数学（工学部・ロボティクス＆デザイン工学部・情報科学部）

I 次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1) $i^2=-1$ とする。$a=\dfrac{1}{5-i}$, $b=\dfrac{2}{5+i}$ のとき，$ab=$ [ア]，$a-b=$ [イ] である。

(2) 2 次不等式 $-x^2+4x-1 \leqq 0$ を満たす x の値の範囲は $x \leqq$ [ウ] または $x \geqq$ [エ] である。

(3) 点 A(10, 0) を通り，円 $x^2+y^2=20$ に接する直線の方程式は [オ] および [カ] である。

(4) a を正の定数とする。方程式 $18\cdot 2^{-x}+2^{x+1}=6a$ は，
$a=$ [キ] のとき，ただ 1 つの解 $x=$ [ク] をもつ。

II 次の空所を埋めよ。（配点 30）

(1) $\triangle$ABC において，$\mathrm{AC}=3+\sqrt{3}$, $\mathrm{BC}=\sqrt{6}$, $\angle\mathrm{ACB}=\dfrac{\pi}{4}$ のとき，
辺 AB の長さは AB $=$ [ア] であり，また，$\angle$BAC$=$ [イ] である。

(2) $\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\sin\theta\cos\theta=$ [ウ]，$\sin^3\theta-\cos^3\theta=$ [エ] である。

(3) $0<\theta<2\pi$ とする。方程式 $\cos 2\theta-3\cos\theta+2=0$ の解は $\theta=$ [オ] および [カ] である。
ただし，[オ] $<$ [カ] とする。

III 関数 $f(x)=(4-x)(4+x)$ と関数 $g(x)=x(x+3)(x-4)$ に対して，
曲線 $C_1: y=f(x)$，
曲線 $C_2: y=g(x)$
とする。次の問いに答えよ。（配点 30）

(1) C_1 と C_2 の 2 つの共有点を通る直線 l の方程式を求めよ。

(2) l に平行で C_1 と接する直線の方程式を求めよ。

(3) 関数 $h(x)=f(x)-g(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ。

(4) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積 S を求めよ。