一般入試前期Ｂ日程

数学

Ⅰ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	イ	ウ	エ
-1	$\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\dfrac{45}{256}$	32

オ	カ	キ	ク
$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{3}{5}$	2	1

（40点）

Ⅱ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	イ	ウ
$-\dfrac{1}{2}$	-4	-42

エ	オ	カ
$\dfrac{\sqrt{15}}{4}$	$-\dfrac{1}{15}$	$\dfrac{\sqrt{14}}{8}$

（30点）

Ⅲ 【数学①のみ解答】（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1)

(i) $-\sqrt{3}+i=2\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i\right)=2\left(\cos\dfrac{5}{6}\pi+i\sin\dfrac{5}{6}\pi\right)$

(ii) $\dfrac{1+i}{-\sqrt{3}+i}=\dfrac{\sqrt{2}\left(\cos\frac{1}{4}\pi+i\sin\frac{1}{4}\pi\right)}{2\left(\cos\frac{5}{6}\pi+i\sin\frac{5}{6}\pi\right)}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\dfrac{-7}{12}\pi+i\sin\dfrac{-7}{12}\pi\right)$

$\therefore\ z=\dfrac{1}{(\sqrt{2})^n}\left(\cos\dfrac{-7n}{12}\pi+i\sin\dfrac{-7n}{12}\pi\right)$ が実数となるような最小の自然数は $n=12$

このとき $z=\dfrac{1}{2^6}\left(\cos(-7\pi)+i\sin(-7\pi)\right)=-\dfrac{1}{64}$

(2)

(i) $\displaystyle\int f(x)\,dx=\frac{x}{2}e^{2x}-\frac{1}{2}\int e^{2x}dx=\frac{x}{2}e^{2x}-\frac{1}{4}e^{2x}+C=\frac{2x-1}{4}e^{2x}+C$

(ii) $\displaystyle g(x)=\frac{d}{dx}\left(x\int_0^x f(t)\,dt-\int_0^x tf(t)\,dt\right)=\int_0^x f(t)\,dt=\frac{2x-1}{4}e^{2x}+\frac{1}{4}$ $\displaystyle\therefore\ g(1)=\frac{e^2+1}{4}$

（40点）

Ⅳ 【数学①のみ解答】（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1) $A=-1\quad B=1$

(2) $\dfrac{dx}{d\theta}=\dfrac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta\qquad\therefore\ I_1=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}1\,d\theta=\frac{\pi}{4}$

(3) $\displaystyle I_n=\int_0^1(x)'\cdot\frac{1}{(1+x^2)^n}dx$

$\displaystyle=\left[x\cdot\frac{1}{(1+x^2)^n}\right]_0^1-\int_0^1 x(-n)\cdot\frac{2x}{(1+x^2)^{n+1}}dx$

$\displaystyle=\frac{1}{2^n}+2n\int_0^1\frac{x^2}{(1+x^2)^{n+1}}dx$

$\displaystyle=\frac{1}{2^n}+2n\int_0^1\frac{(x^2+1)-1}{(1+x^2)^{n+1}}dx$

$\therefore\ I_n=\dfrac{1}{2^n}+2n(I_n-I_{n+1})$

$\therefore\ I_{n+1}=\dfrac{2n-1}{2n}\cdot I_n+\dfrac{1}{2^{n+1}n}$

（40点）

V　【数学②のみ解答】

ア	6	イ	3	ウ	8
エ	9				
オ	$6-2\sqrt{5}$	カ	$6+2\sqrt{5}$	キ	$\dfrac{k+2}{2}$
ク	$2x^2-10x+8$				

（40点）

VI　【数学②のみ解答】（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1)　$S=\displaystyle\int_t^1 x^2(1-x)\,dx=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\right]_t^1=\frac{t^4}{4}-\frac{t^3}{3}+\frac{1}{12}$

(2)　$T=\dfrac{1}{2}(1-t)\cdot t^2(1-t)=\dfrac{1}{2}t^2(t-1)^2$

(3)　$T'=t(t-1)(2t-1)$　　$\therefore$　$0<t<1$ で $T'=0$ となるのは　$t=\dfrac{1}{2}$ のとき

t	0	$\cdots$	$\frac{1}{2}$	$\cdots$	1
T'		$+$	0	$-$	
T		$\nearrow$	$\frac{1}{32}$	$\searrow$	

$\therefore$　$t=\dfrac{1}{2}$ のとき最大　最大値 $\dfrac{1}{32}$

(4)　$S=\dfrac{1}{12}(t-1)^2(3t^2+2t+1)$　より

$\dfrac{1}{12}(t-1)^2(3t^2+2t+1)=t^2(t-1)^2$　$\Rightarrow$　$3t^2+2t+1=12t^2$　$\Rightarrow$　$9t^2-2t-1=0$

$\Rightarrow$　$t=\dfrac{1\pm\sqrt{10}}{9}$　となるが　$0<t<1$　より　$t=\dfrac{1+\sqrt{10}}{9}$

（40点）