一般入試前期A日程　1日目

数学

Ⅰ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	4	イ	1	ウ	-2	エ	1
オ	$\frac{5}{2}$	カ	15	キ	$-\frac{1}{8}$	ク	$\frac{\sqrt{33}}{8}$

（40点）

Ⅱ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	2	イ	1	ウ	$\frac{\pi}{3}$
エ	$\frac{11}{30}\pi$				
オ	8	カ	-1		

（30点）

Ⅲ 【数学①のみ解答】（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1)

(i) $\alpha^2 = -2 + 2\sqrt{3}i$ $\qquad \dfrac{1}{\alpha} = \dfrac{1-\sqrt{3}i}{4} = \dfrac{1}{4} + \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)i$

(ii) $\alpha^6 = 64$ より $z^6 = 64$ の虚数解を $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3,\ \alpha_4$ とおくと

$$z^6 - 64 = (z^2-4)(z^4+4z^2+16) = (z+2)(z-2)(z-\alpha_1)(z-\alpha_2)(z-\alpha_3)(z-\alpha_4)$$

$\therefore\ \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4 = 16$

(2)

(i) $f'(x) = -x^{n-1}\left(\ (n+1)x - n\ \right)$

x	0	$\cdots$	$\dfrac{n}{n+1}$	$\cdots$
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$		↗	極大	↘

$x = \dfrac{n}{n+1}$ のとき極大

(ii) $A_n = \displaystyle\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (x^n - x^{n+1})dx = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$

$$\therefore\ \sum_{n=1}^{\infty} A_n = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) = \lim_{N\to\infty}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{N+2}\right) = \frac{1}{2}$$

（40点）

Ⅳ 【数学①のみ解答】（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1) $f'(x) = \dfrac{\sqrt{x}-2}{2x}$

(2)

x	0	$\cdots$	4	$\cdots$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$		↘	極小	↗

$x = 4$ で極小　極小値 $2 - 2\log 2$

(3) $g(x) = xe^{\sqrt{x}-\log x} = xe^{\sqrt{x}}e^{\log x^{-1}} = xe^{\sqrt{x}}x^{-1} = e^{\sqrt{x}}$ より $\sqrt{a} = \log 3$ $\qquad \therefore\ a = (\log 3)^2$

(4) $\displaystyle\int_1^{(\log 3)^2} e^{\sqrt{x}}\,dx = \int_1^{\log 3} e^t \cdot 2t\,dt = \Big[\ 2te^t\ \Big]_1^{\log 3} - \int_1^{\log 3} 2e^t\,dt = 6\log 3 - 6$

（40点）

Ⅴ 【数学②のみ解答】

ア	6	イ	-2	ウ	x^2+5x+4
エ	14				
オ	$3a-5$	カ	$10a^2-50a+65$	キ	$\sqrt{5}$
ク	2	ケ	6		

（40点）

Ⅵ 【数学②のみ解答】（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1) $k=6$

(2) $(x^2-2x+3)-(-x^2+2x+3)=2x^2-4x=2x(x-2)$ より $a=0,\ b=2$

(3) $S(t)=-\displaystyle\int_{t/2}^{t}(2x^2-4x)dx=-\Big[\frac{2}{3}x^3-2x^2\Big]_{t/2}^{t}=-\frac{7}{12}t^3+\frac{3}{2}t^2$

(4) $S'(t)=-\dfrac{7}{4}t^2+3t=-\dfrac{7}{4}t\left(t-\dfrac{12}{7}\right)$

t	0	$\cdots$	$\frac{12}{7}$	$\cdots$	2
$S'(t)$		$+$	0	$-$	
$S(t)$		$\nearrow$	$\frac{72}{49}$	$\searrow$	

$\therefore\ t=\dfrac{12}{7}$

（40点）