

微積分学 I (真貝)

レポート課題 (2025)

【提出期限】 2025 年 7 月 22 日 (火) 13:00

【提出場所】 1 号館 5 階 IC 科事務室前レポートボックス

- 表紙は不要だが、ファイルの書き出しに学籍番号と氏名を記入すること。A4 用紙を用いること。
- ペン書きあるいはプリンタで打ち出したもの（鉛筆書き不可）。左上をホチキス留めすること。
- 以上の形式が守られていないものは減点することがある。
- グラフを描く場合、何らかのソフトウェア（Mathematica など）を用いて描くこと。ソフトウェアを用いて描く場合でも、元の数式を説明すること。
- 成績根拠資料として残すのでレポートは返却しない。
- 下記のうち 2 問を選択して解答すること。成績の 10% として採点する。3 問以上解答した場合は、できる限り 2 問を選んで計上する。

1 半径 r の円に内接する正 n 角形の面積 S_n を求めよ。また、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。

2 $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の Maclaurin 展開が、次数をあげていくと広範囲で元の関数に一致していくことをグラフで示せ。（ $\sin x$, $\cos x$ の図は教科書 p95 にある。）

3 懸垂線 (catenary) $y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ と放物線の形はよく似ているが、微妙に異なる。 $x = [-1, 1]$ の範囲で両者のグラフを重ねて描き、どちらの曲線がより大きく沈んでいるのか判定せよ。（放物線は、懸垂線の 2 つの端点と $(0, 1)$ の座標を通るものを求めよ。）また、この範囲で、懸垂線と放物線のどちらが長い計算して示せ。

ヒント：

- 放物線は、 $y = ax^2 + bx + c$ などと仮定して a, b, c を求める。
- 曲線の長さを求める公式は、教科書 p130, 定理 3.23。懸垂線の長さは例題 3.24 で求めている。
- Mathematica での定積分は、`Integrate[関数, {x, -1, 1}]` である。
数値で求める定積分は、`NIntegrate[関数, {x, -1, 1}]` である。

4 アインシュタインの特殊相対性理論によれば、質量 m をもつ物体が速度 v で運動するとき、エネルギー E は、

$$E = m \frac{c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

となる。ここで、 c は光速である。この式のニュートン極限を、 $(v/c) \ll 1$ として v^6 のオーダーの項まで求めよ。

ヒント：

- まず、 $|x| \ll 1$ のときの、 $(1 + x)^n$ の近似式を x^3 のオーダーまで導出せよ。
- 得られた近似式を $(1 - (v/c)^2)^{-1/2}$ に適用せよ。