一般入試前期Ａ日程　２日目

数学

Ⅰ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	2	イ	$\frac{18}{7}$	ウ	$\frac{7}{4}\pi$	エ	$\frac{5}{12}\pi$
オ	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	カ	$\sqrt{6}$	キ	10	ク	20

（40点）

Ⅱ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	1	イ	1
ウ	1	エ	2
オ	$\frac{3}{2}$	カ	$\frac{1}{2}$
キ	$\frac{9}{13}$	ク	$\frac{10}{13}$
ケ	$\frac{13}{2}$		
コ	8	サ	5
シ	$\frac{5}{2}$		

（35点）

Ⅲ 【数学①のみ解答】（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1) $f'(x) = \log 3 - \dfrac{2}{x}$

(2) $f'(x) = 0$ を解くと，$x = \dfrac{2}{\log 3}$ である。増減表は次のようになる。

x	0	$\cdots$	$\frac{2}{\log 3}$	$\cdots$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$		↘	極小	↗

(3) $f(1) = 0$,

$f(2) = \log 3 - 2\log 2 = \log \frac{3}{4} < 0$,

$f(3) = 0$,

$f(4) = 3\log 3 - 2\log 4 = \log \frac{27}{16} > 0$

であるから，求める自然数 n は，$n = 4$ である。

(4) 増減表と (3) の結果から，曲線 $y = f(x)$ は x 軸と 2 点 $(1, 0)$, $(3, 0)$ で交わる。

よって求める面積は，$-\displaystyle\int_1^3 f(x)\,dx = -\left[\frac{(x-1)^2}{2}\log 3 - 2(x\log x - x)\right]_1^3$

$= 4\log 3 - 4$ である。

（35点）

Ⅳ 【数学①のみ解答】（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1) $k\sin 2\alpha = \tan\alpha$ より，$2k\sin\alpha\cos\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ となり，$\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2k}}$

(2) $\cos x = t$ $(t > 0)$ のとき，$-\sin x\,dx = dt$ である。よって，

$$\int \tan x\,dx = \int \frac{\sin x}{\cos x}\,dx = -\int \frac{1}{t}\,dt = -\log t + C = -\log(\cos x) + C$$

(3) $S = \displaystyle\int_0^\alpha (k\sin 2x - \tan x)dx = -\frac{k}{2}\cos 2\alpha + \log(\cos\alpha) - \left(-\frac{k}{2}\right)$

$= -\dfrac{k}{2}(2\cos^2\alpha - 1) + \log(\cos\alpha) + \dfrac{k}{2} = -\dfrac{k}{2}\left(\dfrac{1}{k} - 1\right) + \log\dfrac{1}{\sqrt{2k}} + \dfrac{k}{2}$

$= k - \dfrac{1 + \log 2k}{2}$

(4) $S = k$ となるとき，$\dfrac{1 + \log 2k}{2} = 0$ であるから，$k = \dfrac{1}{2e}$ となるが，これは

$k > \dfrac{1}{2}$ に反するので，条件を満たす k は存在しない。

（40点）

Ⅴ 【数学②のみ解答】

ア	$\frac{1}{4}$	イ	3		
ウ	$\frac{1}{2}$	エ	$3\{(\sqrt{2})^n-1\}$		
オ	$\frac{n(n-1)}{4}$	カ	$n(n^2-1)$	キ	$\frac{4n}{n+1}$

（35点）

Ⅵ 【数学②のみ解答】（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1) $y=2a(x-a)+a^2$ より，$y=2ax-a^2$

(2) $y=-\dfrac{1}{2a}(x-a)+a^2$ より，$y=-\dfrac{1}{2a}x+\left(a^2+\dfrac{1}{2}\right)$

(3) $x^2=-\dfrac{1}{2a}x+\left(a^2+\dfrac{1}{2}\right)$ のとき，$(x-a)(2ax+2a^2+1)=0$ となるので，

$x=a,-a-\frac{1}{2a}$ である。$x=a$ は点 P の x 座標なので，求める座標は

$\left(-a-\frac{1}{2a},\ a^2+1+\frac{1}{4a^2}\right)$ である。

(4) $a=\dfrac{1}{2}$ のとき，直線 $m: y=-x+\dfrac{3}{4}$ と放物線 C の交点の x 座標は

$\dfrac{1}{2}$ と $-\dfrac{3}{2}$ である。

よって求める面積は $\displaystyle\int_{-3/2}^{1/2}\left(-x+\frac{3}{4}-x^2\right)\,dx=\frac{4}{3}$ である。

（40点）