

一般入試前期A日程2日目

数 学

I 【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	$2\sqrt{7}$	イ	5
ウ	80	エ	-560
オ	$-\frac{\sqrt{5}}{5}$	カ	$\frac{\sqrt{10}}{10}$
キ	-5	ク	$\frac{3}{7}$

II 【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	$2t-1$	イ	-4
ウ	$\frac{5\sqrt{3}}{9}$		
エ	4	オ	$\frac{16}{81}$
カ	$\frac{1}{9}$		

Ⅲ

【数学①のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) (i) $z^2 = 3 + 4i$

OB の中点を $D(v)$ とすると $v = \frac{3}{2} + 2i$

3点 A, D, C が一直線上にあるので

$$\frac{v-w}{z-v} = \frac{(4k-5) + (10-2k)i}{5} \text{ は実数}$$

したがって、 $k = 5$

(ii) $\frac{z^2-w}{z-w} = \frac{3-i}{2-4i} = \frac{1+i}{2}$ より

$$\left| \frac{z^2-w}{z-w} \right| = \left| \frac{1+i}{2} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \arg \frac{z^2-w}{z-w} = \arg \frac{1+i}{2} = \frac{\pi}{4}$$

(2) (i) 初項, 公比ともに $\frac{2 \log a}{1 + \log a}$ の等比級数だから

収束する条件は $-1 < \frac{2 \log a}{1 + \log a} < 1$

これを解いて $e^{-\frac{1}{3}} < a < e$

(ii) 級数の和は $\frac{\frac{2 \log a}{1 + \log a}}{1 - \frac{2 \log a}{1 + \log a}} = \frac{2 \log a}{1 - \log a} = 2$

$\log a = \frac{1}{2}$ となり $a = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$

IV

【数学①のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f'(x) = 1 + 2 \cos 2x$ より, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ で $f'(x) = 0$ となるのは $x = \frac{\pi}{3}$

増減表は

x	0	...	$\frac{\pi}{3}$...	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	↗	$\frac{2\pi + 3\sqrt{3}}{6}$	↘	$\frac{\pi}{2}$

$x = \frac{\pi}{3}$ のとき最大値 $\frac{2\pi + 3\sqrt{3}}{6}$ をとる.

(2) 面積 $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \sin 2x) dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{\cos 2x}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{8} + 1$

(3) $\int x \sin 2x dx = -\frac{1}{2}x \cos 2x + \int \frac{1}{2} \cos 2x dx$
 $= -\frac{x}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$ (C は積分定数)

(4) 体積 $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \{(x + \sin 2x)^2 - x^2\} dx$
 $= \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x \sin 2x + \sin^2 2x) dx$
 $= \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2x \sin 2x + \frac{1 - \cos 4x}{2} \right) dx$
 $= \pi \left[-x \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{x}{2} - \frac{\sin 4x}{8} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{3}{4} \pi^2$

V 【数学②のみ解答】

ア	7	イ	$\frac{7}{3}\sqrt{3}$
ウ	60	エ	$\frac{3}{28}\sqrt{3}$
オ	$\frac{1}{3}$	カ	$-\frac{1}{3^n}$
キ	$2(3^n - 1)$	ク	64

VI 【数学②のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f'(x) = 9x^2 + 2x \int_0^1 g(t) dt + 2$ より $f'(0) = 2$

(2) $g(t) = 3t^2 + At + 2$ だから

$$A = \int_0^1 g(t) dt = \int_0^1 (3t^2 + At + 2) dt = \left[t^3 + \frac{A}{2}t^2 + 2t \right]_0^1 = \frac{A}{2} + 3.$$

したがって、 $\frac{A}{2} = 3$ より $A = 6$.

(3) $f(x) = 3x^3 + 6x^2 + 2x$ より $f'(x) = 9x^2 + 12x + 2 = 9\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - 2$
 $x = -\frac{2}{3}$ のときに最小値 -2 をとる.

(4) $f'(x) = 9x^2 + 12x + 2 = 0$ の解は $\frac{-2 \pm \sqrt{2}}{3}$.

x	...	$-\frac{2+\sqrt{2}}{3}$...	$-\frac{2-\sqrt{2}}{3}$...
f'	+	0	-	0	+
f	↗	極大	↘	極小	↗

増減表より $x = -\frac{2+\sqrt{2}}{3}$ のとき極大値をとり、

$x = -\frac{2-\sqrt{2}}{3}$ のとき極小値をとる.