注意 1. 右の欄を正確に記入すること。 2. 所属を○で囲むこと。 3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。

試験日 | 座席番号 — | 所属 部 情報科学部 | 学科 IC(IJ) IS IM IN | 年次 1 2 3 4 | 科目等履修生 | 学生番号 — | フリガナ | 氏名 | 組

微積分学I 第2回中間テスト（Hセット） 解答例 ＜真貝＞

1

(1) $y' = e^x + 0 + 12x^3 + 5\cos x - 6\sin x$

(2) $y' = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}} - 3e^{-3x} + \frac{1}{x} + \frac{5}{\cos^2 x}$

(3) $y' = (x^n)' \cdot \log x + x^n \cdot (\log x)'$

$= n x^{n-1} \cdot \log x + x^n \cdot \frac{1}{x}$

$= x^{n-1}(n\log x + 1)$

(4) $y' = \frac{0 - 1\cdot(\sin x)'}{\sin^2 x} = \frac{-\cos x}{\sin^2 x}$

(5) $y = (1-x^2)^{\frac{1}{2}}$ と考えて

$y' = \frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (1-x^2)'$

$= -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

(6) $y' = \frac{1}{\tan\frac{x}{2}} \times \left(\tan\frac{x}{2}\right)'$ 合成関数の微分 もういちど"

$= \frac{1}{\tan\frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)'$

$= \frac{1}{\sin\frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{\cos\frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{\sin x}$

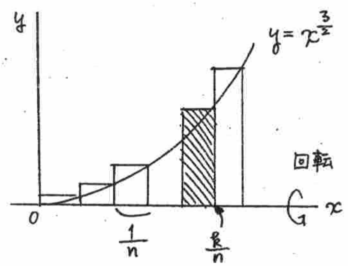
(7) $x = \cos y$ と書けるから

$\frac{dx}{dy} = -\sin y = -\sqrt{1-\cos^2 y} = -\sqrt{1-x^2}$

故に

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 最後は x の関数として表す

2



$x = [0,1]$ を n 等分し，原点から k 番目の長方形を回転してできる部分の体積 V_k は，

$$V_k = \pi\left[\left(\frac{k}{n}\right)^{\frac{3}{2}}\right]^2 \cdot \frac{1}{n} = \pi \cdot \frac{k^3}{n^4}$$

であるから，全体の体積 V は，

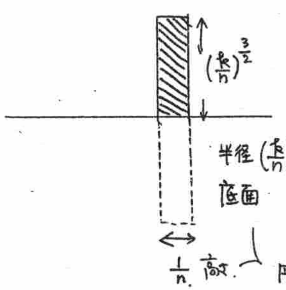
$$V = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} V_k = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} \pi\frac{k^3}{n^4}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{\pi}{n^4}\sum_{k=1}^{n} k^3$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{\pi}{n^4}\cdot\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{\pi}{4}\cdot\frac{n^2(n+1)^2}{n^4}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{\pi}{4}\cdot 1\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 = \frac{\pi}{4}$$



注意 1. 右の欄を正確に記入すること。 2. 所属を○で囲むこと。 3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。

試験日 | 座席番号 — | 所属 部 情報科学部 | 学科 IC(IJ) IS IM IN | 年次 1 2 3 4 | 科目等履修生 | 学生番号 — | フリガナ | 氏名 | 組

3

$y = x e^{-x^2}$

微分 $y' = 1\cdot e^{-x^2} + x e^{-x^2}\cdot(-2x)$

$= (1-2x^2)e^{-x^2}$

これより $y'=0$ となるのは $x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき．

さらに微分して

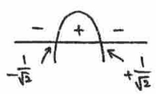
$y'' = (-4x)e^{-x^2} + (1-2x^2)e^{-x^2}(-2x)$

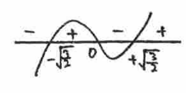
$= (4x^3 - 6x)e^{-x^2}$

$= 2x(2x^2-3)e^{-x^2}$

これより $y''=0$ となるのは $x = 0, \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$ のとき．

y' 中の $1-2x^2$ y'' 中の $x(2x^2-3)$



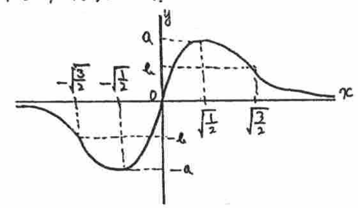


これより増減表は次のようになる．

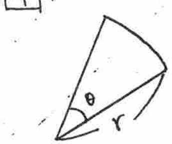
x	$(-\infty)$		$-\sqrt{\frac{3}{2}}$		$-\sqrt{\frac{1}{2}}$		0		$\sqrt{\frac{1}{2}}$		$+\sqrt{\frac{3}{2}}$		$(+\infty)$
y'			−		0		+		0		−		
y''		−	0		+		0		−		0	+	
y	0	↘	$-b$	↘	$-a$	↗	0	↗	a	↘	b	↘	0

$a = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{1}{2}}$ $b = \sqrt{\frac{3}{2}}e^{-\frac{3}{2}}$

グラフは次のようになる．



4



周囲の長さ L は $L = 2r + r\theta$ ……①

面積 S は $S = \frac{1}{2}r^2\theta$ ……②

① より $r = \frac{L}{\theta+2}$ を ② に代入して $S(\theta) = \frac{L^2}{2}\cdot\frac{\theta}{(\theta+2)^2}$

$$S'(\theta) = \frac{L^2}{2}\cdot\frac{(\theta+2)^2 - \theta\cdot 2(\theta+2)}{(\theta+2)^4} = \frac{L^2}{2}\cdot\frac{2-\theta}{(\theta+2)^3}$$

θ	0		2		2π
$S'(\theta)$		+	0	−	
$S(\theta)$		↗		↘	

増減表より $\theta = 2$ で $S(\theta)$ は最大値となる．

$\left(\theta = \frac{2}{2\pi}\times 360^\circ \fallingdotseq 114.6^\circ\right)$