

注 意	1. 右の欄を正確に記入すること。	試験日 座席番号	所 部 情報科学部	学生番号	□□□□ - □□□□				フリガナ 氏名	組			
	2. 所属を○で囲むこと。				学科	ID	IC	IS			IM	IN	科目等履修生
	3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。												

微積分学Ⅰ 第3回中間テスト(02セット) 解答例

[1] $f(x) = x^2, g(x) = e^{-x}$ として $f(x) = x^2$ の公式を用いる。

$f'(x) = 2x, f''(x) = 2, f^{(n)}(x) = 0$

$g'(x) = -e^{-x}, g''(x) = e^{-x}, g^{(n)}(x) = (-1)^n e^{-x}$

$(f \cdot g)^{(n)} = \binom{n}{0} f \cdot g^{(n)} + \binom{n}{1} f' \cdot g^{(n-1)} + \binom{n}{2} f'' \cdot g^{(n-2)} + 0 + 0 + \dots$

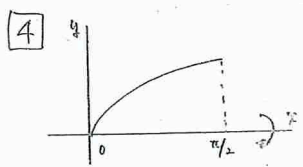
$= 1 \cdot x^2 \cdot (-1)^n e^{-x} + n \cdot 2x \cdot (-1)^{n-1} e^{-x} + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 2 \cdot (-1)^{n-2} e^{-x}$

$= \{ x^2 - 2nx + n(n-1) \} (-1)^n e^{-x}$

[2] (1) $f(x) = (1+x)^{1/3}, f(0) = 1$
 $f'(x) = \frac{1}{3}(1+x)^{-2/3}, f'(0) = \frac{1}{3}$
 $f''(x) = -\frac{2}{9}(1+x)^{-5/3}, f''(0) = -\frac{2}{9}$

\therefore $f(x) \approx 1 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2!} x^2 = 1 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2$

(2) $\sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{8+2} = 2(1 + \frac{1}{4})^{1/3}$
(1) の得た近似式より $(1 + \frac{1}{4})^{1/3} \approx 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{9}(\frac{1}{4})^2 = 1.07639$
 \therefore $\sqrt[3]{10} \approx 2.15278$ (本当の値は 2.15437...)



$V = \int_0^{\pi/2} \pi (\sin x)^2 dx$

$= \pi \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx$

$= \frac{\pi}{2} [x - \frac{1}{2} \sin 2x]_0^{\pi/2}$

$= \frac{\pi}{2} \{ (\frac{\pi}{2} - 0) - (0 - 0) \} = \frac{\pi^2}{4}$

所属	科	年	科目等履修生	学生番号	□□□□ - □□□□	氏名
----	---	---	--------	------	-------------	----

注 意	1. 右の欄を正確に記入すること。	試験日 座席番号	所 部 情報科学部	学生番号	□□□□ - □□□□				フリガナ 氏名	組		
	2. 所属を○で囲むこと。				学科	IC(IJ)	IS	IM			IN	科目等履修生
	3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。											

[3] C を積分定数とする。

(1) $I_1 = \int (\sin x + \cos 2x + e^{3x}) dx$
 $= -\cos x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} e^{3x} + C$

(2) $I_2 = \int \frac{dx}{\tan x} = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx$
 $= \int \frac{(\sin x)'}{\sin x} dx$
 $= \log |\sin x| + C$

(3) $I_3 = \int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$
 $= \int \frac{(e^x + e^{-x})'}{e^x + e^{-x}} dx$
 $= \log(e^x + e^{-x}) + C$
(常に正だから絶対値不要)

(4) $I_4 = \int x^n \cdot \log x dx$
 $= \int (\frac{1}{n+1} x^{n+1})' \cdot \log x dx$
 $= \frac{1}{n+1} x^{n+1} \log x - \int \frac{x^{n+1}}{n+1} \cdot \frac{1}{x} dx$
 $= \frac{1}{n+1} x^{n+1} \log x - \frac{1}{(n+1)^2} x^{n+1} + C$

$LT = x^{1/2}$

$I_5 = \int \left\{ \frac{1/2}{x-1} - \frac{1/2}{x+1} \right\} dx$
 $= \frac{1}{2} \log |x-1| - \frac{1}{2} \log |x+1| + C$
 $= \log \sqrt{\left| \frac{x-1}{x+1} \right|} + C$

(6) $x = \tan \theta$ とおくと。
 $\frac{dx}{d\theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ $\left. \begin{matrix} x=0 \rightarrow \theta=0 \\ x=1 \rightarrow \theta=\pi/4 \end{matrix} \right\}$ より
 $I_6 = \int_0^1 \frac{dx}{x^2+1} = \int_0^{\pi/4} \frac{1}{\tan^2 \theta + 1} \frac{d\theta}{\cos^2 \theta}$
 $= \int_0^{\pi/4} d\theta = [\theta]_0^{\pi/4} = \frac{\pi}{4}$

(7) $x = 2 \sin \theta$ とおくと
 $\frac{dx}{d\theta} = 2 \cos \theta$ $\left. \begin{matrix} x=0 \rightarrow \theta=0 \\ x=1 \rightarrow \theta=\pi/6 \end{matrix} \right\}$ より
 $I_7 = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$
 $= \int_0^{\pi/6} \frac{2 \cos \theta}{\sqrt{4-4 \sin^2 \theta}} d\theta$
 $= \frac{1}{2} \int_0^{\pi/6} d\theta = \frac{1}{2} [\theta]_0^{\pi/6} = \frac{\pi}{6}$

(5) 部分分数分解とす
 $\frac{1}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$ とおくと
右辺を通分して分子 = $(A+B)x + A - B$
 $\therefore \begin{cases} A+B=0 \\ A-B=1 \end{cases} \therefore A = \frac{1}{2}, B = -\frac{1}{2}$
を得る。

所属	科	年	科目等履修生	学生番号	□□□□ - □□□□	氏名
----	---	---	--------	------	-------------	----