注意	1. 右の欄を正確に記入すること。 2. 所属を○で囲むこと。 3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。	試験日		所属	部	情報科学部				学生番号	−
		座席番号	−		学科	ID	IC	IS	IM	IN	科目等履修生
					年次	1	2	3	4	フリガナ / 氏名	組

微積分学Ⅰ(真見)　中間テスト 第2回 (M2) 解答例.

$\boxed{1}$

(1) $y_1' = e^x + 0 + 12x^3 + 5\cos x - 6\sin x$

(2) $y_2' = -\dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}} - 3e^{-3x} + \dfrac{1}{x} + \dfrac{5}{\cos^2 x}$

$(\log 4x)' = \dfrac{1}{4x}(4x)'$

(3) $y_3' = \dfrac{0-(\sin x)'}{(\sin x)^2} = \dfrac{-\cos x}{\sin^2 x}$

(4) $y_4' = \left\{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}\right\}'$

$= \dfrac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot(1-x^2)' = -\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

(5) $y_5 = \mathrm{Cos}^{-1} x.\ \Leftrightarrow\ x = \cos y.$

$\dfrac{dx}{dy} = -\sin y.$

$\therefore\ \dfrac{dy_5}{dx} = -\dfrac{1}{\sin y} = -\dfrac{1}{\sqrt{1-\cos^2 y}} = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(6) $y_6' = \left(\dfrac{\sinh x}{\cosh x}\right)'$

$= \dfrac{(\sinh x)'\cosh x - \sinh x(\cosh x)'}{\cosh^2 x}$

$= \dfrac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \dfrac{1}{\cosh^2 x}$

$\boxed{2}$

$y = x\log x$

$y' = 1\cdot\log x + x\cdot\dfrac{1}{x} = \log x + 1.$

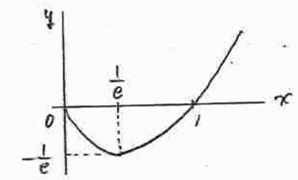
$y'=0$ となるのは $\log x = -1$ のとき

$\therefore\ x = e^{-1}$ のとき

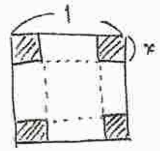
増減表は

x	0		$\frac{1}{e}$	
y'		$-$	0	$+$
y	0	↘	$-\frac{1}{e}$	↗

これより グラフは 次のようになる



$\boxed{3}$



切り取る正方形の一辺の長さを x とする。

つくられる箱の体積 $V(x)$ は

$V(x) = (1-2x)^2\cdot x$ である。

$= x - 4x^2 + 4x^3.$

ビブンして

$V'(x) = 1 - 8x + 12x^2$

$= (1-6x)(1-2x)$

$V'(x)=0$ となるのは $x = \dfrac{1}{6}, \dfrac{1}{2}$ のとき.

増減表を $0 \leq x \leq \dfrac{1}{2}$ の範囲で考えると.

x	0		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{2}$
V'		$+$	0	$-$	0
V		↗		↘	

となるので $x = \dfrac{1}{6}$ のとき $V(x)$ は最大となる.

$V\left(\dfrac{1}{6}\right) = \left(1-\dfrac{1}{3}\right)^2\cdot\dfrac{1}{6} = \dfrac{4}{9}\cdot\dfrac{1}{6} = \dfrac{2}{27}$

$\boxed{4}$

$y = (x^2+2x)e^{3x}$

$f(x) = x^2+2x,\ g(x) = e^{3x}$ として

ライプニッツの公式を用いる.

$f'(x) = 2x+2$

$f''(x) = 2$

$f^{(k)}(x) = 0 \quad k=3,4,5,\cdots$

及び

$g^{(k)}(x) = 3^k e^{3x}$ より

$y^{(n)} = \binom{n}{0}\cdot f(x)\cdot g^{(n)}(x) + \binom{n}{1}f'(x)\cdot g^{(n-1)}(x)$

$+ \binom{n}{2}\cdot f''(x)g^{(n-2)}(x) + 0 + 0 + \cdots$

$= (x^2+2x)3^n\cdot e^{3x}$

$+\ 2n(x+1)\cdot 3^{n-1}e^{3x}$

$+\ \dfrac{n(n-1)}{2}\cdot 2\cdot 3^{n-2}e^{3x}$

$= \left\{9(x^2+2x) + 6n(x+1) + n(n-1)\right\}3^{n-2}e^{3x}$

$= \left(9x^2 + (18+6n)x + n^2+5n\right)3^{n-2}e^{3x}$

所属	科	年・科目等履修生	学生番号	−	氏名