注意	1. 右の欄を正確に記入すること。 2. 所属を○で囲むこと。 3. 前記「1．2」を守らない答案は採点されないことがある。	試験日		所属	部	情報科学部				学生番号	□□□－□□□	
		座席番号	－		学科	IC(IJ)	IS	IM	IN	フリガナ		組
					年次	1	2	3	4	氏名		

微積分学Ⅰ 第2回 中間テスト（Ⅰセット） 解答例 ＜真貝＞

$\boxed{1}$

(1) $y' = e^{x} + 0 + 12x^3 + 5\cos x - 6\sin x$

(2) $y' = -\dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}} - 3e^{-3x} + \dfrac{1}{x} + \dfrac{5}{\cos^2 x}$

(3) $y' = (x^n)'\cdot \log x + x^n\cdot(\log x)'$

$= nx^{n-1}\cdot \log x + x^n\cdot\dfrac{1}{x}$

$= x^{n-1}(n\log x + 1)$

(4) $y' = \dfrac{0 - 1\cdot(\sin x)'}{\sin^2 x} = \dfrac{-\cos x}{\sin^2 x}$

(5) $y = (1-x^2)^{\frac{1}{2}}$ と考えて

$y' = \frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot(1-x^2)'$

$= -\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

(6) $y' = \dfrac{1}{\tan\frac{x}{2}} \times \left(\tan\dfrac{x}{2}\right)'$

合成関数の微分もういちど．

$= \dfrac{1}{\tan\frac{x}{2}}\cdot\dfrac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}\cdot\left(\dfrac{x}{2}\right)'$

$= \dfrac{1}{\sin\frac{x}{2}}\cdot\dfrac{1}{\cos\frac{x}{2}}\cdot\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{\sin x}$

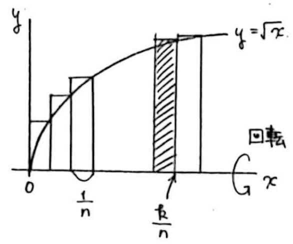
(7) $x = \cos y$ と書けるから

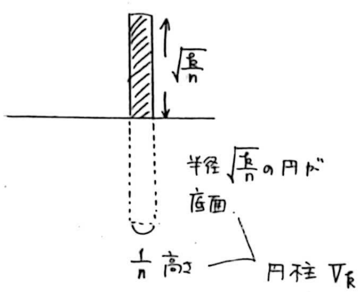
$\dfrac{dx}{dy} = -\sin y = -\sqrt{1-\cos^2 y} = -\sqrt{1-x^2}$

故に

$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\frac{dx}{dy}} = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 最後は x の関数として表す．

$\boxed{2}$





$x = [0, 1]$ を n 等分し，原点から k 番目の長方形を回転してできる部分の体積 V_k は

$$V_k = \pi\cdot\left(\sqrt{\frac{k}{n}}\right)^2\frac{1}{n} = \frac{\pi k}{n^2}$$

であるから 全体の体積 V は

$$V = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} V_k = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\pi\cdot\frac{k}{n^2}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{\pi}{n^2}\sum_{k=1}^{n}k = \lim_{n\to\infty}\frac{\pi}{n^2}\cdot\frac{n(n+1)}{2}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\pi\cdot\frac{1\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)}{2} = \frac{\pi}{2}$$ //

$\boxed{3}$

$y = xe^{-x^2}$

微分． $y' = 1\cdot e^{-x^2} + xe^{-x^2}\cdot(-2x)$

$= (1-2x^2)e^{-x^2}$

これより $y'=0$ となるのは $x = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ のとき．

さらに微分して

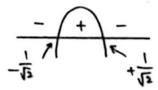
$y'' = (-4x)e^{-x^2} + (1-2x^2)e^{-x^2}(-2x)$

$= (4x^3-6x)e^{-x^2}$

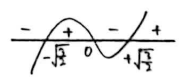
$= 2x(2x^2-3)e^{-x^2}$

これより $y''=0$ となるのは $x = 0, \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$ のとき．

y' 中の $1-2x^2$



y'' 中の $x(2x^2-3)$

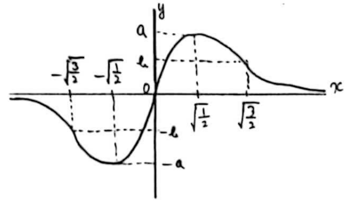


これより 増減表は 次のようになる．

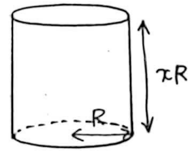
x	$(-\infty)$		$-\sqrt{\frac{3}{2}}$		$-\sqrt{\frac{1}{2}}$		0		$\sqrt{\frac{1}{2}}$		$+\sqrt{\frac{3}{2}}$		$(+\infty)$
y'			$-$		0		$+$		0		$-$		
y''		$-$	0		$+$		0		$-$		0	$+$	
y	0	↘	$-b$	↳	$-a$	↗	0	↗	a	↘	b	↳	0

$a = \dfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{1}{2}}$ $\quad b = \sqrt{\dfrac{3}{2}}e^{-\frac{3}{2}}$

グラフは 次のようになる．



$\boxed{4}$



体積 $V = (\pi R^2)\times xR = \underline{\pi x\cdot R^3}$ // (a)

表面積 $S = \underbrace{\pi R^2\times 2}_{底面} + \underbrace{2\pi R\cdot xR}_{側面} = \underline{2\pi R^2(1+x)}$ // (b)

V = 一定として．S を x に関数として表す．

$R = \left(\dfrac{V}{\pi x}\right)^{\frac{1}{3}}$ を S の式に代入して

$S(x) = 2\pi\left(\dfrac{V}{\pi x}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot(1+x) = 2\cdot\pi^{\frac{1}{3}}\cdot V^{\frac{2}{3}}\cdot f(x)$， ただし $f(x) = x^{-\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}}$

$f'(x) = -\dfrac{2}{3}x^{-\frac{5}{3}} + \dfrac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \dfrac{1}{3}x^{-\frac{5}{3}}(-2+x)$

これより．$x=2$ で $f'(x)$ は 符号を 負から正へ変える．

従って $\underline{x=2\text{のとき}}$ // 表面積は 最小．