

**【重要】** 解答は別紙に。答えだけではなく、導出の過程も記すこと。  
解答順は自由。スペースが足りなければ、裏面を用いよ。

1 次の微分方程式を立式せよ。必要であれば、各自で文字を補え。

- (1)  $xy$  平面上の各点で、法線の傾きが  $\cos x$  である曲線が満たす微分方程式。
- (2) 時間に対して一定の割合で減少していく放射性元素の数を求める微分方程式。
- (3)  $x$  方向の加速度が、原点からの距離の2乗に反比例することを示す微分方程式。
- (4) 質量  $m$  の落下傘が重力  $mg$  を受けて落下するとき、高さ  $y$  が満たす運動方程式は、

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -mg$$

である。さらに、速度に比例する抵抗力が加わるとすると、どのような式になるか。

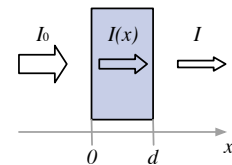
2  $y(x)$  に対する次の微分方程式について、一般解を求めよ。初期条件が与えられているものは、特殊解を求めよ。

- (1)  $y'' = -9y$
- (2)  $y'' = -9y$       初期条件：  $y(0) = 2, y'(0) = 3$
- (3)  $y'' - 2y' + 10y = 0$
- (4)  $y'' - y' = 2e^x$
- (5)  $y'' + 9y = 24 \sin x$

3 2階微分方程式を求める際の「基本解の1次独立性」について説明せよ。

4 (1階微分方程式)

光が薄い膜を通過するとき吸収される率は、層の厚さと光の強度に比例する。膜に入射する位置を  $x = 0$ 、膜内の通過距離を  $x$  とする。この法則を微分方程式で表現し、任意の位置  $x$  における光の強度  $I(x)$  を求めたい。



- (1) 必要な文字を補い、微分方程式を立てて  $I(x)$  を求めよ。
- (2) 光の強度  $I(x)$  のグラフを描け。ただし、入射する光の強さを  $I_0$ 、層の厚さを  $d$  とする。

5 (2階微分方程式) 振動するブランコの運動方程式は、振れ角  $x$  を時間  $t$  の関数  $x(t)$  として、

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - c \frac{dx}{dt} + F(t)$$

となる。ここで、 $m, k, c, F(t)$  は、それぞれ質量、振動の比例定数、空気抵抗の比例定数、加える外力である。なお、(2) と (3) は厳密に  $x(t)$  を求める必要はない。

- (1)  $m = 1, k = 5, c = 4, F(t) = 0$  のとき、 $x(t)$  を求め、初期値を適当に仮定して、グラフの概形を描け。
- (2)  $m = 1, k = 5, c = 4, F(t) = \sin 2t$  のとき、どのような運動になるかを数行で述べよ。
- (3)  $m = 1, k = 4, c = 0, F(t) = \sin 2t$  のとき、どのような運動になるかを数行で述べよ。