

一般入試前期B日程

数 学

I 【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	$-\frac{1}{3}$	イ	1
ウ	3	エ	-2
オ	10	カ	4
キ	-2	ク	$\frac{3}{2}$

II 【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	$1-s$	イ	s
ウ	$(1-s)t$	エ	st
オ	$\frac{3}{5}$	カ	$\frac{5}{6}$
キ	$2p$	ク	$\frac{2}{3}p^2 - p + 1$
ケ	3		

III

【数学①のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

$$(1) \quad (i) \quad f(x) = \int_0^x \left(\frac{1}{t+1} - \frac{1}{t+2} \right) dt = \left[\log \frac{t+1}{t+2} \right]_0^x$$

$$= \log \frac{x+1}{x+2} + \log 2 = \log \frac{2(x+1)}{x+2}$$

$$(ii) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \log \frac{2(1 + \frac{1}{x})}{1 + \frac{1}{x}} = \log 2$$

$$(2) \quad (i) \quad C_1 \text{ の接線と } x \text{ 軸のなす角は } \frac{\pi}{6} \text{ だから傾きは } \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

したがって、 $y = \pm \frac{x}{\sqrt{3}}$

(ii) C_k の半径を r_k とおく.

$$\frac{r_{k-1} - r_k}{r_{k-1} + r_k} = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \text{ より } r_k = \frac{1}{3} r_{k-1} \quad (k = 2, 3, 4, \dots)$$

半径 r_k は初項 1 公比 $\frac{1}{3}$ の等比数列より、 $S_k = \pi \left(\frac{1}{9} \right)^{k-1}$

$$\sum_{k=1}^{\infty} S_k = \pi \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{9\pi}{8}$$

IV

【数学①のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

$$(1) \quad 2\sqrt{3}x - 3x^2 = -3\left(x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 1 \text{ より 最大値は } f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 1$$

$$(2) \quad (r \sin \theta)^2 = r \cos \theta (2\sqrt{3} - 3r \cos \theta) \text{ より}$$

$$r(1 - \cos^2 \theta) = 2\sqrt{3} \cos \theta - 3r \cos^2 \theta$$

$$r = \frac{2\sqrt{3} \cos \theta}{1 + 2 \cos^2 \theta}$$

$$(3) \quad \frac{dr}{d\theta} = \frac{2\sqrt{3} \sin \theta (2 \cos^2 \theta - 1)}{(1 + 2 \cos^2 \theta)^2} = \frac{2\sqrt{3} \sin \theta (\sqrt{2} \cos \theta - 1)(\sqrt{2} \cos \theta + 1)}{(1 + 2 \cos^2 \theta)^2}$$

(4) 増減表は

θ	0	...	$\frac{\pi}{4}$...	$\frac{\pi}{2}$
$\frac{dr}{d\theta}$	/	+	0	-	/
r	/	↗	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	↘	/

よって、 $\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき、最大値 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ をとる.

V 【数学②のみ解答】

ア	$\sqrt{2}$	イ	$\sqrt{2}$
ウ	$\sqrt{10}$	エ	$\frac{1}{2}$
オ	$\frac{3\sqrt{10}}{10}$		
カ	5	キ	-3
ク	1		
ケ	$4 \cdot 3^{n-1} - 3n^2 + 3n - 1$		
コ	$2 \cdot 3^n - n^3 - 2$		

VI 【数学②のみ解答】 (解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $-x(x-a) = (x+2)(x-a)$ より $(x-a)(x+1) = 0$
 $x \leq 0$ より -1

(2)

$$S_1 = \int_{-1}^0 \{-x(x-a) - (x+2)(x-a)\} dx$$

$$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + (a-1)x^2 + 2ax \right]_{-1}^0 = a + \frac{1}{3}$$

$$S_2 = \int_0^a \{-(x+2)(x-a)\} dx = \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{a-2}{2}x^2 + 2ax \right]_0^a = \frac{1}{6}a^3 + a^2$$

(3)

$$S_2 - S_1 = \frac{1}{6}a^3 + a^2 - a - \frac{1}{3} = S(a) \text{ とおく.}$$

$$S'(a) = \frac{1}{2}a^2 + 2a - 1 = 0 \text{ のとき, } a = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$a > 0 \text{ より, } a = -2 + \sqrt{6}$$

a	0	...	$-2 + \sqrt{6}$...
S'	/	-	0	+
S	/	\	極小, 最小	/

増減表より $a = -2 + \sqrt{6}$ で最小値をとる.