

I 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。(配点 40)

- (1) $a > 0, a \neq 1$ とする。 $\log_a 8 = 3$ を満たす a の値は、 $a =$ である。
 また、不等式 $\log_2(2n^2 + 1) > \log_2(11n - 8)$ を満たすような最小の自然数 n は、
 $n =$ である。
- (2) 実数 t に対して、 $\vec{a} = (1, 2t, -5), \vec{b} = (t, t^2 + 1, 2t^2 + 3)$ とする。
 このとき、 \vec{a} と \vec{b} が垂直になるのは、 $t =$ のときであり、
 また、 \vec{a} と \vec{b} が平行になるのは、 $t =$ のときである。
- (3) 定積分 $I = \int_0^1 (3x^2 + 6x - 1) dx$ の値は、 $I =$ である。
 また、2 曲線 $y = x^2 - 5x + 9$ と $y = -x^2 + 3x + 3$ で囲まれた図形の面積 S の値は、
 $S =$ である。
- (4) 1 個のさいころを 4 回続けて投げるとき、奇数の目がちょうど 3 回出る確率は
 であり、3 の倍数の目が 2 回以上出る確率は である。

Ⅱ 【数学①のみ解答】

次の空所を埋めよ。(配点 30)

- (1) 原点を O とする座標平面上に 3 点 $A(0, 12)$, $B(0, 3)$, $P(t, 0)$ ($t > 0$) がある。

このとき, $\tan \angle APO =$ であり, $\tan \angle APB =$ である。

また, $\tan \angle APB$ のとりうる値の最大値は である。

ただし, , は t の分数式とする。

- (2) $f(x) = x^2 + 3x + 3$ とし, 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = f(n-1) - f(n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) と定める。

このとき, $a_{10} =$ であり,

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を n の整式で表すと, $\sum_{k=1}^n a_k =$ である。

また, 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{a_n}$ の和は, である。

Ⅲ**【数学①のみ解答】**

関数 $f(x) = e^{-x}(\sin x + \cos x)$ $\left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\pi\right)$ について,

次の問いに答えよ。(配点 30)

- (1) $f(x)$ を微分せよ。
- (2) $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。
- (3) x についての方程式 $f(x) = -e^k$ が $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ の範囲において、異なる 3 つの実数解をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。

IV

【数学②のみ解答】

次の空所を埋めよ。(配点 30)

- (1) 座標平面上で、原点 O から円 $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ に引いた接線は、

$l_1: x=0$ と $l_2: y = \boxed{\text{ア}}$ である。2直線 l_1, l_2 のなす角を θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

とすると、 $\cos \theta$ の値は、 $\cos \theta = \boxed{\text{イ}}$ である。

さらに、円 C と直線 $y = 3x$ の2つの共有点を x 座標が小さい順に A, B とすると、

$PA^2 = PB^2 + 1$ を満たす点 P の軌跡の方程式は、 $y = \boxed{\text{ウ}}$ である。

- (2) n を 4 以上の自然数とし、円周上の異なる n 個の点を頂点とする n 角形の対角線の本数を L_n とする。

$L_4 = 2, L_5 = 5, L_6 = \boxed{\text{エ}}$ であり、 $L_n = \frac{1}{2} (\boxed{\text{オ}})$ ($n = 4, 5, 6, \dots$) である。

また、4 以上の自然数 N について、 $\sum_{n=4}^N L_n = \frac{1}{6} (\boxed{\text{カ}})$ である。

ただし、 $\boxed{\text{オ}}$ は n の整式、 $\boxed{\text{カ}}$ は N の整式とする。

V 【数学②のみ解答】

関数 $f(x) = 2ax^3 - 3(a+1)x^2 + 6x$ について、次の問いに答えよ。

ただし、 a は $0 < a < 1$ を満たす実数とする。(配点 30)

- (1) $f(x)$ を微分せよ。
- (2) $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。
- (3) $f(x)$ が極小値をとるときの x の値を k とする。点 $(0, 0)$ と点 $(k, f(k))$ を結ぶ直線が、曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(0, 0)$ における接線と直交するとき、 a の値を求めよ。