I　【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。(配点　40)

(1) 整式 $P(x)$ を $(x+2)^2$ と $(x-1)^2$ で割るとそれぞれ $7x+13$, $10x+1$ 余る。
このとき，$P(x)$ を $x+2$ で割った余りは $\boxed{\text{ア}}$ であり，
$(x+2)(x-1)$ で割った余りは $\boxed{\text{イ}}\,x+\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) x を実数とするとき，$t=2^x+2^{-x}$ のとりうる値の範囲は，$t \geqq \boxed{\text{エ}}$ である。
また，$f(x)=2^{2x}+2^{-2x}-6(2^x+2^{-x})+3$ の最小値は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(3) $-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<0<\beta<\dfrac{\pi}{2}$ とする。$\cos\alpha=\sin\beta=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ のとき，$\cos 2\alpha=\boxed{\text{カ}}$ であり，
$\tan(\alpha+\beta)=\boxed{\text{キ}}$ である。

(4) 1 枚の硬貨を 5 回続けて投げるとき，表がちょうど 2 回出る確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。
また，1 枚の硬貨を 6 回続けて投げるとき，表が 2 回以上続けて出ない確率は
$\boxed{\text{ケ}}$ である。

$\boxed{\text{II}}$ 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 30）

(1) 座標空間内の 2 点 A(1, 2, 3), B(−1, 6, 5) に対して，直線 AB 上の点 P の座標は実数 t を用いて $\left(1-2t,\ 2+4t,\ \boxed{\text{ア}}\right)$ と表される。点 P が原点 O から直線 AB に下ろした垂線との交点となるとき，t の値は，$t=\boxed{\text{イ}}$ となる。
また，点 Q が $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BQ}}=0$ を満たすとき，点 Q は中心 $\left(0,\ \boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$，半径 $\boxed{\text{オ}}$ の球面上にある。

(2) 数列 $\{a_n\}$ が $a_1=1$，$a_{n+1}=5a_n+1$（$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$）を満たすとき，
$\{a_n\}$ の一般項は，$a_n=\boxed{\text{カ}}$ である。
また，自然数 a_n を 4 で割った余りを b_n とすると，$b_{2020}=\boxed{\text{キ}}$ である。
また，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} b_k>100$ となる最小の自然数 n は，$n=\boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{Ⅲ}}$ **【数学 ① のみ解答】**（配点　40）

(1)　次の空所を埋めよ。

$i^2 = -1$ とする。$w = 1 + 2i$ とし，$z = x + iy$, $\overline{z} = x - iy$ とする。

ただし，x, y は実数である。このとき，$1 - \overline{z}w = \boxed{\quad ア \quad} + \left(\boxed{\quad イ \quad}\right) i$ である。

また，方程式 $2\left|z - w\right| = \left|1 - \overline{z}w\right|$ を満たす点 z の全体は，点 $\boxed{\quad ウ \quad}$ を中心とする

半径 $\boxed{\quad エ \quad}$ の円である。ただし，$\boxed{\quad ア \quad}$，$\boxed{\quad イ \quad}$，$\boxed{\quad エ \quad}$ は実数とする。

(2)　自然数 n に対して，$I_n = \displaystyle\int_0^1 x^n e^x \, dx$ と定める。このとき，次の問いに答えよ。

(i)　I_1 の値を求めよ。

(ii)　I_{n+1} を I_n を用いて表せ。

(iii)　$I_n = a_n e + b_n$　(a_n, b_n は整数) とする。$b_{12} = 2^k m$　(m は奇数) と表すとき，

整数 k の値を求めよ。ただし，自然対数の底 e が無理数であることを用いてよい。

Ⅳ 【数学 ① のみ解答】

関数 $f(x)=\sin^3 x+\dfrac{1}{4}\cos 2x \quad \left(-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$ について，次の問いに答えよ。（配点　40）

(1) $f(x)=\dfrac{1}{4}$ となるような x の値をすべて求めよ。

(2) $f(x)$ を微分せよ。

(3) $f(x)$ が極大値をとるときの x の値を α とし，極小値をとるときの x の値を β とする。このとき，$\sin\alpha$ と $\sin\beta$ の値をそれぞれ求めよ。

(4) α,β を (3) で定めた値とするとき，定積分 $\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}\cos^3 x\,dx$ を求めよ。

$\boxed{\text{V}}$ **【数学 ② のみ解答】**

次の空所を埋めよ。(配点　40)

(1) $\log_4 2 = \boxed{\quad ア \quad}$ であり，$A = (\log_2 9 + \log_4 3)(\log_3 2 + \log_9 4)$ を簡単にすると，

$A = \boxed{\quad イ \quad}$ となる。

また，$\log_2(x+2) - \log_4(x+3) = 1$ を満たす実数 x の値は，$x = \boxed{\quad ウ \quad}$ であり，

$\dfrac{\pi}{2} < y < \pi$ の範囲において $(\sin y)^{\log_2 y} = \dfrac{1}{y}$ を満たす y の値は，$y = \boxed{\quad エ \quad}$ である。

(2) 三角形 ABC について，$\mathrm{AB} = 2$, $\mathrm{AC} = 3$, $\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{\pi}{3}$ であるとする。

三角形 ABC の面積 S は $\boxed{\quad オ \quad}$ であり，外接円の半径 R は $\boxed{\quad カ \quad}$ である。

$\angle$BAC の二等分線と辺 BC との交点を D とおく。このとき，BD と DC の長さの比は，

$\dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{DC}} = \boxed{\quad キ \quad}$ である。また，余弦定理を利用して，AD の長さを求めると，

$\mathrm{AD} = \boxed{\quad ク \quad}$ であることがわかる。

$\boxed{\text{VI}}$ 【数学 ② のみ解答】

放物線 C: $y=x^2+4$ 上の点 $(1,5)$ における接線を l とする。

また，正の実数 a に対して，放物線 C を x 軸方向に a，y 軸方向に a^3 だけ

平行移動した曲線を C' とする。このとき，次の問いに答えよ。(配点 40)

(1) l の方程式を求めよ。

(2) l, C および y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

(3) C' の方程式を求め，C' と l が 2 つの異なる共有点をもつような a の値の範囲を求めよ。

(4) C' が l と 2 つの異なる共有点 P, Q をもつとする。このとき，2 点間の距離 PQ が最大となるような a の値を求めよ。ただし， PQ の最大値は求めなくてよい。