

1 Mathematica を用いた数学実習

Mathematica は, Wolfram 社の販売する数式処理ソフトです. グラフ化やシミュレーションまで, 今後の学習・研究に役立つことでしょう.

- 情報科学部ではサイロライセンス契約で利用可能となっています.
- 利用方法の詳細は, 次のページを参照してください. (講義ページからリンクされています).
<https://www.oit.ac.jp/is/shinkai/lecture/mathematica.html>

演習室の PC からの起動方法 (Windows から)

- 普通のソフトウェアと同じように, 「アプリ一覧」から「Wolfram Mathematica」を選択する. («Wolfram Mathematica カーネル」ではない.)
- 起動したら, 5! と入力し, 「shift+中央の enter」または「右端の enter」とキーボードを押して, 120 と計算されるかどうか確かめよう.

課題 1 (微分)

1.1 添付しているプリント(「徹底攻略 常微分方程式 改訂版」真貝著, 共立出版, 2021年2月第12刷)の p204–209 を熟読しながら, すべて実行して確かめよ.

1.2 まず, 自分で計算し, Mathematica で答えを確認せよ.

$$(1) y_1 = \frac{d}{dx}(\sin x \cos x) \quad \text{D[Sin[x] Cos[x], x]}$$

$$(2) y_2 = \frac{d}{dx} \sin^4 x \quad \text{D[(Sin[x])^4, x]}$$

$$(3) y_3 = \frac{d}{dx} \sin x^4 \quad (6) y_6 = \frac{d \log x}{dx x}$$

$$(4) y_4 = \frac{d}{dx}(e^{-x} \cos x) \quad (7) y_7 = \frac{d}{dx} e^{x^2}$$

$$(5) y_5 = \frac{d}{dx} \frac{x}{x^2 + 1} \quad (8) y_8 = \frac{d}{dx} \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

1.3 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ とする. $f[x_] := x^3 - 3x^2 + 4$

(1) $f(x)$ を因数分解せよ.

(2) $y = f(x)$ を $-3 \leq x \leq 6$ の範囲でグラフにせよ.

(3) $y = f(x)$ を微分し, $x = -1$ での微分係数を求めよ. $fdash = D[f[x], x] /. x \rightarrow -1$

(4) $y = f(x)$ の $x = -1$ での接線の方程式を $g(x)$ とせよ. $g[x_] := fdash (x + 1) + f[-1]$

(5) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ を $-3 \leq x \leq 6$ の範囲でグラフにせよ.

$\text{Plot}[\{f[x], g[x]\}, \{x, -3, 6\}]$

(6) おまけ. $\text{RegionPlot}[y > f[x] \ \&\& \ y < g[x], \{x, -1, 6\}, \{y, -10, 60\}]$

1.4 $f(x) = e^{-x^2}$ とする. $y = f(x)$ と $y = f'(x)$ を $-3 \leq x \leq 3$ の範囲でグラフにせよ.

1.5 $\sin x$ や $\cos x$ の Maclaurin 展開が, 次数をあげていくと広範囲で元の関数に一致していくことをグラフで示せ. (教科書 p95 の図を描け.)

1.6 ニュートン法 (教科書 p89) を読んで理解し, $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ をそれぞれ 10 桁求めるプログラムを作成せよ.

課題 2 (パラメータ表示された曲線)

2.1 パラメータ表示された次の曲線をグラフにせよ.

$$(1) \begin{cases} x = \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases} \quad (0 \leq \theta \leq \pi) \quad \text{ParametricPlot}[\{\text{Cos}[t], \text{Sin}[t]\}, \{t, 0, \text{Pi}\}]$$

$$(2) \begin{cases} x = 2 \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases} \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

(3) 対数らせん, サイクロイド, アステロイド (教科書 p144-145)

課題 3 (積分)

3.1 まず, 自分で計算し, Mathematica で答えを確認せよ.

$$(1) I_1 = \int \sin 2x \, dx \quad \text{Integrate}[\text{Sin}[2 \, x], \, x]$$

$$(2) I_2 = \int_0^{\pi/2} \sin 2x \, dx \quad \text{Integrate}[\text{Sin}[2 \, x], \{x, 0, \text{Pi}/2\}]$$

$$(3) I_3 = \int_0^2 e^{-9x} \, dx$$

$$(4) I_4 = \int \frac{x}{x^2 + 1} \, dx$$

$$(5) I_5 = \int_0^{\pi/3} \cos x(1 - \sin^2 x) \, dx \quad (t = \sin x \text{ と置換})$$

$$(6) I_6 = \int \frac{x+3}{(x+1)(x+2)} \, dx \quad \text{Integrate}[(x+3)/(x+1)/(x+2), \, x]$$

課題 4 (曲面)

4.1 次の曲面を描け.

$$(1) z = e^{-x^2 - y^2} \quad (\text{教科書 p158}) \quad \text{Plot3D}[\text{Exp}[-x^2 - y^2], \{x, -2, 2\}, \{y, -1, 2\}]$$

$$(2) z = (x^2 - y^2)/(x^2 + y^2) \quad (\text{教科書 p159})$$

```
f[x_] := x^2 - 3;
g[x_] := f[x]/D[f[x], x];
h[xn_] := xn - (g[x] /. x -> xn)
x1 = 2
x2 = N[h[x1], 10]
x3 = N[h[x2], 10]
x4 = N[h[x3], 10]
x5 = N[h[x4], 10]
```