一般入試前期A日程１日目

数　学

Ⅰ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	152	イ	56
ウ	2	エ	0
オ	$-\frac{5}{2}$	カ	7
キ	$\frac{1}{18}$	ク	$\frac{1}{4}$

Ⅱ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	$\frac{2\sqrt{30}}{15}$ $\left(\frac{4}{\sqrt{30}}\right)$
イ	10
ウ	-3
エ	4
オ	6
カ	$2n+4$ $(= 2(n+2))$
キ	n^3+9n^2+26n $(= n(n^2+9n+26))$

Ⅲ 【数学①のみ解答】((2)の解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい)

ア	$\dfrac{3+3\sqrt{3}i}{4}$	イ	$\dfrac{\pi}{3}$ (60°)
ウ	$2\sqrt{7}$	エ	$6\sqrt{3}$

注）(1)は上の解答欄のみ採点します。
　　(2)は これより下に書きなさい。

(2)

(i) $f(1)=2A,\ f(2)=-B,\ f(3)=2C$ より，$A=\dfrac{1}{2},\ B=-1,\ C=\dfrac{1}{2}$.

(ii) $\displaystyle\int\left(\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x-2}+\frac{1}{x-3}\right)dx=\log|x-1|-2\log|x-2|+\log|x-3|+C$

$\displaystyle=\log\frac{|(x-1)(x-3)|}{(x-2)^2}+C=\log\frac{|x^2-4x+3|}{x^2-4x+4}+C$

(iii) (i) より，$f(x)=1$ であり，$\dfrac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{1}{x-3}\right)$ である。

よって，$\displaystyle\int_4^5\frac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)}dx=\frac{1}{2}\int_4^5\left(\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x-2}+\frac{1}{x-3}\right)dx$

$\displaystyle=\frac{1}{2}\left[\log\frac{|(x-1)(x-3)|}{(x-2)^2}\right]_4^5=\frac{1}{2}\log\frac{2^5}{3^3}=\frac{1}{2}\log\frac{32}{27}.$

Ⅳ 【数学①のみ解答】(解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f'(x)=3e^{3x}=6$ より $x=\dfrac{1}{3}\log 2$

(2) $g(x)=3ax-e^{3x}$ を微分して $g'(x)=3a-3e^{3x}$ である。

$g'(x)=0$ とすると $x=\dfrac{1}{3}\log a$ なので増減表は

x	$\cdots$	$\frac{1}{3}\log a$	$\cdots$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	↗	極大値	↘

$g(x)$ は $x=\frac{1}{3}\log a$ において最大値 $G(a)=g(\frac{1}{3}\log a)=a(\log a-1)$ をとる。

(3) $h(x)=3bx-x(\log x-1)$ を微分して $h'(x)=3b-\log x$ である。

$h'(x)=0$ とすると $x=e^{3b}$ より増減表は

x	$\cdots$	e^{3b}	$\cdots$
$h'(x)$	$+$	0	$-$
$h(x)$	↗	極大値	↘

$h(x)$ は $x=e^{3b}$ において最大値 $H(b)=h(e^{3b})=e^{3b}$ をとる。

(4) $\displaystyle\int_0^b f(x)\,dx=\int_0^b e^{3x}\,dx=\left[\frac{e^{3x}}{3}\right]_0^b=\frac{e^{3b}-1}{3}=\frac{H(b)}{4}=\frac{e^{3b}}{4}$ より

$e^{3b}=4$ だから $b=\dfrac{2}{3}\log 2$

$\boxed{\mathrm{V}}$ 【数学②のみ解答】

ア	$-\frac{1}{7}$	イ	3
ウ	225 $(=15^2)$	エ	11
オ	3	カ	2
キ	$\frac{1}{6}$	ク	$\frac{\sqrt{35}}{7}$

$\boxed{\mathrm{VI}}$ 【数学②のみ解答】(解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f'(x) = 2x + 4 = 2$ より $x = -1$ なので求める接線の方程式は $y = 2x + \sqrt{5} - 1$

(2) $g(x) = 2ax - (x^2 + 4x + \sqrt{5})$ を微分して $g'(x) = 2a - 2x - 4$ である。

$g'(x) = 0$ とすると $x = a - 2$ なので増減表は

x	$\cdots$	$a-2$	$\cdots$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$\nearrow$	極大値	$\searrow$

$g(x)$ は $x = a - 2$ において最大値 $G(a) = g(a-2) = a^2 - 4a + 4 - \sqrt{5}$ をとる。

(3) $h(x) = 2bx - (x - 2 - 4x + 4 - \sqrt{5})$ を微分して $h'(x) = -2x + 2b + 4$ である。

$h'(x) = 0$ とすると $x = b + 2$ なので増減表は

x	$\cdots$	$b+2$	$\cdots$
$h'(x)$	$+$	0	$-$
$h(x)$	$\nearrow$	極大値	$\searrow$

$h(x)$ は $x = 2b + 4$ において最大値 $H(b) = h(2b+4) = b^2 + 4b + \sqrt{5}$ をとる。

(4) $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,dx = \left[\frac{x}{3} + 2x^2 + \sqrt{5}x\right]_0^3 = 27 + 3\sqrt{5} = 3(b^2 + 4b + \sqrt{5})$ より

$b^2 + 4b - 9 = 0$ だから $b = -2 \pm \sqrt{13}$