

一般入試後期D日程

物 理

I 空所を埋めよ。ただし、重力加速度の大きさを g とする。(配点 60)

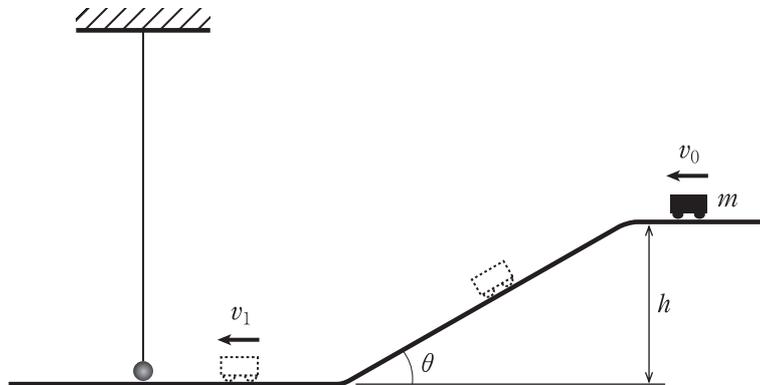


図1 台車と振り子の全体図

図1のように、水平面から傾き θ の斜面が、水平な地面と高さ h の水平な丘をなめらかにつないでいる。地面、斜面、丘はいずれもなめらかな面である。丘の上にある質量 m の台車が斜面に向かって速さ v_0 で等速直線運動をしている。台車の大きさは考えないものとする。

(1) まず、台車が斜面を下るとき運動を考える。台車の加速度の大きさは、 と表される。台車が斜面を下って地面に到達したときの速さ v_1 を求めたい。

1) 台車が丘の上にあるとき、台車の運動エネルギーは $\frac{1}{2} m v_0^2$ と表される。また、台車の位置エネルギーは、地面の高さを基準面とすると、 と表される。

2) 台車が斜面を下って地面に到着したとき、台車の運動エネルギーは m と v_1 を使って、 と表される。

3) 力学的エネルギー保存の法則より、

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + \text{イ} = \text{ウ}$$

が成り立つ。これを v_1 について解くと、

$$v_1 = \text{エ}$$

を得る。

(2) 次に、長さ L の軽い糸に質量 M の小球をつるした静止している振り子に、台車が左向きに速さ v_1 で衝突した(図2)。ただし、静止している状態の小球は地面の高さにあり、振り

子の糸にはたつみがないものとする。また、 $M > m$ とする。衝突直後に台車が停止し、小球が左向きに速さ V_2 で動いた。

1) このとき、運動量保存の法則より、

$$m v_1 = \boxed{\text{オ}}$$

が成り立つ。これより、 V_2 は m , M , v_1 を使って、

$$V_2 = \boxed{\text{カ}}$$

と表すことができる。さらに、台車と小球の衝突におけるはねかえり係数（反発係数） e は、 M と m を使って、

$$e = \boxed{\text{キ}} \quad \text{①}$$

となる。

2) 図3に示すように、衝突によって振り子は静止している状態から角 ϕ ($\phi < 90^\circ$) まで振り上げられて戻って来た。 g , V_2 , L を使って $\cos \phi$ を表すと、

$$\cos \phi = \boxed{\text{ク}}$$

となる。

3) 小球が戻って来て、再び静止している台車と衝突した（図3）。衝突直後、小球は右向きに速さ V_3 , 台車は右向きに速さ v_4 で運動した。このとき、運動量保存の法則より、

$$M V_2 = \boxed{\text{ケ}} \quad \text{②}$$

が成り立ち、はねかえり係数 e は、

$$e = \frac{\boxed{\text{コ}}}{V_2} \quad \text{③}$$

となる。式③の分子は V_3 , v_4 を使って表される。1回目と2回目の衝突では、はねかえり係数が同じになるので、式①, ③から e を消去して式②を用いると、 M , m , V_2 を使って、

$$V_3 = \boxed{\text{サ}}, \quad v_4 = \boxed{\text{シ}}$$

を得る。

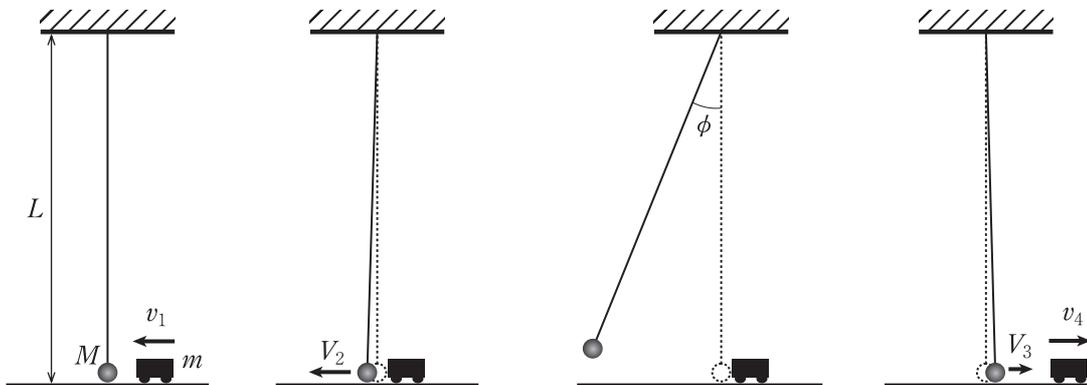


図2 台車と小球の1回目の衝突
(左：衝突前，右：衝突直後)

図3 台車と小球の2回目の衝突
(左：衝突前の振り上げ時，右：衝突直後)

II

空所を埋め、問いに答えよ。イ は語句で埋めよ。(配点 45)

- (1) 導体の電気抵抗は、物質の種類や形状によって決まる。電流を流す方向の長さが L [m]、断面積が S [m²] の導体において、電気抵抗は、 ρ [$\Omega \cdot m$] を比例係数として $\frac{\rho L}{S}$ [Ω] と表される。 ρ を抵抗率と呼ぶ。

一辺の長さが a [m] の立方体の金属の塊がある。密度は一樣で、抵抗率は ρ である。これを変形させて、長さ l [m] の太さが一樣な導線を作ることを考える。この導線の断面積を s [m²] とすると、導線の体積は sl である。金属の体積が変化しないとすると、この導線の電気抵抗は ρ 、 a 、 l を用いて **ア** と表される。電気抵抗をもつ導体に電流が流れると、熱が発生する。この熱を **イ** と呼ぶ。単位時間あたりの **イ** は導体で消費される電力 P [W] に相当し、電気抵抗を R [Ω]、電流を I [A] とすると、 P は R 、 I を用いて **ウ** となる。したがって、作製した導線に一定の大きさの電流を流す場合、体積一定のまま l を 3 倍にすると、 P は **エ** 倍になる。以上のように、一定量の材料から導線を作る場合には、導線の電氣的な性質は l によって大きく変化する。

- (2) 図 1 に示すように、長さが L [m] で断面積が S [m²] の一樣な導線を考える。導線中には、電気量が $-e$ [C] の自由電子が数密度 (単位体積あたりの個数) n [個/m³] で存在している。導線の両端に電圧 V [V] ($V > 0$) をかけたとき、導線内部に生じる電場 (電界) の強さは $\frac{V}{L}$ となる。自由電子がこの電場から受ける力の大きさは、 L 、 e 、 V を用いて **オ** と表される。導線中の自由電子が一定の速さ u [m/s] で運動していると見なしたとき、時間 t [s] の間に 1 個の自由電子が電場からされる仕事は、**オ** $\times ut$ と表される。導線中の自由電子の総数は、**カ** なので、 t の間に自由電子全体が電場からされる仕事は、**キ** [J] となる。**キ** は **イ** として消費される。

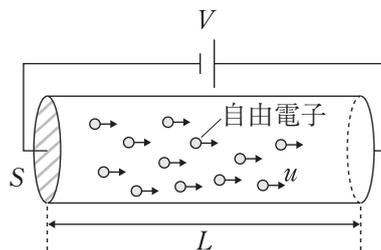


図 1

(3) 豆電球のフィラメントに電流を流すと、フィラメントの温度が大きく上昇し、電気抵抗が変化する。図2は、ある豆電球の電流電圧特性をグラフに示したものである。この豆電球と抵抗を用いて、図3に示す電気回路を作った。抵抗の電気抵抗は $10\ \Omega$ とし、電流の大きさによって変化しないものとする。電池の起電力は $2.5\ \text{V}$ である。電池の内部抵抗と回路を構成する導線の抵抗は無視する。回路に電圧をかけたとき、回路を流れる電流の大きさは速やかに安定した。

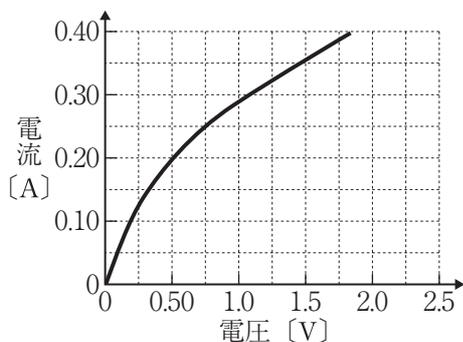


図2

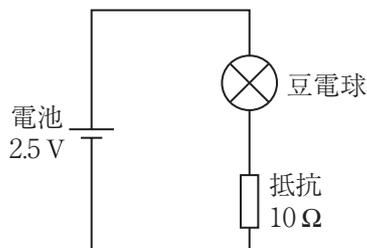


図3

問1 豆電球に流れる電流を I_b [A]、豆電球の両端の電圧を V_b [V] として、電池の起電力を I_b と V_b を用いて表せ。

問2 問1の結果から I_b と V_b の関係式が求まる。その式が表す直線を解答欄の図に描け。また、 I_b と V_b を求めよ。

0°C における抵抗率を ρ_0 [$\Omega \cdot \text{m}$] とすると、 t [$^\circ\text{C}$] における抵抗率 ρ_t [$\Omega \cdot \text{m}$] は、次式で表すことができる。

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t) \quad \text{①}$$

式①の α [$^\circ\text{C}^{-1}$] を抵抗率の温度係数と呼ぶ。

問3 豆電球のフィラメントの電気抵抗は、 0°C のとき $0.25\ \Omega$ であった。回路が動作しているときのフィラメントの温度を答えよ。ただし、抵抗率の温度係数は 5.0×10^{-3} [$^\circ\text{C}^{-1}$] とし、フィラメントの長さや断面積は、温度によって変化しないものとする。

Ⅲ 空所を埋め、問いに答えよ。アは選択肢{ }の中から適切なものを選べ。(配点 45)

- (1) 光は電磁波であり、進行方向に対して垂直に電場（電界）と磁場（磁界）が振動する
 ア {横波, 縦波}である。以降、光の振動方向とは電場の振動方向を指すものとする。

図1のように媒質中を z 軸正の向きに進む光の、位置 z 、時刻 t における電場の振動方向の変位 $E(t, z)$ が、周期 T と波長 λ と振幅 E_0 を用いて式①のように表されるとき、この光が z 軸方向に進む速さは $v =$ である。

$$E(t, z) = E_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right) \right] \quad \text{①}$$

- 問1 式①の電場に対し、 $z = 0$ での振動 $E = E(t, 0)$ のグラフを、縦軸を E 、横軸を t とし、 $-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{3T}{2}$ の範囲で解答欄に描け。また描いたグラフに、 $E(t, 0) = E_0$ および $E(t, 0) = -E_0$ となる時刻 t の値をすべて書き入れよ。

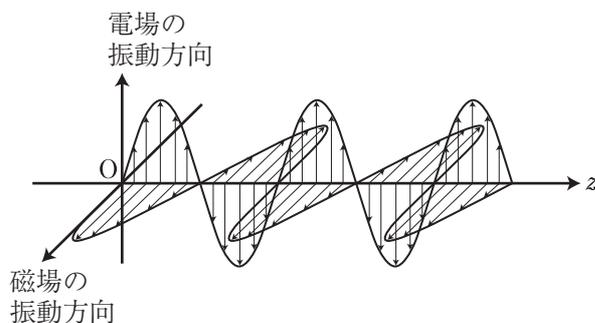


図1

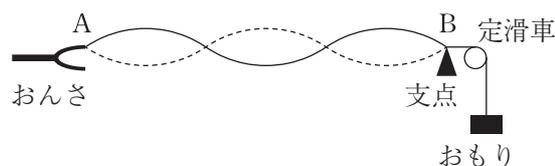


図2

- (2) 図2のように、おんさに太さと密度が一定の弦をつけ、支点と定滑車を通して他端におもりをつるした。おんさを 50 Hz の振動数で振動させたところ、おんさ側の弦の端 A と支点との間に、3 個の腹をもつ定常波が生じた。支点の位置を点 B とする。点 A と点 B を固定端とみなし、AB 間の長さは 2.4 m である。

問2 弦を伝わる波の波長を求めよ。

問3 弦を伝わる波の速さを求めよ。

おもりを追加し、弦の張力を大きくすると、弦を伝わる波の速さが大きくなる。

- 問4 波の速さ v [m/s] は、弦の単位長さあたりの質量（線密度） ρ [kg/m] とおもりによる張力の大きさ F [N] によって決まる。 v は ρ と F を用いてどのように表されるか。単位に注意して、下の(a)から(d)の中から1つ選び、記号で答えよ。

- (a) $F\rho$ (b) $\frac{F}{\rho}$ (c) $\sqrt{F\rho}$ (d) $\sqrt{\frac{F}{\rho}}$

図2において、おんさの振動数を50 Hzに保ったまま、おもりを追加したとき、2個の腹をもつ定常波が生じた。

問5 追加したおもりを変えずに、100 Hzで振動する別のおんさに変えた場合にも、定常波が生じた。このときの定常波の様子を解答欄に図示せよ。

(3) 図3のような、気密を保ってなめらかに動くピストンとヒーター付きのシリンダー内に、1 molの単原子分子の理想気体が閉じ込められている。その気体の体積は V である。このときの気体の状態をAとする。ピストンとシリンダーは熱を通さず、ヒーターが占める体積は無視できる。ピストンの質量を m 、ピストンの断面積を S 、大気圧を p_0 、重力加速度の大きさを g 、気体定数を R とし、この理想気体の内部エネルギー U は、絶対温度 T のとき $U = \frac{3}{2}RT$ と表される。このとき、状態Aにおけるシリンダー内の気体の圧力 p_A は、 $p_0 + \boxed{\text{ウ}}$ と表される。

問6 状態Aにおけるシリンダー内の気体の絶対温度を p_A 、 V 、 R を用いて表せ。

次に、ピストンがゆっくり上がるように、ヒーターを用いてシリンダー内の気体を加熱すると、図4に示すように、シリンダー内の気体の体積が $3V$ となった。このときのシリンダー内の気体の状態をBとする。

問7 状態Aから状態Bに変化したとき、シリンダー内の気体がした仕事を p_A と V を用いて表せ。

問8 状態Aから状態Bに変化したとき、ヒーターがシリンダー内の気体に与えた熱量を p_A と V を用いて表せ。

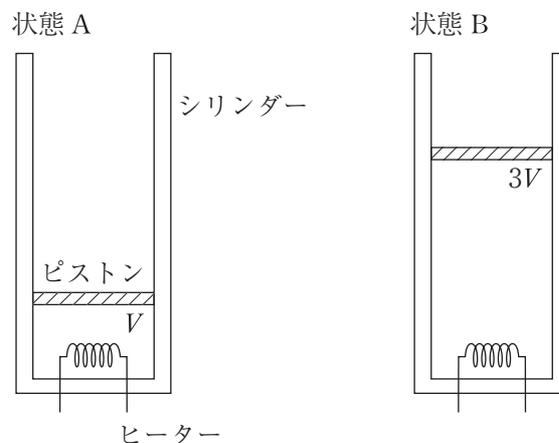


図3

図4