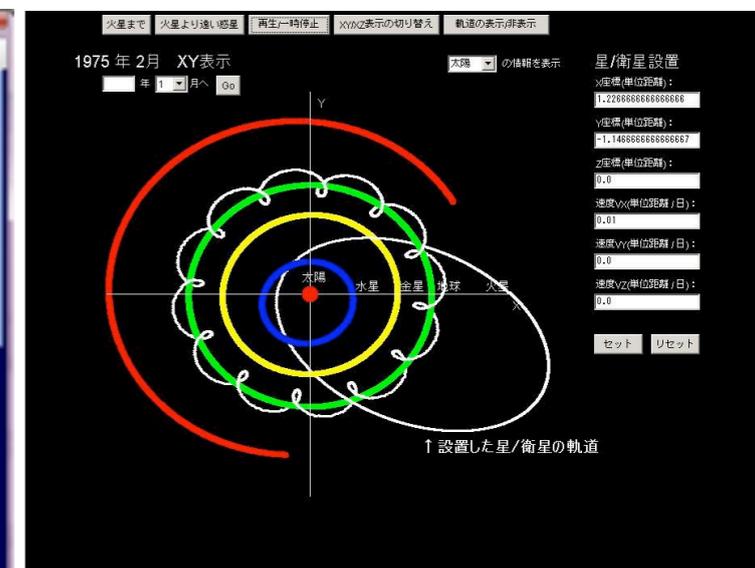
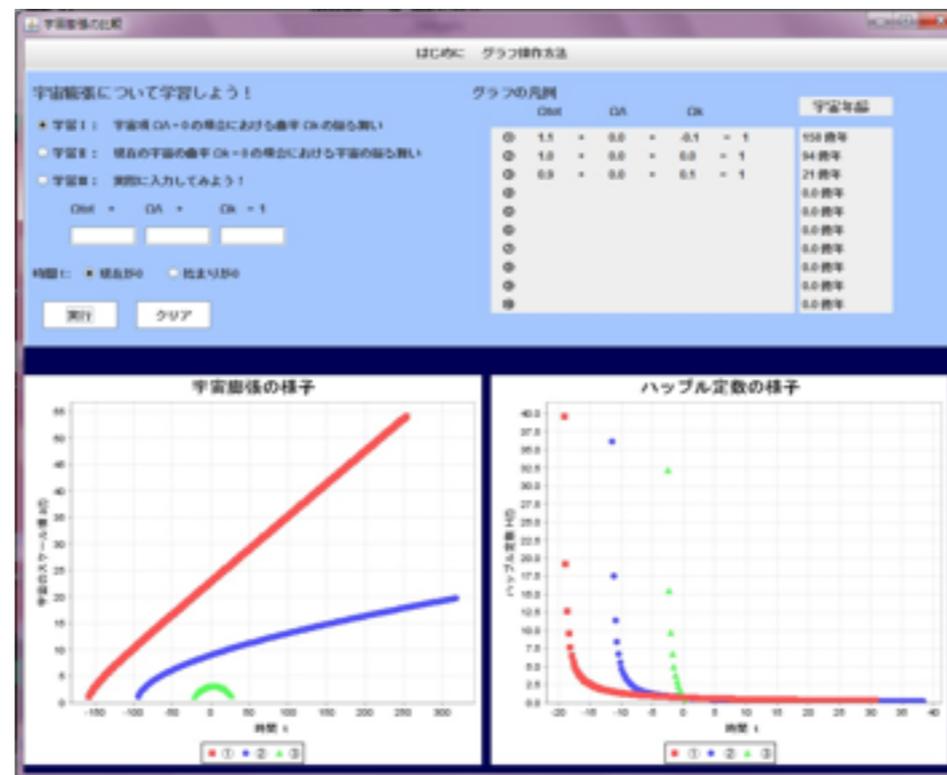
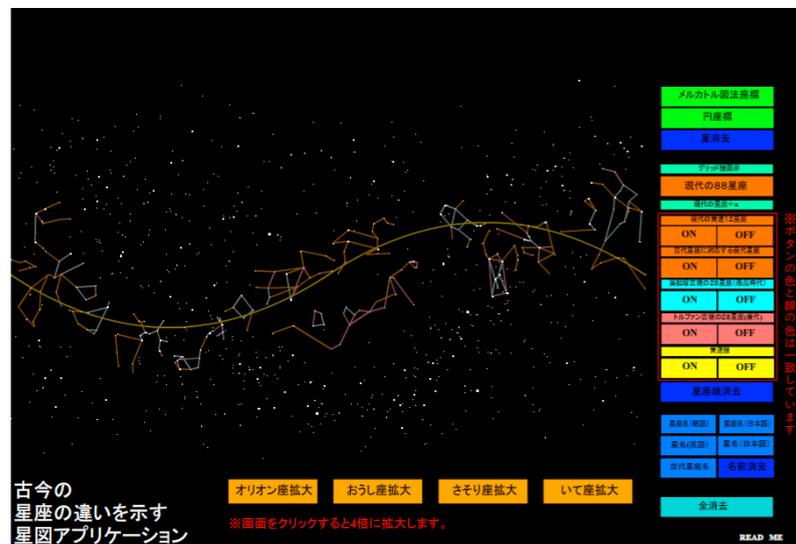
卒業研究テーマ例(2)

☆可視化・教材系

- 高速ロケットから見える世界・時間の遅れ
- 古代日本の星座を描く星座盤作成
- 3次元太陽系シミュレータ
- 宇宙モデル表示教材



古今の星座の違いを示す星図アプリケーション



河津, 真貝

天文教育2008年5月号掲載

二間瀬「宇宙と日本人」(2013, 朝日新書)で紹介された

卒業研究テーマ例(3)

☆数理科学系

数独パズルの難易度判定

鉄道ダイヤ修復の判定関数の提案

集客モデルとマーケティング戦略

インフルエンザワクチン配布モデル

日経平均株価のフーリエ解析

競馬の勝ち馬要因の多成分分析

木の葉の落下運動

ボールジャグリングの組み合わせ

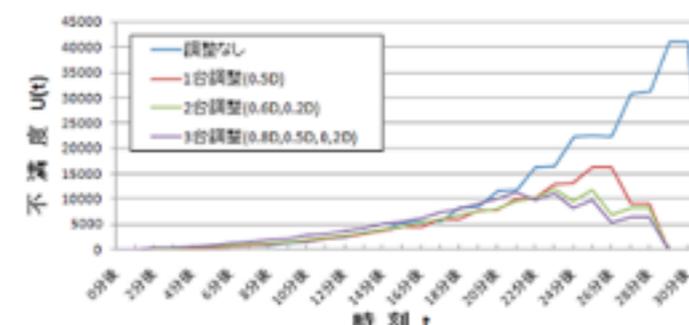
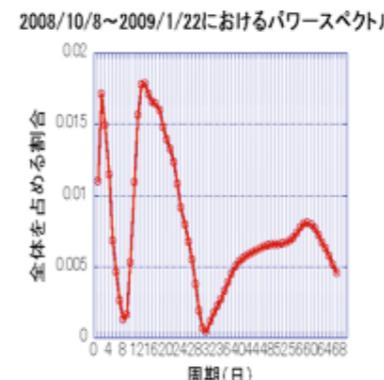
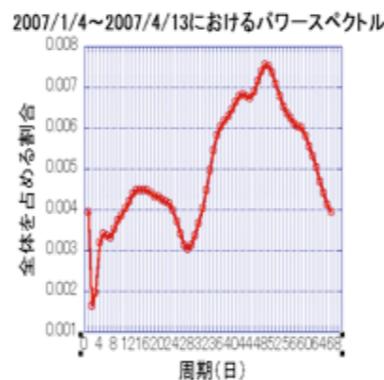
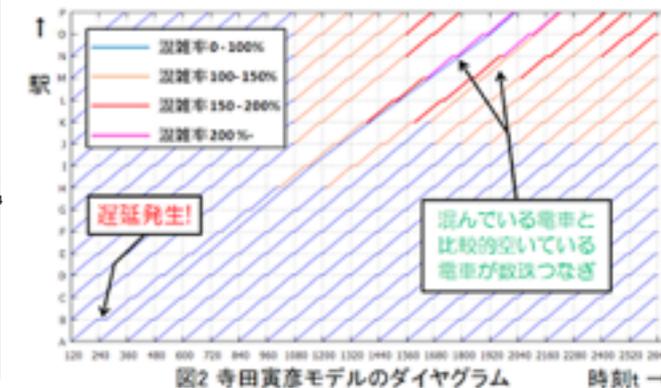
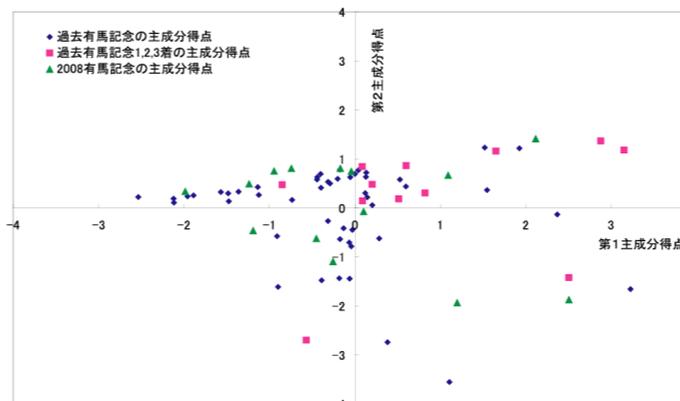


図2. 2007年の株価の変動が小さい時期 図1. 2008年のパワースペクトル

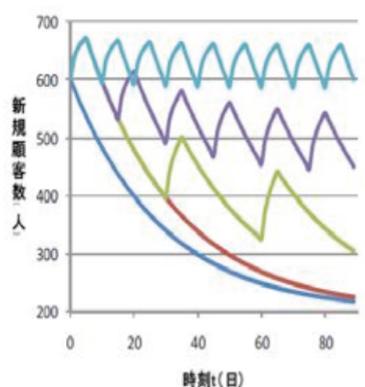


図1: 新規顧客数の増減グラフ

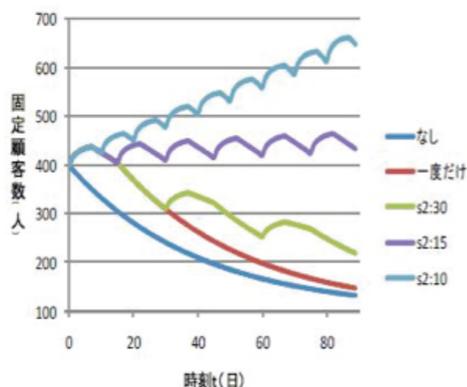


図2: 固定顧客数の増減グラフ

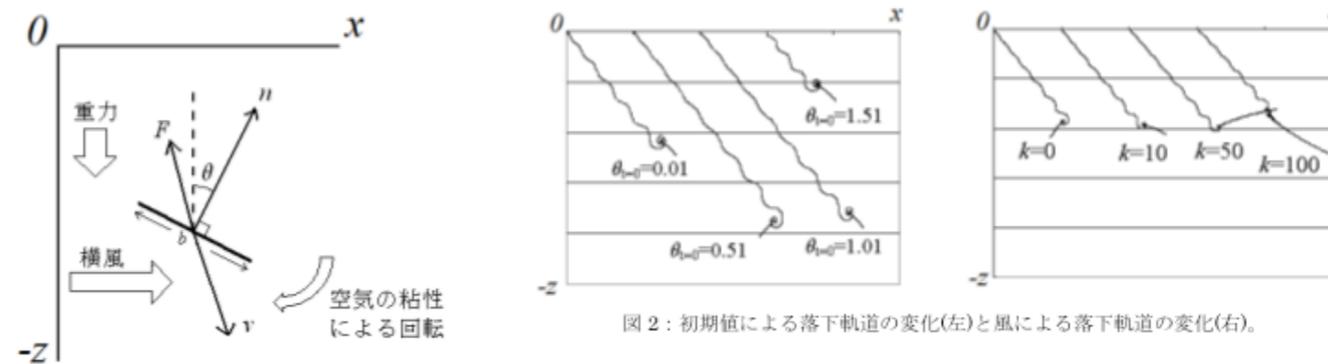
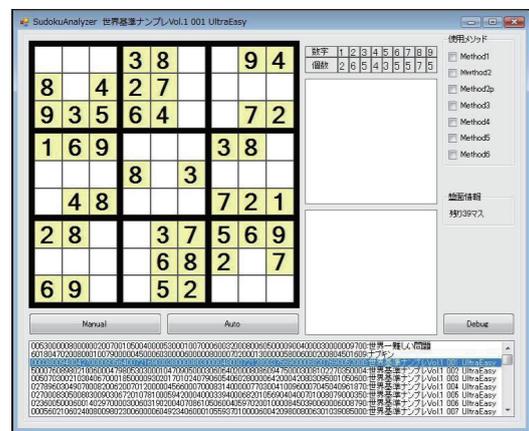


図2: 初期値による落下軌道の変化(左)と風による落下軌道の変化(右)。



土出, 真貝

大阪工業大学紀要2011年1号掲載

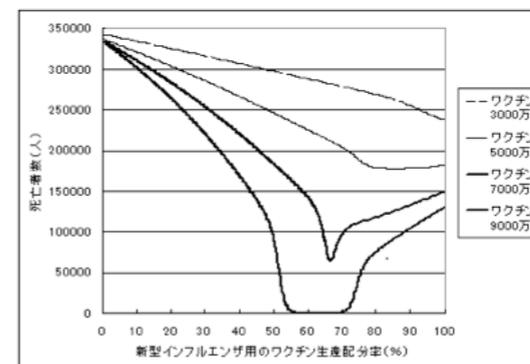


図1. ワクチン配分と死亡者数 (流行前接種)

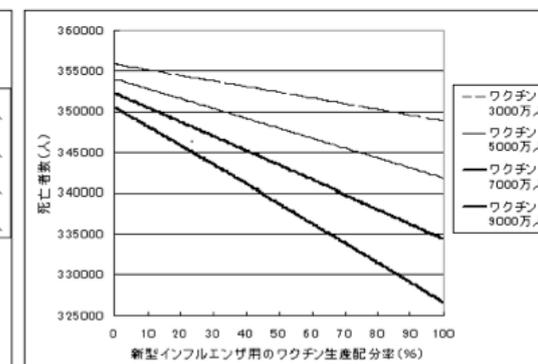


図2. ワクチン配分と死亡者数 (複数回接種)

卒業研究テーマ例(3)

☆数理デザイン系

エッシャー風タイルの作成ツール
 ペンローズタイリング学習ゲーム
 多面体地球儀の展開とタイリング
 漫画キャラクターのクラスター分析

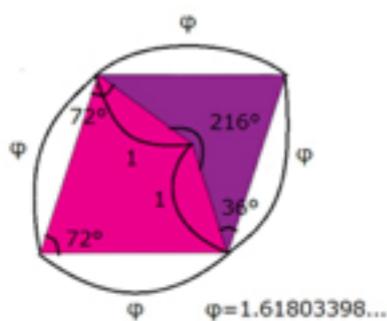
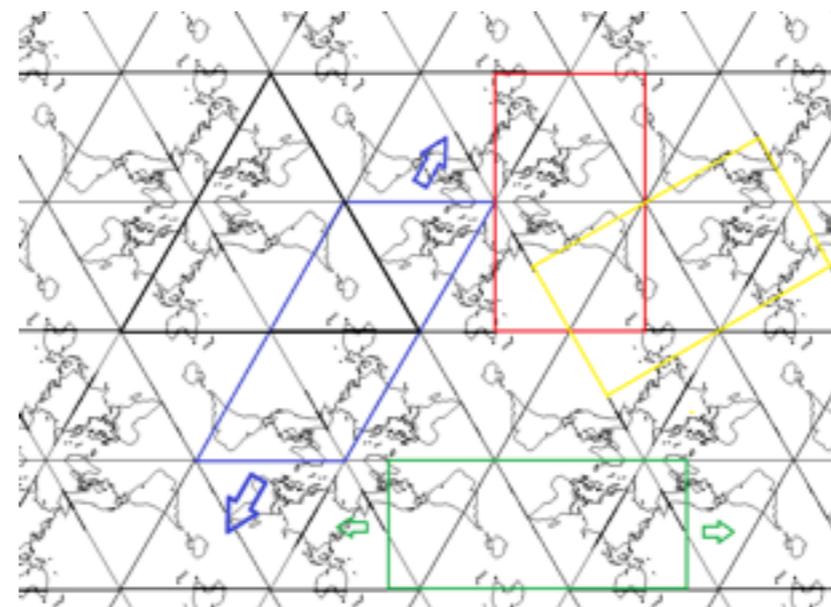
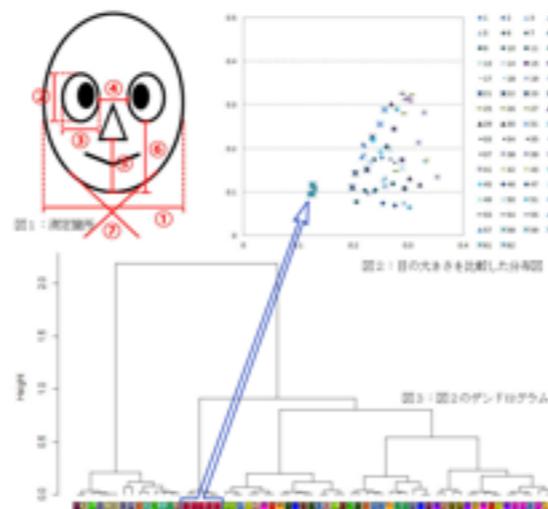


図 1:カイト(左下)とダート(右上)。72 度と 108 度の角からなるひし形の、長い対角線を黄金分割($\phi:1$)して、鈍角の頂点を結ぶとカイトとダートが出来上がる。

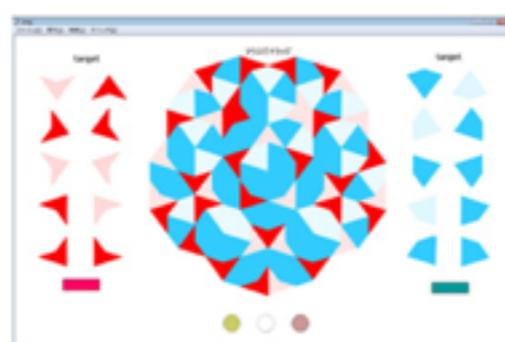
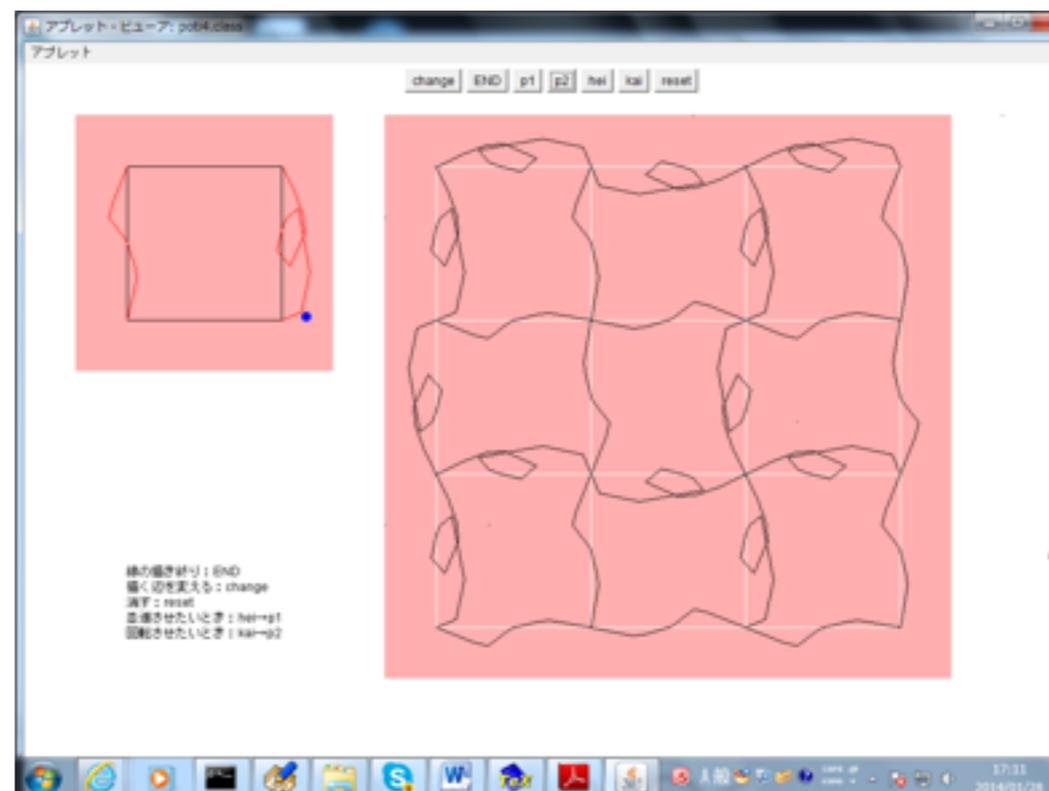


図 2:完成図を分解するパズル画面。ピースの下には元パズルの型が表示されているため、元のパズルを崩したとしても、その型に沿ってまたパズルをつくることが可能となる。



Black objects and hoop conjecture in five-dimensional space-time

Yuta Yamada and Hisa-aki Shinkai

Faculty of Information Science and Technology, Osaka Institute of Technology, 1-79-1 Kitayama, Hirakata, Osaka 573-0196, Japan

E-mail: m1m08a26@info.oit.ac.jp and shinkai@is.oit.ac.jp

Received 25 September 2009, in final form 29 December 2009

Published 29 January 2010

Online at stacks.iop.org/CQG/27/045012

Abstract

We numerically investigated the sequences of initial data of a thin spindle and a thin ring in five-dimensional space-time in the context of the cosmic censorship conjecture. We modeled the matter in non-rotating homogeneous spheroidal or toroidal configurations under the momentarily static assumption, solved the Hamiltonian constraint equation and searched the apparent horizons. We discussed when S^3 (black-hole) or $S^1 \times S^2$ (black-ring) horizons ('black objects') are formed. By monitoring the location of the maximum Kretschmann invariant, an appearance of 'naked singularity' or 'naked ring' under special situations is suggested. We also discuss the validity of the *hyper-hoop* conjecture using a minimum *area* around the object, and show that the appearance of the ring horizon does not match with this hoop.

Class. Quantum Grav. 27 (2010) 045012

Y Yamada and H Shinkai

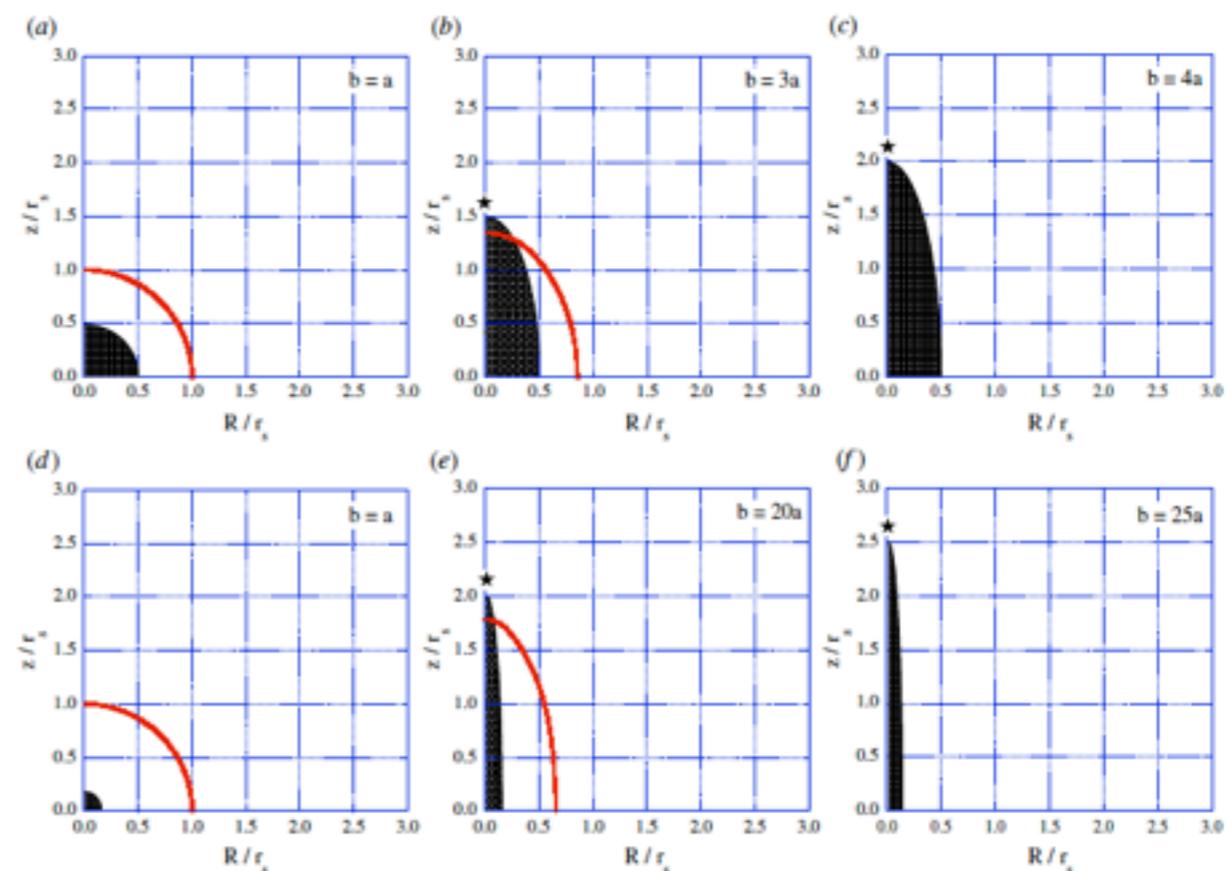


Figure 2. Matter distributions (shadows) and apparent horizons (lines) for spheroidal matter distributions. The sections of the axis-equator plane are shown. The sequence (a)–(c) is of $a = 0.5$, and (d)–(f) is of $a = 0.1$ (see equation (14)), of which we fix the total mass $M_{\text{ADM}} = 1$. We cannot find an apparent horizon when b is larger than $b = 3a$ for $a = 0.5$ (figure (c)) and $b = 20a$ for $a = 0.1$ (figure (f)). The asterisks indicate the location of the maximum Kretschmann invariant, equation (16). We see that the maximum point is outside of the horizon for cases (b) and (e).

Formation of naked singularities in five-dimensional space-time

Yuta Yamada^{1,*} and Hisa-aki Shinkai^{1,2,†}

¹*Faculty of Information Science and Technology, Osaka Institute of Technology,
1-79-1 Kitayama, Hirakata, Osaka 573-0196, Japan*

²*Computational Astrophysics Laboratory, Institute of Physical and Chemical Research (RIKEN),
Hirosawa, Wako, Saitama 351-0198, Japan*

(Received 18 December 2010; published 4 March 2011)

We numerically investigate the gravitational collapse of collisionless particles in spheroidal configurations both in four- and five-dimensional (5D) space-time. We repeat the simulation performed by Shapiro and Teukolsky (1991) that announced an appearance of a naked singularity, and also find similar results in the 5D version. That is, in a collapse of a highly prolate spindle, the Kretschmann invariant blows up outside the matter and no apparent horizon forms. We also find that the collapses in 5D proceed more rapidly than in 4D, and the critical prolateness for the appearance of an apparent horizon in 5D is loosened, compared to 4D cases. We also show how collapses differ with spatial symmetries comparing 5D evolutions in single-axisymmetry, $SO(3)$, and those in double-axisymmetry, $U(1) \times U(1)$.

with a and b (Fig. 1), or eccentricity $e = \sqrt{1 - a^2/b^2}$.

By imposing axisymmetry or double-axisymmetry, our model becomes practically a $(2 + 1)$ -dimensional problem. We construct our numerical grids with the Cartesian coordinate (x, z) , and apply the so-called Cartoon method [2,18] to recover the symmetry of space-time.

The space-time is evolved using the Arnowitt-Deser-Misner (ADM) evolution equations. It is known that the

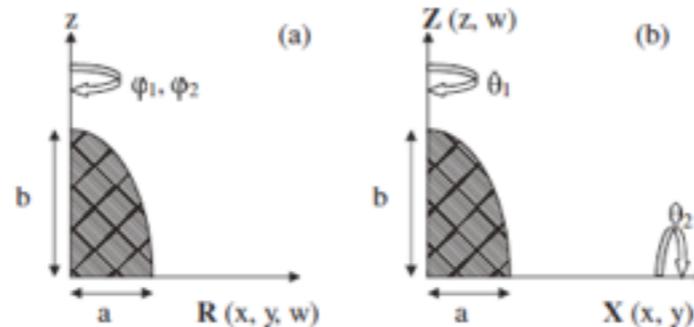


FIG. 1. We evolve five-dimensional (a) axisymmetric [$SO(3)$] or (b) double-axisymmetric [$U(1) \times U(1)$], asymptotically flat space-time using the Cartesian grid. The initial matter configuration is expressed with parameters a and b .

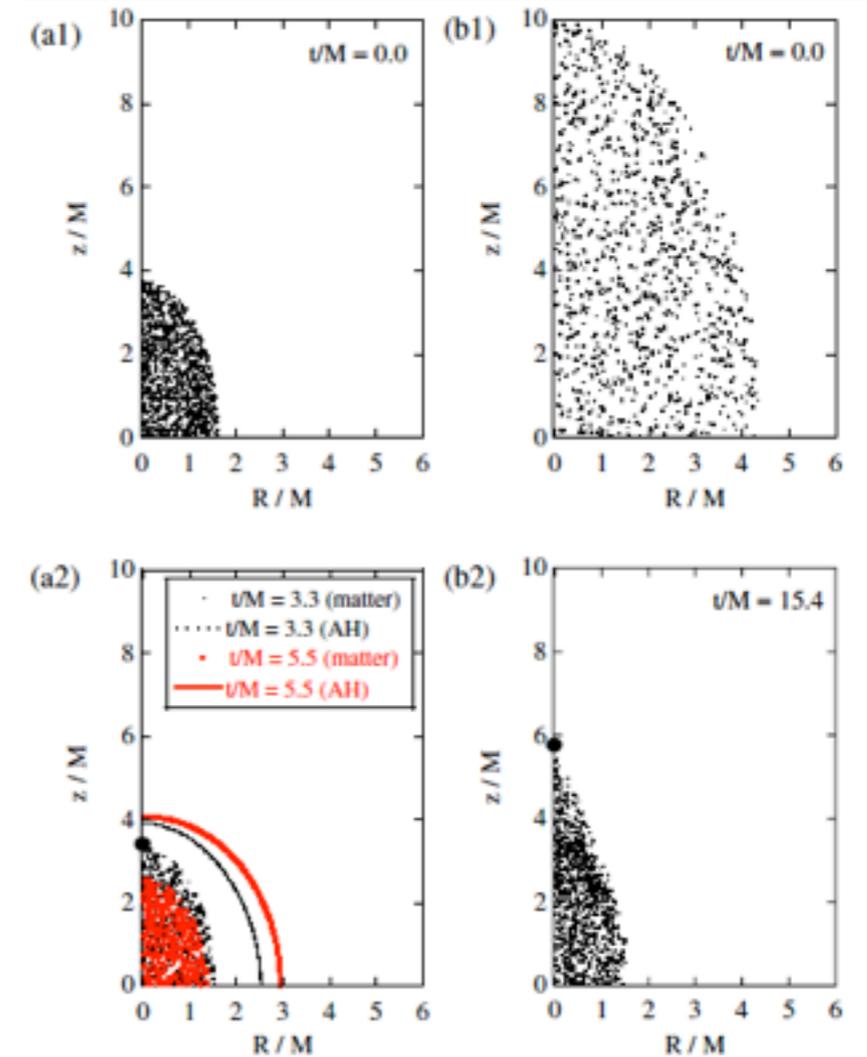


FIG. 2 (color online). Snapshots of 5D axisymmetric evolution with the initial matter distribution of $b/M = 4$ [(a1) and (a2); model 5DS β in Table I] and 10 [(b1) and (b2); model 5DS δ]. We see the apparent horizon (AH) is formed at the coordinate time $t/M = 3.3$ for the former model and the area of AH increases, while AH is not observed for the latter model up to the time $t/M = 15.4$, when our code stops due to the large curvature. The big circle indicates the location of the maximum Kretschmann invariant I_{\max} at the final time at each evolution. Number of particles are reduced to 1/10 for figures.

NUMERICAL INVESTIGATION OF FIVE-DIMENSIONAL GRAVITATIONAL COLLAPSES

HISA-AKI SHINKAI

*Faculty of Information Science and Technology, Osaka Institute of Technology,
1-79-1 Kitayama, Hirakata, Osaka 573-0196, Japan*
and
*Computational Astrophysics Laboratory,
Institute of Physical & Chemical Research (RIKEN),
Hirosawa, Wako, Saitama 351-0198, Japan*
shinkai@is.oit.ac.jp

YUTA YAMADA

*Faculty of Information Science and Technology, Osaka Institute of Technology,
1-79-1 Kitayama, Hirakata, Osaka 573-0196, Japan*
yamada@is.oit.ac.jp

ons for the ring matter of which initial radius are (a) respectively. Both have no AHs on the initial hyperspheroidal and toroidal horizons simultaneously at formation of spheroidal AH (common horizon) in (a), toroidal AH (ring horizon) then it switches to common

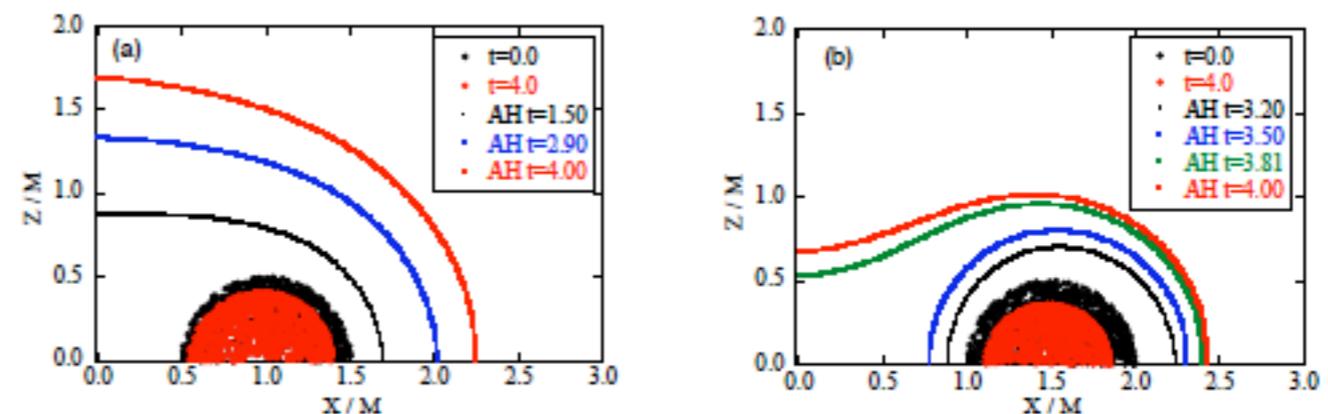


Fig. 6. Snapshots of evolutions of ring-shaped matter: for the initial data of (a) $R_c/M = 1.00$ and (b) 1.50, both with no AHs on the initial hypersurface. The matter distribution at $t = 0.00$ and $t = 4.00$, and the location of AHs are plotted on $X-Z$ coordinates. We see that AH topology switches from toroidal to spherical in (b).