

# 一般入試後期D日程

## 数 学

### I 【数学①・数学②, どちらも解答】

ア	$\frac{49}{25}$	イ	3
ウ	$n$	エ	$2n + 1$
オ	6	カ	3
キ	165	ク	85

### II 【数学①・数学②, どちらも解答】

ア	5	イ	3
ウ	$\frac{10n - 5}{4}$	エ	$\frac{5}{4}$
オ	$\frac{3\vec{a} + \vec{b}}{4}$	カ	2
キ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	ク	$\frac{5\sqrt{39}}{39}$

Ⅲ

【数学①のみ解答】

ア	$2t^2 - 1$	イ	$4t^3 - 3t$
ウ	$-\frac{1}{3}$	エ	$-\frac{1}{2}$
オ	2	カ	$\frac{\pi}{6}$
キ	$\sqrt{3} - 1$	ク	$\sqrt{3} + 1$
ケ	$\sqrt{3} + 1$	コ	$-\sqrt{3} + 1$
サ	6		

Ⅳ 【数学①のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

$$(1) f'(x) = -\frac{1}{x^2} \log x + \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1 - \log x}{x^2}$$

$$f''(x) = -\frac{2}{x^3} (1 - \log x) + \frac{1}{x^2} \cdot -\frac{1}{x} = \frac{2 \log x - 3}{x^3}$$

$$(2) f'(x) = 0 \text{ となるのは } x = e$$

$$f''(x) = 0 \text{ となるのは } x = e^{\frac{3}{2}}$$

$x$	0	...	1	...	$e$	...	$e^{3/2}$	...
$f'(x)$		+		+	0	-		-
$f''(x)$		-		-		-	0	+
$f(x)$		↗	0	↗	$1/e$	↘	$3/2e^{-3/2}$	↘

$x = e$  のとき極大値  $\frac{1}{e}$ , 変曲点  $\left(e^{\frac{3}{2}}, \frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}}\right)$

$$(3) \log x = t \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$$

$x$	$1 \rightarrow e$
$t$	$0 \rightarrow 1$

$$S = \int_1^e \frac{\log x}{x} dx = \int_0^1 t dt = \left[\frac{t^2}{2}\right]_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$(4) V = \pi \int_1^e y^2 dx = \pi \left\{ \int_1^e \left(\frac{\log x}{x}\right)^2 dx \right\} = \pi \int_0^1 \left(\frac{t}{e^t}\right)^2 e^t dt = \pi \int_0^1 e^{-t} t^2 dt$$

$$= \pi \left\{ [-e^{-t} t^2]_0^1 + \int_0^1 e^{-t} \cdot 2t dt \right\} = \pi \left\{ -e^{-1} + 2 \left( [-e^{-t} t]_0^1 + \int_0^1 e^{-t} dt \right) \right\}$$

$$= \pi \left( -e^{-1} - 2e^{-1} + 2 [-e^{-t}]_0^1 \right) = \pi \left( 2 - \frac{5}{e} \right)$$

V

## 【数学②のみ解答】

ア	2	イ	3
ウ	$\frac{1}{2}$	エ	$\frac{\pi}{6}$
オ	$\frac{13}{25}$	カ	$\frac{63}{125}$
キ	$\frac{3}{5}$	ク	$\frac{2}{5}$
ケ	$\frac{1}{2}$	コ	$\frac{1}{5}$
サ	$\frac{1}{2 \cdot 5^n}$		

VI

【数学②のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1)  $y' = 2x + 2, l : y = (2t + 2)(x - t) + (t^2 + 2t + 1) = (2t + 2)x - t^2 + 1$

(2)  $PQ^2 = (t - 2)^2 + (t^2 + 2t + 1)^2 = (t - 2)^2 + (t + 1)^4$   
 $= (t^2 - 4t + 4) + (t^4 + 4t^3 + 6t^2 + 4t + 1) = t^4 + 4t^3 + 7t^2 + 5$

(3)  $g(t) = t^4 + 4t^3 + 7t^2 + 5$

$g'(t) = 4t^3 + 12t^2 + 14t = 2t(2t^2 + 6t + 7)$

$2t^2 + 6t + 7 = 2\left(t + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2} > 0$

$t$	...	0	...
$g'(t)$	-	0	+
$g(t)$	↘	5	↗

$t = 0$  のとき最小値 5

(4)  $l : (2 \cdot 0 + 2)x - 0^2 + 1 = 2x + 1$

$l$  と  $x$  軸との共有点は  $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

$l$ ,  $x$  軸および  $y$  軸で囲まれた三角形の面積は  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{4}$

$S = \int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 1) dx - \frac{1}{4}$   
 $= \left[\frac{x^3}{3} + x^2 + x\right]_{-1}^0 - \frac{1}{4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$