

# 公募制推薦入試

## 数 学

### I 【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	5	イ	21
ウ	4	エ	-1
オ	-2	カ	$\frac{1}{8}$
キ	120	ク	95

### II 【数学①のみ解答】

ア	$\frac{1}{3}$	イ	$\frac{1}{3}$
ウ	$\frac{3}{5}$	エ	$\frac{2}{5}$
オ	$\frac{1}{3}$	カ	$\frac{2}{9}$
キ	$2 \sin 2x - 2 \sin x - 4 \cos x + 2$		
ク	$\frac{\pi}{3}$		
ケ	$\frac{3}{2} - 2\sqrt{3} + \frac{2}{3}\pi$		

Ⅲ

【数学①のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1)  $f'(x) = -\frac{1 + \log x}{x^2}$

(2)  $f'(x) = 0$  を解くと  $x = e^{-1}$

増減表は

$x$	0	...	$e^{-1}$	...
$f'(x)$	/	+	0	-
$f(x)$	/	↗	$e$	↘

したがって、 $x = e^{-1}$  のとき極大値  $e$  をとる。

(3)  $S(a) = \frac{a \cdot f(a)}{2} = \frac{2 + \log a}{2}$

また、曲線  $y = f(x)$  の点 P における接線の方程式は

$$y - \frac{2 + \log a}{a} = -\frac{1 + \log a}{a^2}(x - a)$$

点 R の座標は  $\left(0, \frac{3 + 2 \log a}{a}\right)$  より、 $T(a) = \frac{3 + 2 \log a}{2}$

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{S(a)}{T(a)} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{2 + \log a}{3 + 2 \log a} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{\log a} + 1}{\frac{3}{\log a} + 2} = \frac{1}{2}$$

Ⅳ

【数学②のみ解答】

ア	$\frac{\sqrt{5}}{5} k$	イ	$2\sqrt{5}$
ウ	$\sqrt{10}$		
エ	$\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$	オ	$-2 + \sqrt{5}$
カ	$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$		

V

【数学②のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

$$(1) \int 6t(1-t) dt = \int (6t - 6t^2) dt = 3t^2 - 2t^3 + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

$$(2) f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 1, \quad f'(x) = 6x(1-x)$$

$x$	...	0	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	\	-1	/	0	\

増減表より  $x = 0$  のとき 極小で、極小値  $-1$

$x = 1$  のとき 極大で、極大値  $0$

(3) 点  $P(a, f(a))$  における接線の方程式は

$$y = (-6a^2 + 6a)x + 4a^3 - 3a^2 - 1$$

交点の  $x$  座標は  $-2x^3 + 3x^2 - 1 = (-6a^2 + 6a)x + 4a^3 - 3a^2 - 1$  より

$$(x-a)^2\{2x + (4a-3)\} = 0$$

$$x = a, \frac{3-4a}{2}$$

共有点は  $P$  のみより  $a = \frac{3-4a}{2}$  つまり  $a = \frac{1}{2}$