

I 【数学①・数学②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 40）

- (1) 連立不等式

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 > 0 \\ x^2 + 2x - 15 \leq 0 \end{cases}$$

の解は である。

- (2) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき， $2\cos^2\theta + 3\sin\theta = 0$ を満たす θ の値は , である。

ただし， $<$ である。

- (3) $\log_{10} 12 =$ であり， 12^{100} は 桁の整数である。

ただし， $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

- (4) 関数 $f(x) = 5^{2x} + 5^{-2x}$ の最小値は である。

また， $f(x+1) = f(x)$ を満たす x の値は である。

II 【数学①・数学②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 35）

- (1) $\triangle OAB$ において， $|\vec{OA}| = 3$, $|\vec{OB}| = 5$, $|\vec{AB}| = 7$ とする。このとき， $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ の値は であり， $\angle AOB = \theta$ とおくと $\cos \theta$ の値は である。

また， $\triangle OAB$ の面積は である。

- (2) 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ ($n \geq 3$) で定める。

a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 から異なる 2 つの数を選びその和を計算する。その和のなかで異なるものは全部で 個あり，和の最大値は である。

次に， $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ から異なる 2 つの数を選びその和を計算すると， より大きな和は 個できる。

さらに， $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ の n 個 ($n \geq 2$) の数から異なる 2 つの数を選びその和を計算するとき，その和のなかで異なるものは全部で T_n 個あるとする。

このとき， $T_n = T_{n-1} +$ であるので， T_n は $T_n =$ と求めることができる。

III

【数学 ① のみ解答】

関数 $f(x) = (3x+1)e^{3x}$ について、次の問いに答えよ。(配点 35)

- (1) $f(x)$ を微分せよ。
- (2) $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。
- (3) k を実数の定数とすると、 x についての方程式 $f(x) = k$ の異なる実数解の個数を調べよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ である。
- (4) 曲線 $y = f(x)$, x 軸および y 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

IV

【数学 ① のみ解答】

2 つの関数 $f(x) = x \sin x$, $g(x) = x$ について、次の問いに答えよ。(配点 40)

- (1) 方程式 $f(x) = g(x)$ の解で正のものを小さいものから順に $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ とする。このとき、 a_n を n の式で表せ。
- (2) 不定積分 $\int x \sin x \, dx$ を求めよ。
- (3) $S_n = \int_{a_n}^{a_{n+1}} \{g(x) - f(x)\} \, dx$ とする。 S_n を n の式で表せ。
- (4) 極限値 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n}$ を求めよ。

V 【数学②のみ解答】

次の空所を埋めよ。(配点 35)

- (1) 1, 2, 3, 4, 5 の 5 個の数字のうち、異なる 3 個の数字を使って 3 桁の整数をつくると、全部で ア 個つくることができる。
- (2) 0, 1, 2, 3, 4, 5 の 6 個の数字のうち、異なる 3 個の数字を使って 3 桁の整数をつくると、全部で イ 個つくることができる。
- (3) (2) でつくられた 3 桁の整数のうち 2 の倍数は ウ 個あり、3 の倍数は エ 個あり、6 の倍数は オ 個ある。

VI 【数学②のみ解答】

2 曲線 $C_1: y = x^2$, $C_2: y = (x+1)^2 - 2a$ について、次の問いに答えよ。

ただし、 a は定数とする。(配点 40)

- (1) C_1 上の点 $P(p, p^2)$ における接線の方程式を求めよ。
- (2) C_2 上の点 $Q(q, (q+1)^2 - 2a)$ における接線の方程式を求めよ。
- (3) (1), (2) で求めた 2 つの接線が一致するとき、その直線を l と表す。
このとき、 p および q を a を用いて表せ。
- (4) C_1, C_2 および直線 l で囲まれた図形の面積 S を求めよ。