I 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1) 関数 $f(x) = x^2 - 4x + 3$ について，$f'(1) = \boxed{\text{ア}}$ である。

また，放物線 $y = f(x)$ と $x$ 軸 で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $6^k > 10^3$ を満たす最小の自然数 $k$ は， $k = \boxed{\text{ウ}}$ である。

また，$m < \log_2 \dfrac{43}{8} < m + 1$ を満たす自然数 $m$ は，$m = \boxed{\text{エ}}$ である。

(3) $\triangle$ABC において，AB $= 5$，BC $= \sqrt{17}$，CA $= 2$ とするとき，$\cos \angle$BAC $= \boxed{\text{オ}}$ であり，$\triangle$ABC の外接円の半径 $R$ の値は，$R = \boxed{\text{カ}}$ である。

(4) 1 から 10 までの数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。

この中から 3 枚のカードを同時に引くとき，

引いた 3 枚のカードに書かれた数の和が 7 である確率は $\boxed{\text{キ}}$ であり，

引いた 3 枚のカードに書かれた数の積が 20 以上である確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。

Ⅱ 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 30）

(1) $a_1 = 12$，$a_4 = 96$ である等比数列 $\{a_n\}$ の公比を $r$ とするとき，$r = \boxed{\text{ア}}$ である。

ただし，公比は実数とする。

また，数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和を $S_n$ とするとき，$S_n = 12 \times \left(\boxed{\text{イ}}\right)$

であり，$S_{2m} = 65\,S_m$ を満たす自然数 $m$ は，$m = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) O を原点とする座標空間内の点 A $\left(1,\ 2,\ \sqrt{3}\right)$，点 B $\left(2,\ 0,\ 2\sqrt{3}\right)$ について，

$\angle\mathrm{AOB} = \boxed{\text{エ}}$ であり，$\triangle\mathrm{OAB}$ の面積を $S$ とするとき，$S = \boxed{\text{オ}}$ である。

ただし，$0 \leqq \boxed{\text{エ}} < \pi$ とする。

また，3 点 O, A, B が定める平面上に点 C $\left(\sqrt{2},\ -2,\ p\right)$ があるとき，$p = \boxed{\text{カ}}$ である。

## Ⅲ 【数学 ① のみ解答】

次の問いに答えよ。（配点 40）

(1) 次の空所を埋めよ。

$i$ を虚数単位とする。$\alpha = -2(1+\sqrt{3}\,i\,)$ の絶対値と偏角はそれぞれ，

$|\,\alpha\,| = \boxed{\text{ア}}$，$\arg\alpha = \boxed{\text{イ}}$ である。ただし，$0 \leqq \boxed{\text{イ}} < 2\pi$ とする。

また，方程式 $z^2 = \alpha$ の 2 つの解 $\beta_1, \beta_2$ が，$0 \leqq \arg\beta_1 < \arg\beta_2 < 2\pi$ を満たすとき，

$\arg\dfrac{\beta_2}{\beta_1} = \boxed{\text{ウ}}$ であり，$\beta_1 = \boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}\,i$ である。

ただし，$0 \leqq \boxed{\text{ウ}} < 2\pi$ とし，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ は実数とする。

(2) $a > 0$ とする。$I(a) = \displaystyle\int_0^{\sqrt{a}} x\cos(\sqrt{a}\,x)\,dx$ とおくとき，次の問いに答えよ。

(i) 部分積分法を利用して $I(a)$ を計算し，$a$ の式で表せ。

(ii) $2\sin^2\dfrac{a}{2}$ を $\cos a$ の式で表せ。

(iii) 極限値 $\displaystyle\lim_{a\to+0}\frac{I(a)}{a}$ を求めよ。

Ⅳ 【数学 ① のみ解答】

関数 $f(x)=\dfrac{4x(x-4)}{2x+1}\quad\left(x>-\dfrac{1}{2}\right)$ について，次の問いに答えよ。（配点　40）

(1) $f(x)$ を微分せよ。

(2) $f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ。

(3) 整式 $4x(x-4)$ を $2x+1$ で割ったときの商と余りを求めよ。

(4) 曲線 $y=f(x)$ と $x$ 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

$\boxed{\mathrm{V}}$ 【数学 ② のみ解答】

次の空所を埋めよ。（配点　40）

(1) $\sin x = t$ とおく。$\sin 2x \cos x$ を $t$ の式で表すと，$\sin 2x \cos x =$ $\boxed{\text{ア}}$ となる。

また，$\sin 3x = \sin(2x + x)$ であることを用いて，$\sin 3x$ を $t$ の式で表すと，

$\sin 3x =$ $\boxed{\text{イ}}$ となる。さらに，加法定理を用いると，

$\sin x \sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) \sin\left(x + \dfrac{2}{3}\pi\right) =$ $\boxed{\text{ウ}}$ $\times \sin 3x$ となることから，

$\sin \dfrac{\pi}{18} \sin \dfrac{7}{18}\pi \sin \dfrac{13}{18}\pi =$ $\boxed{\text{エ}}$ であることがわかる。

(2) 不定方程式 $7m - 11n = 3$ を満たす自然数の組 $(m, n)$ のうち，

$m$ の値が最小となるものは，$(m, n) = \left(\boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}}\right)$ であり，

$m$ の値が小さいほうから 3 番目となるものは，$(m, n) = \left(\boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{ク}}\right)$ である。

また，7 で割ると 5 余り，11 で割ると 8 余る自然数 $N$ のうち，

小さいほうから $k$ 番目となるものは，$N =$ $\boxed{\text{ケ}}$ である。ただし，$k$ は自然数とする。

$\boxed{\text{VI}}$ 【数学 ② のみ解答】

$k$ を実数とし，$f(x)=-x^3+3x-k$ とする。曲線 $C: y=f(x)$ について，次の問いに答えよ。（配点 40）

(1) 関数 $f(x)$ を微分せよ。

(2) 曲線 $C$ 上の点 $\bigl(p,\ f(p)\bigr)$ における接線 $l$ の方程式を求めよ。ただし，$p$ は実数とする。

(3) (2) で求めた接線 $l$ が点 $(-1,\ 0)$ を通るとき，$k$ を $p$ についての 3 次式で表せ。

(4) 点 $(-1,\ 0)$ から曲線 $C$ に異なる 3 本の接線が引けるような $k$ の値の範囲を求めよ。ただし，曲線 $C$ 上の異なる点における接線は異なることを用いてよい。