

一般入試後期D日程

数学

I 【数学①・数学②, どちらも解答】

ア	$-\frac{2}{3}$	イ	8	ウ	$-\frac{25}{12}$	エ	$-\frac{3}{5}$
オ	4	カ	41	キ	$\frac{1}{4}$	ク	$\frac{63}{512}$

(40点)

II 【数学①・数学②, どちらも解答】

ア	$\frac{1}{4}$	イ	$\frac{\sqrt{15}}{4}$	ウ	$\frac{\sqrt{15}}{8}$
エ	5	オ	$2k + 1$	カ	$\frac{1}{6}k(k + 1)(4k + 5)$

(30点)

Ⅲ 【数学①のみ解答】

ア	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	イ	$\frac{\pi}{3}$		
ウ	$\frac{16}{3}\pi$	エ	$\left(\frac{16}{3} - 2\sqrt{3}\right)\pi$		
オ	$\frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{4}$	カ	π	キ	$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}$

(40点)

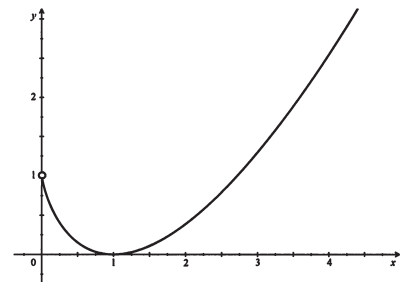
Ⅳ 【数学①のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f'(x) = \log x + x \cdot \frac{1}{x} - 1 = \log x$
 $f''(x) = \frac{1}{x}$

(2)

x	0	...	1	...
$f'(x)$	/	-	0	+
$f''(x)$	/	+	1	+
$f(x)$	/	↘	0	↗

$y = f(x)$ は $x = 1$ で極小値 0 をとり、
 極大値はない。変曲点はなく下に凸で
 ある。



(3) $\int x \log x dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \log x - \int \frac{1}{2}x^2 \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{x^2 \log x}{2} - \frac{x^2}{4} + C$
 $\left(= \frac{x^2(2 \log x - 1)}{4} + C \right)$

(4) $\int_1^e (x \log x - x + 1) dx = \left[\frac{x^2 \log x}{2} - \frac{x^2}{4} - \frac{x^2}{2} + x \right]_1^e$
 $= \left(\frac{e^2}{2} - \frac{3e^2}{4} + e \right) - \left(-\frac{3 \cdot 1^2}{4} + 1 \right) = -\frac{e^2}{4} + e - \frac{1}{4}$

$\left(\int_1^e \dots dx = \left[\frac{x^2(2 \log x - 1)}{4} - \frac{x^2}{2} + x \right]_1^e = \frac{e^2 - (-1)}{4} - \frac{e^2 - 1^2}{2} + e - 1 = \dots \right)$

(40点)

V 【数学②のみ解答】

ア	-1	イ	4	ウ	$-\frac{1}{3}t(t-3)^2$
エ	$-t^2 + 4t - 3$	オ	$\frac{16}{3}$	カ	$-\frac{4}{3}$
キ	$\frac{1}{2}$	ク	2	ケ	16

(40点)

VI 【数学②のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f(-1) = (-1+a)|-1-a| = (-1+a)(1+a)$
 $= a^2 - 1$
 $f(0) = (0+a)|0-a| = a \cdot a = a^2$
 $f(1) = (1+a)|1-a| = (1+a)(1-a) = 1 - a^2$

(2) $f(x) = \begin{cases} -(x+a)(x-a) & (x < a) \\ (x+a)(x-a) & (x \geq a) \end{cases}$

最大値は $f(0) = a^2$ と $f(1) = 1 - a^2$ を比較すればよい

$0 < a < \frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき ($a^2 < 1 - a^2$ なので) 最大値は $x = 1$ のときで $1 - a^2$

$a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき ($a^2 = 1 - a^2$ なので) 最大値は $x = 0, 1$ のときで $a^2 (= 1 - a^2) = \frac{1}{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} < a < 1$ のとき ($a^2 > 1 - a^2$ なので) 最大値は $x = 0$ のときで a^2

一方、最小値は $x = -1$ のときで $a^2 - 1$

(3) $g(a) = \int_{-a}^a \{-(x^2 - a^2)\} dx + \int_a^1 (x^2 - a^2) dx = 2 \left[-\frac{x^3}{3} + a^2 x \right]_0^a + \left[\frac{x^3}{3} - a^2 x \right]_a^1$
 $= 2 \cdot \frac{2a^3}{3} + \left(\frac{1}{3} - a^2 \right) - \left(-\frac{2a^3}{3} \right) = 2a^3 - a^2 + \frac{1}{3}$

(4) $g'(a) = 6a^2 - 2a = 2a(3a - 1)$

a	0	...	$\frac{1}{3}$...	1
$g'(a)$	/	-	0	+	/
$g(a)$	/	\	$\frac{8}{27}$	/	/

増減表より、 $a = \frac{1}{3}$ のとき最小値 $\frac{8}{27}$

(40点)