

物 理

I 問いに答え、空所を埋めよ。重力加速度の大きさを g とする。(配点 60)

- (1) 図1のように質量 m の荷物が水平な床に置いてある。荷物と床の間の動摩擦係数は μ である。この荷物に軽いひもを付けて大きさ T の力で引いて動かした。水平面に対してひもを上向きに引く角度を θ とする。ここで $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ である。荷物に作用する垂直抗力の大きさを N とし、荷物は床から浮かないとする。荷物が床の上で常に一定の速度で動くように、 θ に応じて T を調整した。

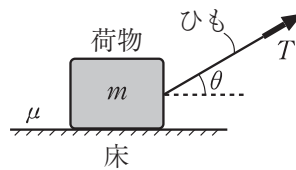


図1

- 問1 荷物にはたらく力について水平方向のつり合いの式を記せ。
 問2 荷物にはたらく力について鉛直方向のつり合いの式を記せ。
 問3 つり合いの式から N を消去して T を θ の関数として表せ。
 問4 T が最小となるときの θ について、その $\tan \theta$ の値を μ を用いて表せ。また、そのときの T の値を θ を用いずに表せ。必要ならば次の三角関数の合成式を使え。

$$a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(\theta - \alpha), \text{ ただし } \alpha \text{ は } \tan \alpha = \frac{a}{b} \text{ をみたす角である。}$$

- (2) 図2(a)のように、段があるなめらかで水平な床に段と同じ高さの台車(質量 M , 長さ L)を段に接するように置いた。次に大きさが無視できる質量 m の小物体1を用意し、軽い糸につないで糸の上端を固定した。床の上段面には質量 m の小物体2を置いた。

小物体1を糸がたるまないように床の上段面に対して高さ h だけ持ち上げた。ただし h は糸の長さを超えないとする。小物体1を静かにはなしたところ、糸はたるまずに、小物体1は下方へ動き、その最下点にて小物体2に水平方向右向きに衝突した。小物体1, 2間の反発係数(はね返り係数)は e であり、 $0 < e < 1$ をみताす。

- 問5 小物体2に衝突する直前の小物体1の速さを求めよ。
 問6 衝突直後の小物体2の速度を求めよ。ここで水平方向右向きを正とする。
 問7 衝突後の小物体1は糸につながれたまま右側に振れ、ある高さまで上った(図2(b))。その高さは床の上段面からみて、元の高さ h の何倍か求めよ。

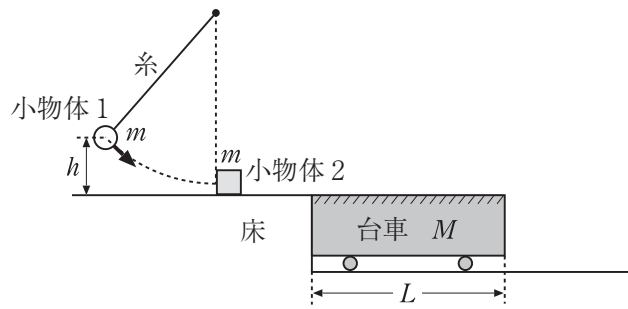


図 2(a)

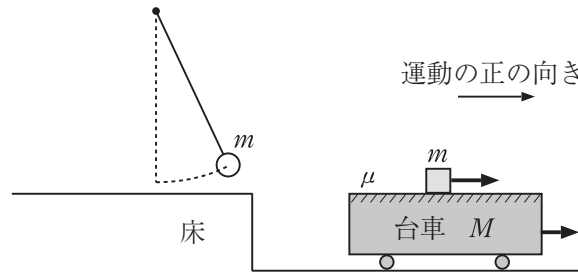


図 2(b)

衝突された小物体 2 は床の上段面をすべり、上面に摩擦のある水平な台車の上に到達した。この時刻を $t = 0$ とする。その後、小物体 2 は図 2(b) のように台車の上を運動した。小物体 2 と台車の上面との間の動摩擦係数を μ とする。小物体 2 の運動の影響で台車は床の下段面を動きはじめた。水平方向右向きを運動の正の向きとして、床からみた小物体 2 と台車の運動を考察しよう。

問 8 台車の上面をすべる小物体 2 の加速度を求めよ。

問 9 台車の加速度を求めよ。

最終的に小物体 2 は台車に対して静止し、台車とともに等速直線運動を行った。

問 10 この等速直線運動の速度を求めよ。解答では問 6 で求めた小物体 2 の速度を v_2 として使うこと。

問 11 小物体 2 と台車の速度の時間変化のグラフを縦軸に速度、横軸に時刻 t として解答欄の図にそれぞれ描け。小物体 2 を実線、台車を破線で描き、実線と破線が重なるときは実線を用いよ。グラフには問 10 の速度の値をその速度に達する時刻に黒丸 (●) で示しているが、その速度と時刻の値は記入しなくてよい。

問 12 小物体 2 が台車に対して静止するまでに、台車の左端からみて小物体 2 が進んだ距離は、前問のグラフにおけるどの領域の面積に相当するか、該当部分を斜線で示せ。

小物体 2 と台車が等速直線運動をはじめるときの時刻は、 v_2 を使って表すと $\boxed{\text{ア}} \times v_2$ となる。小物体 2 が台車上で静止するためには最初の小物体 1 の高さ h に最大値がある。その最大値は台車の長さ L と関係し、 $\boxed{\text{イ}} \times L$ となる。

Ⅱ 空所を埋め、問いに答えよ。 ア は語句を答えよ。(配点 45)

(1) 電場(電界)は、電気力線が密であるところほど強く、電場の大きさが E のところでは、電場の向きに垂直な単位面積を E 本の電気力線が貫く。一般に、任意の閉曲面を貫く電気力線の本数は、閉曲面の内部に含まれる電気量を Q とするとき、真空中では $4\pi k_0 Q$ 本である。これを ア の法則という。ここで k_0 はクーロンの法則の真空中での比例定数である。

図1に示すように、十分に広い1枚の金属板に、正電荷が一様に分布しているとする。このとき、電気力線は金属板の上面と下面から垂直に出ていく。電場の大きさは、面からの距離によらず、どの位置においても一定である。ここで、図1のような、上面と下面の面積がそれぞれ S の円柱の閉曲面に対して ア の法則を用いる。金属板の電気量を面積 S あたり Q とすると、閉曲面を貫く電気力線の本数は $4\pi k_0 Q$ 本である。円柱の上面と下面の面積の合計が $2S$ であることから、電場の大きさは イ となる。

図2に示すように、真空中で面積が S の2枚の金属板AとBを互いに平行に向かい合わせ、電気量の大きさが Q の正、負の電荷をそれぞれ与える。金属板の電気力線は、周辺部を除いて、金属板に垂直となる。図2に金属板Aの電荷から出る電気力線を実線で、金属板Bの電荷へ入る電気力線を破線で示す。重ね合わせの原理より、2つの金属板間の電場の大きさは、ウ となる。このような一対の金属板を用いて電荷を蓄える装置が平行板コンデンサーである。以下ではこの金属板を極板と呼び、金属板A、Bを極板A、Bと呼ぶ。

コンデンサーの極板の間隔を d とする。極板間の電位差が V のとき、極板間の電場の大きさを d と V を用いて表すと、エ となる。ウ = エ が成り立ち、真空の誘電率 $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0}$ を用いて整理すると、 $Q = \text{オ} \times V$ が得られる。オ はコンデンサーの電気容量である。

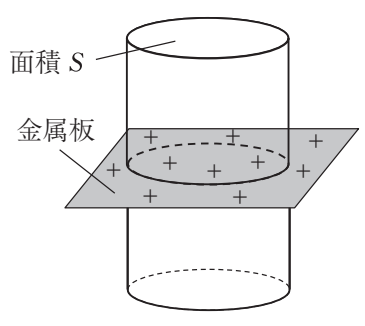


図1

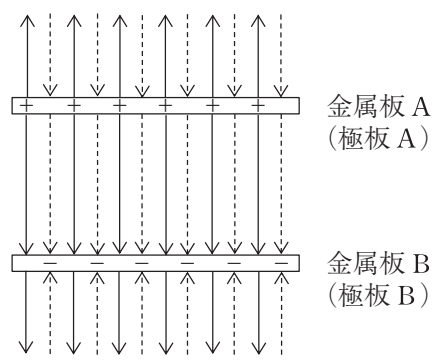


図2

(2) 平行板コンデンサーが蓄える静電エネルギーを求めよう。はじめ、極板 A と極板 B の電荷は 0 とする。充電が途中の状態では、極板間の電位差に逆らって、電荷を運ばなければならない。コンデンサーに蓄えた電気量が Q' のとき、極板間の電位差が V' であったとすると、微小な正の電荷 ΔQ を運ぶのに要する仕事は **カ** である。この仕事は、図 3 の黒い部分の長方形の面積に相当する。したがって、極板間の電位差が 0 から V になるまで、コンデンサーに電荷を運ぶのに要する仕事は、図 3 の $\triangle OEF$ の面積に等しくなる。この仕事を充電完了後の電気量 Q と極板間の電位差 V を用いて表すと、**キ** である。この仕事が静電エネルギーとしてコンデンサーに蓄えられる。

(3) 図 4 のように、極板の面積が S 、極板間の距離が d の極板 A と極板 B から構成される平行板コンデンサーが、スイッチ、抵抗、起電力 V の電池につながれている。スイッチを入れて、コンデンサーを完全に充電した。これを状態 1 とする。その後、図 5 のように、スイッチを入れたまま、コンデンサーの極板間に、上下の極板間隔が $\frac{d}{3}$ になるように、面積 S 、厚さ $\frac{d}{3}$ の金属板 C を極板に平行に挿入した。これを状態 2 とする。状態 2 のコンデンサーに蓄えられた静電エネルギーは、状態 1 の静電エネルギーの **ク** 倍になる。

問 1 極板 B の電位を基準とすると、状態 2 における極板 B から極板 A までの電位の変化を、極板 B からの距離を横軸にしたグラフとして解答欄に示せ。

次に、スイッチを切った後、金属板 C を完全に引き抜いた。これを状態 3 とする。状態 3 の静電エネルギーは、状態 2 の静電エネルギーの **ケ** 倍になる。

問 2 状態 2 と状態 3 とで静電エネルギーが変化する理由を、「静電気力」という言葉を用いて説明せよ。

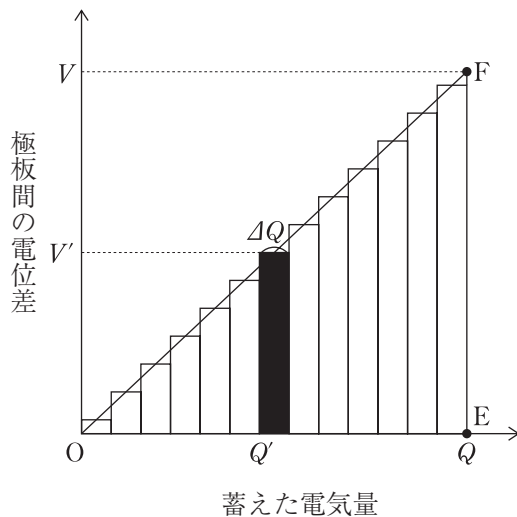


図 3

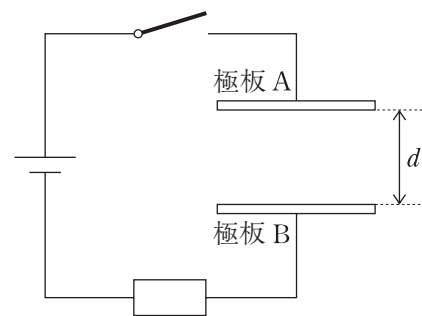


図 4

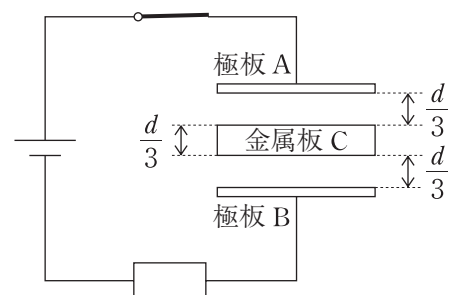


図 5

Ⅲ 空所を埋め、問いに答えよ。オ カ キ コ は{ }の選択肢から適切なものを選んで答えよ。(配点 45)

(1) 図1のように、振動数 f_0 の音を出す装置Sがばねにつながれていて、 x 軸上を原点Oを振動中心として振幅 A で単振動している。観測者は x 軸上の位置 $x = D$ ($\gg A$) にいて、音の変化を観測している。装置Sは、周期 T で運動していて、時刻 $t = 0$ のときには、振動の中心にあり、観測者に近づいていく向きに速さ v_0 であった。

装置Sの速度の時間変化は、 $v(t) = v_0 \cos [\text{ア} \times t]$ と書ける。音速を V とすると、ドップラー効果によって、観測者が受け取る音のうち最も高い振動数は であり、それは装置Sが $x = \text{ウ}$ の位置にあるときに発した音である。また、観測者の受け取る音の振動数の最大・最小の幅は、である。



図1

問1 $f_0 = 400 \text{ Hz}$, $T = 1 \text{ s}$, $D = 170 \text{ m}$, $V = 340 \text{ m/s}$, $v_0 = 0.1 V$ のとき、観測者が受け取る音の振動数のグラフの概形を解答欄に示せ。

音と同様に、光も光源の運動によりドップラー効果を引き起こす。いま、ある恒星を継続的に観測していると、光のスペクトル全体が一定の周期で振動数を変動させていることがわかった。この恒星が変光星*ではないとすると、光の振動数変化は、恒星の固有運動に起因すると考えられる。恒星が観測者から相対的に遠ざかるときには、観測される光の波長は本来の光よりも {長く, 短く}なり、色は {青方, 赤方}に偏移する。周期的に恒星がわずかに色を変える理由は、その恒星が惑星を伴っているからだと推測される。このようにして、太陽系外にも惑星を持つ恒星が存在することが多数報告されるようになってきている。(*変光星とは、明るさを変えながら輝く恒星である。)

問2 惑星1つを持つ恒星の光がもっとも青方に偏移している瞬間、その惑星はどこにあるか。図2の中から記号を1つ選び、その理由を記せ。「重心」という言葉を必ず用いること。

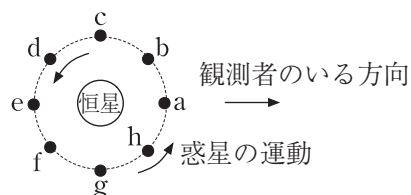


図2

(2) 図3は、干渉計と呼ばれる装置である。光源Aから発せられたレーザー光は、ビームスプリッターBにて直交する2つの方向に分離される。それぞれの光は、Bから距離 L の位置にある鏡 M_x , M_y で反射し、元のBに戻って再び合成されて検出器Dに到達する。2つの光はBの表面と鏡にて一回ずつ反射するものとして反射による位相差は以下では考えないことにする。したがって、 $B-M_x$ と $B-M_y$ の距離が等しいとき、検出器Dの光は同じ位相となるので {強めあう, 弱めあう}。

ブラックホールなどの巨大な質量をもつ天体が加速度をもった運動をすることによって、重力波が発生し、宇宙空間を伝わってくるのが知られている。重力波が通過することによって、鏡 M_x までの距離が $(1+h)$ 倍の $L(1+h)$ になり、同時に鏡 M_y までの距離が $L(1-h)$ になったとする。検出器 D では、光の到達時間に差が生じ、干渉によって光の強度が変化する。

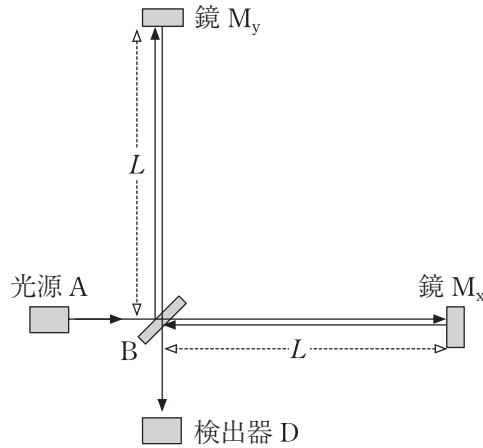


図 3

装置全体は真空中に設置されているとする。光速を c とすると、鏡 M_x で反射する光は、B から先を往復する時間が だけかかるので、検出器では波 S_x として

$$S_x = A \sin \left\{ 2\pi\nu \left(t - \text{ク} \right) \right\}$$

となるとする。ここで、 A は光の振幅、 ν はレーザー光の振動数である。鏡 M_y で反射する光も同様にして S_y とすると、検出器 D での光は、重ね合わせの原理から、 $S_x + S_y$ となる。三角関数の公式

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

を用いると、

$$S_x + S_y = 2A \sin \left\{ 2\pi\nu \left(t - \frac{2L}{c} \right) \right\} \cos \left(\text{ケ} \right)$$

となる。時間を含まない部分は振幅とみなせるので、 $h (> 0)$ があることによって検出器 D での明るさに変化することがわかる。初めに検出器 D で最大の明るさだった合成波が、打ち消しあって暗くなる条件は、整数 n を用いて = $\{n\pi, (n + \frac{1}{2})\pi\}$ のときである。

問 3 重力波はとても弱く、生じる h の大きさは非常に小さい。 $L = 3.0 \times 10^3$ m の干渉計をつくり、波長 $\lambda = \frac{c}{\nu} = 1.0 \times 10^{-6}$ m のレーザー光線を用いるとき、検出器 D で、最大強度から初めて暗くなる変化をおよぼす h の大きさはいくらか。

干渉計は微小な距離変化を測定できる装置であるが、問 3 で求めた h の大きさの測定精度では、実際の重力波の検出はできない。そこで、実際の重力波検出器では、初めに検出器 D で 2 つの光が互いに打ち消すように調整し、わずかなずれが生じて明るくなることを感知するようにしたり、ビームスプリッター B と鏡の間で光を何往復もさせる装置にして実効的な L を大きくしたり、さまざまな工夫がされている。