

講座

天文学史の中の日本：和算家の動機を探る^{*}

真貝寿明[†]

星を結んで星座をつくることから、暦の作成まで、天文学が人々の生活に与える影響は文化としての側面をもつ。天文学は数学的記述を必要とし、三角関数や近似式の開発と共に発展・伝播してきた歴史をもつ。科学の伝播のなかでは、東洋の端に位置する日本は、ひとつの終着点でもある。例えば、江戸時代の科学は、中国由来の科学知識が主であった前期、中国経由でキリスト教宣教師が伝えた西洋科学に接した中期、そして、蘭学書を通じて直接西洋科学に触れた後期の3つに分けて考えることができる。ここでは、三角関数・近似式・天球面座標の変換などの数学史と絡めて、天文文化の歴史を概観する。とくに、江戸時代前期に独自の発展を始めた和算の端緒は、改暦の必要に迫られて中国の授時暦研究がひとつの動機であったことを確認する。

1. 天文学の歴史

天文学は、古代においては占星術と共に発展した。その起源は、バビロニア・エジプト・ギリシャのほか、インド・中国にも見られる。地中海世界の文化はヘレニズムという融合の時代を経て、東西それぞれの方向へ枝分かれしながら伝播していった。本章では、近代科学の要素が生じる以前の古天文学史を、伝播と文化交流のプロセスに注目して概観する。続く2章以降では、三角関数伝播の歴史や太陰太陽暦の改良の試みと併せ、和算につながる系譜を読み解きたい。古天文学についての文献は、三村 [1] の関連文献リストが詳しい。

1.1. 地中海世界における天文学の形成：バビロニアからヘレニズムへ

天文学の起源の1つは、バビロニアにおける天体観測の蓄積に辿ることができる。楔形文字にて『バビロン天文日誌』として残されているメソポタミア南部で行われた天体の観測記

^{*} 2026 年度第 1 回数学史講座 (2026 年 7 月 26 日)

[†] 大阪工業大学情報科学部 hisaaki.shinkai@oit.ac.jp

録は、前 652 年からのものが翻訳されている。バビロニアでの観測は、天体の運動の周期性の発見、そしてそれらを用いた暦の作成、占星術に結びついた。宇宙がどのような形か、という幾何学的なモデルが議論された形跡はなく、もっぱら数理的な手法（矢野 [2] の言葉では「関数天文学」）が発展した。

エジプトでは、ナイル川の氾濫予測という実用的な目的から天文学が発展した。シリウス星（エジプト語でソプデト）の「ヘライカル・ライジング（太陽の出の直前に東の空に昇る現象）」を基準とする太陽暦を導入し、1 年を 365 日とするエジプト暦（シリウス星暦）が確立した。1 年の長さは 365.25 日であることは分かっていたが、閏年は設けなかった。

バビロニアの知識がギリシャへ伝わると、天文学の主眼は「天体運動をいかに正確に記述するか」から「天体運動をいかに幾何学的に説明するか」へと移行した。プラトンの説いた「地球と天球」という前提のもとで、弟子のエウドクソスが同心球宇宙論を考案し、これが以後ケプラーに至るまで西洋天文学を支配する「円と球」による宇宙モデルの原型となった。星座についても、バビロニア起源の図像がギリシャに伝わり、そこに神話が組み込まれた。

アレクサンドロスの東進と、その死（前 323 年）後の帝国分裂により、ギリシャとオリエントの文化が融合する「ヘレニズム文化」の時代が到来する。ヘレニズムとは「ギリシャ化」の意味だが、ギリシャ・メソポタミア・エジプトの文化が融合するプロセスだった。この時代に、メソポタミアの関数天文学とギリシャの幾何学的天文学が結びつき、惑星位置推定の技法が発展する。「太陽と月の運動の周期は、19 年に 7 回の閏月を入れることで揃う」というメトン周期は、前 432 年に発見されたとされるが、バビロニアではその 50 年前から、そして中国ではさらに 100 年以上早くから独立に知られていた [3]。

ローマでは純粋な科学探究よりも、実用的な応用を重んじた。天文学も航海術、農業、暦の作成のために発展した。カエサルがアレクサンドリアの天文学者ソシゲネスの助言を得て前 45 年に導入したユリウス暦は、1 年を 365.25 日とするもので、1582 年にグレゴリオ暦へ改められるまで長く使われ続けた。そしてこの地中海世界の天文学の到達点となったのが、2 世紀のプトレマイオスによる『アルマゲスト』である（プトレマイオスのつけた書名は『メギステ・シンタクシス（最も偉大な数学的集成）』である）。ヒッパルコスやメネラウスの業績を継承しつつ、惑星の順行・逆行運動を離心円と周転円によって説明する地球中心説を確立し、三角関数表の原型となる弦の表を残した。この書物は後にイスラーム世界で定冠詞「アル」を付されて『アルマゲスト』と呼ばれるようになり、中世ヨーロッパでコペルニクスが太陽中心説を唱えて以降も長く権威を保ち続けた。

1.2. インドへの伝播とその独自化

インドにおける天文学の出発点は、地中海世界とは独立している。前 1000 年頃から前 400 年頃までの「ヴェーダ時代」には、まだ体系的な暦法や天文学書は存在しなかったが、『アタルヴァ・ヴェーダ』や『タイッティリーヤ・サンヒター』において、月の位置を示す目安として 28 の星座「ナクシャトラ」がすでに用いられていた。この時点でのインド天文学は、中国の二十八宿とも、のちのギリシャ由来の要素とも独立した固有のものであったと考えられる。

インドとヘレニズム世界との接触は、紀元 50 年前後に貿易風「ヒッパロスの風」が発見され、地中海の商人がインド洋を通じてインドの物産を求めて往来を始めて以降と考えられている。150 年頃にサンスクリット語に翻訳された『ヤヴァナ・ジャータカ（西方の誕生占い）』は、惑星の動きを重視するヘレニズム占星術をインドにもたらした最初期の文献である。ただし、この段階ではヘレニズム天文学の初期の成果が紹介される程度にとどまり、本格的な数理天文学の導入には至っていない [5, 6]。

インド化が完成するのは、それから 2 世紀以上を経た 499 年、アールヤバタの『アールヤパティーヤ』によってである。この書に示された数理天文学の要素—1 年の長さや座標系、歳差、三角法と正弦表、周転円による惑星モデル、日月食の計算法など—は、いずれもプトレマイオス以前のヘレニズム天文学に遡ることができる [5, 6]。すなわちインドは、プトレマイオスの著作そのものではなく、それ以前の、ヒッパルコスの時代の成果を受け継いだと考えられる。

一方、前 5 世紀頃に成立した仏教はヘレニズムとは独立な系譜として展開した。仏教文献の一つ『シャールドゥーラカルナ・アヴァダーナ』（漢訳『^{まとうが}摩登伽経』, 3 世紀頃）は、惑星の運行を扱わない点でヘレニズム的要素を含まず、太陽・月・二十七あるいは二十八の星宿・時間単位ティティといった、より土着的な要素にもとづいている [5]。この仏教系統の天文学的知識が、次に述べるように中国へ伝えられていくことになる。

1.3. 中国における独自の展開と外来知識の受容

中国の天文学も独自に発展した。天の白道付近に二十八の星座（星宿）を設定し、それぞれに基準となる距星を置いて天体の位置を記述する体系は、周代の初期に起源をもち、前 4 世紀には石申の星表として完成していた [7]。この体系は、陰陽五行説・四神・十二支十干といった中国独自の数的世界観と結びつき、前漢の時代には『史記』天官書や『淮南子』において理論的に統合されるに至る。蓋天説・^{がいてん}渾天説・^{こんてん}宣夜説という三つの宇宙構造論が『晋書』天文志に整理されているように、中国は独自の宇宙論的枠組みのもとで観測技術（渾天儀・簡儀・ノーマン）と暦法を発展させ続けた。

この独自の発展の一方で、中国はインド・オリエント・イスラーム由来の天文学的知識を、仏教經典を媒介として繰り返し受け入れてきた。3世紀の『摩登伽經』に始まり、4世紀の『舎頭諫經』^{しゃずかん}、6世紀の『大集經』を経て、718年の『九執曆』^{きゅうしつ}に至っては、ヴァラーハミヒラの『五天文学綱要』やブラフマグプタの『カンダカードヤカ』と共通する内容をもつインド曆法の直訳が行われ、十二宮のサインや正弦関数までもが紹介された[2]。さらに8-9世紀の『梵天火羅九曜』^{ぼんてん ほらくよう}や759年の『宿曜經』^{すくよう}は、密教的占星術として羅^{らごう}𑖀𑖡𑖛𑖄 (𑖀は目+候)と計都^{けいと}を含む九曜の体系を伝え、これが空海によって日本へ持ち込まれ、宿曜道として定着することになる。

しかし、これらの經典の受容は、中国天文学の理論的枠組みそのものを変えることはなかった。象徴的な例が『九執曆』における正弦関数の記載である。三角関数という数学的道具そのものは8世紀の中国にすでに紹介されていたにもかかわらず、実際の曆法計算においてはほとんど顧みられることがなく、中国で三角法が本格的に導入されるのは、16世紀末にイエズス会宣教師がヨーロッパの科学をもたらし以降のことである。中国天文学の枠組みを実質的に変えるほどの外的影響を及ぼしたのは、元・明の時代のイスラーム天文学の観測技術（授時曆における簡儀等の精密機器の導入）と、そして16世紀後半以降のキリスト教宣教師による西洋天文学の移入という、限られた二つの時期のみであった[8, 9]。

1.4. 中国とインドの二十八宿・ナクシャトラをめぐる起源論争

中国の二十八宿とインドのナクシャトラは、いずれも月の運行を基準として天球を約28分割するという構造をもち、一見類似した体系に見える。しかし両者を仔細に比較すると、起点の選び方、分類の原理、用いられる恒星の選定基準など、多くの点で異なっている。中国では天の赤道付近の星を基準に、四神へ7宿ずつを配分する構造をとり、起点は春の訪れを告げる東方の角宿に置かれた。これに対しインドでは、起点は春分点の位置、すなわち観測された時代の歳差の状態によって定まった。事実、ヴェーダ時代には昴宿（クリッティカー）が起点であったものが、歳差による春分点の移動に応じて後の時代にはアシュヴィニーへと交代しており、この移り変わりは古星図を描くことで検証可能である[10]。

この体系の起源がインドと中国のどちらに先行するのかは、長く論争の的となってきた。新城新蔵は中国起源説を唱え、二十八宿が中国からインドへ伝わり、さらに西へ伝播してアラビア・ペルシャの「マナージル」に至ったと考えた[7]。陳もまた中国起源説を支持している[3]。一方、インド側の研究者は概してインド起源説をとる。両者の対応を検証する手がかりとして中国の「距星」に相当する概念がインドにも「ヨガターラ（会合星）」として存在するが、この概念が明確に成立するのは5世紀の『シッダーンタ』の時代であり、起源論争を解決

する証拠としては時代が下りすぎている [9]。ニーダムは、二十八宿は中国とインドでそれぞれ独立に発展し、のちに両者が接触した後にある程度まで相互に影響し合うようになった、という穏当な結論に至っている [9]。この二十八宿とナクシャトラの対応関係を実際の恒星の位置に基づいて図示すると、両者で一致する星はごくわずかであることが確認できる [10]。南方熊楠は、両者を文化交流の跡と推測したが、独立なものとするのが良さそうだ。

図 1 に、天文学と数学（三角法）の文化の伝播を描く。

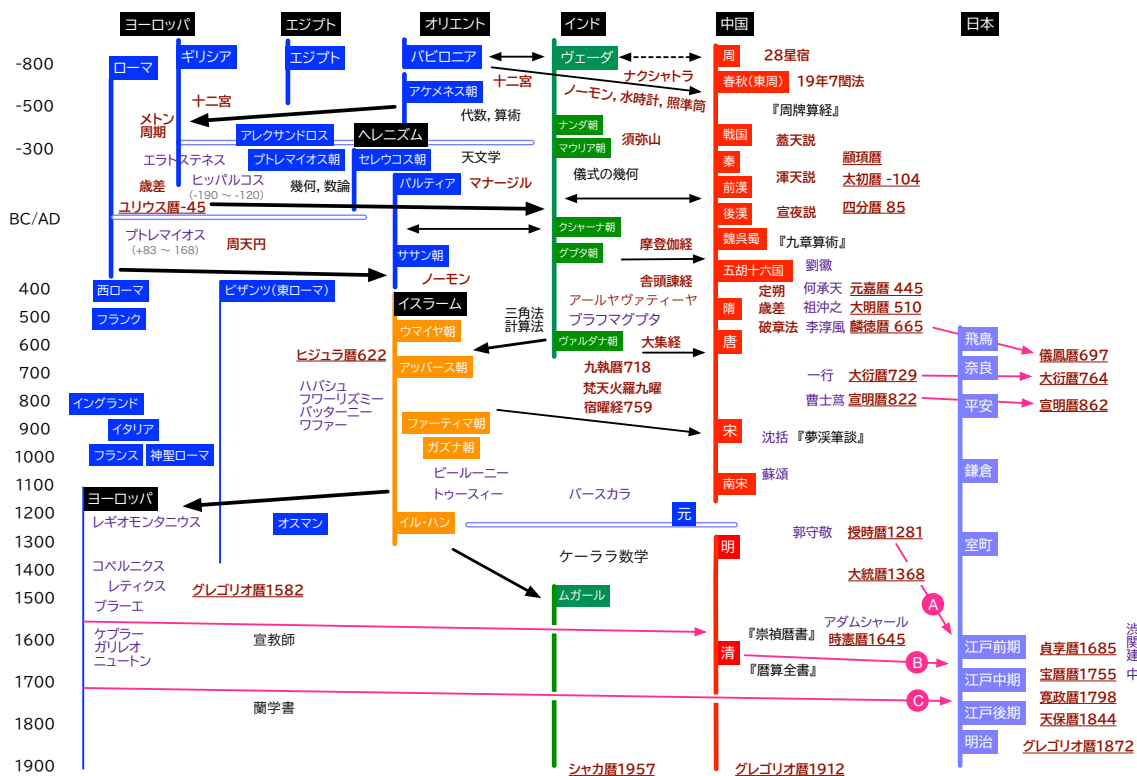


図 1 天文文化と数学文化の伝播経路。江戸期に結ばれる A, B, C の線が江戸の科学文化を前期・中期・後期に分けることになる。

2. 三角関数の歴史

三角法の発展史は、しばしば「ギリシャで生まれ、インドで育ち、アラビアで発展した」と要約される [11]。しかしこの定型句は、伝播の終着点を示すものではない。アラビアで完成した三角法の体系は、12 世紀ルネサンスを経て中世ヨーロッパへもたらされ、そこで独自に精緻化されたのち、16 世紀末には宣教師の手によって中国へ持ち込まれ、さらに日本へ伝えら

れていく．本章では，この長い伝播の連鎖を辿るとともに，中国から直接もたらされた三角法の系譜と，日本国内で独自に発展した弧背術の系譜という，起源も経路もまったく異なる二つの流れが，江戸前期の日本ではほぼ同時期に邂逅するという現象に注目する．本章の内容のより詳しい報告は [12] にある．

2.1. プトレマイオスの弦の表

現存する最古の三角関数表は，プトレマイオスが『アルマゲスト』に残した弦 (chord) の表である [13, 14, 15]．プトレマイオス以前にヒッパルコスもまた三角関数表を作成したと考えられているが現存していない．プトレマイオスは半径を 60 とした円に対し，角度 θ と弦の長さの関係を 60 進法で記述し，弦 60 度と弦 90 度という自明な値，および正五角形の幾何学的性質から 36 度・54 度の弦を求め，補角の関係，加法定理・半角の公式・倍角の公式を繰り返し適用することで 0.5 度刻みの精密な表を完成させている．この，少数の幾何学的に厳密な値から出発し，公式の反復適用によって任意の細かさの数表を作り上げるという方法論は，文化を超えて繰り返される作表手法である．

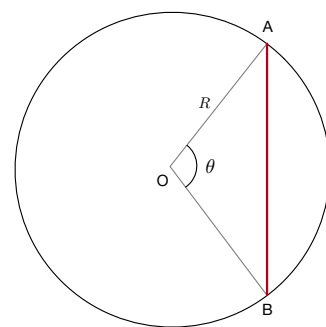


図 2 角度 θ と弦 AB.

2.2. インドにおける受容と独自の展開

前章にて触れたように，地中海文化がインド文化と直接邂逅したのは，1 世紀後半に貿易風「ヒッパロスの風」が発見されて以降のことである．これが，ヘレニズム天文学・占星術がインドへ流入する契機になったことは前章で触れた．おそらく，このときに弦 (chord) の知識も伝わったと考えられる．

インドの数学書で三角法に触れる最も古い文献は，6 世紀のヴァラーハミヒラによる『パイターマハー・シッターンタ』とされる．インドでは，このときからすでに，弦の定義を半分にした「半弦 (Jyārdha, Jyā)」を用いた．これが現代数学で使われる「正弦」(sine, dorjyā) である．

前章でも登場したアールヤバタは，著書『アールヤバティーヤ』において半径 $R = 3438$ とする正弦表を示している．その計算手順— $R \sin 90^\circ = R$, $R \sin 30^\circ = R/2$ という自明な値から出発し，余角の関係式と半角公式を反復適用して 24 の角度の数表を得るという方法—は，ヒッパルコスの手法と酷似している [16]．プトレマイオスの著作がインドへ伝わった形跡

はない [6] とも言われる。

インド独自の展開としては、7 世紀のブラフマグプタによる「正矢 (versed sine)」の導入があり、これによって半角公式の計算が簡略化された。さらに 12 世紀のバースカラ 2 世は、「角度」を用いて正弦・正矢を定義しなおすとともに、「余弦 (cosine)」 「余矢 (covered sine)」を新たに導入し、4 つの関数を対称性のよい形で体系化した。彼はまた角度差の半分の正弦を与える公式を示し、3 度ごとの正弦を計算できることを示したうえで加法定理を導き、1 度ごとの正弦表を完成させている。ただし、加法定理そのものはすでにプトレマイオスが示していたものであり、同時代のイスラーム世界ではすでにより精密な三角関数表が作られていたことを踏まえると、インドにおける三角法の意義は、正弦という概念を早期に独自に定義し体系化した点にあり、計算精度そのものの最先端ではなかった。ただ、砂を用いた算盤の利用や位取り計算法の発明は、8 世紀のイスラーム数学に大きな影響を与えた [1]。

2.3. イスラーム世界における 6 つの三角関数の整備

イスラーム科学は、5 世紀のローマ帝国崩壊にともないアラビア地域へもたらされたギリシャ・ローマの学術文献と、サーサーン朝ペルシアを経由して蓄積されたインドの科学とを統合するところから出発した。イスラームで三角法が大きく発展した背景には、二つの実用的な動機があったとされる [1, 16, 18, 19]。

一つは日時計の影の長さの記述である。棒を地面に立てる場合と壁に水平に打ちつける場合とで、それぞれ余接・正接、余割・正割に相当する量が必要とされた (図 3)。もう一つは、1 日 5 回の礼拝に際してメッカの方角 (キブラ) を知る必要であり、アル・バッターニーによる座標差から方向を導く方法や、ナイリージーによる球面三角法を用いた方向決定法は、この宗教的要請から生まれた数学的発展である。

こうした実的要請のもとで、アル・フワーリズミー、ハバシュ・ハーシブ、アル・バッターニーらが正弦・正接・余接・正矢等の個々の関数表を精密化していく中で、10 世紀のアブ・ワファーが統合的な視点を示す。彼は三角関数 6 種を、半径 1 の円に対応する辺の比を出発点とした関数として定義することを提案した [16]。この提案はただちに主流とはならなかったものの、彼が示した定義図 (図 4) —半径 1 の円のなかに正弦・余弦・正接・余接・正

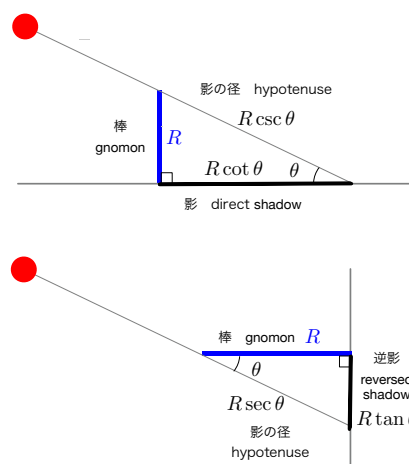
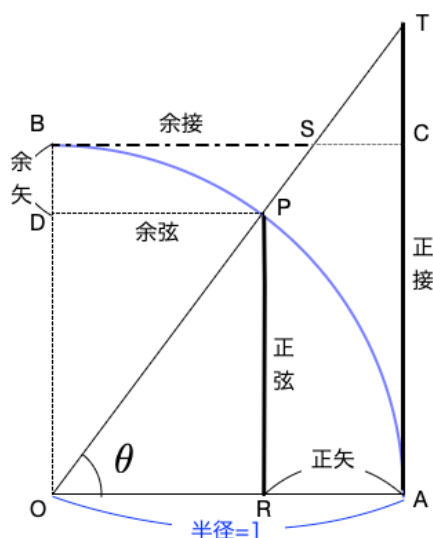


図 3 日時計の影の長さや影の径。日時計には地面に棒を立てるものと、壁に棒を水平に打ちつけるものの 2 種類ある。



正弦	せいげん	$PR = \sin \theta$
余弦	よげん	$PD = \cos \theta$
正接 (正切)	せいせつ	$AT = \tan \theta$
正割	せいかつ	$OT = \sec \theta = 1/\cos \theta$
余割	よかつ	$OS = \csc \theta = 1/\sin \theta$
余接 (余切)	よせつ	$BS = \cot \theta = 1/\tan \theta$
正矢	せいし	$AC = 1 - \cos \theta$
余矢	よし	$BD = 1 - \sin \theta$

左の図は、中根元圭『八線表算法解義』(1727 頃)、
梅文鼎^{ばいぶんてい}『曆算全書』(1723)、徐光啓『崇禎曆書』
(1634)、ピティスキス『三角法』(1612)、レティ
クス『三角法』(1596)、アブ・ワフアー『Kital al
Kamil』(10c) に共通して描かれている。

図 4 三角関数 (八線) の定義図. 中国・日本では左右反転した図となる。

割・余割のすべてを一望させる図—は、後述するように、ヨーロッパ・中国経由で 17 世紀の日本にまで伝わることになる。アブル・ワフアーはまた、プトレマイオスの弦の表が 10 進法換算で 5 桁相当の精度であったのに対し、独自の増分法・半角公式・倍角公式を用いて 15 分角刻みで 8 桁相当の精度をもつ正弦・正接の表を作成しており、精度においてもギリシャの到達点を大きく上回っていた。13 世紀のトゥースィーによる三角法の天文学からの独立、正弦定理の整備を経て、イスラームの三角法体系はヨーロッパへ伝播する。

サンスクリット語で「弦」を意味する「jya-ardha」が 8 世紀にアラビア語に翻訳されたとき、音訳でジープ (jiba) となった。通常は母音を記載しないアラビア語では, jb となり, 「湾、入り江、曲面」を意味する言葉ジャイブ (jayb) と混同されるようになった。12 世紀にラテン語に翻訳される際には, sinus (湾、湾曲、懐) へと誤訳された。この sinus が省略され, 現在の記号 sin となる [17]。

2.4. ヨーロッパにおける精緻化と独立した学問分野化

イスラーム科学がヨーロッパへ伝えられた契機として, レコンキスタによるトレド奪還を機にアラビア語文献の大規模な翻訳が進んだことが挙げられる。この「12 世紀ルネサンス」を通じて, ユークリッド幾何学やプトレマイオス天文学とともに三角法もヨーロッパへ流入した。15 世紀のレギオモンタヌス (ヨハン・ミュラー) は『アルマゲスト』をギリシャ語原典から読み解き, これを批判的に紹介する中で三角法を天文学から独立した数学分野として

確立し、正弦定理・球面余弦定理を示している。この批判的継承がコペルニクスの地動説の着想へとつながったとされる。コペルニクスの弟子であったレティクスは、三角関数を「円の弦」としてではなく「直角三角形の辺の比」として初めて明確に定義し直した。これはアブル・ワファールの提案をヨーロッパで独立に再定式化した形とも言える。レティクスは、10 秒角ごとの 6 種の三角関数表の作成に着手したが、生前には完成せず、弟子のオットーによって 1596 年に 700 ページを超える数表『三角法』として結実した。16 世紀末のピティスキスは、オットーの数表の誤りを指摘し、これを整理・修正して『数学宝典』を完成させ、この過程で「三角法 (trigonometry)」という語そのものを創案した [20]。こうして、ギリシャに発しイスラームで統合された三角法の体系は、ヨーロッパにおいて独立した学問分野として確立され、のちの大航海時代の天測航海術を支える技術基盤となった。

ピティスキスが 1612 年に出版した三角関数は、 $\sin$, $\tan$, $\sec$ の 3 つである。この理由として、三浦 [20] は、天文学者が必要としたものは $\sin$ 、測量士が必要としたものは $\tan$ 、航海士は $\sec$ を必要とした（最も近い陸地と目指すべき港までの距離の比）、と看破している。

2.5. イエズス会宣教師による中国への伝播

16 世紀に成立したイエズス会は、グレゴリオ暦への改暦に従事したクラヴィウスが数学教育に携わっていた。中国での布教は、皇帝の信頼を得るために、西洋の数学や天文学の優位性を説くこととセットで進められた [21]。マテオ・リッチは布教の初期数十年のあいだに、クラヴィウスの『エウクレイデス原論』『アストロラビウム』『実用幾何』等を徐光啓・李子藻とともに漢訳している。『アストロラビウム』は簡易な正弦表を含む。この協働が結実したのが、1631 年から 1634 年にかけて編纂された『崇禎暦書』である。この書物には、0 度から 45 度まで 1 分角ごとに最大 7 桁の精度をもつ正弦・正接・正割・余弦・余接・余割の詳細な数表が含まれている [22]。また、この数表の作成に用いられた「三要法」「二簡法」と呼ばれる公式群は、正弦・余弦の関係式、倍角公式、半角公式、加法定理であり、西洋で発展した手法をそのまま踏襲したものだったことは興味深い [12]。『崇禎暦書』のうち三角法を扱う『大測』が、ドイツのピティスキス『三角法』とフランドルのステヴィン『三角法』を編訳したものであるという説もある [22]。すなわち『崇禎暦書』の三角関数表と定義図は、宣教師という媒介者を通じて「再び」東アジアへ運ばれてきた産物といえる。『崇禎暦書』から約 90 年後、梅文鼎が西洋天文学・数学と中国伝統の知識を折衷してまとめた『暦算全書』（1723 年）もまた、この系譜に連なる。

2.6. 日本における二つの経路の邂逅

『暦算全書』に掲載された八線表

日本へ三角法が伝わる経路は、中国経由の輸入という単線的な図式では説明できない。將軍吉宗の改暦への関心に応じて、建部賢弘とその弟子中根元圭は中国からの暦算書の解説にあたっていた。

『暦算全書』の初版(1723年)には、三角関数表(八線表)は掲載されていなかった[23]。中根元圭と建部賢弘が1726年に手にした『暦算全書』には八線表がなかった。そこで、八線表の取り寄せが急務となり、幕府の「御用本」として[24]、1727年に改めて八線表が輸入されることになった。中根と建部が献上した訓点付きの『暦算全書』には、八線表が付けられていて、その表は『崇禎暦書』のものと考えられている[25, 26]。

中根の示した三角関数の定義図は、『崇禎暦書』および『暦算全書』に掲載されたものと同一であり、これを遡ると10世紀のアブル・ワファーの定義図(図4)に辿り着く。すなわち中根の八線図は、イスラーム・ヨーロッパ・中国という長い伝播の連鎖の末端に位置する図像であり、日本はこの経路にとってまさに終着点であったと言える。なお、小曾根[27, 28]は、これに先立つ1650年に、オランダ特使が測量法の伝授のために三角関数表(ピティスクス系のものと推定される)を持ち込んだ形跡があるが、その知識が定着した痕跡はない、と報告している。

『算暦雑考』の半背・矢・半弦の表

これとは対照的に、日本で最初に三角関数表そのものを作成したのは、建部賢弘による『算暦雑考』とされている。制作年不詳であるが、上野健爾氏によると、『算暦雑考』は序文の内容から考えて、『綴術算経』と近い頃(1722年前後)ではないか、とのことである。平山[29]は、建部賢弘が1722年以前に書いた『弧率』にてすでに半弦表と半背表があることを紹介している。

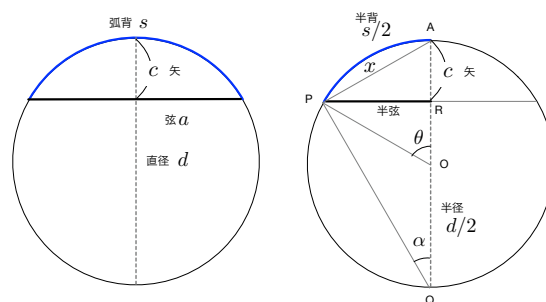


図5 建部が作成した三角関数表は、角度と半背、矢、半弦の3つの量の数表である。

図5左のように、直径 d の円を考え、上部から矢 c のところで切り取られる円弧(弧背) s と弦 a を取る。図5右のように、 s の半分を半背 $s/2$ とし、その中心角を θ とする。建部が作成した三角関数表は、角度 θ と半背 $s/2$ 、矢 c 、半弦 $(a/2)$ の3つの量の数表である。建部は、直径を $d = 10$ 寸とし、0度から90度の角1度ごとに対し、3つの量を11桁まで計算

した表を作成している。

建部の問題設定は、矢 c の長さを与えたときに弧背 s はいくらになるか。あるいは、 s を与えたときに c はいくらになるか、というものだった。現代の表記では、角度を θ [radian] とすれば、

$$\text{半背} \quad \frac{s}{2} = \frac{d}{2}\theta, \quad (1)$$

$$\text{矢} \quad c = r(1 - \cos \theta) = d \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (2)$$

$$\text{半弦} \quad \frac{a}{2} = \frac{d}{2} \sin \theta \quad (3)$$

となる。現代風に考えるなら、矢の式から $\theta = 2 \sin^{-1} \sqrt{c/d}$ であるから、 c/d が小さいものとして逆三角関数を展開することになる。

建部は、 $(s/2)^2$ の展開式 ($(\sin^{-1} \theta)^2$ の展開式) をいくつも与えている。厳密に展開した場合と比較すると、最も良い式で、7 次の展開項の係数まで一致している [12]。逆三角関数の展開式の導出は、ヨーロッパでは、オイラーとヨハン・ベルヌーイ 1 世の 1737 年の書簡に登場する [30] ものであり、年代的に 15 年はやい。また、このような無限級数で表記される数があることについて、『綴術算経』にて建部は「数に盡るあり、不盡あり」（数には尽きるものと尽きないものがある [31]）との感慨を記している。

ところで、このような高次の展開式で半背の値が得られたとしても、角度が大きなところでは必ず収束性が悪くなる。おそらくその点に建部も気づいたのだろうか。『算暦雑考』で数表を作成する際には、これらの近似式を使わず、角度を倍にしたときの弦と矢の関係式「倍術」（倍角の公式）、余角を利用した関係式「折術」、3 倍の角についてなりたつ「三双術」（3 倍角の公式）、そして加法定理に相当する「併接術」を開発し、三角関数表を作成した。このような方針転換の動機はわからない。この種の公式を見出すきっかけが『崇禎暦書』に記載された計算法と考えれば説明できるが、そうだとすれば、『算暦雑考』の成立は、1726 年以降ということになる。

数学文化の伝播

建部の「矢と弧と弦」の関係に対する研究の目的は、天文暦学への応用である。実際『算暦雑考』の最後には、「黄赤道」と称された章があり、赤道（地球の自転軸を南北にしたときの天球面上の赤道）から黄道（天球面上の太陽の通り道）への変換、およびその逆変換などが述べられている。これらは、（次章で説明するが）関孝和が授時暦研究で取り組んだものの系譜にある。

以上をまとめると、数学文化の伝播に関する二つのまったく異なる経路が存在した。一つは「ギリシャに発しインド・イスラーム・ヨーロッパを経て中国からもたらされた」経路であり、中根元圭の八線表がこれに相当する。もう一つは「授時暦研究という日本国内での必要性から生まれた」経路であり、関や建部の暦学研究がこれに相当する。両者が、1720年代というほぼ同時期に、師弟関係でもあった建部と中根の間に存在していたことになる。

少なくとも建部の表が、会円術という中国由来の近似計算法 (§3.4 参照) の限界を乗り越えるために構想されたものであった点は明らかである。会円術は、太陰太陽暦の数理の中心をなす近似技法である。それを次に紹介する。

3. 太陰太陽暦の要素

暦法の三類型—太陰暦・太陽暦・太陰太陽暦—は、その暦が用いられた地域の環境と文化を反映した結果である。月の満ち欠けのみを基準とする太陰暦は、季節変化の乏しい砂漠地帯に生きたイスラーム世界で純粋な形を保ち続け、ヒジュラ暦として今日まで用いられている。これに対し、ナイル川の氾濫予測という切実な実用性から生まれたエジプトの太陽暦は、季節との対応を最優先する暦法であった。そしてこの両者の折衷として、月の満ち欠けを基礎に据えながら季節とのずれを閏月によって調整する太陰太陽暦が、バビロニア・ギリシャ、そして中国・日本で用いられてきた。本章では、この太陰太陽暦がいかにして精密化されていったか、その数学的な要素—暦周期の精緻化、補間法、座標変換の近似技法—を、中国天文学の内的な発展プロセスとして辿る。

3.1. 章法から破章法へ：一つの周期の複数起源と精緻化

太陰太陽暦の核心的な課題は、1 朔望月（現在値 29.530589 日）を 12 回繰り返した 354.4 日と、1 太陽年（365.24219 日）とのあいだに生じる約 11 日のずれを、閏月の挿入によっていかに解消するかという点にある。19 年間に 7 回の閏月を入れる「一九年七閏の法」は、中国では「章法」と呼ばれた。ギリシャでメトンによって前 432 年に考案されたとされる周期だが、中国ではそれより 150 年以上早くから知られていた [3]。

ただし、19 年 7 閏という比は近似に過ぎず、長期間の運用は誤差を蓄積させた。 $365.2422 \times 19 = 6939.60$ 日に対し、 $29.53058 \times 235 = 6939.69$ 日というわずかなずれは、何世紀にもわたって用いられるうちに無視できない量となる。中国ではこの誤差に対応するため、5 世紀の玄始暦が章法を廃止して 600 年に 221 回の閏月を入れる方式へ移行し、さらに南朝宋の祖沖之が 391 年に 144 回の閏月を入れる「破章法」を導入した [32]。

閏月を年末に置く「歳終置閏法」から、季節感のずれを避けるために年内のしかるべき位置に置く「歳中置閏法」への転換もまた、同様の精緻化の過程として理解できる。この転換には、周代に華北の気象条件にもとづいて制定された二十四節気が使われた。二十四節気は太陽の視黄経を基準に定められ、そのうち中気を各月に固定するという歳中置閏法の考え方は、前 600 年前後に確立した。中国式の二十四節気は、元嘉暦（445 年）までは太陽の黄道上の速度を一定とみなす「常気」による配分がとられており、この方式のまま『宋書律曆志』に記載されて飛鳥時代の日本へ伝えられている [33]。

3.2. 平朔から定朔へ：観測にもとづく精密化

暦月の第一日を定める方法にも、同様の精密化の歴史がある。平均朔望月ごとに単純に朔を定める「平朔」は、計算は容易だが実際の天体運動との乖離を生む。これに対し、太陽・月の運動の変動を考慮する「定朔」は、唐代以降のすべての中国暦法で採用され、日本でも元嘉暦を最後に、以降の暦はすべて定朔となった。この転換を可能にしたのは、太陽運動と月運動それぞれにおける「不等性」の発見の蓄積である。

地球の公転は楕円運動を描き、その公転速度は近日点（冬至）のときに最も速く、遠日点（夏至）のときに最も遅い。地球から太陽を観測すると、太陽は天球面上を等速には動いていないことになる。これを太陽運動の不等性という。中国では、6 世紀に張子信^{ししん}が発見し、日行^{えいしゆく}盈縮と表現した。平均的な速度で計算した太陽の位置と実際の観測位置との間に差が生じるが、この差を「中心差」と呼んだ。太陽の見かけの運動を楕円として考えれば、円と考えたときとの中心差（正弦関数で表される）で表されるものになるが、正弦関数的な対称性が見られないことから、張子信や劉^{りゅうしやく}_■（544-610、_■は火 + 卓）の理解は不十分であった、と藪内 [32] は指摘している。

月の軌道も楕円であるため、地球に最も近い「近地点」付近では動きが速くなり、最も遠い「遠地点」付近では遅くなる。地球だけでなく太陽の引力も受けるため、軌道の形や向き自体も刻々と変化する。月行^{ちしつ}遲疾（第二の不等）とも言われる。例えば、月の出は、平均して毎日約 50 分ずつ遅れると表現するが、実際にはその遅れ方は日によって数十分単位で変動（出差）する。朔望月は平均で約 29.5 日だが、実際には約 29.27 日から 29.83 日の幅で変動する。出差の発見は、朔望時の観測だけでは無理である。西洋では上弦・下弦の月の観測で発見されたが、中国では朔望時の観測に重点が置かれたため未発見となった [32]。

3.3. 補間法の改良：線形補間から 3 次補間へ

太陽・月の位置を精密に予測するためには、観測データから未知の時刻の値を推定する補間の技術が不可欠である。出発点は、前 2 世紀頃の『周髀算経』に見える、8 尺の表（ノーマン）の影の長さを 24 節気ごとに等間隔で記載する素朴な方法である。しかし実際の影の長さは三角関数的に変化するため、この等間隔の記載は実際の観測値から大きく外れていた。この問題に対し、南朝宋の祖冲之は、冬至・夏至の前後それぞれ複数回の観測値から、影の長さが極値をとる瞬間を対称性を用いて逆算する方法を考案した [32]。この方法は江戸時代の日本でも「冲之之法」あるいは「勾配法」として知られていた [34]。

随代に入ると、暦法の対象は等間隔観測データの処理へと移る。劉^{りゅうしやく}■は、皇極暦（建議されたが公的には採用されなかった）の中で、2 次式による補間公式を考案した [22]。これは、節気間の日の長さのわずかな遅速（遅速数）を、隣接する 3 点の観測データから 2 次関数として近似する方法である。しかし二十四節気そのものが等間隔ではないという事実に直面した唐代の一行は、不等間隔データに対する 2 次補間公式を導き出し、これを大衍暦（729 年）に実装した [22]。

太陽運動の不等性の観測がさらに詳細になると、等加速度運動では記述できないことが明らかになり、3 次補間が要求されるようになった。南宋の趙知微は、重修大明暦（1171 年）において等間隔データに対する 3 次補間法を考案し、そして元代の郭守敬・王恂が編纂した授時暦（1281 年）では、太陽の盈縮を求める「立招差法」と、月の遅疾というより複雑な変化を扱う「累裁招差法」という高次の差分法が開発されるに至った [22]。授時暦はまた、この補間技術に加えてイスラーム天文学の精密な観測機器を取り入れており、明末に西洋天文学が導入されるまでのあいだ、中国独自の暦法としては最も精度の高いものとして評価されている [35]。

3.4. 天測の座標系と会円術

極黄道座標系

天体の位置を記録する座標系には、大きく分けて、地球の自転軸方向を天の北極としそれに対する赤道を用いる赤道座標系 (Equatorial Coordinate System) (α, δ) と、太陽の運動を黄道としそれに対する黄極を想定する黄道座標系 (Ecliptic Coordinate System) (λ, β) の 2 つがある。現代天文学では赤道座標系を用いるが、その創始は 16 世紀のティコ・ブラーエとされている。プトレマイオスは黄道座標を用いて天体位置を記載した。これはイスラーム、中世ヨーロッパでも踏襲された。しかし、黄道座標での記載は、星の観測から直接行うのは難しい。インドでは、占星術が先行し、月や太陽が通る黄道座標系を重視し、極黄道座標（極黄経 polar longitude, 極黄緯 polar latitude）と呼ばれる座標を用いた。これは、黄道座標と

赤道座標をミックスしたものである（後述する式 (7)）。

中国では、赤道座標系を用いる方法と、極黄道座標を用いる方法の両者があった [36]。

恒星の位置を決めるにあたっては、二十八宿とよぶ星座、およびその代表的な星として 28 の距星を重要視し、星々の位置は、距星を基準にして（入宿度、去極度）の表記で与えられた。図 6 を用いて説明すると、照準とする星 S の赤経・赤緯を (α, δ) 、近くの距星の赤経・赤緯を (α_0, δ_0) とするとき、

$$\text{入宿度} = \alpha - \alpha_0, \quad \text{去極度} = 90^\circ - \delta \quad (4)$$

である。ただし、距星は必ずしも明るい星が選ばれたわけでもないし、赤経で等間隔に配置されたわけでもない。時代によって距星の選び方も若干変化した。このため、中国星座の同定などは、いまでも研究対象となっている [37, 38, 39]。

中国の観測装置である渾天儀は、はじめは赤道環のみであったが、後漢以降は黄道環も加えられた。黄道環をもつ渾天儀では黄経座標の観測が容易である。だが、黄極方向に天体があるわけではないため、渾天儀の設置には天の北極を基準にする方が簡単であろうことは想像がつく。おそらくそのような理由で、極黄道座標が使われた、と考えられる。図 7

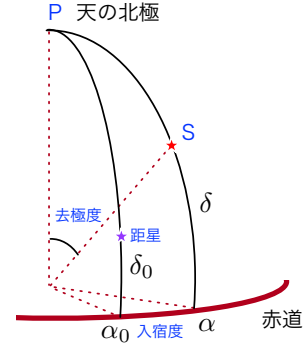


図 6 赤道座標系 (α, δ) と、中国で使われた距星を基準として測る場合の入宿度 $\alpha - \alpha_0$ と去極度 $90^\circ - \delta$ の定義。

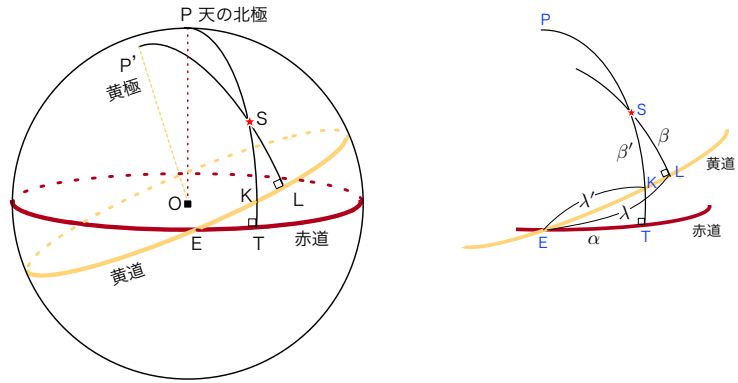


図 7 黄道座標系 (λ, β) と極黄道座標系 (λ', β') 。

で、 S を天体、 P を赤道極、 P' を黄道極とする。大円 PS が赤道および黄道と交わる点をそれぞれ T, K とする。大円 $P'S$ が黄道と交わる点を L とする。春分点を E とすると、

$$\text{赤道座標：赤経 } \alpha = \widehat{ET}, \text{ 赤緯 } \delta = \widehat{TS} \quad (5)$$

$$\text{黄道座標：黄経 } \lambda = \widehat{EL}, \text{ 黄緯 } \beta = \widehat{LS} \quad (6)$$

$$\text{極黄道座標：黄経 } \lambda' = \widehat{EK}, \text{ 黄緯 } \beta' = \widehat{KS} \quad (7)$$

となる.

ただし, 黄道座標 1 度の長さ, 赤道座標 1 度の長さは差が生じる. そこで, 座標変換の問題が生じた. 黄道と赤道の傾き ϵ (図 7 で角 KET) は 24 度である (正確には, 23 度 66 分である). 三角形 KET に, 球面三角法を用いると,

$$\tan \lambda' \cos \epsilon = \tan \alpha \quad (8)$$

が成立するので, α と λ' の対応が得られる. α が 45 度付近で最も差が大きい. 球面三角法がなかった中国では, 次に述べる特殊な近似「会円術」が使われた.

会円術

北宋時代, 沈括^{しんかつ}は, 『夢溪筆談』^{ぼうけい} (1088 年) にて, 弧の長さに対する「会円術」^{かいえん}を提示した. 円の直径を d , 矢 CD の長さを c , 弦 AB の長さを a とする [図 8(左)] と, 弧 ACB の長さ s は

$$\text{会円術} \quad s = \frac{2c^2}{d} + a \quad (9)$$

とする近似式である. 図を半分にしたときの関係は, 半弧 (半背) を ℓ , 半弦を p として

$$\text{会円術} \quad \ell = \frac{c^2}{d} + p \quad (10)$$

となる. この近似式の誤差については [12] にて議論したが, 線形近似するよりも広い範囲で合致する.

式 (10) が既知のものとして, 半背 ℓ , 矢 c , 半弦 p の相互の変換を表しておこう. まず, 準備として図 8 右の三角形 ODA において, 三平方の定理を用いると, $p^2 + q^2 = r^2$ となるが, $q = r - c$ であることから,

$$(2r - c)c = p^2 \quad (11)$$

が成り立つ. 式 (10) に代入すると,

$$\ell = \frac{c^2}{2r} + \sqrt{r^2 - q^2} = \frac{c^2}{2r} + \sqrt{c(2r - c)} \quad (12)$$

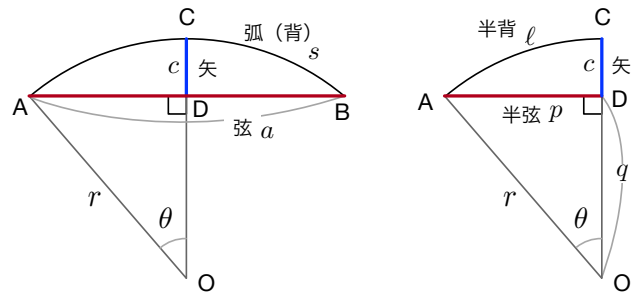


図 8 (左) 沈括『夢溪筆談』の会円術での変数定義図. (右) 半弦・半背としたときの変数定義図.

となる．これより，

$$(\ell, r) \rightarrow c: \quad (12) \text{ より得られる次の 4 次方程式を解く} \\ c^4 + 4r(r - \ell)c^2 - 8r^3c + 4r^2\ell^2 = 0 \quad (13)$$

$$(\ell, r) \rightarrow p: \quad (13) \text{ で求めた } c \text{ を用いて } p = \sqrt{c(2r - c)} \quad (14)$$

$$(p, r) \rightarrow c: \quad c = r - \sqrt{r^2 - p^2} \quad (15)$$

$$(p, r) \rightarrow \ell: \quad (15) \text{ で求めた } c \text{ を用いて } \ell = \frac{c^2}{2r} + p \quad (16)$$

$$(c, r) \rightarrow p: \quad p = \sqrt{c(2r - c)} \quad (17)$$

$$(c, r) \rightarrow \ell: \quad (17) \text{ で求めた } p \text{ を用いて } \ell = \frac{c^2}{2r} + p \quad (18)$$

などに対応させることができる．これらの式は，後に関孝和が，授時暦の数理を解説する際に用いたと考えられる（第 4 章で紹介する）．

3.5. 暦の変遷と日本への伝播

太陰太陽暦の精緻化は，個々の暦法の交代という形で歴史に刻まれている．前漢の太初暦にはじまり，後漢の四分暦，呉の乾象暦，南朝宋の元嘉暦，南朝梁の大明暦，隋の皇極暦，唐の麟德暦・大衍暦・宣明暦，元の授時暦，明の大統暦を経て，清の時憲暦に至るこの系譜は，改暦のたびに観測データが蓄積され，天文定数が精密化されていく過程である．日本へ影響を与えたのは，元嘉暦（飛鳥時代に伝来し日本最初の公暦となった），大衍暦（吉備真備が持ち帰り 764 年から使用），そして唐の長慶 2 年（822 年）に施行された宣明暦である．宣明暦は，日本では 862 年から実に 800 年近く使われ続けた．

中国・元代の郭守敬^{かくしゅけい}らが編纂した授時暦（1281 年）は，中国史上で固有に考案された暦の中で最も精度が高いものだった．授時暦は北宋の紀元暦や南宋の統天暦を基準にしている，外来天文学の影響はないが，イスラーム天文学の観測技術を取り入れて精密な儀器（簡儀，高表，渾天象など）を制作し，慎重な観測を行ったことに特徴がある [32, 35]．正確な冬至の観測から 1 年の長さを 365.2425 日とした（統天暦と同じ）．冬至の太陽の位置の測定，月の運動の追跡，二十八宿の距度の測定，日の出・日の入の時刻測定などを行い，天文定数の再検討を進めた．日本では，江戸初期の改暦の際，渋川春海や関孝和らによって研究されることになる．

一方，中国暦法の枠組みそのものが本質的に変更されたのは，16 世紀後半のキリスト教宣教師の到来によってである．アダム・シャルらが西洋天文学の成果を取り入れて編纂した時憲暦（1645 年）は，第 2 章で見た三角法の再伝播を取り入れた暦であり，後に江戸後期の寛政暦・天保暦の理論的基礎となった [40]．授時暦研究に始まった日本の改暦事業が，貞享暦（1685 年）という中国暦法の枠組み内での到達点を経て，宝暦暦（1755 年）ではほとんど改

良らしい改良がなされず、寛政暦（1798 年）・天保暦（1844 年）でようやく西洋天文学の要素を取り込むという段階を踏んだことは、「知識の伝来と枠組みの変化は別の事柄である」という第 1 章で見られた事柄が、日本の暦学史においても繰り返されていることを示している。

4. 関孝和の授時暦研究

宣明暦は 1 年を 365.2446 日としていた。実際の 1 太陽年は 365.24219 日である（元代の授時暦は正確な冬至観測にもとづき 1 年を 365.2425 日とした）。この差はわずかに見えるが、800 年という長期間の使用によって 2 日もの違いへと蓄積し、食の予報が外れるという実害を生じさせた。これが江戸初期における改暦の直接の動機である。この研究の中心にいたのが渋川春海と関孝和であった。

前章で見たように、中国暦法は球面三角法を欠いたまま、会円術という経験的な近似技法によって座標変換の実務に应运ってきた。日本の改暦研究が授時暦の理解を目指したとき、関孝和や渋川春海らが直面したのは、まさにこの中国天文学の到達点と限界の両方であった。日本独自の暦として貞享暦が 1685 年に施行されるまでの間に、造暦に関する理論的な研究や天体観測が行われた。本章では、関による授時暦研究書としての『関訂書』『授時発明（天文大成三条図解）』、およびその他の関の天文暦学研究を概観する。

4.1. 『関訂書』

1652 年に、清の黄鼎が授時暦の数理をまとめた全 80 巻の『天文大成管窺輯要』^{かんきしゅうよう}を出版した。関は、この中から重要な 15 条を抄出し、必要な訂正を行い、訓点を施して読みやすく編集した写本を作成した。『関訂書』とされるもので、後書きに貞享 3 年（1686 年）とある。黄鼎は、先行文献をまとめた人物であり、個々の文献は他に辿ることができ、とくに、関が写本した 15 条のうち、天文総論をのぞく 14 条は、原文が明末の周述学による文章であることが小林 [41] によって指摘されている。論日度、論月度、論五星経度、論五星緯度の 4 編は、周が中国暦法とイスラム暦法（回回暦）との比較について言及した箇所もある。

4.2. 『授時発明（天文大成三条図解）』

関による 1680 年の作とされる『授時発明（天文大成三条図解）』は、『関訂書』のうちから黄道・赤道・白道の変換に関する 3 条を選び、解釈文と図を交えて計算手順を解き明かしたものである。「黄赤道の差を論す」「黄赤内外の差を論す」「白道と黄赤道の差を論す」と題された章立てで、『天文大成管窺輯要』の各文に対して、字下げして計算例が示されている。関による一文ごとの解釈を解説したものは、[42] にて報告している。

「黄道・赤道の差を論す」「黄赤内外の差を論す」

最初の2条において、関は与えられた黄道上の弧の長さ（たとえば冬至から任意の日数が経過した時を想定，図9の弧BA）から出発し，対応する赤道上的弧の長さ（弧CI）を求める手法と，そのときの黄道と赤道との赤経差（内外の差，弧AI）を求める手法を解説している．前者は，太陽位置を観測したときの座標変換であり，後者は，日々変化する太陽の南中高度（求めているのは天の北極からの角度なので，緯度に依存しない）を求めることが目的である．

会円術によって導かれる4次方程式[式(13)]を解いて矢の長さを求め，そこから三平方の定理・方べきの定理・三角形の相似を適用して，最終的に弧の長さ・赤経差を得るという手順を，一文ごとに解説しながら再構成している．現代数学を使う手法に比べれば，遠回りで洗練されていないが，関が，授時暦で使われた手法を完全に理解していることがわかる．

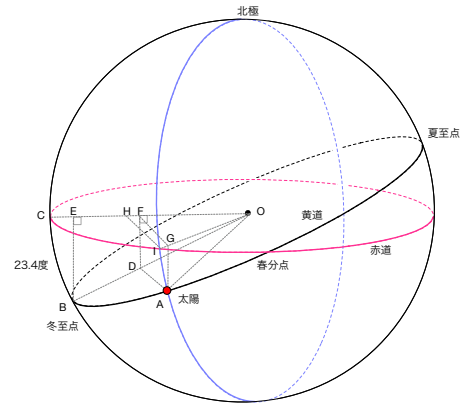


図9 『授時発明』の「黄道・赤道差を求める」と「黄赤内外の差を論す」での解釈図．図は[48]と同じ．[42]より．

「白道と黄赤道の差を論す」

これに対し，第3の主題「白道と黄赤道の差を論す」では，事情が大きく異なる．白道，すなわち月の通り道は，黄道に対して約5度傾いており，月が太陽からの重力によるトルクを受けて周期18.61年で黄道面に対してふらつく（歳差する）ことにより，白道と黄道が交わる昇交点・降交点は徐々に西へ移動する．この現象そのものは，現代の天体力学からすれば明快に記述できる．しかし『天文大成管窺輯要』の記載は現象論的な性格が強く，白道の振る舞いについての力学的理解を欠いたまま，観測結果を説明することが第一義とされていた．この部分で試みているのは，春分点のときに白道と黄道がもっとも乖離すると仮定したとき（図10のXAが6周天度となったとき）の，弧MXの長さの導出である．関の解釈文には，論理の飛躍を含み文面通りには追いきれない箇所が複数存在する（まだ筆者の理解力が足りないのかもしれない）．さらに，前半では『天文大成管窺輯要』の一文ごとに関自身の解釈が丁寧に添えられていたのに対し，後半にはほとんど注釈が付されていない段落もあり，関自身がこの主題の理解に苦慮していた様子がうかがえる．

そして『授時発明』の最後には，脈絡なく延宝8年（1680年）に観測された彗星—キルヒ彗星（C/1680 V1）—についての記述が置かれている．この部分は当然ながら『関訂書』には見

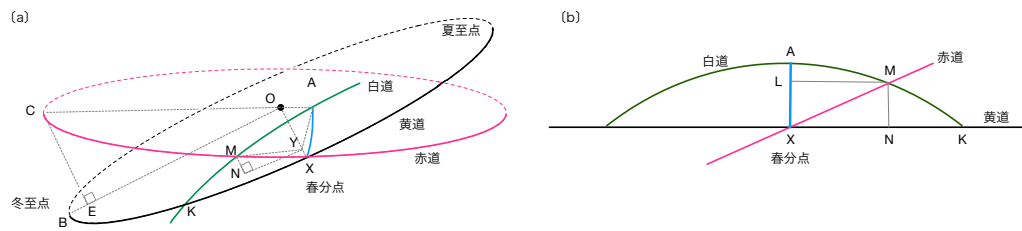


図 10 『授時發明』の「白道と黄赤道の差を論ず」の解釈図. 図の見易さを優先して白道と黄道の角度は広くとっている. 白道と黄道との開き（弧 AX）が春分点 X から測ったときに最大角（6 周天度）であることを仮定した図. 弧 MX を求めるのが目的であるが、この図の配置の場合に弧 MX は最大の長さになる.（広瀬 [43, 44] や杉本 [45, 46] も解釈図作成を試みているが、両者とは異なる. 詳しくは [42] 参照）.

られない箇所であり、なぜここに彗星の観測記録が挿入されているのか、明確な説明はない.

4.3. 関の天文暦学研究

上記を含め、関孝和の天文暦学関連の著作には次のものがある [47, 48]. いずれも出版されたものではなく、写本で数冊伝えられているものである.

- 『授時發明』（1680）授時暦の解説書である黄鼎による著『天文大成管窺輯要』の中から数理的に興味深い 3 条について詳細に解説したもの.
- 『授時暦経立成乃法』（1681）授時暦を作る際に必要となる太陽・月・五惑星の不等速運動を表す量（中心差）の計算方法を記したもの.
『授時暦経立成』太陽・月・五惑星の不等速運動を表す量（中心差）の表と昼の長さ（の半分）を求めた表の 4 巻. 太陽・月・五惑星については小川正意による『新勘授時暦経立成』（1673 年）のものとはほぼ同じだが、半日周弧の計算は、江戸の緯度を用い、7 桁の円周率を用い、小川の表とは質的にまったく違うもの [47] となっている.
- 『関訂書』（1686）授時暦の解説書である黄鼎による著『天文大成管窺輯要』の中から興味深い 15 条を選んで訓点を付したもの（このうち 3 条は『授時發明』で解説した）. 太陽・月・五惑星の運動のほか、日食・月食の項もある.
- 『四余算法』（1697）日月・五惑星の七曜暦に加えて、民間暦には紫気^{しき}、月孛^{げっばい}、羅^{らごう}（ $\equiv$ は目 + 候^{けいと}）、計都が登場していた. この 4 つはインド占星術・宿曜道に登場する仮想天体で、気は木星に付随する仮想天体（周期 28 年）、孛は月の遠地点（周期 8.805 年）、

羅は白道の黄道に対する降交点，計は昇交点（周期 18.5999 年）である．これらの位置計算法と表（1697 年版）である．

- 『宿曜算法』二十八宿名（宿曜禽）と七曜と二十八鳥獸名を列記し，年・月・日・刻に配布する手法を記したもの．
- 『天文数学雑著附二十四気昼夜刻数』（1699）章立ては，経世年考・春秋日食三十六事・慈鍼之測驗・授時曆求五星定合定積定星校正図解・改正術略・日景実測・北極出地・五金寸重などと始まり，日食や月食の見え方などの記載が続く．関の遺したメモの類を一括編集したもの [47]，関の若い頃からの座右のメモを弟子が集めたもの [49]，関ではない後人の手による編纂 [50] などの説がある．

関の著作のピークは，1680 年から 85 年頃とされるが，授時曆研究は，ちょうどその端緒に位置している．関自身は，日食・月食の予報までは範疇とはしなかったようだが，俗曆に関する文も残されていることから，造曆にはかなりの意欲を持っていたとも感じられる．

また，関は，円周率や円弧・球の体積求積問題など「円理」と呼ぶ数学を 1680 年前後に創始し，弧背術に補間公式を導入（ニュートンの補間公式に相当）するなど関連した研究へと向かい，和算の 1 つの流れをつくった [30]．授時曆研究で出会ったであろう招差法は，^{だせき}朶積術として，自然数の冪乗の和 $S_k(n) = 1^k + 2^k + \cdots + n^k$ の一般公式を求める過程で使われた．ベルヌーイ数の発見とも言われる箇所である．

5. まとめと展望

本稿では，次のことを述べた．

- 天文学は，バビロニア・エジプト・ギリシャ・インド・中国を起源として生まれた．文化交流によって，影響を及ぼしたものもあるし，影響を受けなかったものもある．
- 天文学のツールとしての三角関数の歴史も同様である．ギリシャからインドへ，そしてイスラムを経由してヨーロッパへ，という主経路のほか，中国では，独自の近似式を用いた球面上の幾何学の扱いが行われた．
- 両者は異なる数学文化伝播ルートとして，1720 年代に日本で邂逅する．それが，中根元圭と建部賢弘の全く異なる三角関数表の由来である．
- 和算家が天文曆学に興味を持つ動機は，17 世紀後半の改曆に向けた授時曆研究であった．関孝和の著作には，授時曆の数理を丹念に追う努力が見られるが，限界も垣間見られる．

- 関や建部は、授時暦の数理を踏まえて、その限界を越えるために、円理の創始や級数展開の研究に向かった、と考えられる。

和算研究の歴史をみると、かつては、「和算は自然科学より刺激を受けるというようなことはなく、もっぱら趣味的、芸術的に発達した」（三上義夫 [51], 小倉金之助 [52]）「江戸時代の数学者は多少とも暦学の素養をもっていたが、天文暦学よりの刺激が数学として1つの分野の創設にまで発展することがなかった」（藤原松三郎 [53]）などと指摘されていた。しかし、一方では、関が円理を始める直接の原因は授時暦ではなかったか（若い頃に村松重清の方法で π の計算を行い、授時暦の研究によって弧弦矢の関係に開眼、また授時暦が採用している弧背術の理解から円周率計算の別方法に到達したのではないか）という広瀬 [44] による指摘もある。数学史に天文学史を加えた視点で眺めると、私も、江戸初期の改暦の流れは、和算家に対して、十分な研究の動機づけになったであろうと感じられる。

関の取り組みがその後の建部賢弘による円理弧背術・正弦表の作成へ、安島直円の弧背術へ、そして間重富の弧矢索隠^{さくいん}へと続いた。和算家による天文暦学研究は、彼らの弟子として中根元圭の授時暦研究、中根彦循の開方盈朒^{えいじく}、幸田親盈の門下の千葉歳胤による蝕算法なども挙げられる [30, 54]。今後は、天文暦学の発展について、和算家と天文方の双方の影響を含めた調査を試みたい。

私は、科学史分野での研究経歴は極めて浅いが、文化の伝播という観点から科学史を理解する作業を楽しみながら進めている。空間的な軸、時間的な軸をもとに科学史は語られていることが多いが、そこに解像度的な軸を入れられないかとも模索している。皆様からのご指導を賜りたくお願いする次第である。

謝辞

本講演は、近畿和算ゼミナールにて発表の機会をいただいたことがもとになっています。新参加者ながら、議論に加えていただけていることを感謝いたします。また、本研究は、資料収集などに、科研費 挑戦的研究（開拓）24K21170 『天文文化学の新展開：数理的手法の導入で文化史と科学論から自然観を捉える研究の加速』 のサポートを受けました。

参考文献

- [1] 三村太郎『天文学の誕生 イスラーム文化がもたらしたもの』（講談社、2026）
- [2] 矢野道雄『星占いの文化交流史』（勁草書房、2004）
- [3] 陳遵^ニ（女+為）著、浅見 遼 訳『中国古代天文学簡史』（滝川巖、1983）

- [4] 矢野道雄『『アールヤバティーヤ』解説』, 矢野道雄編『科学の名著 1 インド天文学数学集』(朝日出版社, 1980)
- [5] 矢野道雄「ヘレニズム科学のインド化」, 伊藤俊太郎・村上陽一郎編『講座科学史 3 比較科学史の地平』(培風館, 1984) 所収
- [6] 林隆夫『インドの数学 ゼロの発明』(筑摩書房, 2020)
- [7] 新城新蔵『東洋天文学史研究』(弘文堂, 1928) [臨川書店より復刻版, 1989]
- [8] 橋本敬造「比較科学史からみた中国の天文暦学」, 伊藤俊太郎・村上陽一郎編『講座科学史 3 比較科学史の地平』(培風館, 1984) 所収
- [9] ジョセフ・ニーダム著, 東畑精一・藪内清監訳『中国の科学と文明 第5巻 天の科学』(思索社, 1991)
- [10] 真貝寿明「熊楠の「東洋の星座」論考はどこまで正しいか」(南方熊楠公開シンポジウム@和歌山県田辺市, 2026年8月8日)
- [11] 楠葉隆徳, 林隆夫, 矢野道雄著『インド数学研究』(恒星社厚生閣, 1997)
- [12] 真貝寿明「三角法の伝播：江戸前期に存在した2つの三角関数表」大阪工業大学紀要投稿中.
- [13] プトレマイオス著, 藪内清訳『アルマゲスト』(恒星社, 1993)
- [14] Claudius Ptolemy 著, Bruce M. Perry 訳『The Almagest: Introduction to the Mathematics of the Heavens』(Green Lion Press, 2014)
- [15] 加藤賢一『世界最初の天文書『アルマゲスト』を読んでみよう』(恒星社厚生閣, 2025)
- [16] 伊東俊太郎編『数学の歴史 2 中世の数学』(共立出版, 1987)
- [17] 日本数学史学会編『数学史事典』(丸善出版, 2020)
- [18] Roshdi Rashed, ed. *Encyclopedia of the History of Arabic Science, Vol. 2* (Routledge, 1996).
- [19] Glen van Brummelen, *The Mathematics of the Heavens and the Earth: The Early History of Trigonometry* (Princeton Univ. Press, 2009).
- [20] Nobuo Miura, The Applications of Trigonometry in Pitiscus : a Preliminary Essay, *Historia Scientiarum* 30 (1986) 63–78.
- [21] E. Robson, J. Stedall 編, 齊藤憲・三浦伸夫・三宅克哉監訳『Oxford 数学史』(共立出版, 2014)
- [22] 李迪(編著), 大竹茂雄, 陸人瑞(共訳)『中国の数学通史』(森北出版, 2002)
- [23] 小林龍彦「紅葉山文庫に収蔵される梅文鼎の著作について」科学史研究 41 (2002) 26.
- [24] 平岡隆二「徳川吉宗の数理科学書収集と長崎聖堂」(佐藤賢一・梅田千尋・平岡隆二 編『幕府天文方の研究』思文閣出版, 2026 所収)
- [25] 小林龍彦『『暦算全書』の三角法と『崇禎暦書』の割円八線之表の伝来について』科学史研究 II, 29 (1990) 83.
- [26] 小林龍彦「享保 12 年伝来の『割円八線之』をめぐって」数学史研究 129 (1991) 1.
- [27] 小曾根淳「紅毛流として伝来した測量術について (I)」数理解析研究所講究録 1787 (2012) 127–137.
- [28] 小曾根淳「紅毛流として伝来した測量術について (II)：三角関数表の伝来と二つの経路」数理解析研究所講究録別冊 50 (2014) 109–123.
- [29] 平山諦『東西数学物語』(恒星社厚生閣, 1973)
- [30] 日本学士院編『明治前日本数学史 第2巻』(岩波書店, 1956)
- [31] 建部賢弘著, 小川束訳註『綴術算経』(岩波書店, 2026)
- [32] 藪内清『中国の天文暦法』(平凡社, 1969) が初版。ここでは、訂正などが宮島一彦によってなさ

- れた『定本 中国の天文暦法』（藪内清著作集第1巻（臨川書店，2017）所収を参考にした．
- [33] 齊藤国治『日本・中国・朝鮮 古代の時刻制度 古天文学による検証』（雄山閣出版，1995）
 - [34] 城地茂「『貞享暦』と『授時暦』に用いられた「沖之之法」」科学史研究 54 (2016) 349-354.
 - [35] 山田慶児『授時暦の道』（みすず書房，1980）〔山田慶児著作集第3巻（臨川書店，2021）に所収〕
 - [36] 藪内清「中国科学の伝統と特色」，藪内清編『世界の名著 12 中国の科学』（中央公論社，1979）
 - [37] 真貝寿明「星座図の統計比較 (1)：『欽定儀象考成』に描かれた星座」大阪工業大学紀要 70-1 (2025) 1-34
 - [38] 真貝寿明「星座図の統計比較 (2)：『天文瓊統』に描かれた星座」大阪工業大学紀要 70-1 (2025) 35-69
 - [39] 真貝寿明「星座図の統計比較 (3)：『儀象法要』に描かれた星座」大阪工業大学紀要 70-2 (2025) 41-72
 - [40] 真貝寿明「星図・星座図の系譜」大阪工業大学紀要 69-1 (2024) 27-54
 - [41] 小林博行「『関訂書』に見られる明代後期の中国・回回暦法研究について」科学史研究 53 (2014) 85-98.
 - [42] 真貝寿明「関孝和『授時発明（天文大成三条図解）』解説」大阪工業大学紀要投稿中（2026）
 - [43] 広瀬秀雄「授時暦の研究-1-」，東京天文台 編『東京天文台報』14 (1969) 499-511.
 - [44] 広瀬秀雄「関孝和と天文暦学」数学史研究 56 (1973) 1-11.
 - [45] 杉本敏夫「関孝和の天文暦学研究」数理解析研究所講究録 1513 (2006) 104-111.
 - [46] 杉本敏夫『解説 関孝和 天才の思考過程』（海鳴社，2008）
 - [47] 平山諦，下平和夫，広瀬秀雄（編）『関孝和全集』（大阪教育図書，1974）
 - [48] 上野健爾，小川 束，小林龍彦，佐藤賢一（編）『関孝和全集』（岩波書店，2023）
 - [49] 平山諦『関孝和』（恒星社厚生閣，1981）
 - [50] 上野 健爾，小川 束，小林 龍彦，佐藤 賢一『関孝和論序説』（岩波書店，2008）
 - [51] 三上義夫『文化史上より見たる日本の数学』（創元社，1947）
 - [52] 小倉金之助『日本の数学』（岩波新書 61，岩波書店，1940）
 - [53] 日本学士院編『明治前日本数学史 第4巻』（岩波書店，1959）p.190
 - [54] 日本学士院編『明治前日本天文学史 新訂版』（臨川書店，1979）