注意
1. 右の欄を正確に記入すること。
2. 所属を○で囲むこと。
3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。

試験日		所属	部	情報科学部		学生番号 □□□-□□□
座席番号	—		学科	ID IC IS IM IN	科目等履修生	フリガナ
			年次	1 2 3 4		氏名 / 組

微積分学I 第3回中間テスト (03セット) 解答例 〈真貝〉

$\boxed{1}$ $f(x)=x^2,\ g(x)=e^{3x}$ としてライプニッツの公式を使う.

$\left.\begin{array}{l} f'(x)=2x \\ f''(x)=2 \end{array}\right)$ より $k\geq 3$ に対して $f^{(k)}(x)=0$.

$\left.\begin{array}{l} g'(x)=3e^{3x} \\ g''(x)=3^2e^{3x} \end{array}\right)$ などから $g^{(k)}(x)=3^k e^{3x}$

ゆえに
$$(f\cdot g)^{(n)} = \binom{n}{0} f\cdot g^{(n)} + \binom{n}{1} f'\cdot g^{(n-1)} + \binom{n}{2} f''\cdot g^{(n-2)} + 0+0+\cdots$$
$$= 1\cdot x^2\cdot 3^n e^{3x} + n\cdot 2x\cdot 3^{n-1}\cdot e^{3x} + \frac{n(n-1)}{2}\cdot 2\cdot 3^{n-2}\cdot e^{3x}$$
$$= (9x^2+6nx+n(n-1))\,3^{n-2}\cdot e^{3x} \quad //$$

$\boxed{2}$ (1) $f(x)=(1+x)^{\frac{1}{3}},\quad f(0)=1$

$f'(x)=\frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}},\quad f'(0)=\frac{1}{3}$

$f''(x)=-\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot(1+x)^{-\frac{5}{3}},\quad f''(0)=-\frac{2}{9}$

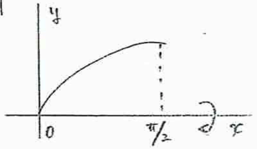
これより $f(x)\simeq 1+\frac{1}{3}x-\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{2!}x^2 = 1+\frac{1}{3}x-\frac{1}{9}x^2$.

(2) $\sqrt[3]{60}=\sqrt[3]{64-4} = 4\left(1-\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{3}}$

(1)で得た近似式より $\left(1-\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{3}} \simeq 1+\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{16}\right)-\frac{1}{9}\left(\frac{1}{16}\right)^2 = 0.97874$

したがって $\sqrt[3]{60}\simeq 3.91490$ (本当の値は 3.91486…)

$\boxed{4}$



$$V=\int_0^{\pi/2}\pi\cdot(\sin x)^2\,dx$$
$$=\pi\int_0^{\pi/2}\frac{1-\cos 2x}{2}\,dx$$
$$=\frac{\pi}{2}\left[x-\frac{1}{2}\sin 2x\right]_0^{\pi/2}$$
$$=\frac{\pi}{2}\left\{\left(\frac{\pi}{2}-0\right)-(0-0)\right\} = \frac{\pi^2}{4} \quad //$$

注意
1. 右の欄を正確に記入すること。
2. 所属を○で囲むこと。
3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。

試験日		所属	部	情報科学部		学生番号 □□□-□□□
座席番号	—		学科	IC(IJ) IS IM IN	科目等履修生	フリガナ
			年次	1 2 3 4		氏名 / 組

$\boxed{3}$ C を積分定数とする.

(1) $I_1=\int(\sin x+\cos 2x+e^{3x})\,dx$
$$=-\cos x+\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{3}e^{3x}+C \quad //$$

(2) $I_2=\int\frac{dx}{\tan x}=\int\frac{\cos x}{\sin x}\,dx$
$$=\int\frac{(\sin x)'}{\sin x}\,dx$$
$$=\log|\sin x|+C \quad //$$

(3) $I_3=\int\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}\,dx$
$$=\int\frac{(e^x+e^{-x})'}{e^x+e^{-x}}\,dx$$
$$=\log(\underbrace{e^x+e^{-x}})+C \quad //$$
(常に正なので絶対値不要)

(4) $I_4=\int x^n\cdot\log x\,dx$
$$=\int\left(\frac{1}{n+1}x^{n+1}\right)'\cdot\log x\,dx$$
$$=\frac{1}{n+1}x^{n+1}\cdot\log x-\int\frac{x^{n+1}}{n+1}\cdot\frac{1}{x}\,dx$$
$$=\frac{1}{n+1}x^{n+1}\cdot\log x-\frac{1}{(n+1)^2}x^{n+1}+C \quad //$$

(5) 部分分数分解として
$\frac{1}{x^2-1}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}$ とすると

右辺を通分した分子 $=(A+B)x+A-B$.

なので $\left\{\begin{array}{l} A+B=0 \\ A-B=1 \end{array}\right.$ $\quad\therefore A=\frac{1}{2},\ B=-\frac{1}{2}$

を得る.

したがって
$$I_5=\int\left\{\frac{1/2}{x-1}-\frac{1/2}{x+1}\right\}dx$$
$$=\frac{1}{2}\log|x-1|-\frac{1}{2}|x+1|+C \quad //$$
$$=\log\sqrt{\left|\frac{x-1}{x+1}\right|}+C \quad //$$

(6) $x=\tan\theta$ とおくと.

$\frac{dx}{d\theta}=\frac{1}{\cos^2\theta}\qquad \begin{array}{c|c} x & 0\to 1 \\ \hline \theta & 0\to\pi/4 \end{array}$ より

$$I_6=\int_0^1\frac{dx}{x^2+1}=\int_0^{\pi/4}\frac{1}{\tan^2\theta+1}\frac{d\theta}{\cos^2\theta}$$
$$=\int_0^{\pi/4}d\theta=[\theta]_0^{\pi/4}=\frac{\pi}{4} \quad //$$

(7) $x=2\sin\theta$ とおくと

$\frac{dx}{d\theta}=2\cos\theta\qquad \begin{array}{c|c} x & 0\to 1 \\ \hline \theta & 0\to\pi/6 \end{array}$ より

$$I_7=\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$$
$$=\int_0^{\pi/6}\frac{2\cos\theta}{\sqrt{4-4\sin^2\theta}}\,d\theta$$
$$=\int_0^{\pi/6}d\theta=[\theta]_0^{\pi/6}=\frac{\pi}{6} \quad //$$

訂正しました.