注意	1．右の欄を正確に記入すること。 2．所属を〇で囲むこと。 3．前記「1．2」を守らない答案は採点されないことがある。	試験日		所属	部	情報科学部					学生番号	-
		座席番号	-		学科	IC(IJ)	IS	IM	IN	科目等履修生	フリガナ	組
					年次	1	2	3	4		氏名	

微積分学Ⅰ　第1回 中間テスト（Fセット）解答例　真貝

1

(1) $\mathrm{Sin}^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=x$ とおくと

$\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　Sin^{-1}の値域

$-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ の範囲で、この式をみたす

xは　$x=-\frac{\pi}{3}$ である。

(2) $\mathrm{Tan}^{-1}\sqrt{3}=x$ とおくと

$\tan x=\sqrt{3}$　　Tan^{-1}の値域

$-\frac{\pi}{2}<x<+\frac{\pi}{2}$ の範囲では　$x=\frac{\pi}{3}$

2

(1) $$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\left(\frac{2}{3}\right)^n}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^n}=1$$

(2) $$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2-n}-n\right)\times\frac{\sqrt{n^2-n}+n}{\sqrt{n^2-n}+n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\cancel{n^2}-n-\cancel{n^2}}{\sqrt{n^2-n}+n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{-1}{\sqrt{1-\frac{1}{n}}+1}=-\frac{1}{2}$$

3

$$右辺=\frac{e^x+e^{-x}}{2}\cdot\frac{e^y+e^{-y}}{2}+\frac{e^x-e^{-x}}{2}\frac{e^y-e^{-y}}{2}$$

$$=\frac{1}{4}\left\{e^{x+y}+e^{x-y}+e^{-x+y}+e^{-x-y}\right\}$$

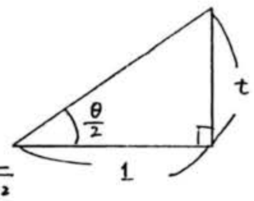
$$+\frac{1}{4}\left\{e^{x+y}-e^{x-y}-e^{-x+y}+e^{-x-y}\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left(e^{x+y}+e^{-x-y}\right)$$

$$=\cosh(x+y)=左辺$$ //

4

$t=\tan\frac{\theta}{2}$ は、右図の三角形の辺の比を表すので、



$\sin\frac{\theta}{2}=\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$，$\cos\frac{\theta}{2}=\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$

である。これらより

$$\begin{cases}\sin\theta=\sin\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\theta}{2}\right)=2\sin\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2}=\frac{2t}{1+t^2}\\ \cos\theta=\cos\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\theta}{2}\right)=\cos^2\frac{\theta}{2}-\sin^2\frac{\theta}{2}=\frac{1-t^2}{1+t^2}\\ \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{2t}{1-t^2}\end{cases}$$

となる。

5

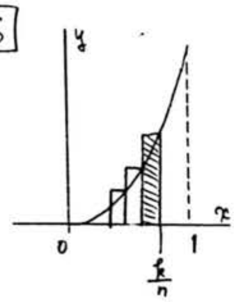
2項定理より

$$(1+x)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}1^k\cdot x^{n-k}$$

$$=\binom{n}{0}\cdot x^n+\binom{n}{1}x^{n-1}+\binom{n}{2}x^{n-2}+\cdots$$

$$=x^n+nx^{n-1}+\frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}+\cdots$$

6



$x=[0,1]$ を n 等分し、短冊状に分割して考える。左から k 番目の長方形の面積 a_k は　$a_k=\left(\frac{k}{n}\right)^3\cdot\frac{1}{n}$ であるから

長方形 n 個の和 S_n は、

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k=\frac{1}{n^4}\sum_{k=1}^{n}k^3=\frac{1}{n^4}\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

$n\to\infty$ の limit では

$$S=\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\frac{n^2(n+1)^2}{4n^4}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2=\frac{1}{4}$$ //

（結局　$\int_0^1 x^3dx=\left[\frac{1}{4}x^4\right]_0^1=\frac{1}{4}$ と同じ）

所属	科　年・科目等履修生	学生番号	-	氏名	