注意	1. 右の欄を正確に記入すること。 2. 所属を○で囲むこと。 3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。	試験日		所属	部	情報科学部				科目等履修生	学生番号		−		組
		座席番号	−		学科	IC(IJ)	IS	IM	IN		フリガナ				
					年次	1	2	3	4		氏名				

微積分学I 第1回中間テスト(Iセット) 解答例 真貝

$\boxed{1}$ (1) $\mathrm{Sin}^{-1}\dfrac{\sqrt{3}}{2}=x$ とおくと

$\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Sin^{-1}の値域

$-\dfrac{\pi}{2}\le x\le\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で、この式をみたす x は、$x=\dfrac{\pi}{3}$ である。

(2) $\mathrm{Tan}^{-1}(-\sqrt{3})=x$ とおくと

$\tan x=-\sqrt{3}$.

Tan^{-1}の値域

$-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲では、$x=-\dfrac{\pi}{3}$.

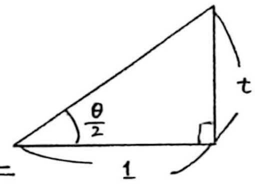
$\boxed{2}$ (1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{3}{5}\right)^n-1}{\left(\frac{3}{5}\right)^n+1}=-1$.

(2)
$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)\times\frac{\sqrt{n^2+n}+n}{\sqrt{n^2+n}+n}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\cancel{n^2}+n-\cancel{n^2}}{\sqrt{n^2+n}+n}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1}=\frac{1}{2}.$$

$\boxed{3}$

$$右辺=\frac{e^x-e^{-x}}{2}\,\frac{e^y+e^{-y}}{2}-\frac{e^x+e^{-x}}{2}\,\frac{e^y-e^{-y}}{2}$$
$$=\frac{1}{4}\left\{\cancel{e^{x+y}}+e^{x-y}-e^{-x+y}-\cancel{e^{-x-y}}\right\}$$
$$-\frac{1}{4}\left\{\cancel{e^{x+y}}-e^{x-y}+e^{-x+y}-\cancel{e^{-x-y}}\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\left(e^{x-y}-e^{-x+y}\right)$$
$$=\sinh(x-y)=左辺 \;//$$

$\boxed{4}$ $t=\tan\dfrac{\theta}{2}$ は、右図の三角形の辺の比を表すので、



$\sin\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{t}{\sqrt{1+t^2}}$, $\cos\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{1}{\sqrt{1+t^2}}$

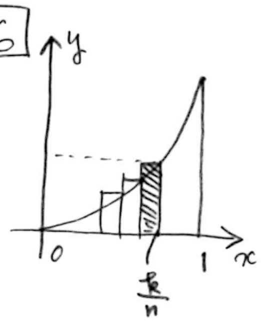
である。これらより

$$\begin{cases}\sin\theta=\sin\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\theta}{2}\right)=2\sin\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2}=\dfrac{2t}{1+t^2}\\[2mm] \cos\theta=\cos\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\theta}{2}\right)=\cos^2\frac{\theta}{2}-\sin^2\frac{\theta}{2}=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}\\[2mm] \tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{2t}{1-t^2}\end{cases}$$
となる。

$\boxed{5}$ 2項定理より

$$(1+x)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}1^k\cdot x^{n-k}$$
$$=\binom{n}{0}\cdot x^n+\binom{n}{1}x^{n-1}+\binom{n}{2}x^{n-2}+\cdots$$
$$=x^n+n\,x^{n-1}+\frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}+\cdots$$

$\boxed{6}$



$x=[0,1]$ を n 等分し短冊状に分割して考える。左から k 番目の長方形の面積 a_k は

$$a_k=\underbrace{4\left(\frac{k}{n}\right)^3}_{タテ}\cdot\underbrace{\frac{1}{n}}_{ヨコ}$$ より。

長方形 n 個の和 S_n は

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k=\frac{4}{n^4}\sum_{k=1}^{n}k^3=\frac{4}{n^4}\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

$n\to\infty$ の limit では

$$S=\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\frac{4n^2(n+1)^2}{4n^4}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2=1$$

(結局 $\displaystyle\int_0^1 4x^3\,dx=\left[x^4\right]_0^1=1$ と同じ)

所属	科 年・科目等履修生	学生番号	−	氏名	