注意 1. 右の欄を正確に記入すること。 2. 所属を○で囲むこと。 3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。

| 試験日 | | 所属 | 部 | 情報科学部 | | | | | 学生番号 | — |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 座席番号 | — | | 学科 | ID | IC | IS | IM | IN | フリガナ | 組 |
| | | | 年次 | 1 | 2 | 3 | 4 | 科目等履修生 | 氏名 | |

# 微積分学I 第3回中間テスト (02セット) 解答例.

**1** $f(x)=x^2,\ g(x)=e^{-x}$ として ライプニッツの公式を使う.

$\left.\begin{array}{l} f'(x)=2x \\ f''(x)=2 \end{array}\right)$ より $k \geq 3$ に対して $f^{(k)}(x)=0$.

$\left.\begin{array}{l} g'(x)=-e^{-x} \\ g''(x)=+e^{-x} \end{array}\right)$ などから. $g^{(k)}(x)=(-1)^k e^{-x}$

ゆえに $(f\cdot g)^{(n)}=\binom{n}{0}\cdot f\cdot g^{(n)}+\binom{n}{1}\cdot f'g^{(n-1)}+\binom{n}{2}\cdot f''\cdot g^{(n-2)}+0+0+\cdots$

$=1\cdot x^2\cdot(-1)^n e^{-x}+n\cdot 2x\cdot(-1)^{n-1}\cdot e^{-x}+\frac{n(n-1)}{2}\cdot 2\cdot(-1)^{n-2}\cdot e^{-x}$

$=\{x^2-2nx+n(n-1)\}(-1)^n e^{-x}$ //

**2** (1). $f(x)=(1+x)^{\frac{1}{3}}$. $f(0)=1$.

$f'(x)=\frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}}$. $f'(0)=\frac{1}{3}$.

$f''(x)=-\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}(1+x)^{-\frac{5}{3}}$. $f''(0)=-\frac{2}{9}$

これより $f(x)\simeq 1+\frac{1}{3}x-\frac{2}{9}\frac{1}{2!}x^2=1+\frac{1}{3}x-\frac{1}{9}x^2$

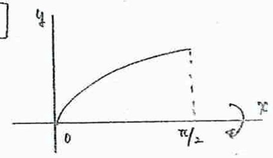
(2) $\sqrt[3]{10}=\sqrt[3]{8+2}=2\left(1+\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$

(1)で得た近似式より $\left(1+\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}}\simeq 1+\frac{1}{3}\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\left(\frac{1}{4}\right)^2=1.07639$

これより $\sqrt[3]{10}\simeq 2.15278$ (本当の値は 2.15434…)

---

**4**




$V=\int_0^{\pi/2}\pi(\sin x)^2 dx$

$=\pi\int_0^{\pi/2}\frac{1-\cos 2x}{2}dx$

$=\frac{\pi}{2}\left[x-\frac{1}{2}\sin 2x\right]_0^{\pi/2}$

$=\frac{\pi}{2}\left\{\left(\frac{\pi}{2}-0\right)-(0-0)\right\}=\frac{\pi^2}{4}$.

| 所属 | 科 年・科目等履修生 | 学生番号 | — | 氏名 |
|---|---|---|---|---|


注意 1. 右の欄を正確に記入すること。 2. 所属を○で囲むこと。 3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。


| 試験日 | | 所属 | 部 | 情報科学部 | | | | | 学生番号 | — |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 座席番号 | — | | 学科 | IC(IJ) | IS | IM | IN | | フリガナ | 組 |
| | | | 年次 | 1 | 2 | 3 | 4 | 科目等履修生 | 氏名 | |

**3** $C$ を積分定数とする.

(1) $I_1=\int(\sin x+\cos 2x+e^{3x})dx$

$=-\cos x+\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{3}e^{3x}+C$ //

(2) $I_2=\int\frac{dx}{\tan x}=\int\frac{\cos x}{\sin x}dx$

$=\int\frac{(\sin x)'}{\sin x}dx$

$=\log|\sin x|+C$ //

(3) $I_3=\int\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}dx$

$=\int\frac{(e^x+e^{-x})'}{e^x+e^{-x}}dx$

$=\log\underbrace{(e^x+e^{-x})}+C$ //

(常に正なので絶対値不要)

(4) $I_4=\int x^n\cdot\log x\,dx$

$=\int\left(\frac{1}{n+1}x^{n+1}\right)'\cdot\log x\,dx$

$=\frac{1}{n+1}x^{n+1}\cdot\log x-\int\frac{x^{n+1}}{n+1}\cdot\frac{1}{x}dx$

$=\frac{1}{n+1}x^{n+1}\cdot\log x-\frac{1}{(n+1)^2}x^{n+1}+C$ //

(5) 部分分数分解として

$\frac{1}{x^2-1}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}$ とすると

右辺を通分した分子 $=(A+B)x+A-B$.

なので $\begin{cases}A+B=0\\A-B=1\end{cases}$ $\therefore A=\frac{1}{2},\ B=-\frac{1}{2}$

を得る.

したがって

$I_5=\int\left\{\frac{1/2}{x-1}-\frac{1/2}{x+1}\right\}dx$

$=\frac{1}{2}\log|x-1|-\frac{1}{2}|x+1|+C$ //

$=\log\sqrt{\left|\frac{x-1}{x+1}\right|}+C$ //

(6) $x=\tan\theta$ とおくと.

$\frac{dx}{d\theta}=\frac{1}{\cos^2\theta}$ $\begin{array}{c|c}x & 0\to 1\\ \hline \theta & 0\to\pi/4\end{array}$ より

$I_6=\int_0^1\frac{dx}{x^2+1}=\int_0^{\pi/4}\frac{1}{\tan^2\theta+1}\frac{d\theta}{\cos^2\theta}$

$=\int_0^{\pi/4}d\theta=[\theta]_0^{\pi/4}=\frac{\pi}{4}$ //

(7) $x=2\sin\theta$ とおくと

$\frac{dx}{d\theta}=2\cos\theta$ $\begin{array}{c|c}x & 0\to 1\\ \hline \theta & 0\to\pi/6\end{array}$ より

$I_7=\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

$=\int_0^{\pi/6}\frac{2\cos\theta}{\sqrt{4-4\sin^2\theta}}d\theta$

$=\int_0^{\pi/6}d\theta=[\theta]_0^{\pi/6}=\frac{\pi}{6}$ //

| 所属 | 科 年・科目等履修生 | 学生番号 | — | 氏名 |
|---|---|---|---|---|