注意	1. 右の欄を正確に記入すること。 2. 所属を○で囲むこと。 3. 前記「1.2」を守らない答案は採点されないことがある。	試験日	
		座席番号	—

所属	部	情報科学部				科目等履修生
	学科	IC	IS	IM	IN	
	年次	1	2	3	4	

学生番号	—	
フリガナ		組
氏名		

微積分学I（真貝）第2回中間テスト 解答例（Jセット）

[1]

$y_1' = e^x + 0 + 12x^3 + 5\cos x - 6\sin x$

$y_2' = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}} - 3e^{-3x} + \frac{1}{x} + \frac{5}{\cos^2 x}$

$y_3' = (x^n)'\cdot\log x + x^n\cdot(\log x)'$

$= nx^{n-1}\cdot\log x + x^n\cdot\frac{1}{x}$

$= x^{n-1}(n\cdot\log x + 1)$

$y_4' = \frac{-\sin x}{\cos^2 x}$

$y_5' = \left((1-x^2)^{\frac12}\right)' = \frac12(1-x^2)^{-\frac12}\cdot(1-x^2)'$

$= -x(1-x^2)^{-\frac12}$

$y_6' = \frac{1}{\tan\frac{x}{2}}\left(\tan\frac{x}{2}\right)'$

$= \frac{1}{\tan\frac{x}{2}}\cdot\frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}\cdot\left(\frac{x}{2}\right)'$

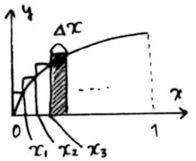
$= \frac{1}{2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}} = \frac{1}{\sin x}$

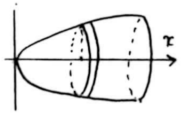
y_7': $\theta = \mathrm{Tan}^{-1}x$ とおくと $x = \tan\theta$.

$\frac{dx}{d\theta} = \frac{1}{\cos^2\theta} = 1 + \tan^2\theta = 1 + x^2$ より

$y_7' = \theta' = \frac{1}{dx/d\theta} = \frac{1}{1+x^2}$

[2]





$x = [0, 1]$ を n 等分し、$\Delta x = \frac{1}{n}$ の長方形に区切る。

$x = x_k = \frac{k}{n}$ での長方形を x 軸のまわりに回転させたとき体積 ΔV は、

$\Delta V = \pi\cdot y^2\cdot\Delta x$

$= \pi\cdot\left(\frac{k}{n}\right)^{\frac32\cdot 2}\cdot\frac{1}{n}$

全体の体積は

$V_n = \sum_{k=1}^{n}\pi\left(\frac{k}{n}\right)^3\frac{1}{n} = \frac{\pi}{n^4}\sum_{k=1}^{n}k^3$

$\therefore V_n = \frac{\pi}{n^4}\cdot\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = \frac{\pi n^2(n+1)^2}{4n^4}$

$n\to\infty$ の極限をとると、

$V = \lim_{n\to\infty}\frac{\pi}{4}\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 = \frac{\pi}{4}$

[3]

$y = xe^{-x^2}$

$y' = e^{-x^2} + x\cdot(-2x)e^{-x^2}$

$= (1-2x^2)e^{-x^2}$

$y' = 0$ となるのは $1 - 2x^2 = 0$ すなわち $x = \pm\frac{1}{\sqrt2}$

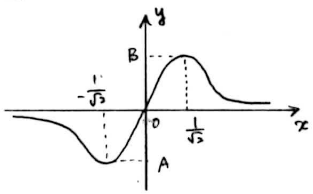
増減表は

x	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt2}$		$+\frac{1}{\sqrt2}$		$+\infty$
y'		−	0	+	0	−	
y		↘	A	↗	B	↘	

$A = -\frac{1}{\sqrt2 e^2}$

$B = +\frac{1}{\sqrt2 e^2}$

$\lim_{x\to\pm\infty} y = 0$ であることを考えると、次のグラフになる。

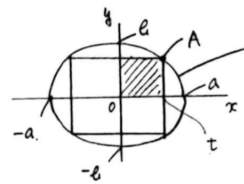


注意	1. 右の欄を正確に記入すること。 2. 所属を○で囲むこと。 3. 前記「1.2」を守らない答案は採点されないことがある。	試験日	
		座席番号	—

所属	部	情報科学部				科目等履修生
	学科	IC	IS	IM	IN	
	年次	1	2	3	4	

学生番号	—	
フリガナ		組
氏名		

[4]



$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ……①

楕円に内接する長方形は、x軸・y軸に平行な辺をもつものに限られる。

第1象限での内接点Aの x 座標を t とすると、

①より $y = b\sqrt{1-\left(\frac{t}{a}\right)^2}$

である。図の斜線部の面積の4倍が長方形の面積 S になることから、

$S = 4\cdot\frac{b}{a}t\cdot\sqrt{a^2-t^2}$ ……②

この最大値を求めればよい。

$S^2 = 16\left(\frac{b^2}{a^2}\right)t^2(a^2-t^2)$ より

$f(t) = t^2(a^2-t^2)$ とおいて最大値を求めると、

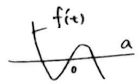
$f'(t) = 2t(a^2-t^2) + t^2(-2t)$

$= 2t(a^2-2t^2)$ より

$t = 0, \pm\frac{1}{\sqrt2}a$ のとき $f'(t) = 0$ となる。

したがって $0\le t\le a$ で②の増減表を書くと、

t	0		$\frac{1}{\sqrt2}a$		a
$f'(t)$	0	+	0	−	
S		↗		↘	



故に $t = \frac{1}{\sqrt2}a$ のとき S は最大になる

$S_{max} = 4\cdot\frac{b}{\cancel{a}}\cdot\frac{\cancel{a}}{\sqrt2}\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{\sqrt2}\right)^2} = 2ab$

[5]

$f(x) = e^{-x}\sin x$

$f'(x) = -e^{-x}\sin x + e^{-x}\cos x$

$= e^{-x}(-\sin x + \cos x)$

$f''(x) = -e^{-x}(-\sin x + \cos x)$

$+ e^{-x}(-\cos x - \sin x)$

$= -2e^{-x}\cos x$

$f^{(3)}(x) = 2e^{-x}\cos x + 2e^{-x}\sin x$

これらから

$f(0) = 0$

$f'(0) = 1$

$f''(0) = -2$

$f^{(3)}(0) = 2$ となるので

$f(x) = f(0) + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k!}f^{(k)}(0)x^k$

$= 0 + x - \frac{2}{2!}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \cdots$

$= x - x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \cdots$ となる。

所属	科 年・科目等履修生	学生番号	—	氏名	

大阪工業大学