大阪工業大学
OSAKA INSTITUTE OF TECHNOLOGY

その他
キーワード：数学、整数論

有限体上の方程式の解の個数の研究

石川　恒男（いしかわ　つねお）
工学部　一般教育科 教授

用途・応用分野：数学、離散数理、計算理論

■研究概要

素数 p に対して整数全体Zをpで割った余り全体は普通の計算で有限体F_p=Z/pZとなるが、F_p上で方程式を考えると各素数 p について様々な性質を持つ。
例えば,eを自然数として、p をeを法として 1 となる素数とするとき、方程式

$$X_1{}^e + X_2{}^e + X_3{}^e + \cdots + X_n{}^e = 0$$

の解の個数$T_e(n)$は、e=3のとき

$$\sum_{n=1}^{\infty} T_3(n)x^n = \frac{x}{1-px} + \frac{x^2(p-1)(2+dx)}{1-3px-pdx^2}$$

と表される。ここで d は

$$4p = d^2 + 27b^2, \quad d \equiv 1 \pmod 3$$

をみたす。自然数e=3, 4, 5, 6, 7, 8 についてガウス和とヤコビ和を用いて完全な計算結果を得た。

■研究の特徴

ガウス和とヤコビ和を用いることで数列の母関数を与える。
①ガウス和
②ヤコビ和
③母関数