

注 意	1. 右の欄を正確に記入すること。	試験日 座席番号	所 部 情報科学部	学生番号				科目等履修生	フリガナ 氏名	組
	2. 所属を□で囲むこと。			IC(IJ)	IS	IM	IN			
	3. 前記「1, 2」を守らない答案は採点されないことがある。			年次	1	2	3			

微積分学Ⅰ 第1回中間テスト(Hセット) 解答例 <真見>

① (1) $\cos^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} = \alpha$ とおくと
 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ \swarrow \cos^{-1} の値域
 $0 \leq \alpha \leq \pi$ の範囲で、この式をみたす α は $\alpha = \frac{\pi}{6}$ 。

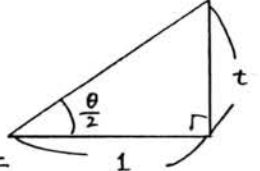
(2) $\tan^{-1}(-\sqrt{3}) = \alpha$ とおくと
 $\tan \alpha = -\sqrt{3}$ \swarrow \tan^{-1} の値域
 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ の範囲で、この式をみたす α は $\alpha = -\frac{\pi}{3}$ 。

②
 右辺 = $\frac{e^x + e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^y + e^{-y}}{2} + \frac{e^x - e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^y - e^{-y}}{2}$
 $= \frac{1}{4} \{ e^{x+y} + e^{x-y} + e^{-x+y} + e^{-x-y} \}$
 $+ \frac{1}{4} \{ e^{x+y} - e^{x-y} - e^{-x+y} + e^{-x-y} \}$
 $= \frac{1}{2} (e^{x+y} + e^{-x-y})$
 $= \cosh(x+y) = \text{左辺}$ 〃

③ (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + (\frac{5}{7})^n}{1 - (\frac{5}{7})^n} = +1$

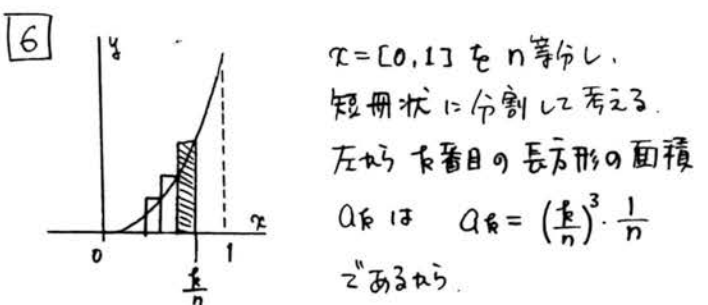
(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 2n} - n) \times \frac{\sqrt{n^2 - 2n} + n}{\sqrt{n^2 - 2n} + n}$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n - n^2}{\sqrt{n^2 - 2n} + n}$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2}{\sqrt{1 - \frac{2}{n}} + 1} = -1$

④ $t = \tan \frac{\theta}{2}$ は、右図の三角形の辺の比を表すので。
 $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \cos \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$
 である。つまり、



$\sin \theta = \sin(\frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{2}) = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} = \frac{2t}{1+t^2}$
 $\cos \theta = \cos(\frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{2}) = \cos^2 \frac{\theta}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1-t^2}{1+t^2}$
 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{2t}{1-t^2}$ となる。

⑤ 2項定理より
 $(1+x)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^k \cdot x^{n-k}$
 $= \binom{n}{0} \cdot x^0 + \binom{n}{1} x^1 + \binom{n}{2} x^2 + \dots$
 $= x^n + n x^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2} x^{n-2} + \dots$



長方形 n 個の和 S_n は、
 $S_n = \sum_{k=1}^n A_k = \frac{1}{n^4} \sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{n^4} (\frac{n(n+1)}{2})^2$
 $n \rightarrow \infty$ の limit として
 $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(n+1)^2}{4n^4}$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4} (1 + \frac{1}{n})^2 = \frac{1}{4}$ 〃

($\int_0^1 x^3 dx = [\frac{1}{4} x^4]_0^1 = \frac{1}{4}$ と同じ)

所 属	科 年・科目等履修生	学生番号	氏 名
-----	------------	------	-----

大 阪 工 業 大 学