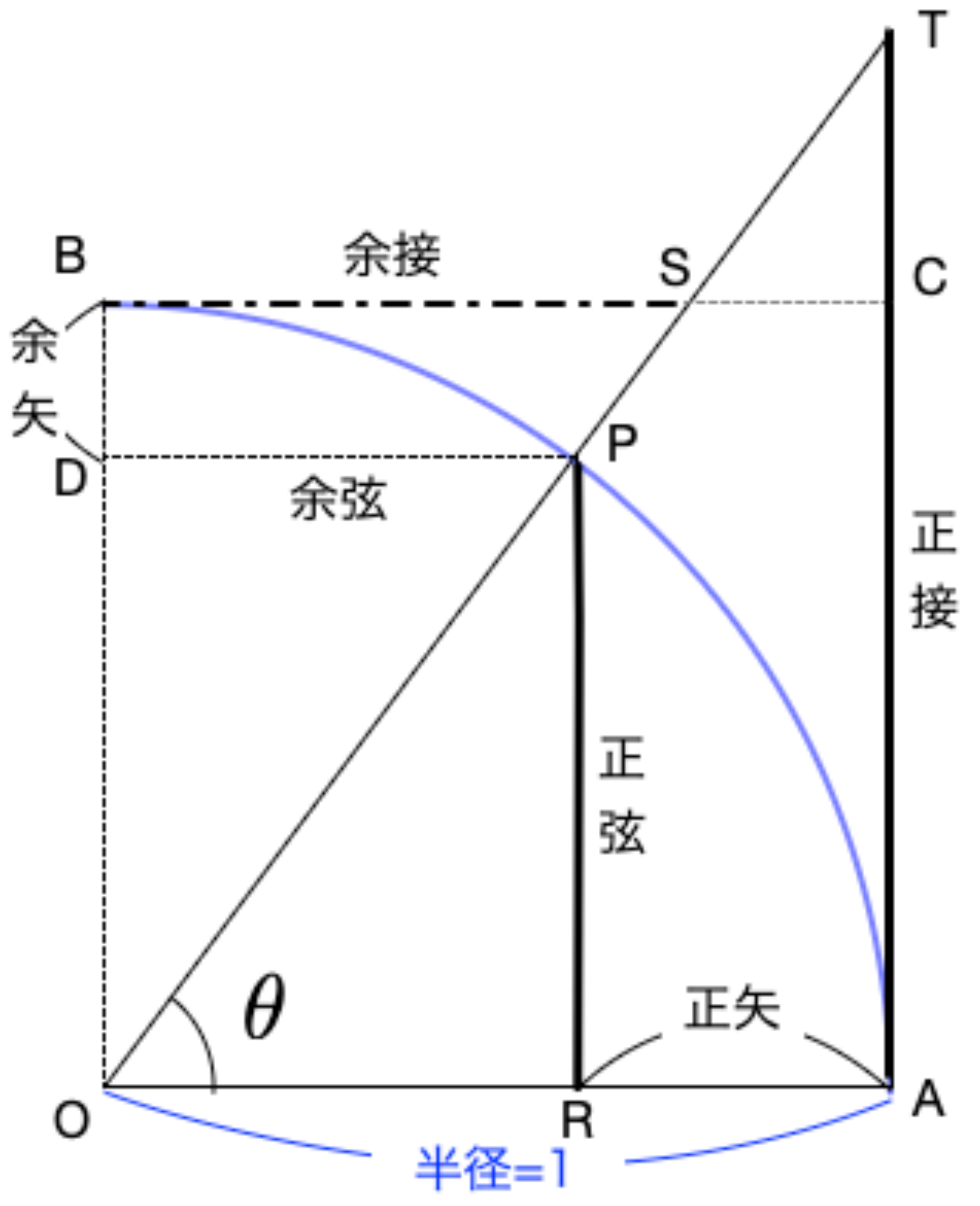
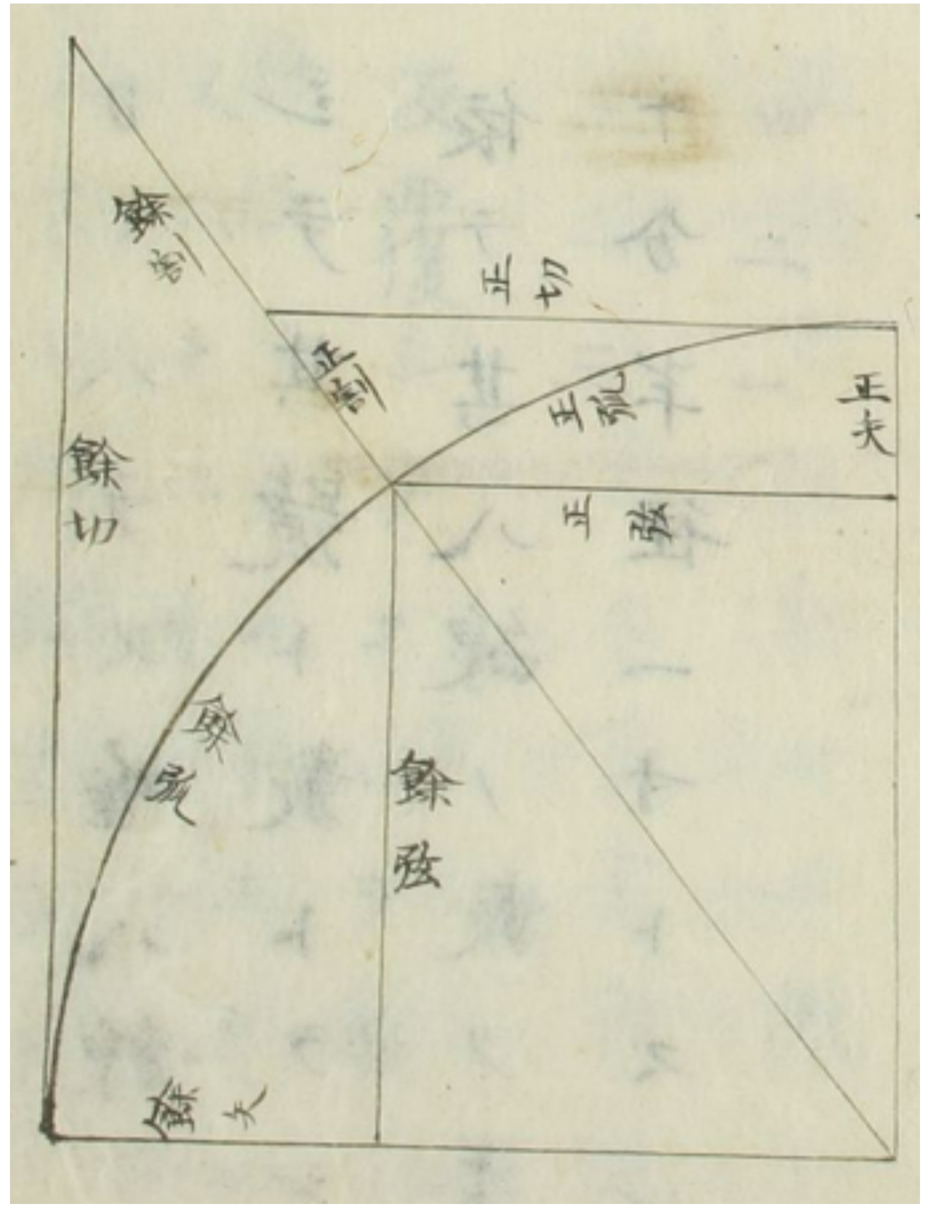
三角法の伝播　江戸前期に存在した2つの三角関数表





中根元圭『八線表算法解義』
(1727頃)

中根元圭 『八線表算法解義』(1727年頃)

建部賢弘の『算暦雑考』(1722年頃)

▶︎▶︎▶︎ 数学文化の流れを追う

このスライド取得先

このプリント取得先

真貝寿明(大阪工業大学 情報科学部)

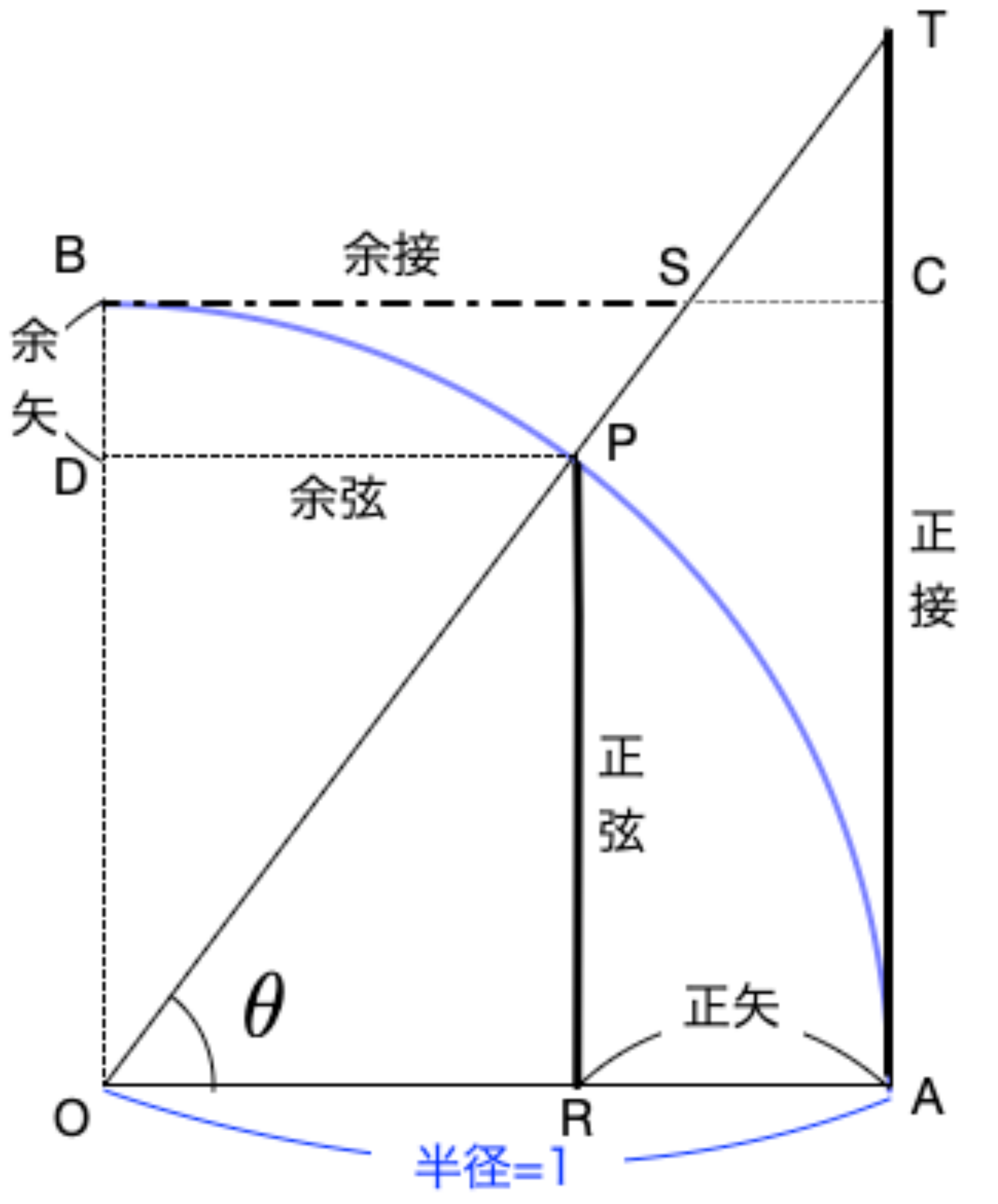
hisaaki.shinkai@oit.ac.jp

近畿和算ゼミナール(大阪産業大学, 2026年4月11日)

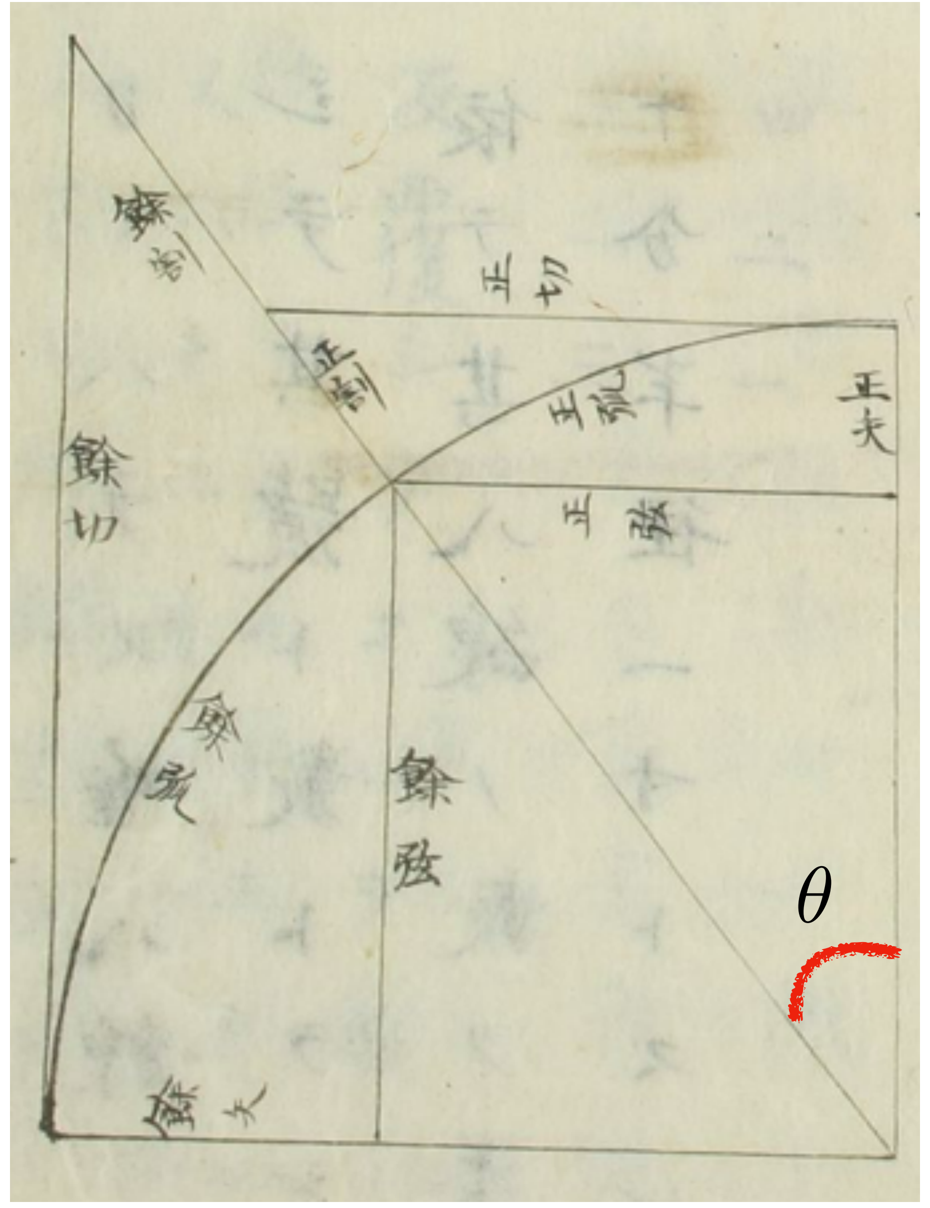
https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/

八線(三角関数)の定義

正弦 せいげん	$\mathrm{PR} = \sin\theta$	余弦 よげん	$\mathrm{PD} = \cos\theta$	正接 せいせつ	$\mathrm{AT} = \tan\theta$
正割 せいかつ	$\mathrm{OT} = \sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$	余割 よかつ	$\mathrm{OS} = \csc\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$	余接 よせつ	$\mathrm{BS} = \cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta}$
正矢 せいし	$\mathrm{AC} = 1 - \cos\theta$	余矢 よし	$\mathrm{BD} = 1 - \sin\theta$		

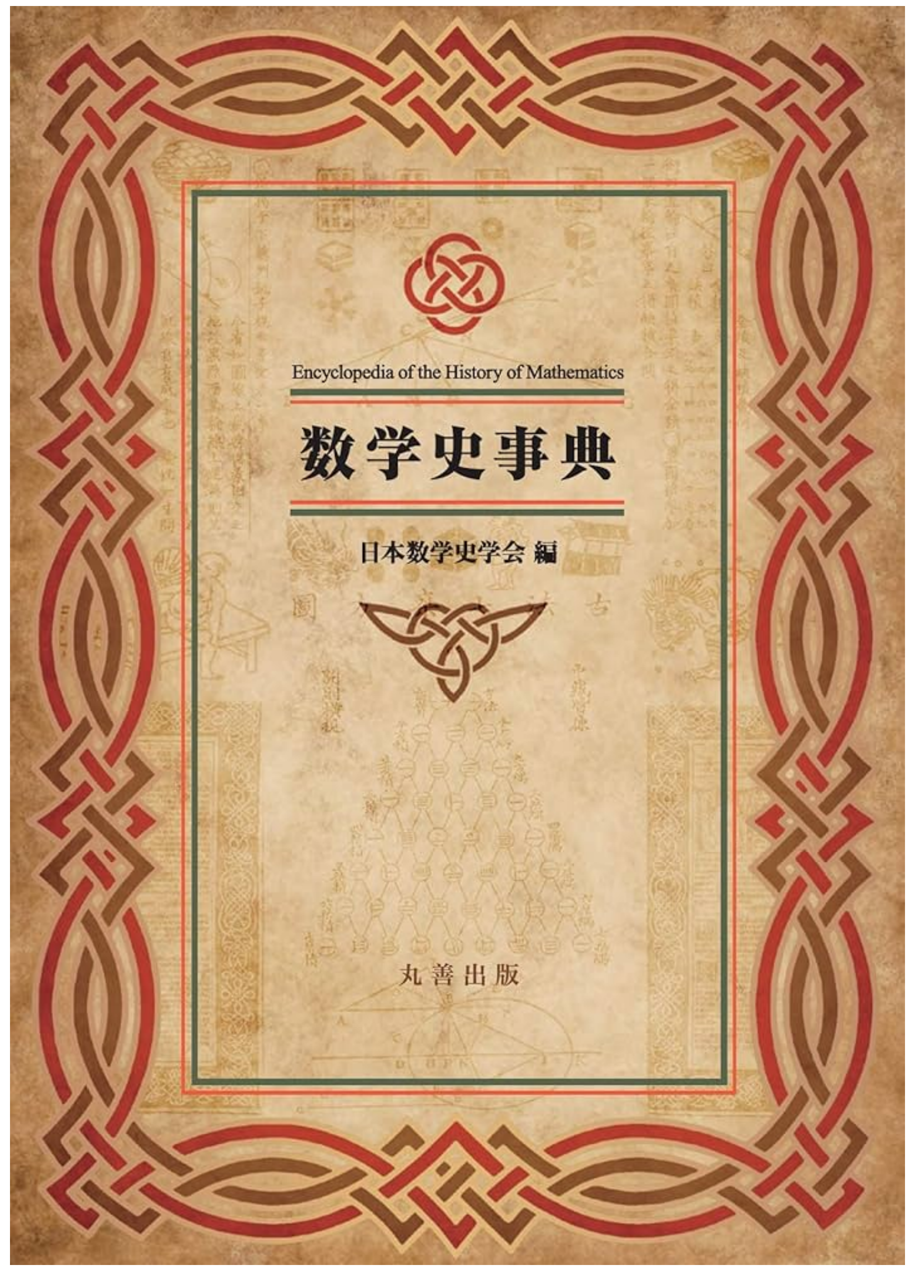


$$
\begin{aligned}
\mathrm{OT} &= \sqrt{\mathrm{OA}^2 + \mathrm{AT}^2} = \sqrt{1+\tan^2\theta} = \frac{1}{\cos\theta} && (1)\\
\mathrm{BS} &= \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)}{\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)} \\
&= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\tan\theta} && (2)\\
\mathrm{OS} &= \sqrt{\mathrm{OB}^2 + \mathrm{BS}^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2\theta}} \\
&= \sqrt{\frac{1+\tan^2\theta}{\tan^2\theta}} = \frac{1}{\sin\theta} && (3)
\end{aligned}
$$



中根元圭『八線表算法解義』(1727頃)

八線(三角関数)の定義は イスラーム → 西洋 → 中国 → 日本



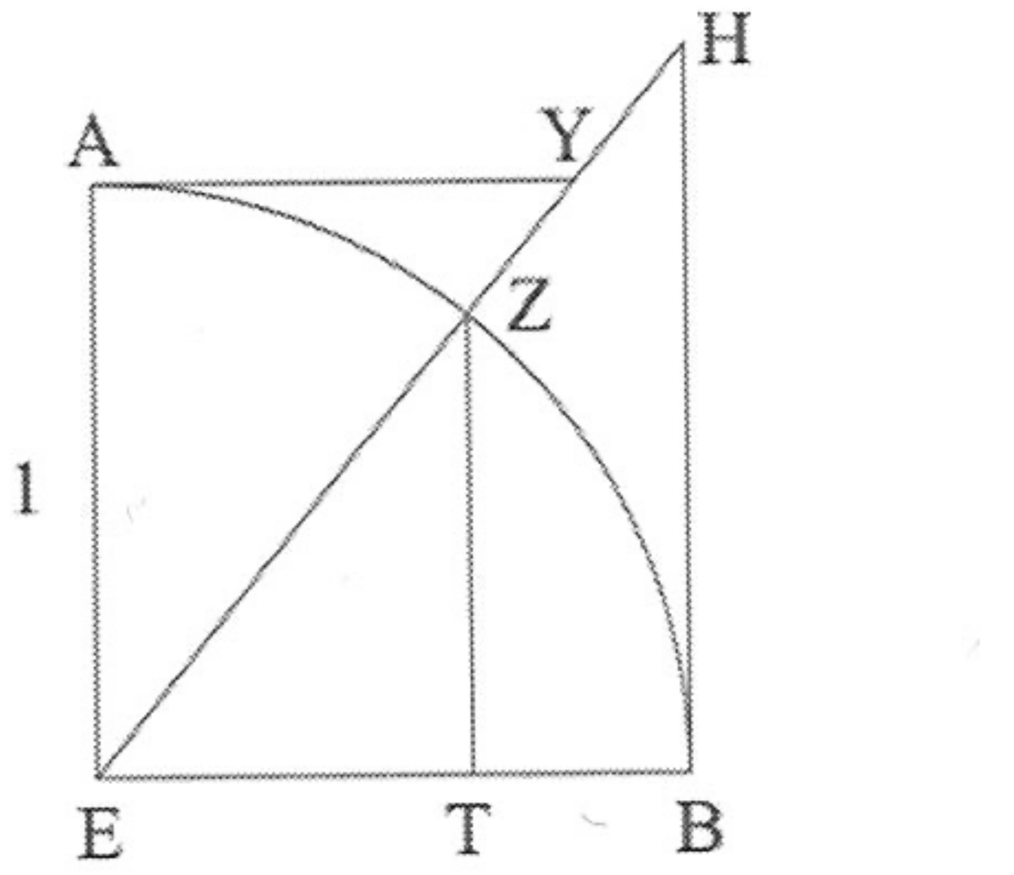


図8 アブー・ワファーの三角関数の定義

第9章 計算法と計算器具の歴史 すうひょう：わさん 345

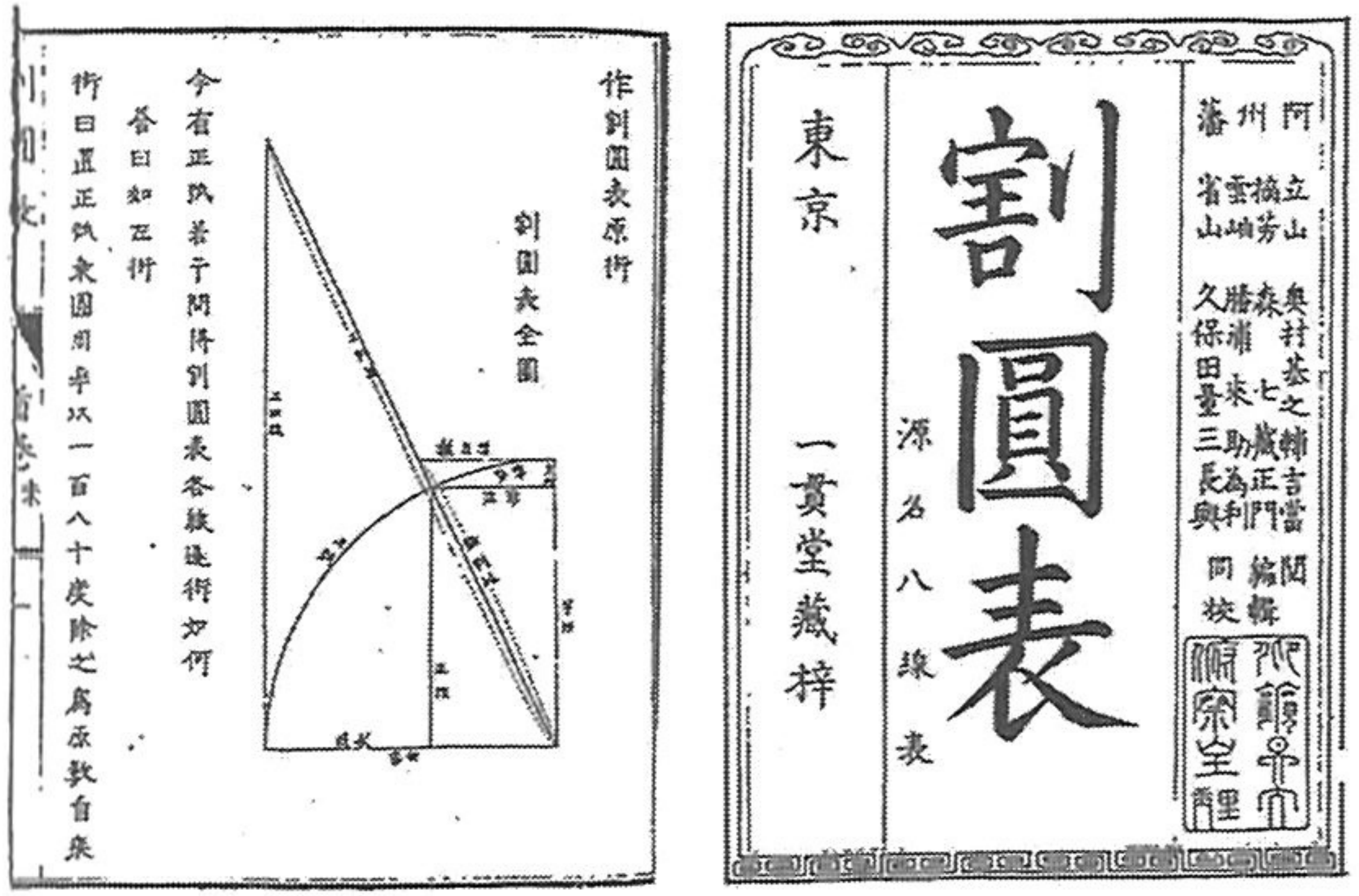
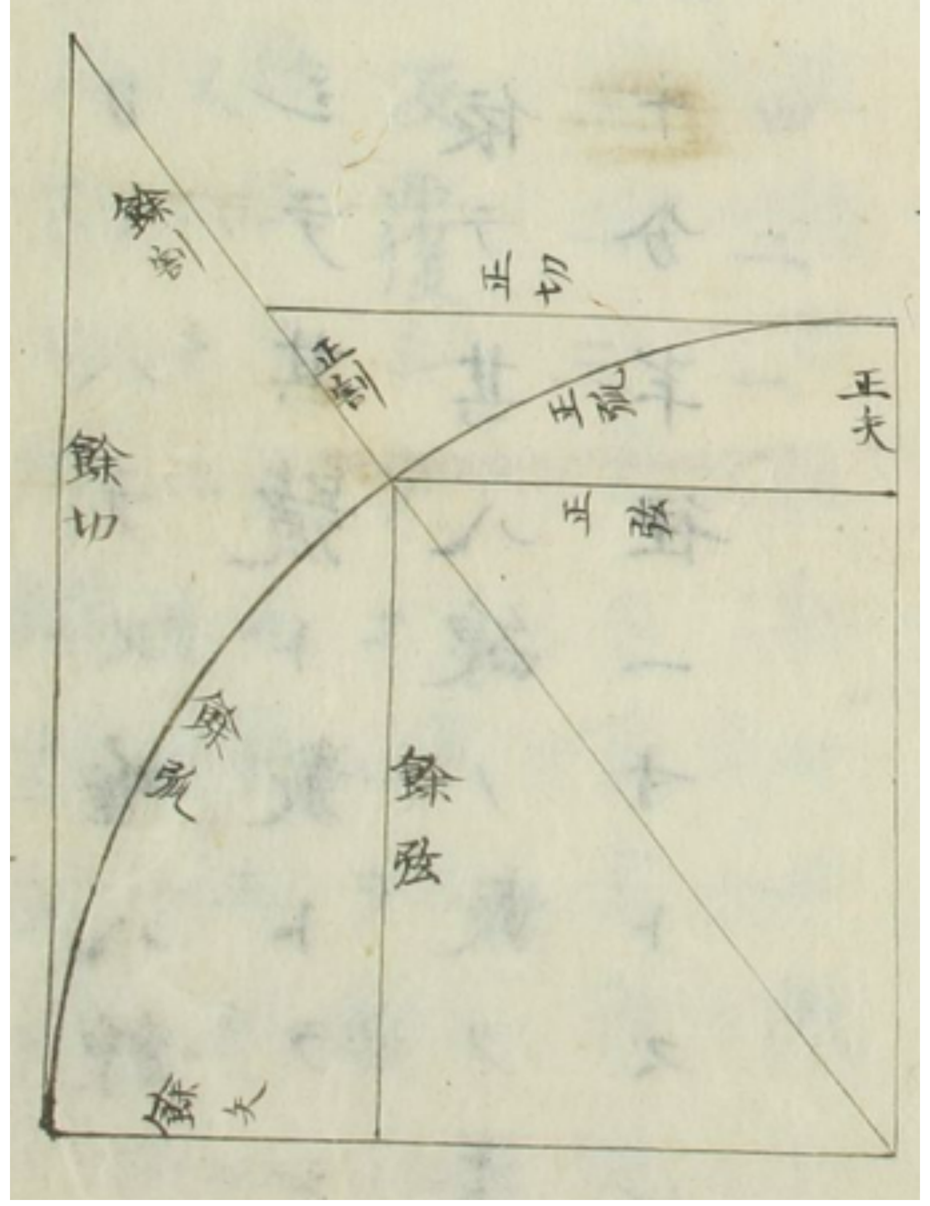


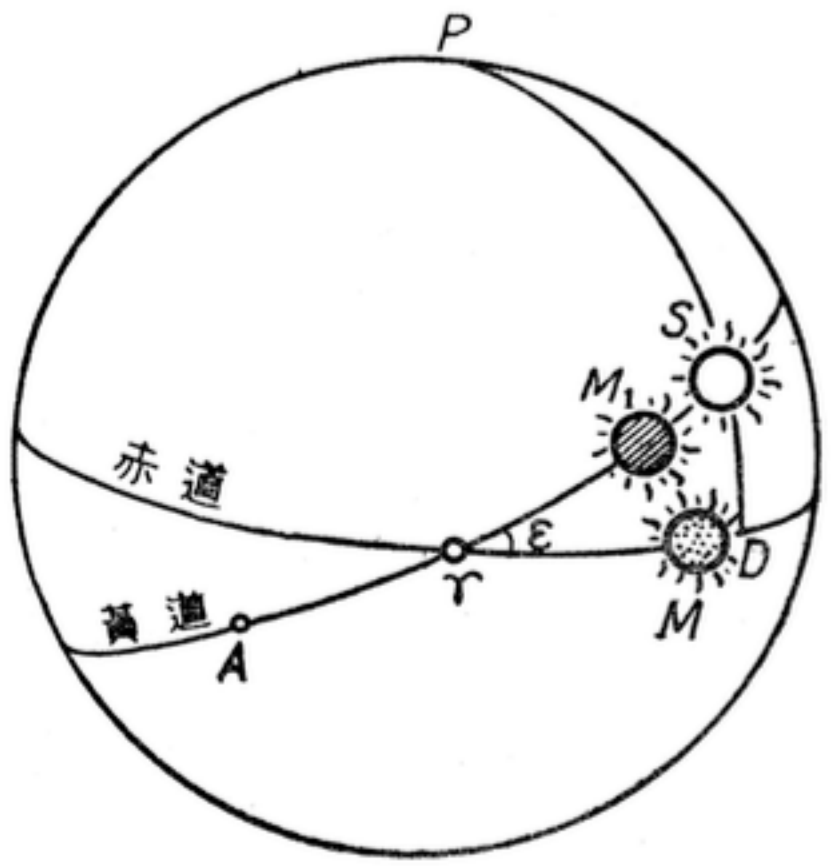
図1 『割円表』



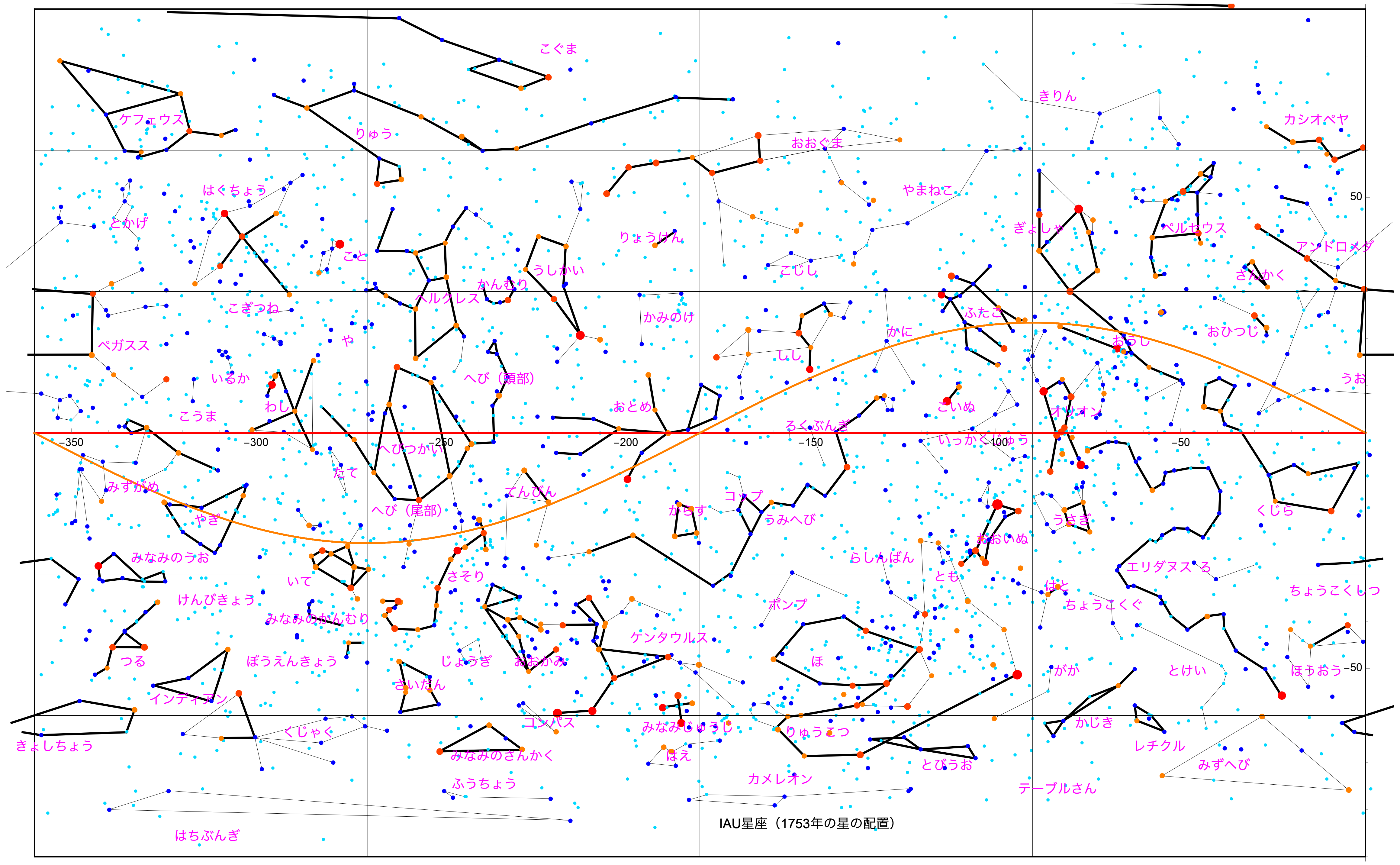
中根元圭『八線表算法解義』
(1727頃)

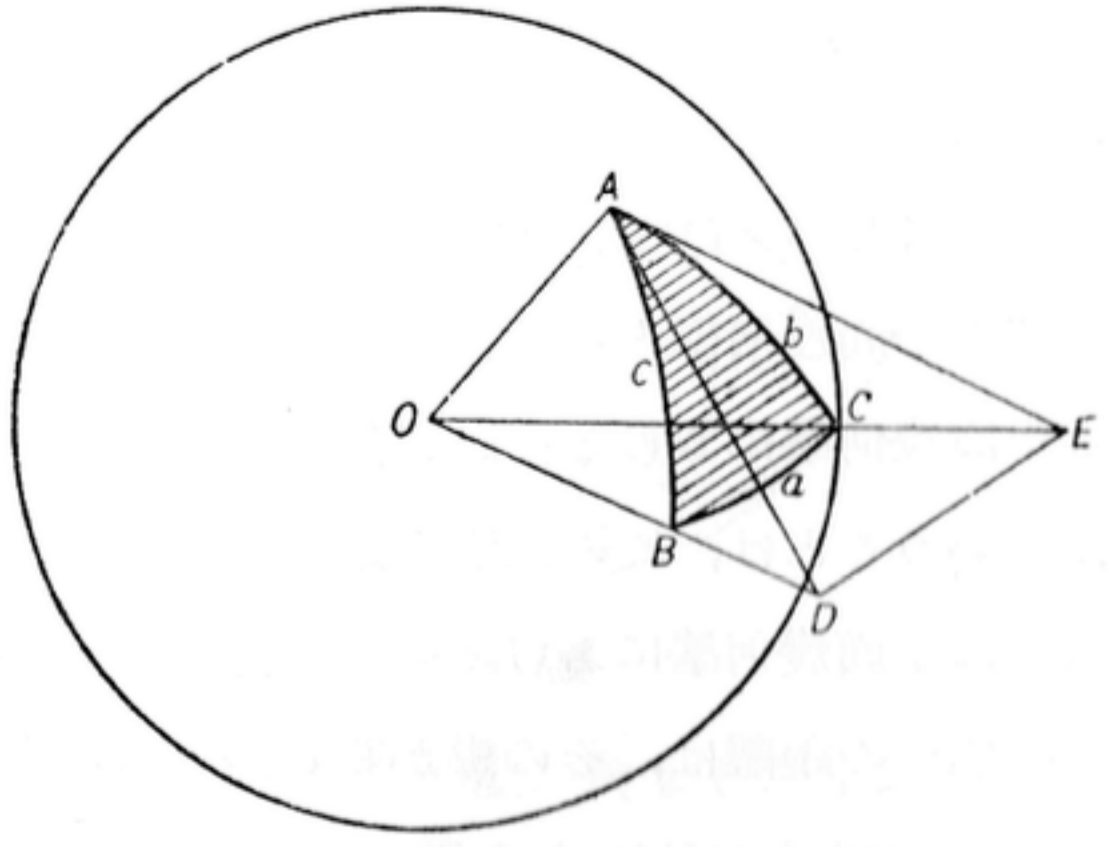
三角法・球面三角法は天文学で必要とされた

渡邊敏夫『数理天文学』（恒星者厚生閣，1959）

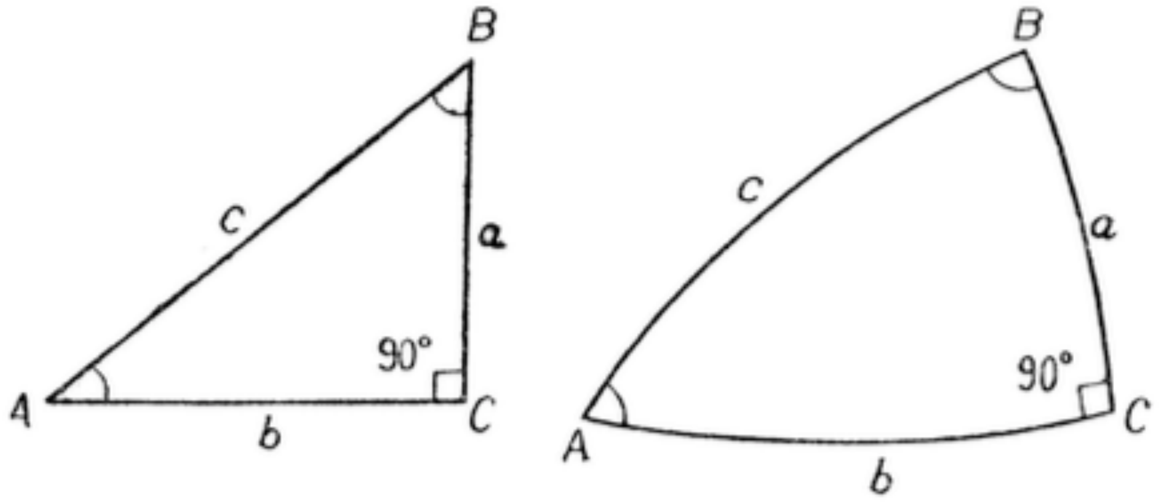


第 3 3 圖

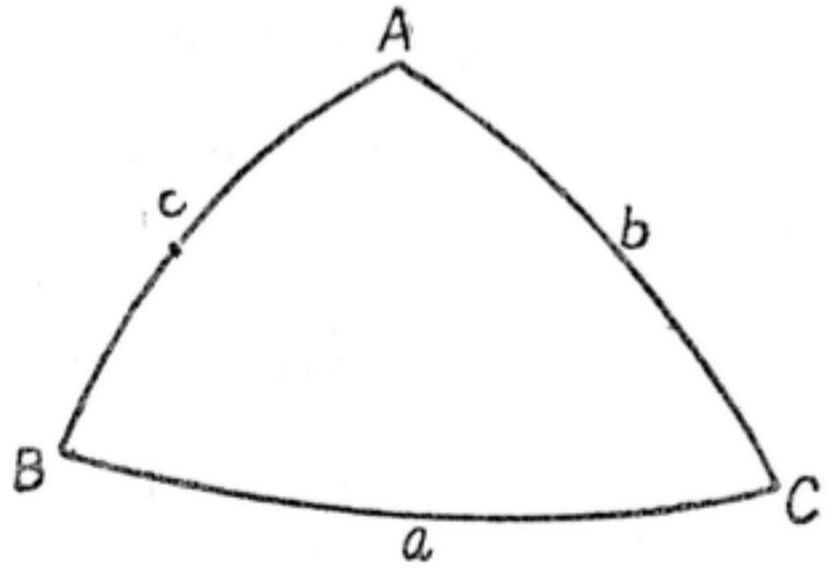




第 2 圖



第 5 圖



第 3 圖

$$
\left.\begin{aligned}
\cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \\
\cos b &= \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B \\
\cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C
\end{aligned}\right\} \quad \text{(A)}
$$

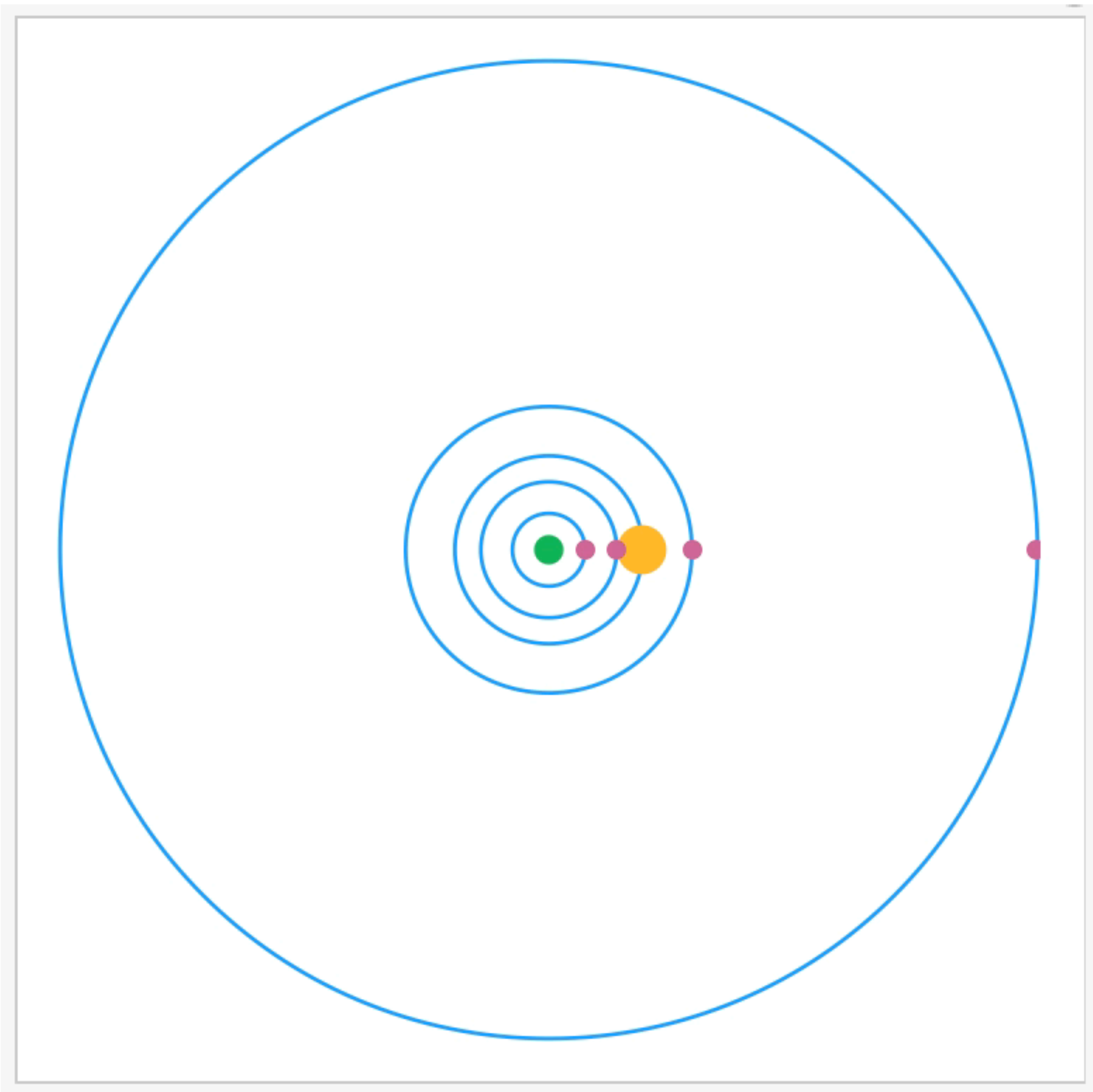
$$
\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c} \quad \text{(B)}
$$

$$
\left.\begin{aligned}
\sin a \sin B &= \sin b \sin A \\
\sin a \cos B &= \sin c \cos b - \cos c \sin b \cos A \\
\cos a &= \cos c \cos b + \sin c \sin b \cos A
\end{aligned}\right\} \quad (4{\cdot}6)
$$

平面直角三角形	球面直角三角形
$\sin A = \frac{a}{c}$,　$\sin B = \frac{b}{c}$	$\sin A = \frac{\sin a}{\sin c}$　$\sin B = \frac{\sin b}{\sin c}$
$\cos A = \frac{b}{c}$ ・ $\cos B = \frac{a}{c}$	$\cos A = \frac{\mathrm{tg}\, b}{\mathrm{tg}\, c}$　$\cos B = \frac{\mathrm{tg}\, a}{\mathrm{tg}\, c}$
$\mathrm{tg}\, A = \frac{a}{b}$　$\mathrm{tg}\, B = \frac{b}{a}$	$\mathrm{tg}\, A = \frac{\mathrm{tg}\, a}{\sin b}$　$\mathrm{tg}\, B = \frac{\mathrm{tg}\, b}{\sin a}$
$\sin A = \cos B$,　$\sin B = \cos A$	$\sin A = \frac{\cos B}{\cos b}$　$\sin B = \frac{\cos A}{\cos a}$
$c^2 = a^2 + b^2$	$\cos c = \cos a \cos b$
$1 = \cot A \cot B$	$\cos c = \cot A \cot B$

プトレマイオス『最も偉大な数学的集成(メギステ・シンタクシス)』

プトレマイオス（83頃-168頃）『アルマゲスト』（2c）

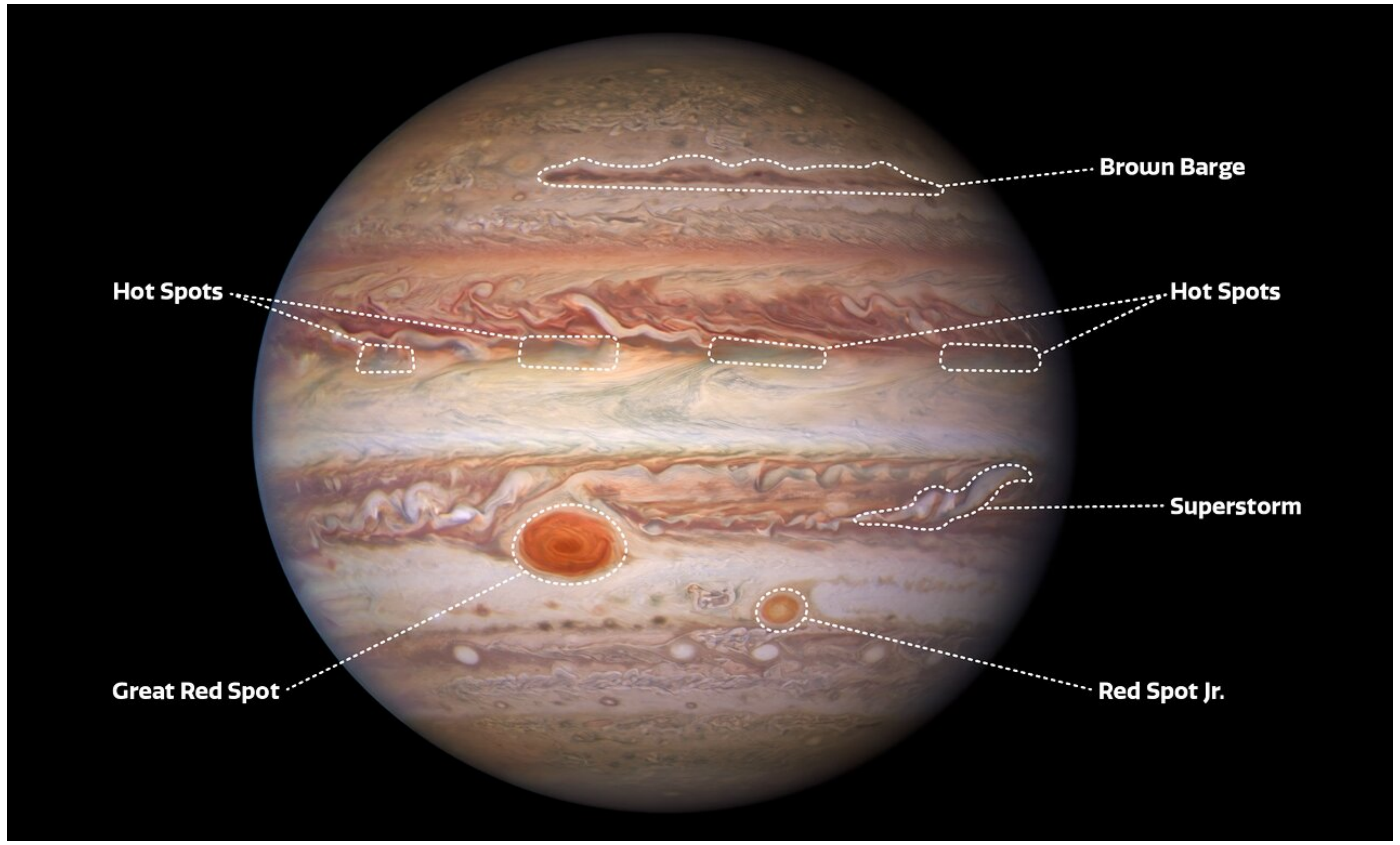


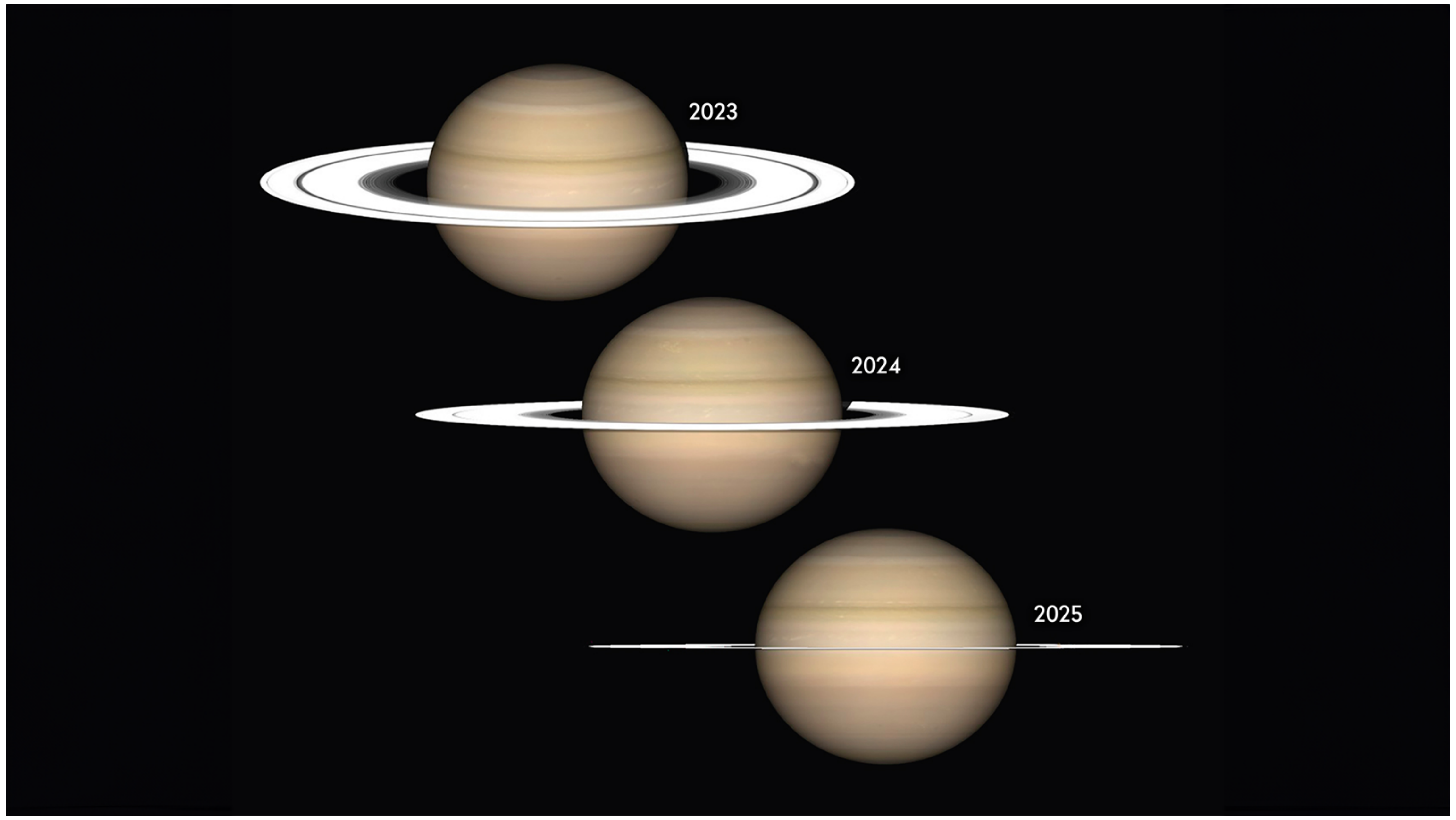
天動説

地球中心説

【天文観望】

2026年の木星・土星





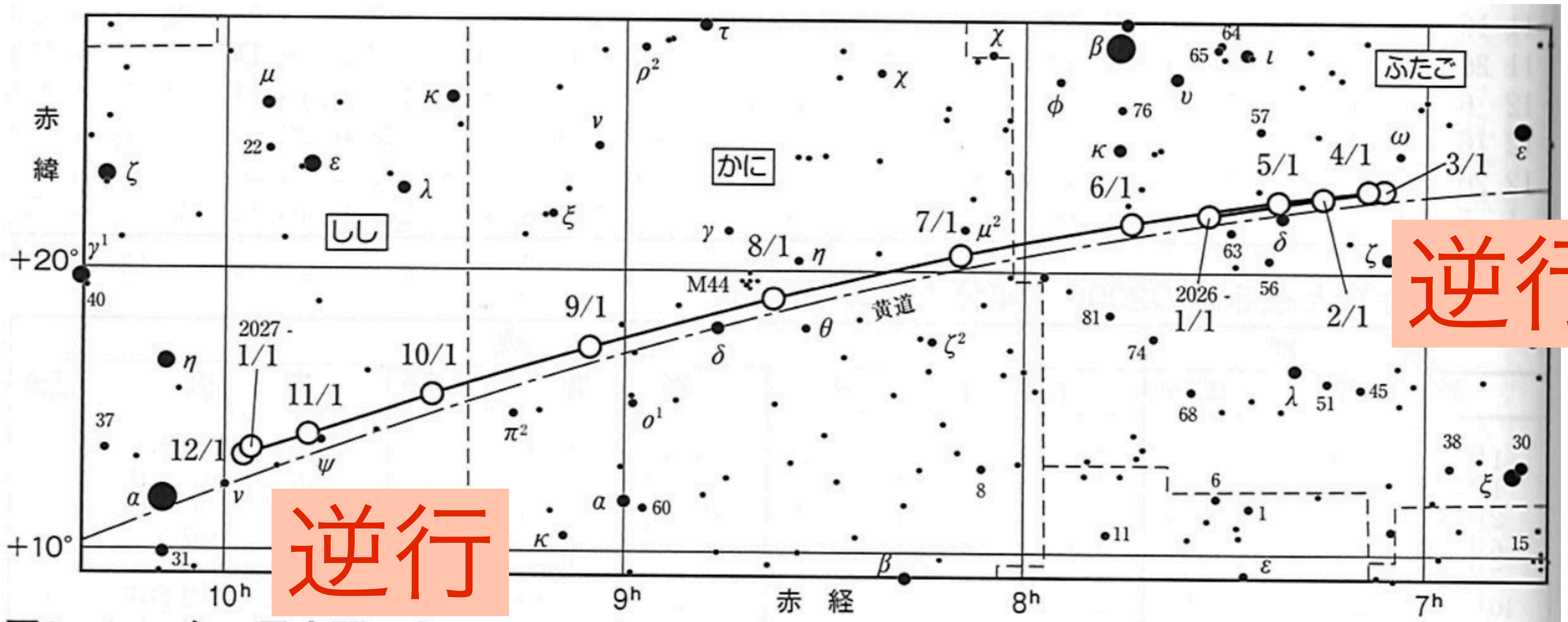


図2　2026年　星座間の木星の動き（毎月1日の位置）

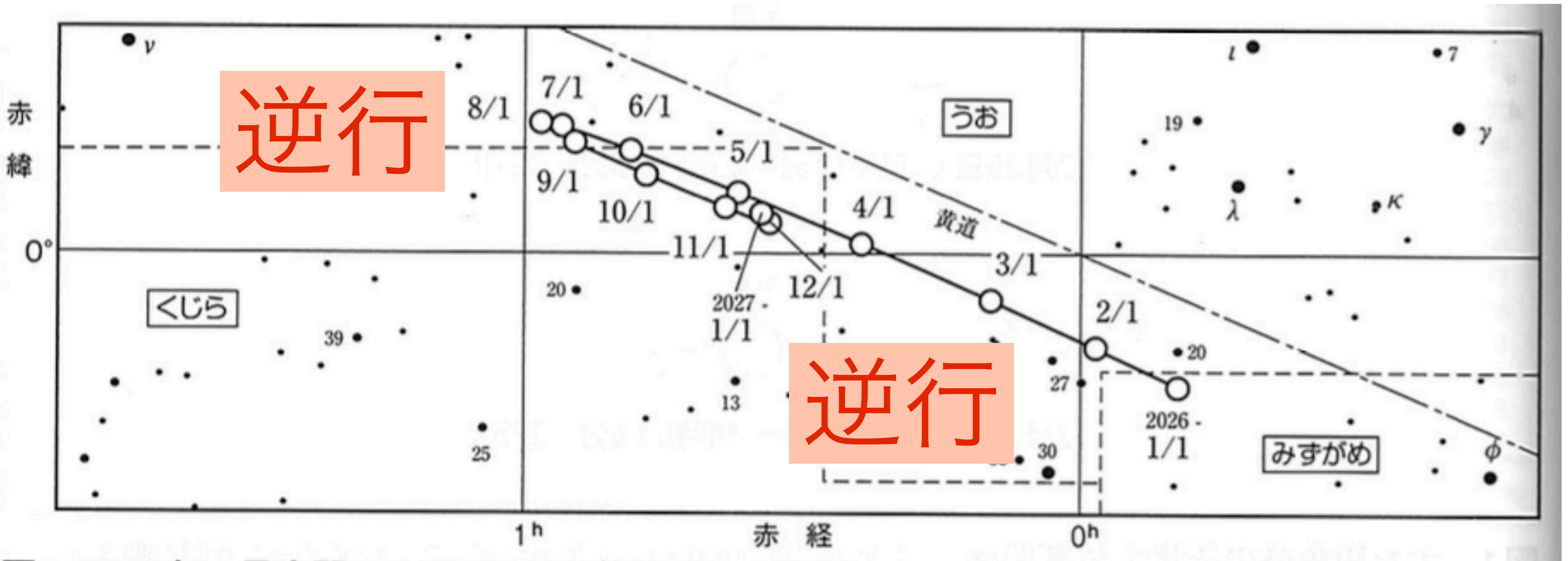


図2　2026年　星座間の土星の動き（毎月1日の位置）

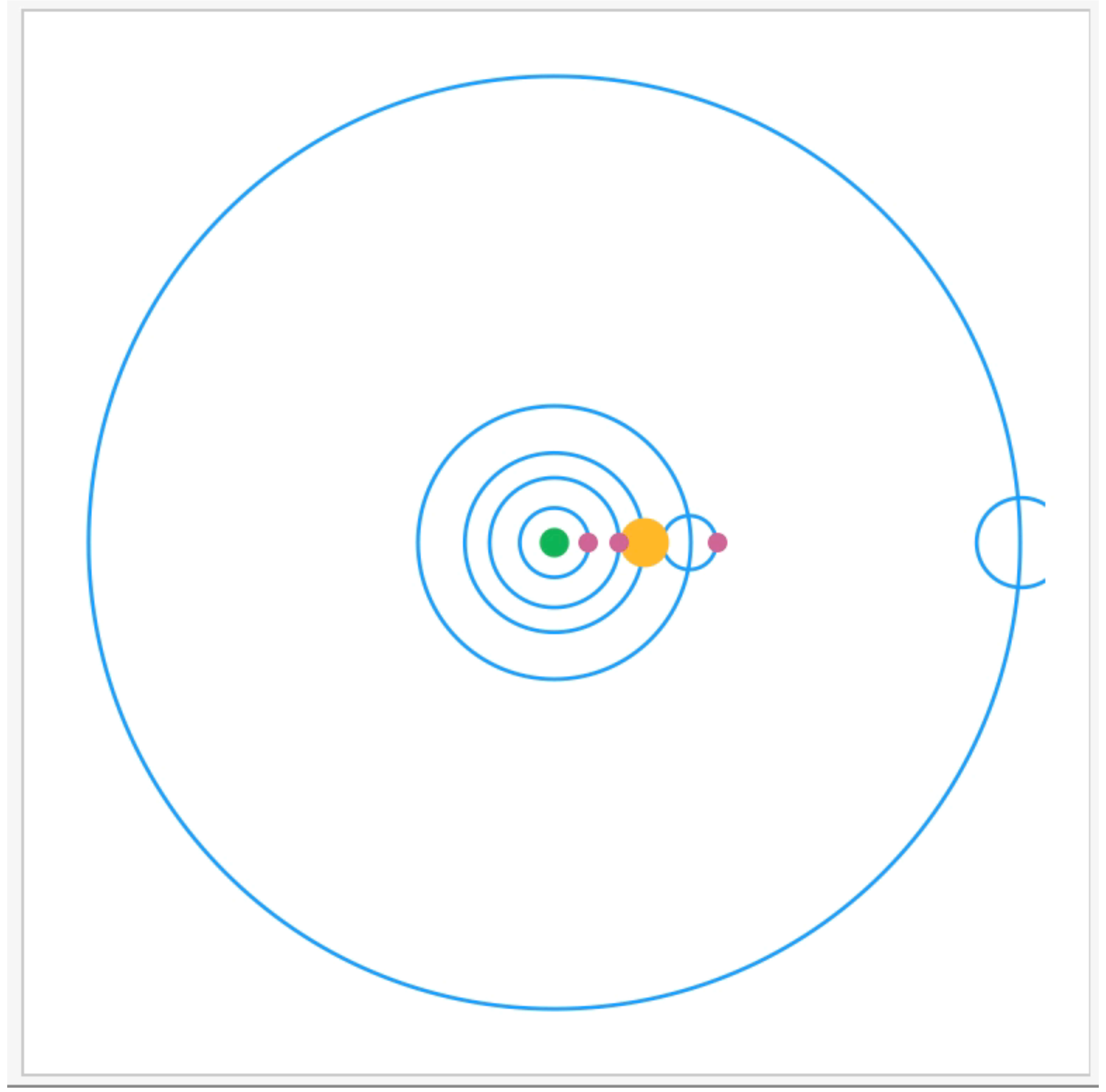
現在よく見えている. 2026年は初夏まで.

2026年は夏以降に見える. 土星の輪は見えはじめる

プトレマイオス『最も偉大な数学的集成(メギステ・シンタクシス)』

プトレマイオス(83頃-168頃)『アルマゲスト』(2c)

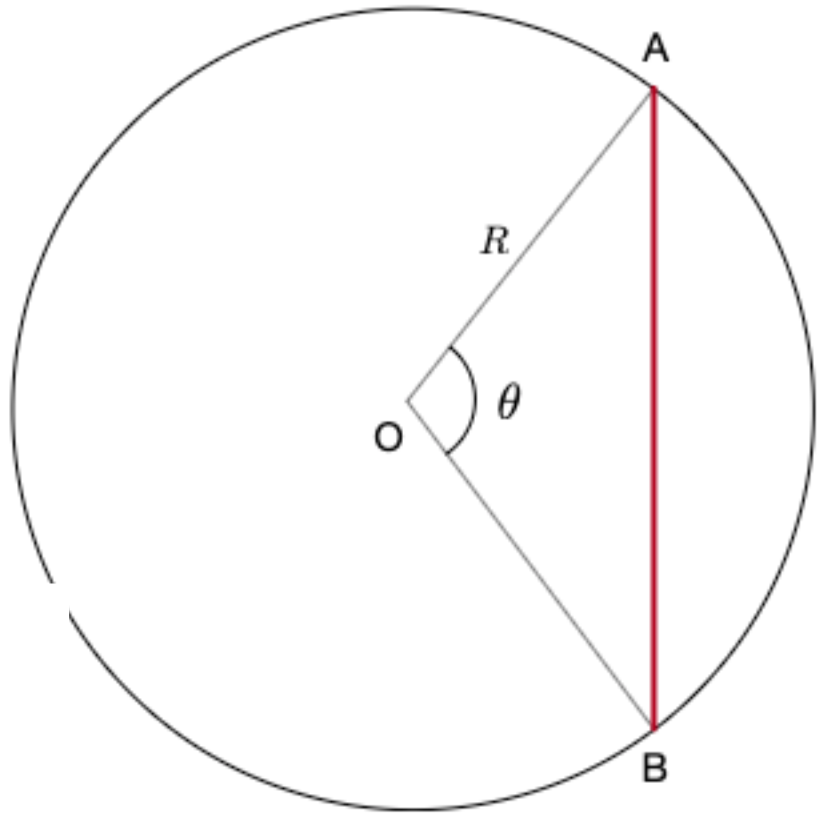
Schema huius præmissæ diuisionis Sphærarum.



天動説＋周天円
地球中心説

プトレマイオス『Almagest』の三角関数表への道

ヒッパルコス（BC190頃-BC120頃）



$$R\,\mathrm{crd}\ 60^\circ = R$$
$$R\,\mathrm{crd}\ 90^\circ = \sqrt{2}R$$

図 3.1: 角度 θ と弦 (chord) AB .

弦の定義と三平方の定理から

$$R\,\mathrm{crd}\ (180^\circ - \theta) = \sqrt{(2R)^2 - (R\,\mathrm{crd}\ \theta)^2}$$

の補角の関係が導かれる．また，半角の公式

$$R\,\mathrm{crd}\ \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}\left\{(2R)^2 - 2R\sqrt{(2R)^2 - (R\,\mathrm{crd}\ \theta)^2}\right\}}$$

が導かれる．この関係は，ヒッパルコスも導いていた

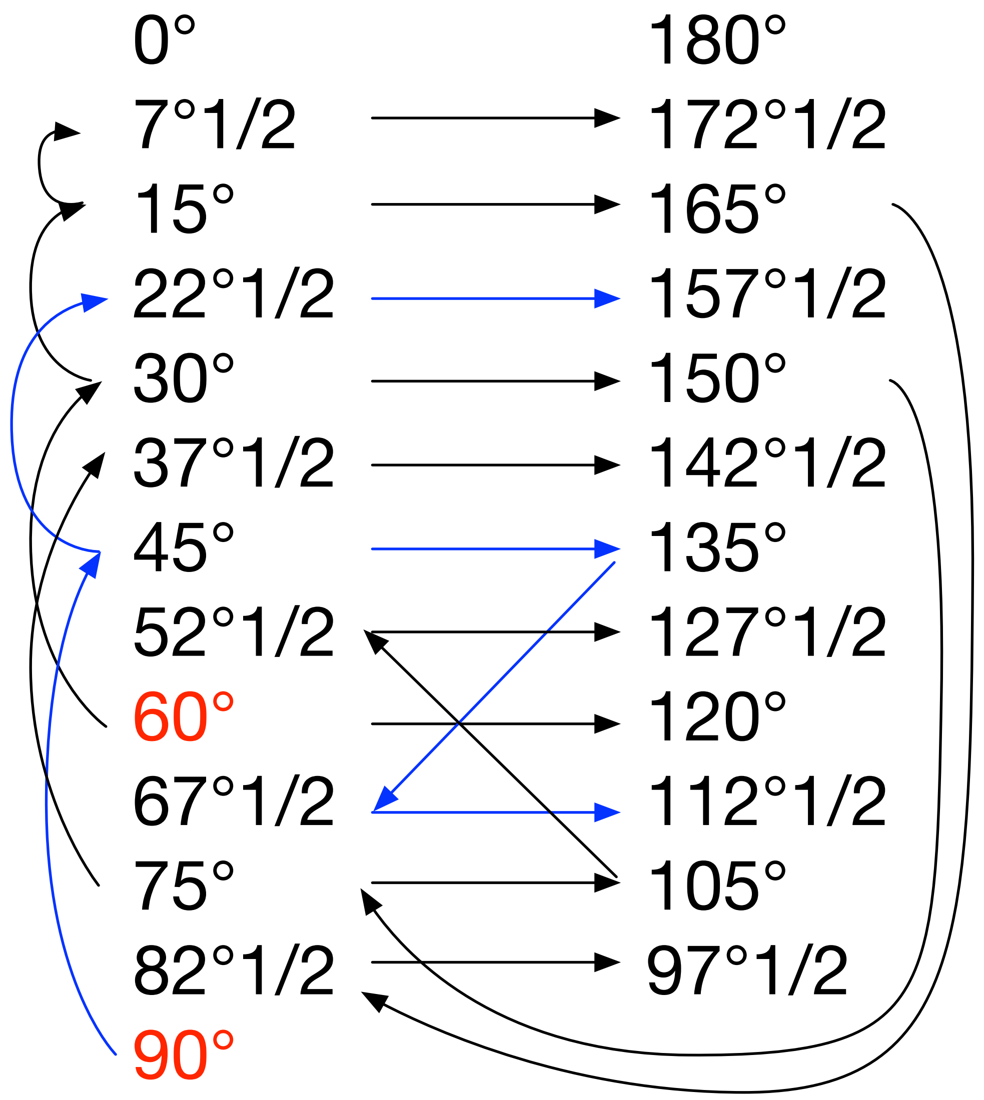


図 3.2: 60° と 90° の弦の値と，補角の関係と半角の公式が既知であれば，24 の角度の値での数表が作成できる．

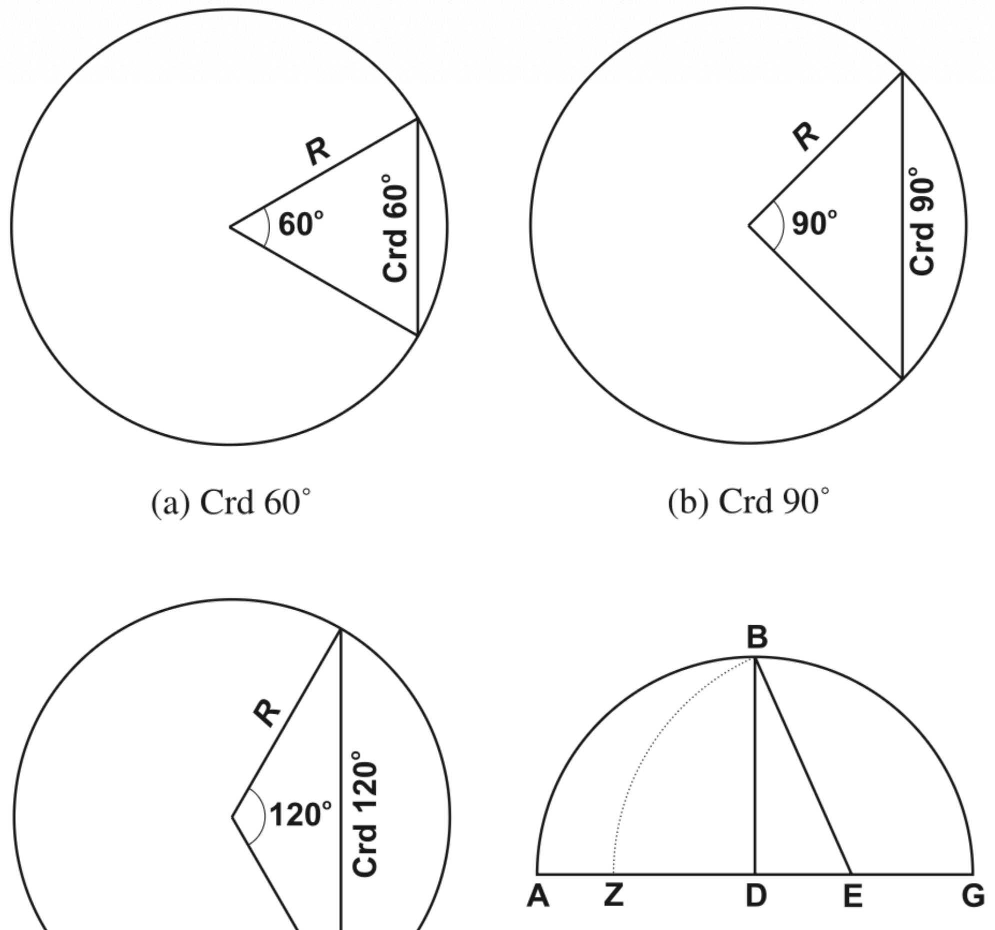


Figure 2.26 Calculations of simple chords

(a) Crd 60° (b) Crd 90° (c) Crd 120° (d) Crd 36° and Crd 72°

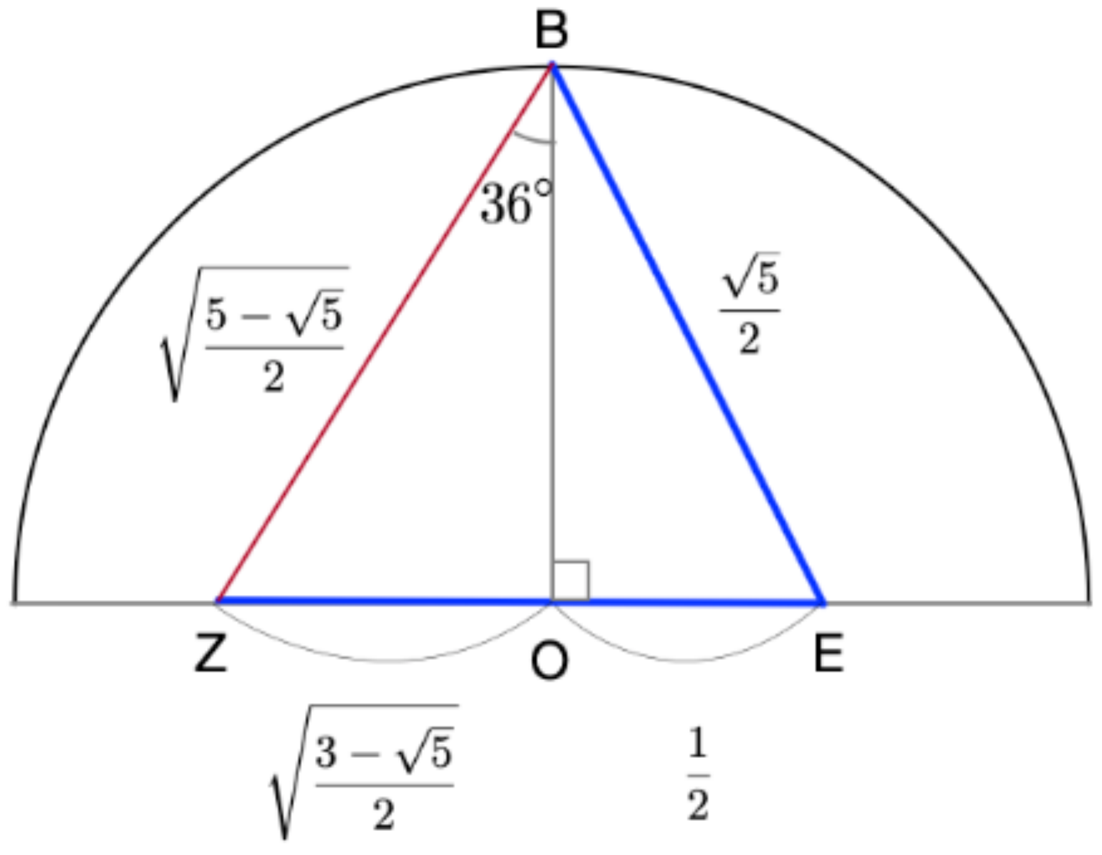


図 3.3: $\sin 36^\circ, \sin 54^\circ$ を求める図.

36°, 54°の弦を求める ▶▶▶ 6°刻みの表ができる
半角の定理 ▶▶▶ 3°刻みの表ができる
半角の定理 ▶▶▶ 1.5°刻みの表ができる
半角の定理 ▶▶▶ 0.75°刻みの表ができる

$$\frac{\sin 0.75^\circ}{0.75^\circ} < \frac{\sin 1^\circ}{1^\circ} < \frac{\sin 1.5^\circ}{1.5^\circ}$$

の関係から間の $\sin 1^\circ$ を求めるなどを繰り返し

プトレマイオス『Almagest』の三角関数表

半径R＝60としたときのCrdの表

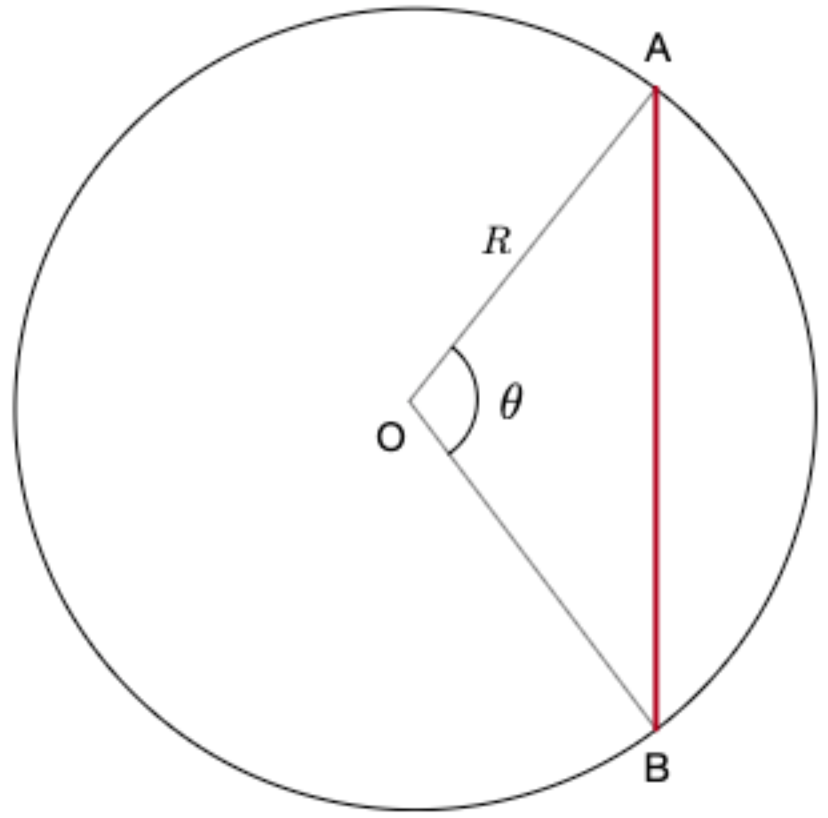


図 3.1: 角度 θ と弦 (chord) AB .

1分角ごとの
増分も示す

表 3.1: Mathematica にて再現したアルマゲストの三角関数表（部分）

degree	Chord	Sixties
0°30	0 ; 31, 25	0 ; 1, 2, 50
1.	1 ; 2, 50	0 ; 1, 2, 50
1°30	1 ; 34, 15	0 ; 1, 2, 49
2.	2 ; 5, 39	0 ; 1, 2, 49
2°30	2 ; 37, 4	0 ; 1, 2, 49
3.	3 ; 8, 28	0 ; 1, 2, 48
3°30	3 ; 39, 53	0 ; 1, 2, 48
4.	4 ; 11, 17	0 ; 1, 2, 47
4°30	4 ; 42, 40	0 ; 1, 2, 46
5.	5 ; 14, 4	0 ; 1, 2, 46
5°30	5 ; 45, 27	0 ; 1, 2, 45
6.	6 ; 16, 49	0 ; 1, 2, 44
6°30	6 ; 48, 11	0 ; 1, 2, 43
7.	7 ; 19, 33	0 ; 1, 2, 42
7°30	7 ; 50, 54	0 ; 1, 2, 41
8.	8 ; 22, 15	0 ; 1, 2, 40
8°30	8 ; 53, 35	0 ; 1, 2, 38
9.	9 ; 24, 54	0 ; 1, 2, 37
9°30	9 ; 56, 13	0 ; 1, 2, 36
10.	10 ; 27, 31	0 ; 1, 2, 34

degree	Chord	Sixties
30.	31 ; 3, 30	0 ; 1, 0, 37
30°30	31 ; 33, 49	0 ; 1, 0, 33
31.	32 ; 4, 7	0 ; 1, 0, 28
31°30	32 ; 34, 22	0 ; 1, 0, 24
32.	33 ; 4, 35	0 ; 1, 0, 19
32°30	33 ; 34, 46	0 ; 1, 0, 15
33.	34 ; 4, 55	0 ; 1, 0, 10
33°30	34 ; 35, 1	0 ; 1, 0, 5
34.	35 ; 5, 5	0 ; 1, 0, 0
34°30	35 ; 35, 6	0 ; 0, 59, 55

degree	Chord	Sixties
40.	41 ; 2, 33	0 ; 0, 58, 57
40°30	41 ; 32, 3	0 ; 0, 58, 51
41.	42 ; 1, 30	0 ; 0, 58, 45
41°30	42 ; 30, 54	0 ; 0, 58, 39
42.	43 ; 0, 15	0 ; 0, 58, 34
42°30	43 ; 29, 33	0 ; 0, 58, 28
43.	43 ; 58, 49	0 ; 0, 58, 22
43°30	44 ; 28, 1	0 ; 0, 58, 15
44.	44 ; 57, 10	0 ; 0, 58, 9
44°30	45 ; 26, 16	0 ; 0, 58, 3

$$R\,\mathrm{crd}\,90^\circ = \sqrt{2}R = 84.85281374$$
$$= 84 + \frac{51}{60} + \frac{10}{60^2} + \frac{8}{60^3} + \cdots$$

となる場合，$84;51,10,8$ などとして表記する．

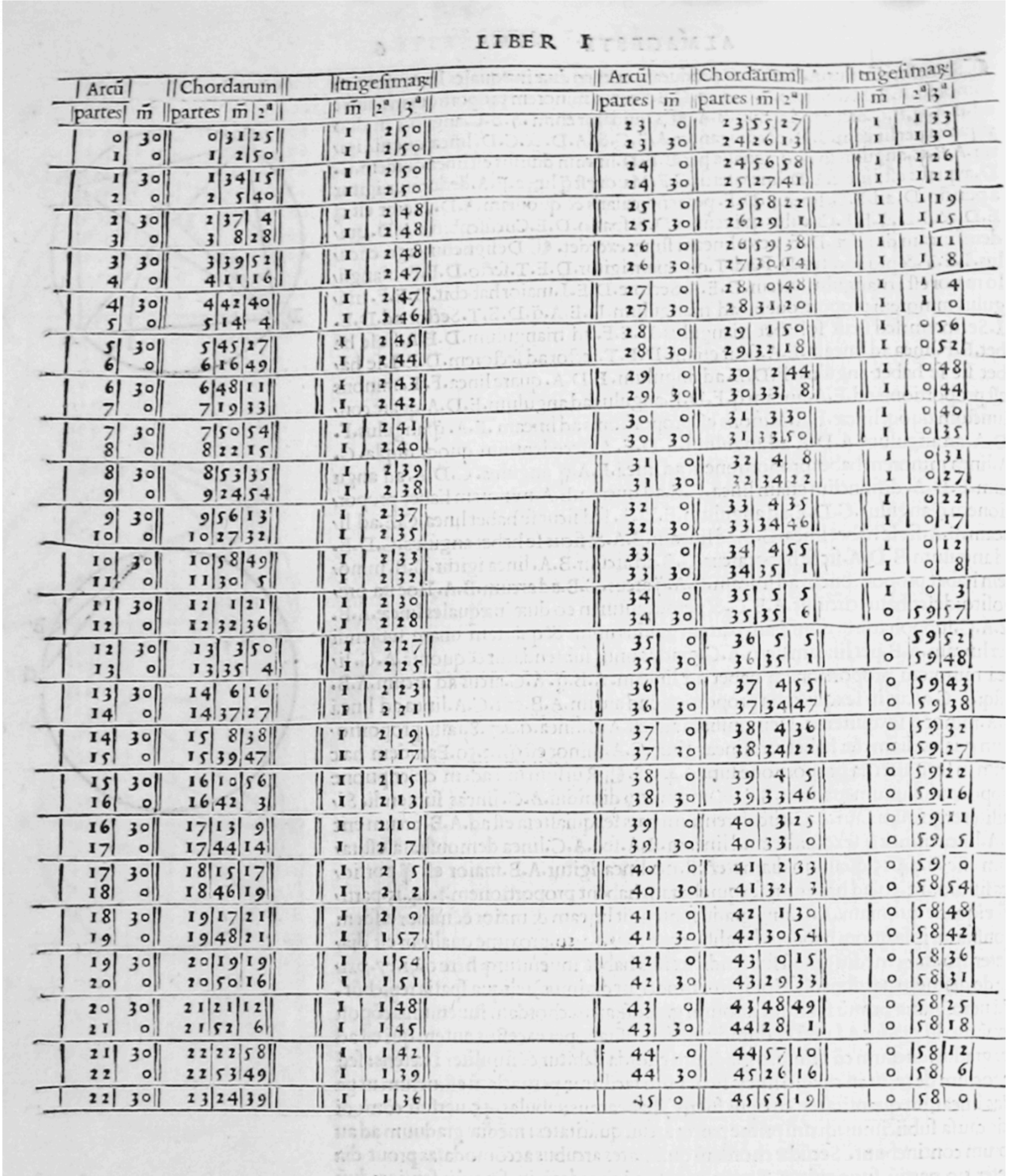
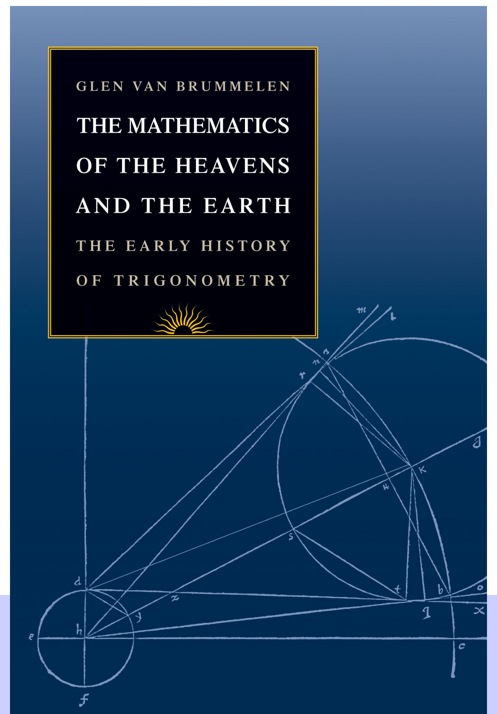


Figure 2.24 The first page of the chord table in Ptolemy's *Almagest*, George of Trebizond's edition (1528) (courtesy of the Burndy Library)

弦　の　表

弧	弦	差の 1/30	弧	弦	差の 1/30
0° 30′	0p 31′ 25″	0p 1′ 2″ 50‴	23° 0′	23p 55′ 27″	0p 1′ 1″ 33‴
1 0	1 2 50	0 1 2 50	23 30	24 26 13	0 1 1 30
1 30	1 34 15	0 1 2 50	24 0	24 56 58	0 1 1 26
2 0	2 5 40	0 1 2 50	24 30	25 27 41	0 1 1 22
2 30	2 37 4	0 1 2 48	25 0	25 58 22	0 1 1 19
3 0	3 8 28	0 1 2 48	25 30	26 29 1	0 1 1 15
3 30	3 39 52	0 1 2 48	26 0	26 59 38	0 1 1 11
4 0	4 11 16	0 1 2 47	26 30	27 30 14	0 1 1 8
4 30	4 42 40	0 1 2 47	27 0	28 0 48	0 1 1 4
5 0	5 14 4	0 1 2 46	27 30	28 31 20	0 1 1 0
5 30	5 45 27	0 1 2 45	28 0	29 1 50	0 1 0 56
6 0	6 16 49	0 1 2 44	28 30	29 32 18	0 1 0 52
6 30	6 48 11	0 1 2 43	29 0	30 2 44	0 1 0 48
7 0	7 19 33	0 1 2 42	29 30	30 33 8	0 1 0 44
7 30	7 50 54	0 1 2 41	30 0	31 3 30	0 1 0 40
8 0	8 22 15	0 1 2 40	30 30	31 33 50	0 1 0 35
8 30	8 53 35	0 1 2 39	31 0	32 4 8	0 1 0 31
9 0	9 24 51	0 1 2 38	31 30	32 34 22	0 1 0 27
9 30	9 56 13	0 1 2 37	32 0	33 4 35	0 1 0 22
10 0	10 27 32	0 1 2 35	32 30	33 34 46	0 1 0 17
10 30	10 58 49	0 1 2 33	33 0	34 4 55	0 1 0 12
11 0	11 30 5	0 1 2 32	33 30	34 35 1	0 1 0 8
11 30	12 1 21	0 1 2 30	34 0	35 5 5	0 1 0 3
12 0	12 32 36	0 1 2 28	34 30	35 35 6	0 0 59 57
12 30	13 3 50	0 1 2 27	35 0	36 5 5	0 0 59 52
13 0	13 35 4	0 1 2 25	35 30	36 35 1	0 0 59 48
13 30	14 6 16	0 1 2 23	36 0	37 4 55	0 0 59 43
14 0	14 37 27	0 1 2 21	36 30	37 34 47	0 0 59 38
14 30	15 8 38	0 1 2 19	37 0	38 4 36	0 0 59 32
15 0	15 39 47	0 1 2 17	37 30	38 34 22	0 0 59 27
15 30	16 10 56	0 1 2 15	38 0	39 4 5	0 0 59 22
16 0	16 42 3	0 1 2 13	38 30	39 33 46	0 0 59 16
16 30	17 13 9	0 1 2 10	39 0	40 3 25	0 0 59 11
17 0	17 44 14	0 1 2 7	39 30	40 33 0	0 0 59 5
17 30	18 15 17	0 1 2 5	40 0	41 2 33	0 0 59 0
18 0	18 46 19	0 1 2 2	40 30	41 32 3	0 0 58 54
18 30	19 17 21	0 1 2 0	41 0	42 1 30	0 0 58 48
19 0	19 48 21	0 1 1 57	41 30	42 30 54	0 0 58 42
19 30	20 19 19	0 1 1 54	42 0	43 0 15	0 0 58 36
20 0	20 50 16	0 1 1 51	42 30	43 29 33	0 0 58 31
20 30	21 21 12	0 1 1 48	43 0	43 58 49	0 0 58 25
21 0	21 52 6	0 1 1 45	43 30	44 28 1	0 0 58 18
21 30	22 22 58	0 1 1 42	44 0	44 57 10	0 0 58 12
22 0	22 53 49	0 1 1 39	44 30	45 26 16	0 0 58 6
22 30	23 24 39	0 1 1 36	45 0	45 55 19	0 0 58 0



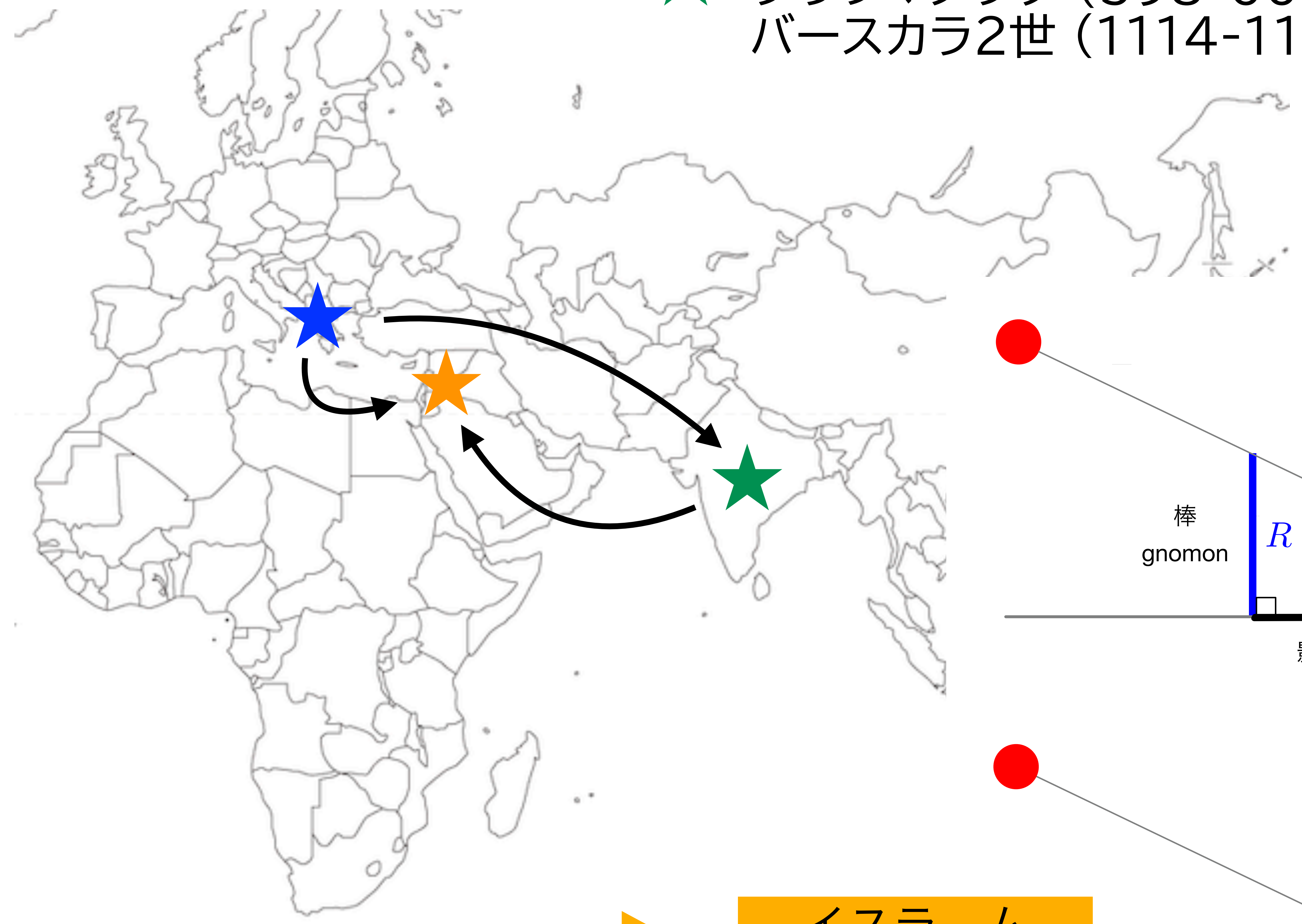
Glen van Brummelen, The Mathematics of the Heavens and the Earth (Princeton Univ. Press, 2009).

プトレマイオス著，薮内清訳『アルマゲスト』（恒星社，1993）

「三角法は, ギリシャで生まれ, インドで育ち, アラビアで発展」

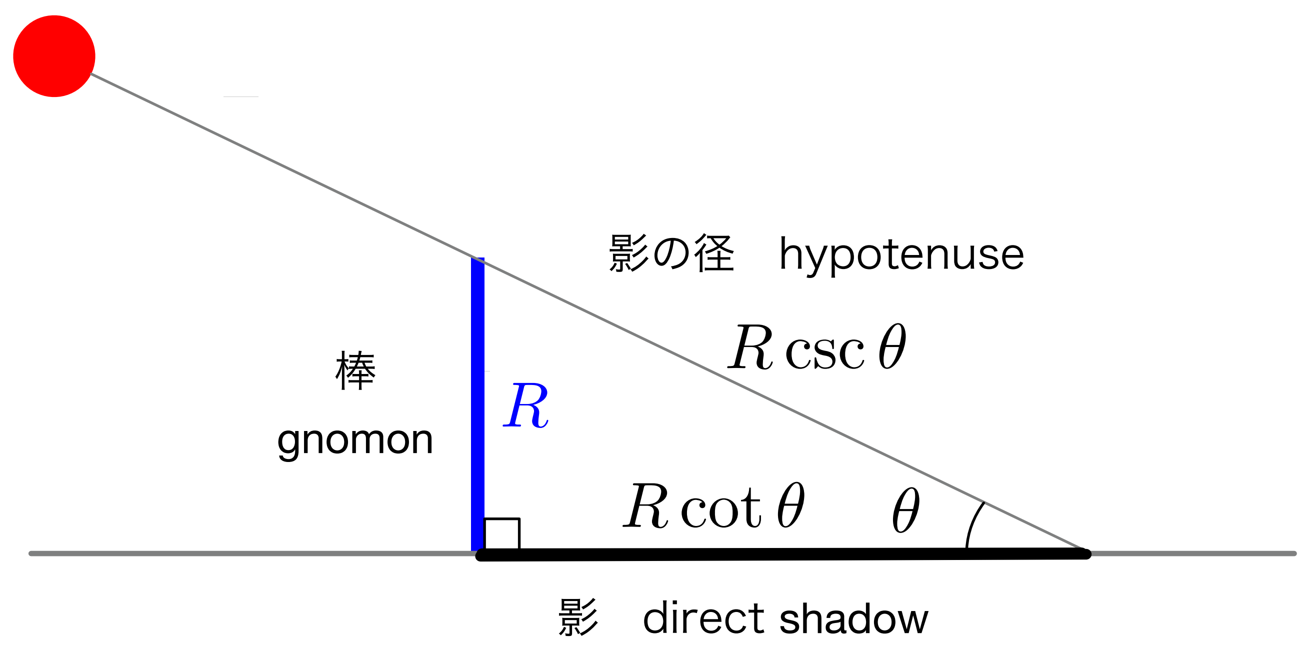
ヒッパルコス(BC190頃-BC120頃)
プトレマイオス(83頃-168頃)『アルマゲスト』(2c)

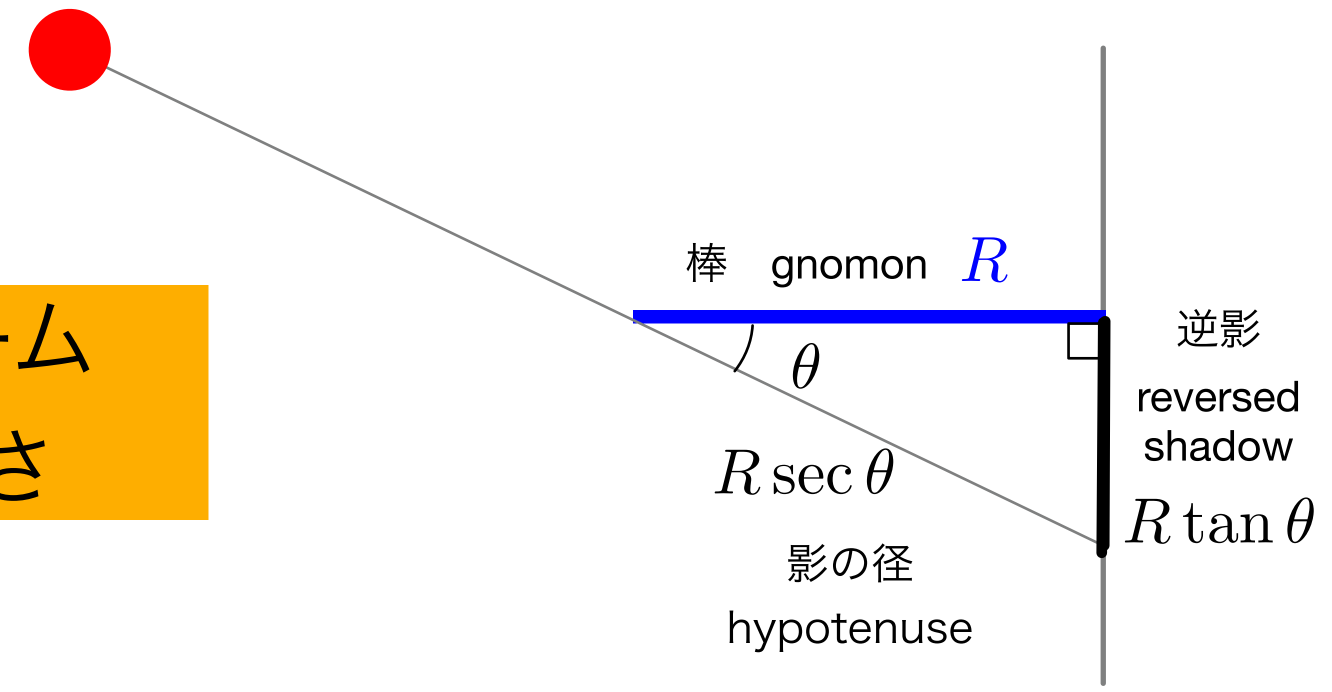
ヴァラーハミヒラ (505-587)
ブラフマグプタ (598-665)
バースカラ2世 (1114-1185)

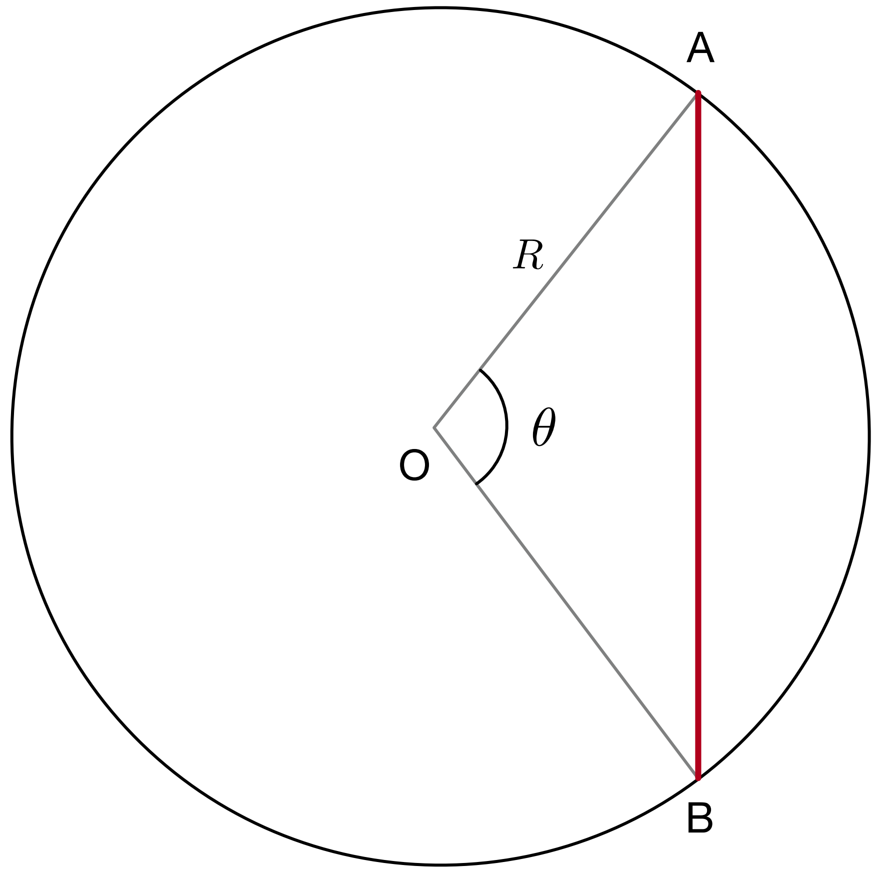


イスラーム
影の長さ

9c—



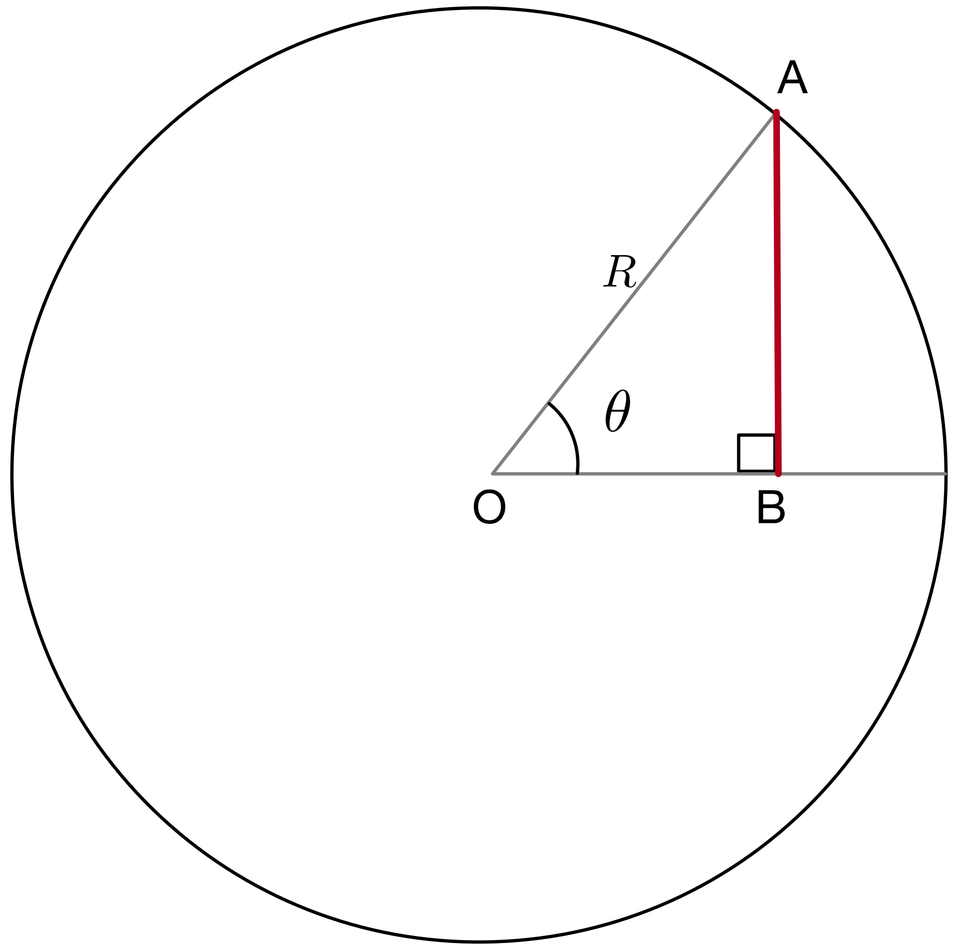




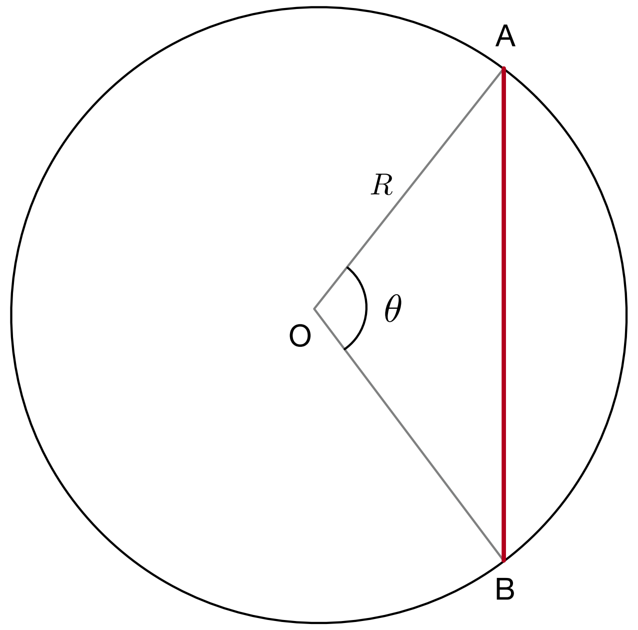
弦 chord

5c インドで長さ半分の正弦に

12c 余弦, 正矢, 余矢



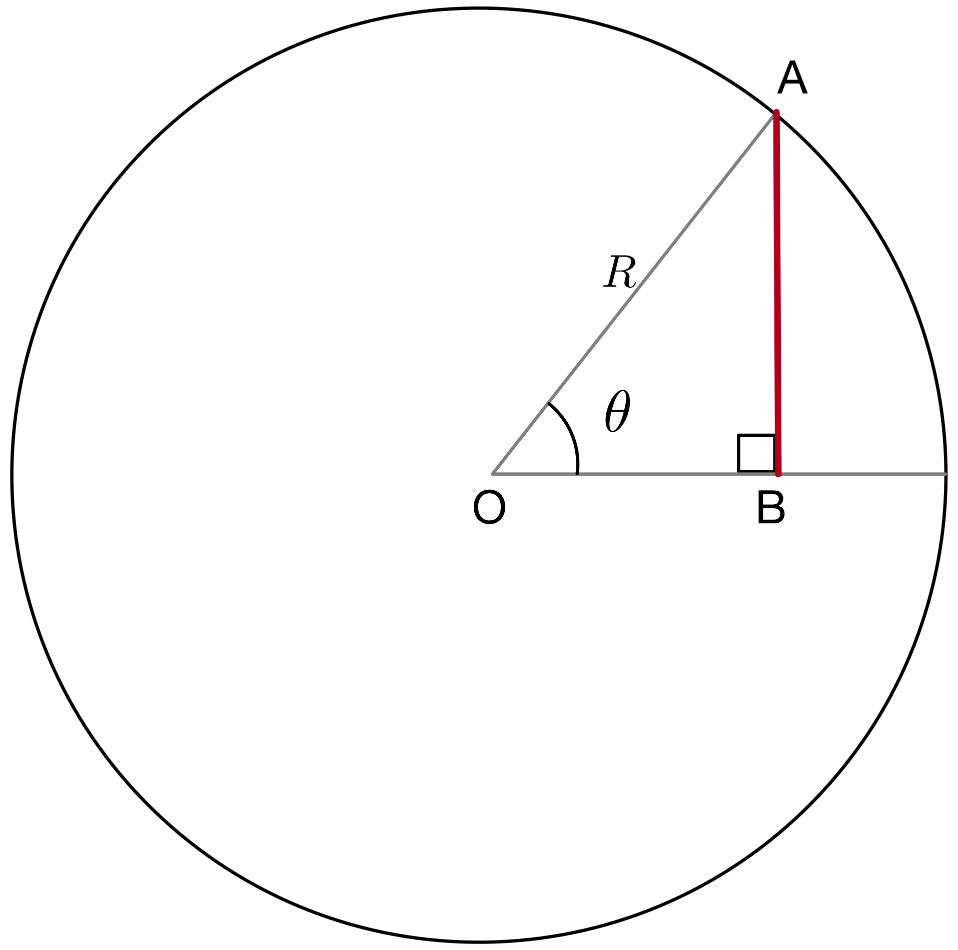
インドで正弦が登場(5cにはあった)



弦 chord

5c　インドで長さ半分の正弦に

12c　余弦, 正矢, 余矢



アールヤバタ (Āryabhata, 476-) は，著書『アールヤバティーヤ (Āryabhatiya)』にて，半径 $R = 3438$ とした正弦表を示している．ヒッパルコスの計算方法と同様で，$R\sin 90^\circ = R$, $R\sin 30^\circ = R/2$ および余角の関係式

$$R\sin(90^\circ - \theta) = \sqrt{R^2 - (R\sin\theta)^2} \qquad (11)$$

と半角公式

$$R\sin\frac{\theta}{2} = \sqrt{\left(\frac{R - R\sin(90^\circ - \theta)}{2}\right)^2 + \left(\frac{R\sin\theta}{2}\right)^2} \qquad (12)$$

を用いることで 24 の角度について数表を作成した（図

7c 正矢が登場

ブラフマグプタ (Brahmagupta, 598-665) は『ブラーフマスプタ・シッダーンタ (Brāhmasphuta-siddhānta)』にて,「正矢」(versed sine, Utkramajyā)

$$R\,\mathrm{vers}\,\theta = R - R\,\sin(90^\circ - \theta) \qquad (13)$$

も定義した．正矢を用いると計算式が簡単になる．例えば，半角公式 (12) は

$$R\sin\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{(R\sin\theta)^2 + (R\,\mathrm{vers}\,\theta)^2}{4}} \qquad (14)$$

12c 余弦, 余矢が登場

12 世紀になると，バースカラ 2 世 (Bhāskara II, 1114-1185) が「角度」を用いて正弦・正矢を定義しなおし，同時に「余弦」(cosine, kotijyā),「余矢」(coversed sine, koty-utkramajyā) を新たに導入した．図 3.4 の記号を用いると，

正弦	$\mathrm{AB} = R\sin\theta$,	(15)
余弦	$\mathrm{AE} = \mathrm{BO} = R\cos\theta = R\sin(90^\circ - \theta)$,	(16)
正矢	$\mathrm{BC} = R\ \mathrm{vers}\ \theta = R - R\cos\theta$,	(17)
余矢	$\mathrm{DE} = R\ \mathrm{covers}\ \theta = R - R\sin\theta$	(18)

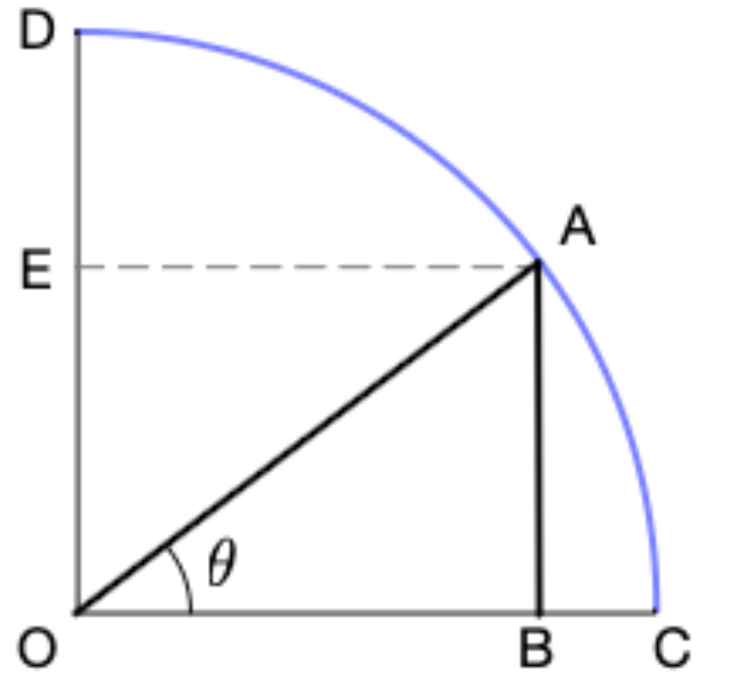
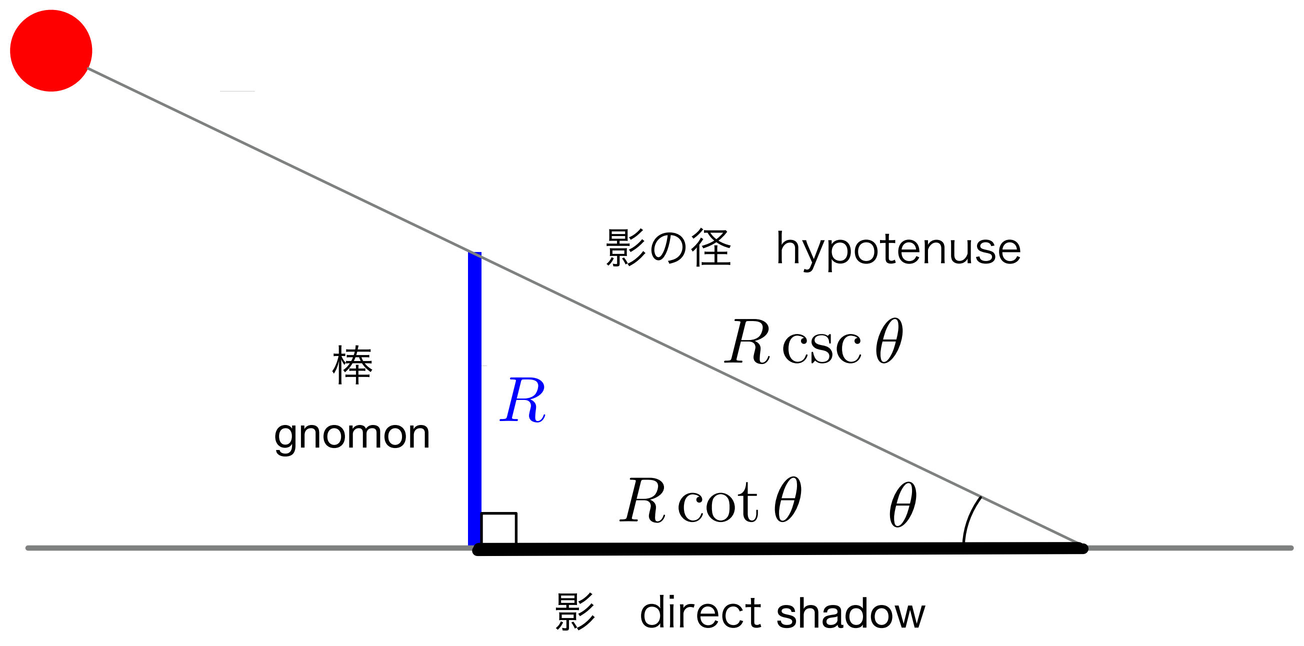
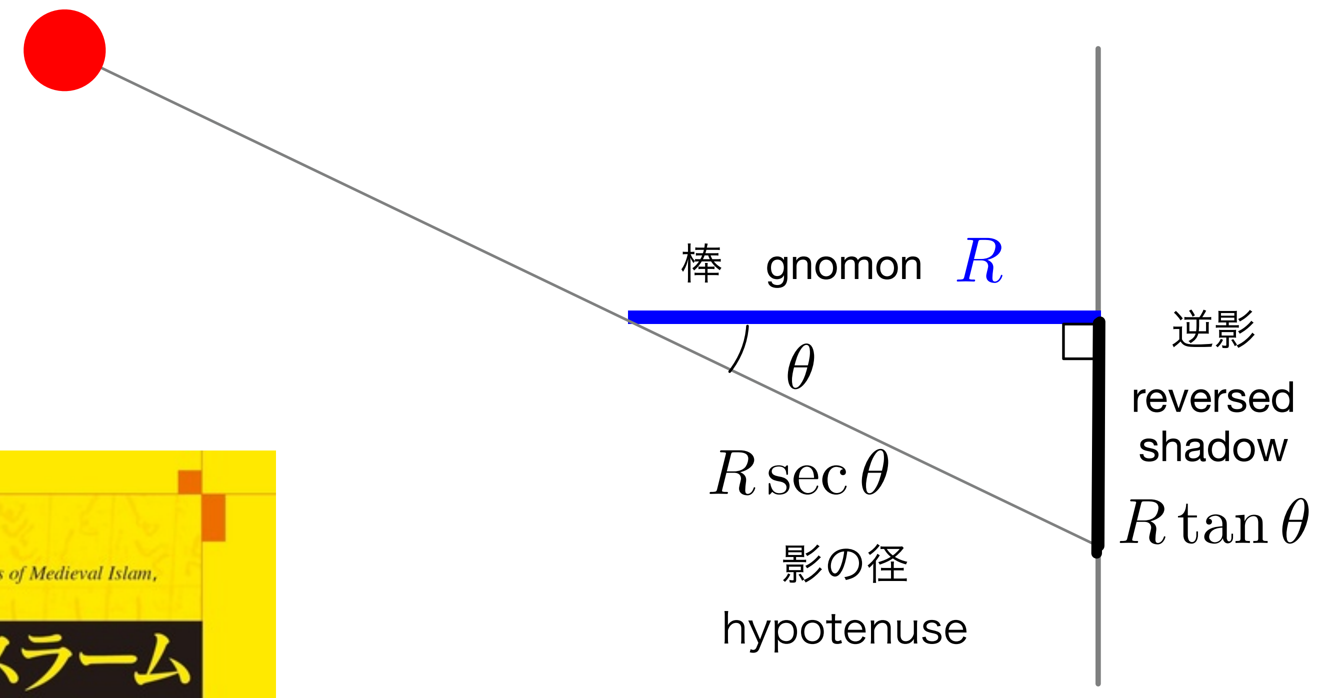


図 3.4: バースカラ 2 世による 4 つの三角関数の定義

イスラームで三角法が発展した　理由の1：日時計の影の長さ

影の長さ・影の径から tan, cot, sec, csc





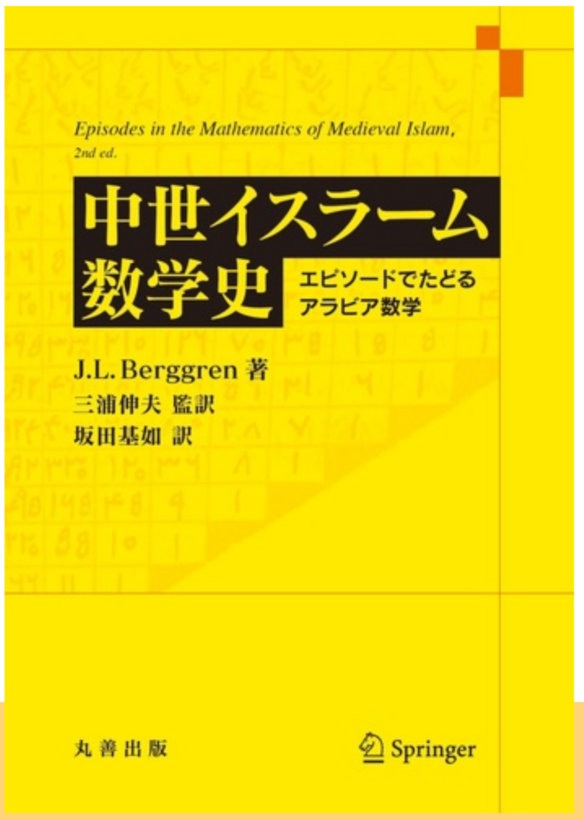
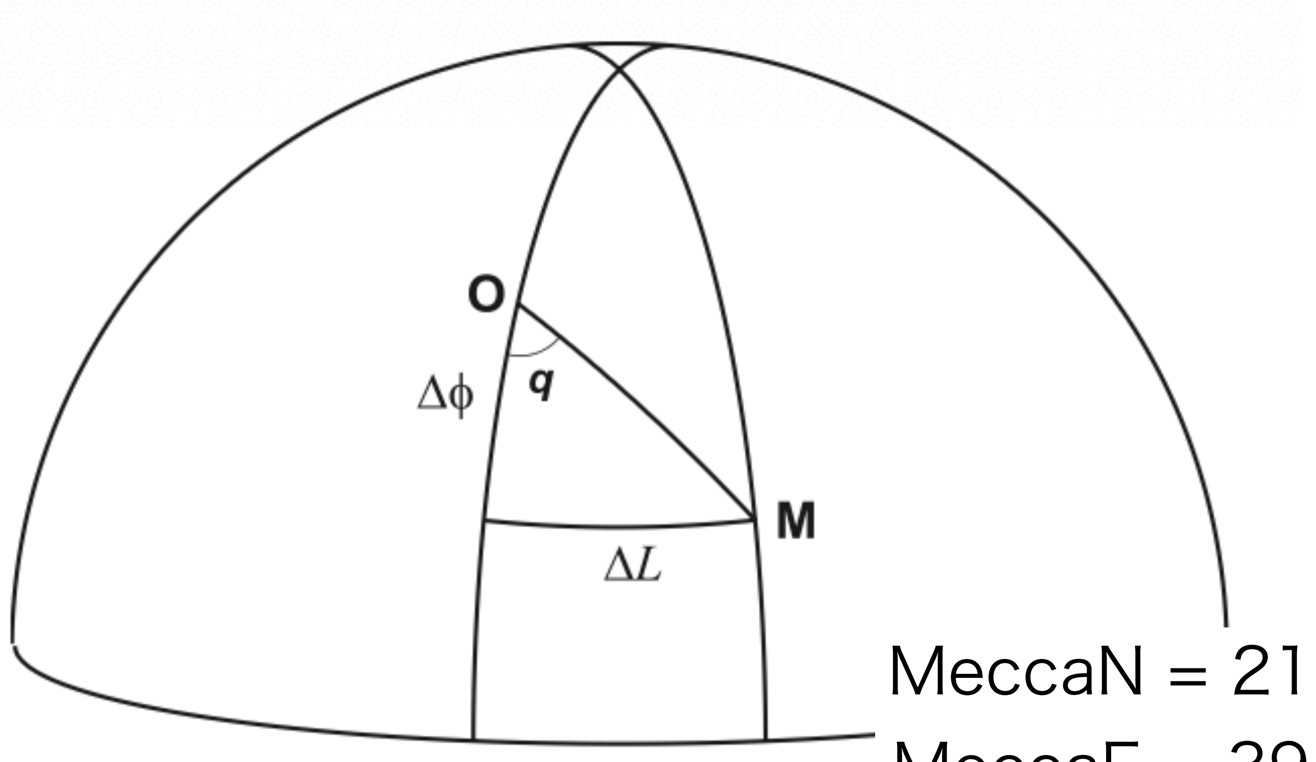


表 B.3: 三角法の発展に関係したイスラームの数学者．[15, 18] を参考に作成．大文字で始まる三角関数は半径を乗じた値（Sin θ は $60\sin\theta$ など）．

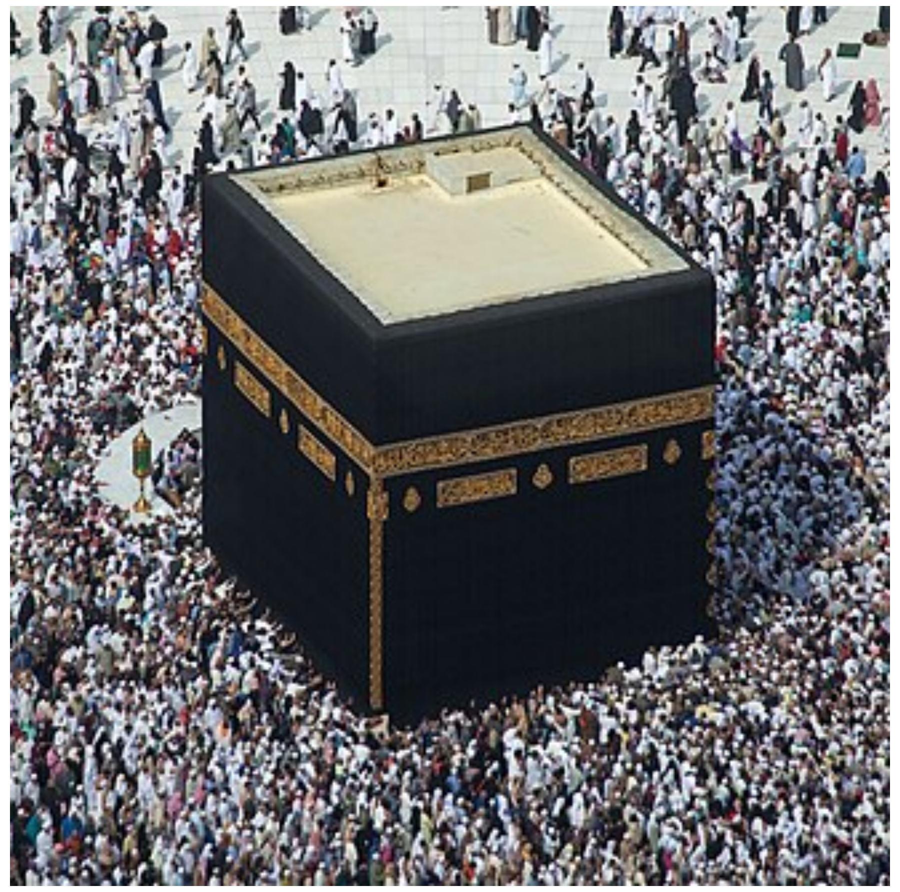
名前		主な貢献・特徴	三角関数表
アル＝フワーリズミー al-Khwārizmī	780-850	代数学の体系化，地理学的座標の改訂．アルゴリズムの語源．日時計，観象儀（アストロラーベ）なども作成したとされる．(フワーリズミーは「ホラズム出身の人」の呼称)	Sin θ (1° ごと, 3 桁), 12 cot θ (1° ごと，少数 1 桁)
ハバシュ・ハーシブ Ḥabash al-Ḥāsib	? -864 頃	太陽・月の距離と大きさに関してアラビア語で初めて言及．弦ではなく正弦を使うインド数学を用いるが，インド数学にはない球面三角表や 60 進法を用いるプトレマイオス天文学を中心にする．	Sin θ (15′ ごと，4 桁)，Tan θ(30′ ごと，小数 2 桁), Cot θ, Vers θ, Csc θ (1° ごと，3 桁)
アル・バッターニー Al-Battānī	853–929	三角法・球面三角法の発展．私立天文台を設けて観測し，489 個の恒星表作成．	Sin θ (30′ ごと，3 桁)，12 cot θ (1° ごと，小数 1 桁)
アブル・ワファー・ブーズジャーニー Abū al-Wafā' al-Būzjānī	940-998	三角関数の概念と計算法，円の分割，負数の研究，象限儀の考案．ギリシア科学文献の翻訳・注釈を行い，特にプトレマイオスの『アルマゲスト』の翻訳で名を残す．$R = 1$ で三角関数定義．正弦に対する加法定理．	Sin θ (1′ ごと，3 桁)
クーシュヤール・イブン・ラッバーン Kūshyār ibn Labbān	971–1029	『天体の距離と大きさに関する論文』	Sin θ (1′ ごと，3 桁)，Tan θ (1° ごと，3 桁)，7 cot θ, Vers θ (1° ごと，3 桁)
アル＝ビールーニー・アル＝フワーリズミー al-Bīrūnī al-Khwārizmī	973-1048	数学，測地学，天文学に多くの業績．歴史書『過去の足跡』，地理書『インド誌』，精密科学書『占星術要約』，百科全書『マスウード宝典』，地球の計測．『天文表』に正矢，60 進法の採用	Sin θ (10′ ごと，4 桁，表差 2 種)，Tan θ (1° ごと，5 桁，表差 2 種).
ナスィールッディーン・トゥースィー Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī	1201-1274	神学者，哲学者，数学者，天文学者．非ユークリッド幾何学の基礎，三角法の独立．正弦定理．(トゥースィーは「トゥース生まれの人」の呼称)	Sin θ, Vers θ, Tan θ (1′ ごと，3 桁)
ウルグ・ベク Uluġ Beg	1394–1449	サマルカンドに天文台を設立，1,018 の恒星表作成．	Sin θ, Tan θ (1′ ごと，5 桁)

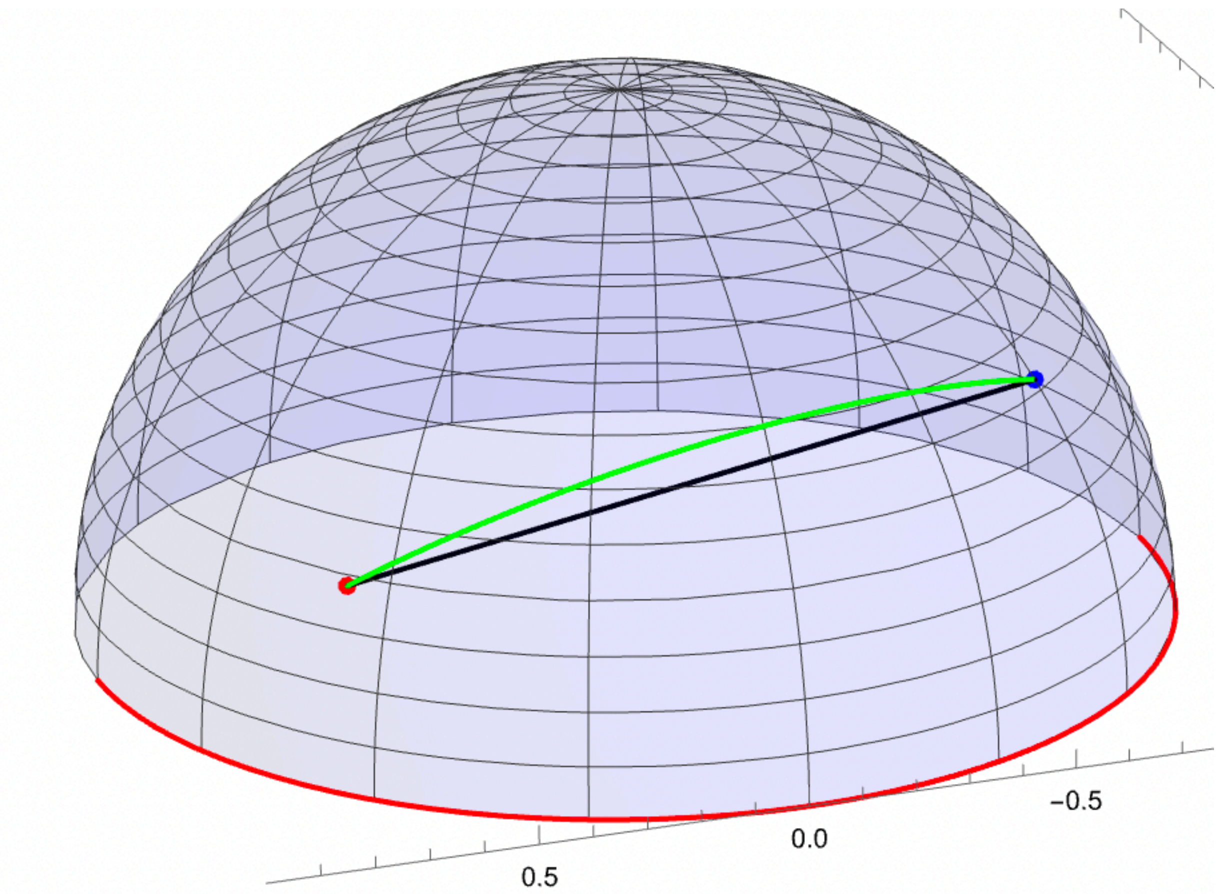
イスラームで三角法が発展した　理由の2：Qibla（キブラ）
＝メッカにあるカアバ神殿の方角

緯度差, 経度差を既知として, どちらを向けばよいか？



MeccaN = 21.4225 Degree;
MeccaE = 39.8236 Degree;





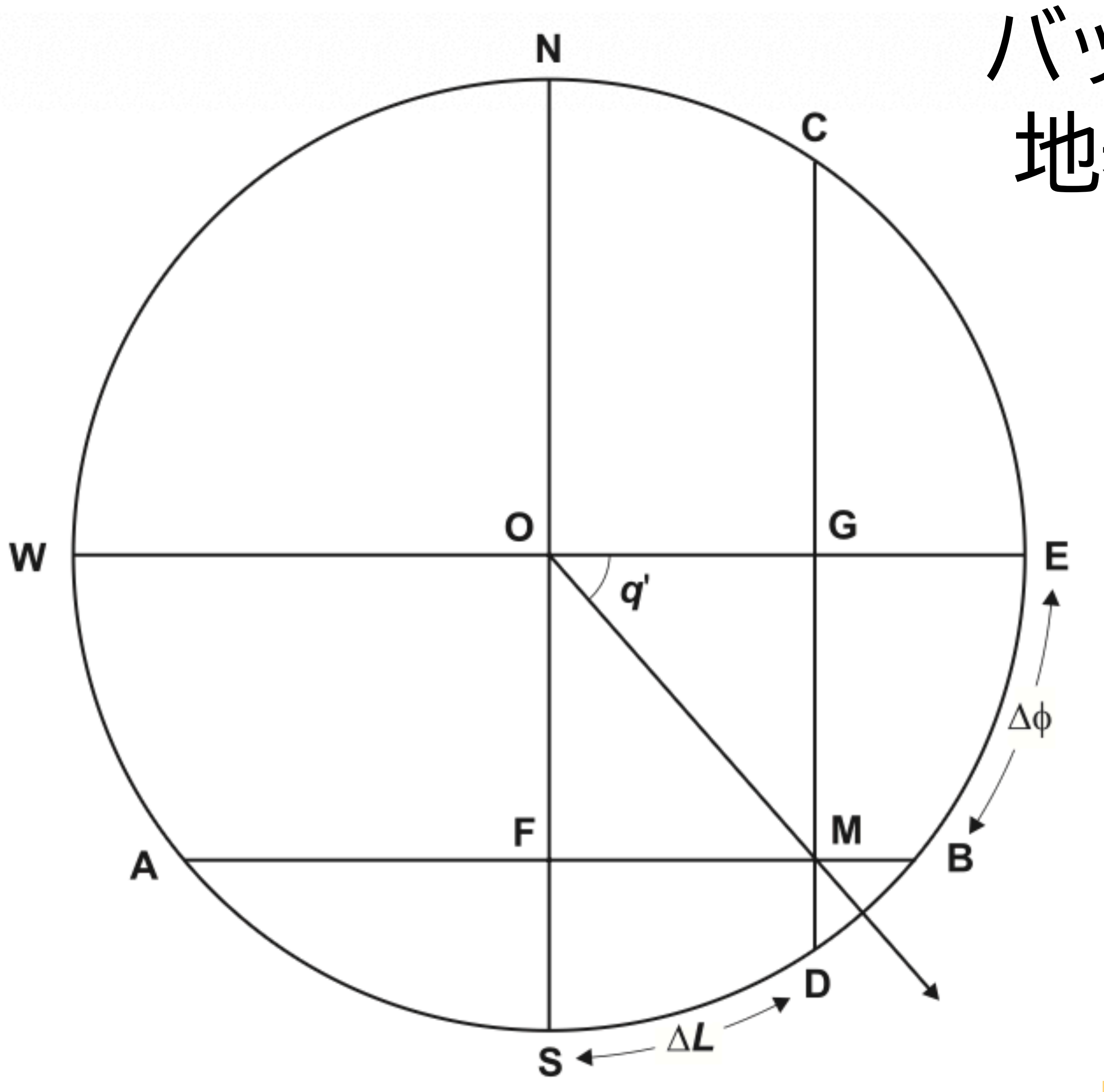


Figure 4.33
Al-Battānī's approximate solution to the *qibla*

バッターニー(850-909)
地表面での方向を考える

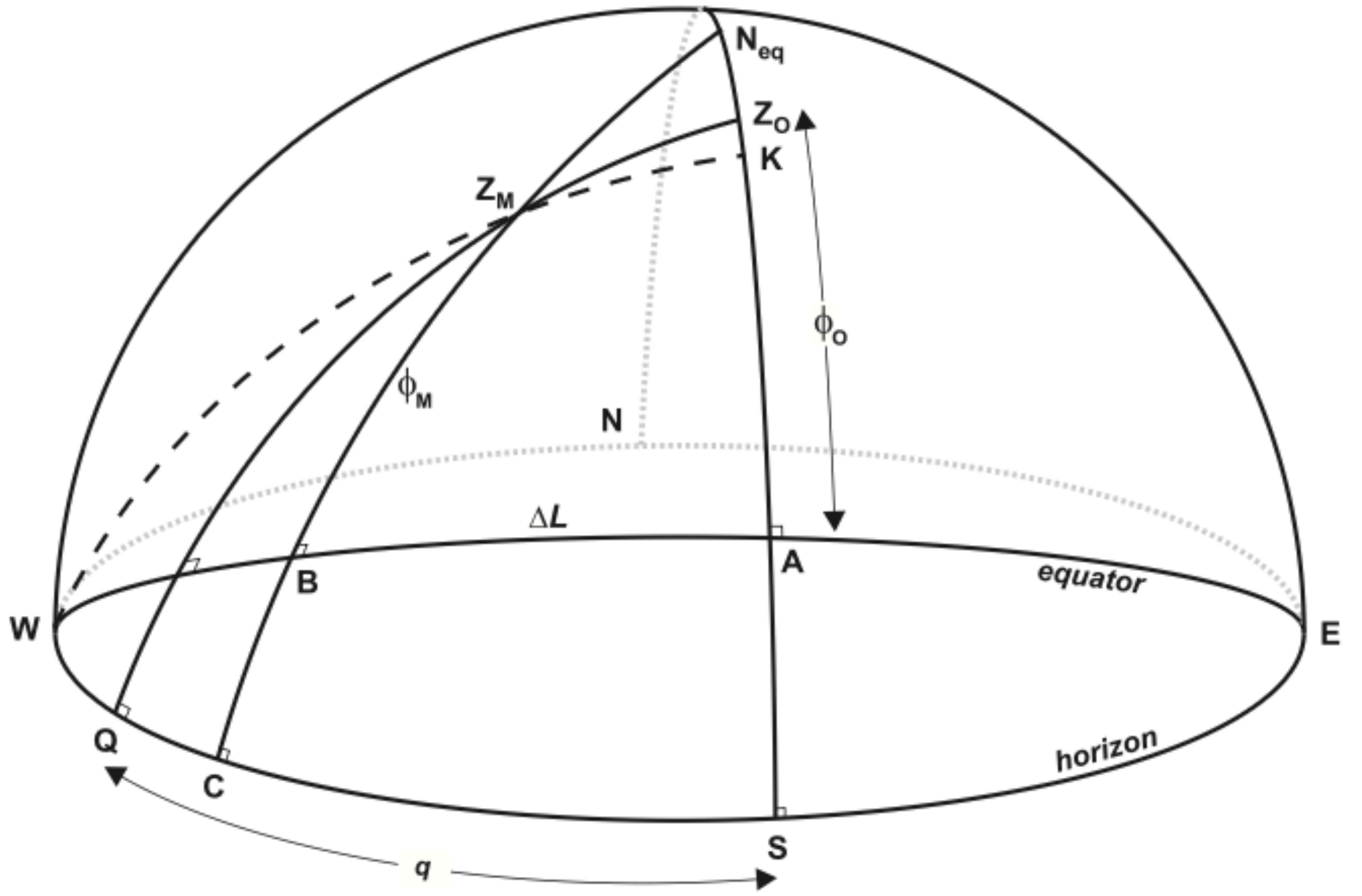


Figure 4.34
Al-Nayrīzī's *qibla* solution, and the method of the *zījes*

ナイリージー(875-940)
天頂方向の違いを考える

Brummelen『The Math. of the Heavens and the Earth』(Princeton, 2009)

12c ルネサンス　イスラム文化がヨーロッパに伝わる

ヒッパルコス(BC190頃-BC120頃)
プトレマイオス(83頃-168頃)『アルマゲスト』(2c)

ヴァラーハミヒラ (505-587)
ブラフマグプタ (598-665)
バースカラ2世 (1114-1185)

ハバシュ (? -864頃)
アル＝フワーリズミー (780-850)
アル・バッターニー (853-929)
アブル・ワファー (940-998)
アル＝ビールーニー (973--1048)
トゥースィー (1201-1274)

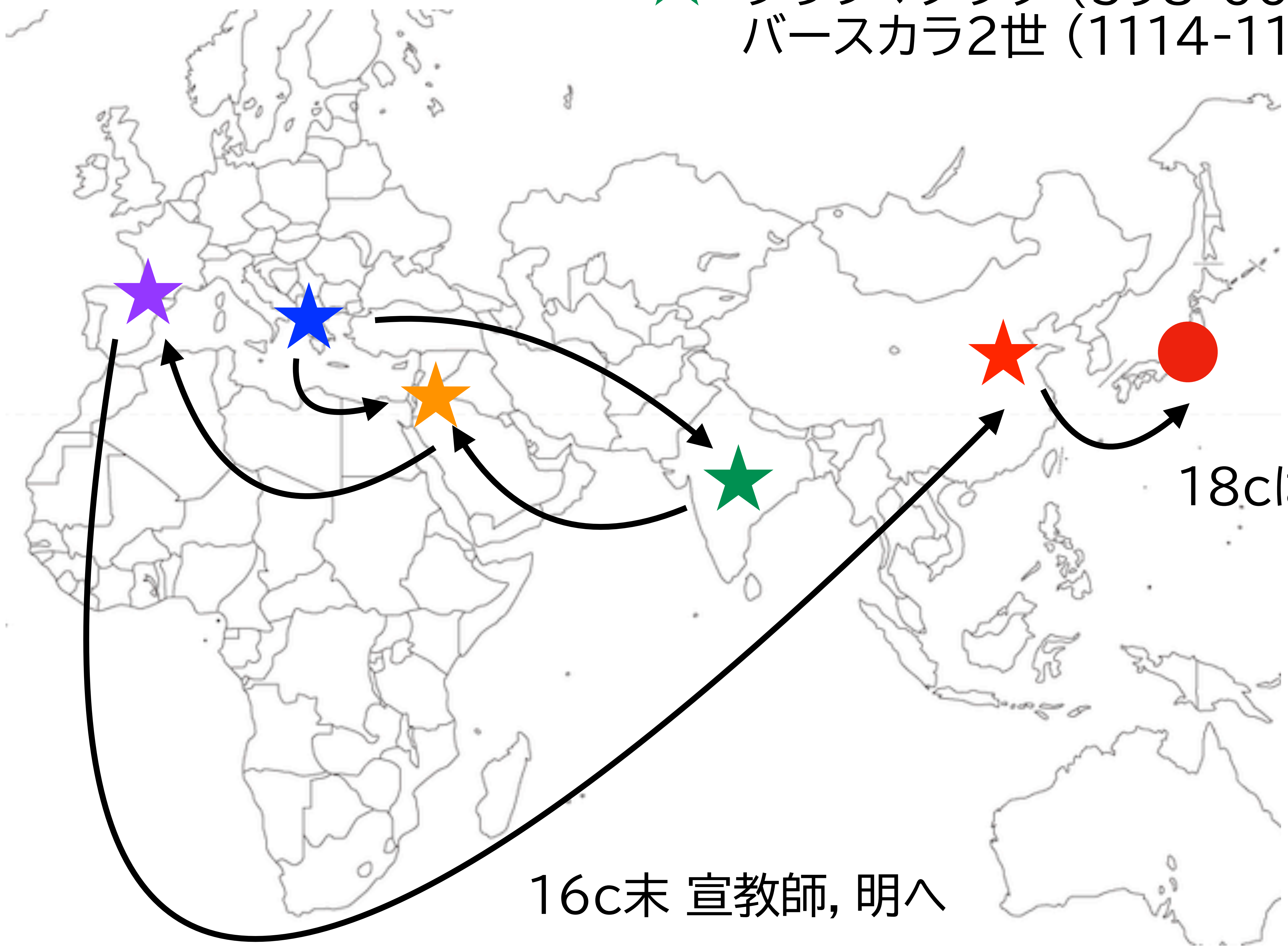
レギオモンタヌス (1436-1476)
レティクス (1514-1574)
ピティスクス (1561-1613)

16c末 イエズス会宣教師　明へ　　ヨーロッパ科学を伝える

ヒッパルコス(BC190頃-BC120頃)
プトレマイオス(83頃-168頃)『アルマゲスト』(2c)

ヴァラーハミヒラ (505-587)
ブラフマグプタ (598-665)
バースカラ2世 (1114-1185)

ハバシュ (? -864頃)
アル＝フワーリズミー (780-850)
アル・バッターニー (853-929)
アブル・ワファー (940-998)
アル＝ビールーニー (973--1048)
トゥースィー (1201-1274)



レギオモンタヌス (1436-1476)
レティクス (1514-1574)
ピティスクス (1561-1613)

アダム・シャール
徐光啓『崇禎暦書』(1634)
梅文鼎『暦算全書』(1723)

中根元圭『八線表算法解義』(1727頃)
建部賢弘『算暦雑考』(1722?)

八線表(三角関数表)に関する和算の文献

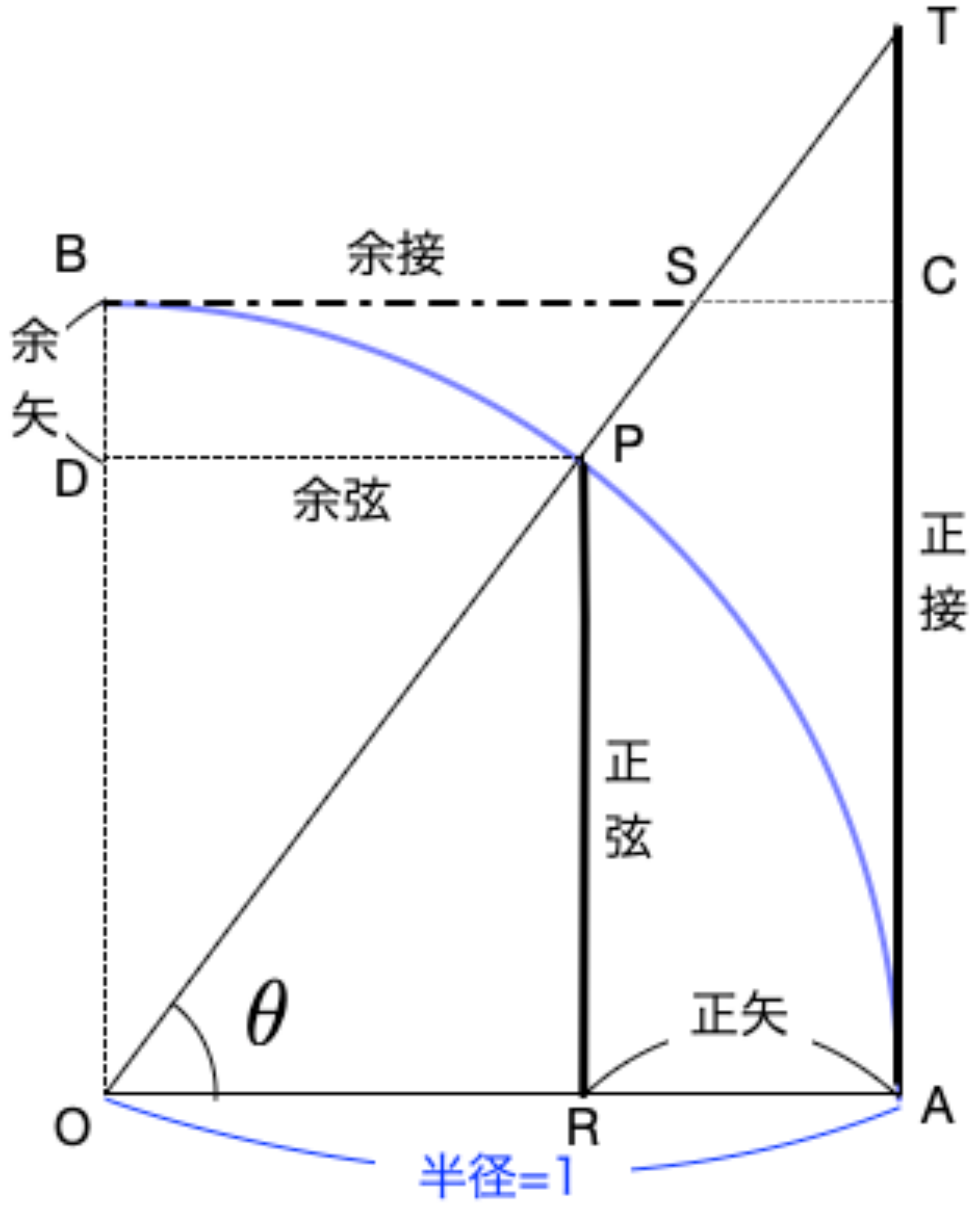
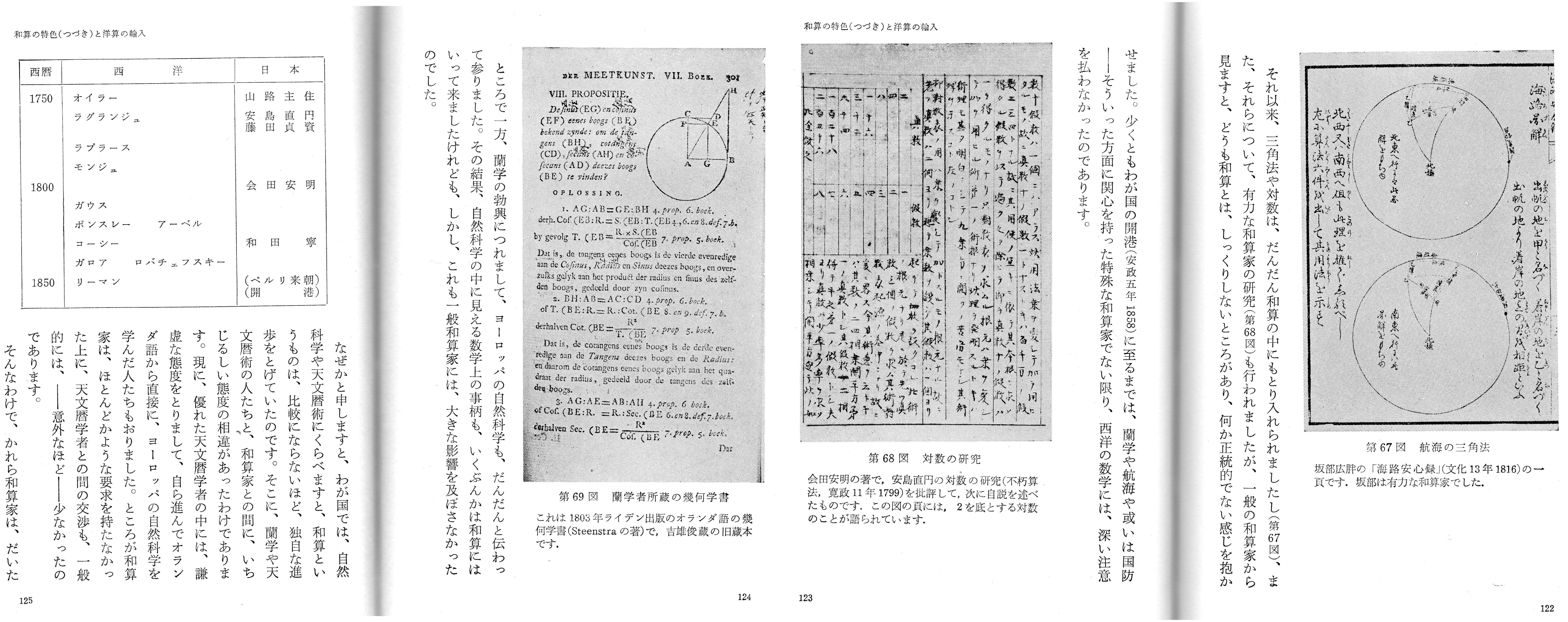


表 1: 和算における三角関数表（数学史事典 [1]「数表：和算」の項,『和算史年表』[2] から作成）

中国，オランダ	日本	
梅文鼎『暦算全書』(1723) 西洋の天文数学書，八線表は含まず 徐光啓『崇禎暦書』(1634) 西洋の天文学書，八線表あり	⇒1726 年輸入される 中根元圭が訓点を付け，建部賢弘が序文を書き 1733 年に吉宗に ⇒ 1727 年輸入される 割円八線表が渡来 中根元圭『八線表算法解義』(1727 頃)	
	戸板保佑『関算四伝書前伝』(-1780) 183，184 建部賢弘『算暦雑考』(年代不明)　日本初の三角関数表 松永良弼（よしすけ）『割円十分標』(1736) 安倍泰邦『(宝暦）暦法新書』(1760s)	1 度=60 分 半背/矢/半弦 1 度=100 分 1 度=60 分
『暦象考成』1 度=60 分，1 分=60 秒 八線表は含まず		
	石黒信由『八線表製法捷術』(1823)	
戴進賢『暦象考成続編』(1742) 八線表は含まず	⇒ 山路徳風，安倍泰栄『(寛政）暦法新書』(1838)	1 度=60 分
	渋川景佑，足立信行『新法暦書続編』(1844) 福田理軒『測量集成』(1855) 森七蔵正門『割円表』(1857)	1 度=60 分 1 度=100 分，10 分ごと正弦，正接
『数理精蘊（せいうん）』(1723) 対数表もあり	70 年ほど後に安島直円（あじまなおのぶ）が対数表	
Pibo Steenstra, *Grondbeginsels der Meetkunst*, Amsterdam, 1803	⇒ 輸入され，蘭学者・吉雄俊蔵 (1787-1847) が所蔵した [5]. 『暦算全書』と同じ三角関数定義図がある．	

Pibo Steenstra: Grondbeginsels der Meetkunst. (1803)

小倉金之助『日本の数学』（岩波新書，1940）



それ以来、三角法や対数は、だんだん和算の中にもとり入れられましたし(第67図)、また、それらについて、有力な和算家の研究(第68図)も行われましたが、一般の和算家から見ますと、どうも和算とは、しっくりしないところがあり、何か正統的でない感じを抱か

第67図　航海の三角法

坂部広胖の「海路安心録」(文化13年1816)の一頁です．坂部は有力な和算家でした．

122

和算の特色（つづき）と洋算の輸入

せました。少くともわが国の開港(安政五年1858)に至るまでは、蘭学や航海や或いは国防――そういった方面に関心を持った特殊な和算家でない限り、西洋の数学には、深い注意を払わなかったのであります。

第68図　対数の研究

会田安明の著で，安島直円の対数の研究(不朽算法，寛政11年1799)を批評して，次に自説を述べたものです．この図の頁には，2を底とする対数のことが語られています．

123

ところで一方、蘭学の勃興につれまして、ヨーロッパの自然科学も、だんだんと伝わって参りました。その結果、自然科学の中に見える数学上の事柄も、いくぶんかは和算にはいって来ましたけれども、しかし、これも一般和算家には、大きな影響を及ぼさなかったのでした。

DER MEETKUNST. VII. BOEK. 301

VIII. PROPOSITIE.

De sinus (EG) *en cosinus* (EF) *eenes boogs* (BE) *bekend zynde: om de tangens* (BH), *cotangens* (CD), *secans* (AH) *en cosecans* (AD) *deezes boogs* (BE) *te vinden?*

OPLOSSING.

1. AG:AB=GE:BH 4. *prop.* 6. *boek.*
derh. Cos.(EB:R.=S.(EB:T.(EB 4, 6. *en* 8. *def.* 7. *b.*
by gevolg T.(EB $= \frac{R.\times S.(EB}{Cos.(EB}$ 7. *prop.* 5. *boek.*

Dat is, de tangens eenes boogs is de vierde evenredige aan de *Cosinus*, *Radius* en *Sinus* deezes boogs, en overzulks gelyk aan het product der radius en sinus des zelfden boogs, gedeeld door zyn cosinus.

2. BH:AB=AC:CD 4. *prop.* 6. *boek.*
of T.(BE:R.=R.:Cot.(BE 8. *en* 9. *def.* 7. *b.*
derhalven Cot.(BE $= \frac{R^2}{T.(BE}$ 7. *prop* 5. *boek.*

Dat is, de cotangens eenes boogs is de derde evenredige aan de *Tangens* deezes boogs en de *Radius*: en daarom de cotangens eenes boogs gelyk aan het quadraat der radius, gedeeld door de tangens des zelfden boogs.

3. AG:AE=AB:AH 4. *prop.* 6 *boek.*
of Cos.(BE:R. =R.:Sec.(BE 6. *en* 8. *def.* 7. *boek.*
derhalven Sec.(BE $= \frac{R^2}{Cos.(BE}$ 7. *prop.* 5. *boek.*

Dat

第69図　蘭学者所蔵の幾何学書

これは1803年ライデン出版のオランダ語の幾何学書(Steenstraの著)で，吉雄俊蔵の旧蔵本です．

124

和算の特色（つづき）と洋算の輸入

西暦	西洋	日本
1750	オイラー	山路主住
	ラグランジュ	安島直円 藤田貞資
	ラプラース	
	モンジュ	
1800		会田安明
	ガウス	
	ポンスレー　アーベル	
	コーシー	和田寧
	ガロア　ロバチェフスキー	
1850	リーマン	(ペルリ来朝)(開港)

なぜかと申しますと、わが国では、自然科学や天文暦術にくらべますと、和算というものは、比較にならないほど、独自な進歩をとげていたのです。そこに、蘭学や天文暦術の人たちと、和算家との間に、いちじるしい態度の相違があったわけであります。現に、優れた天文暦学者の中には、謙虚な態度をとりまして、自ら進んでオランダ語から直接に、ヨーロッパの自然科学を学んだ人たちもおりました。ところが和算家は、ほとんどかような要求を持たなかった上に、天文暦学者との間の交渉も、一般的には、――意外なほど――少なかったのであります。

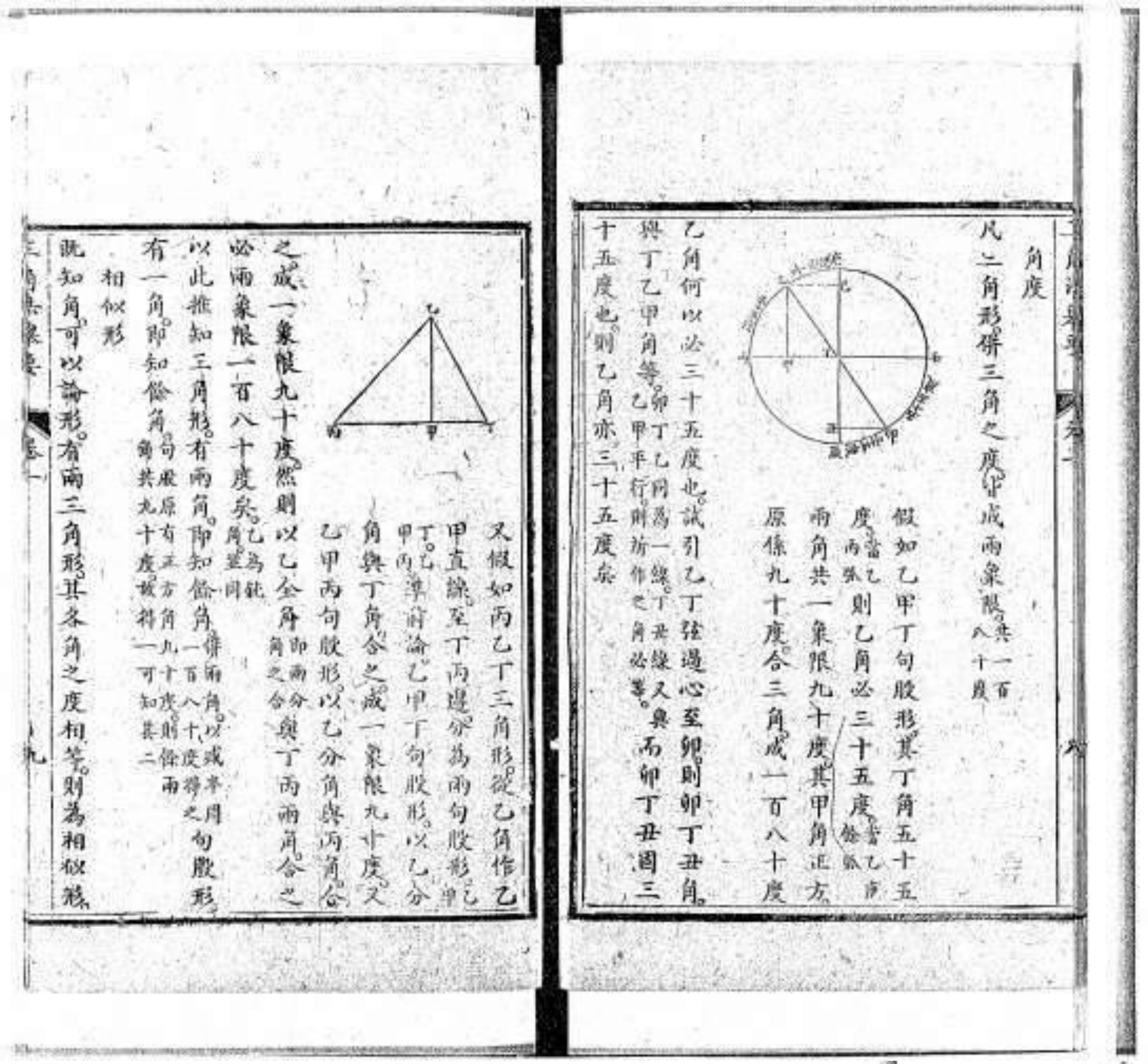
そんなわけで、かれら和算家は、だいた

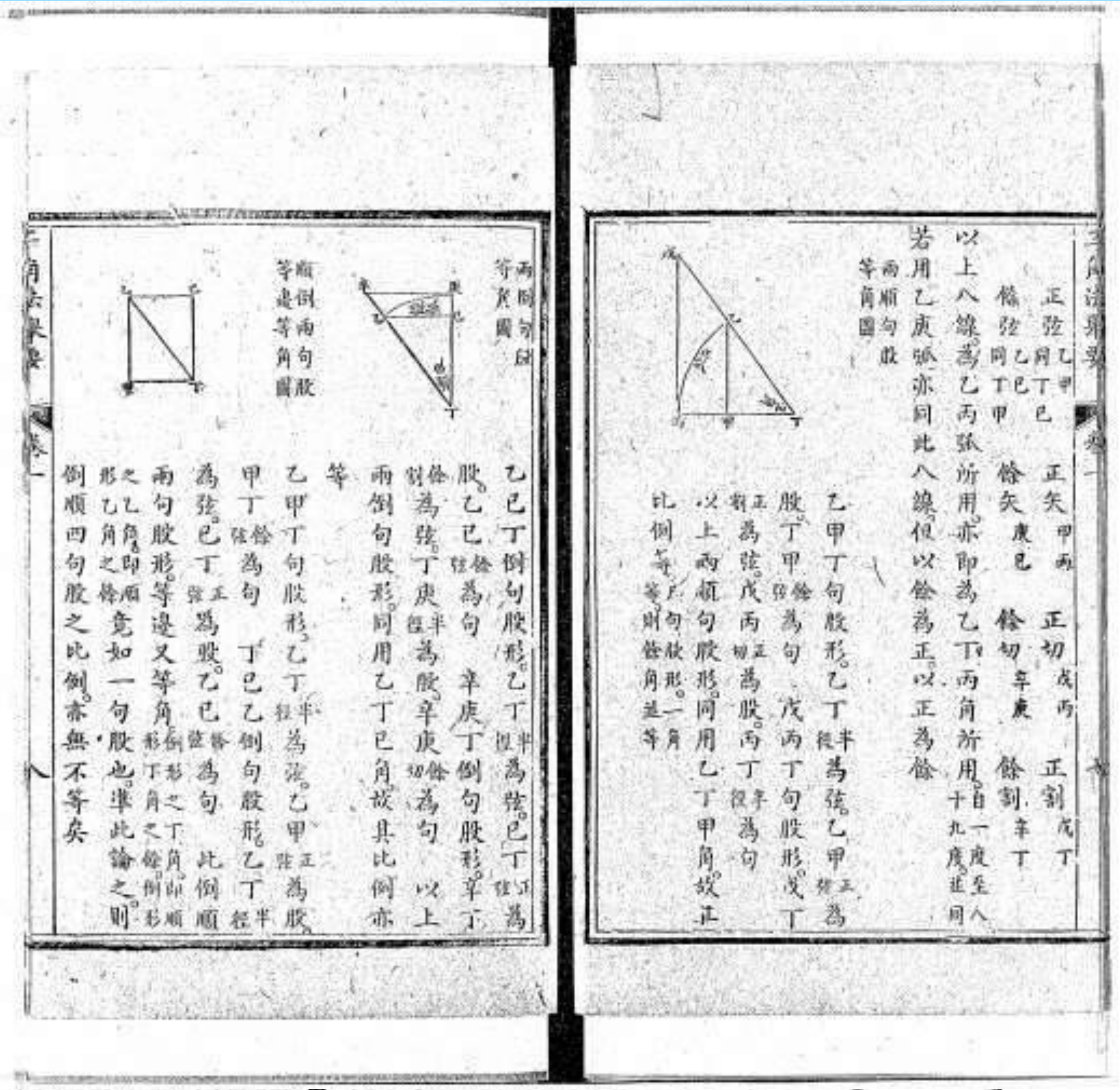
125

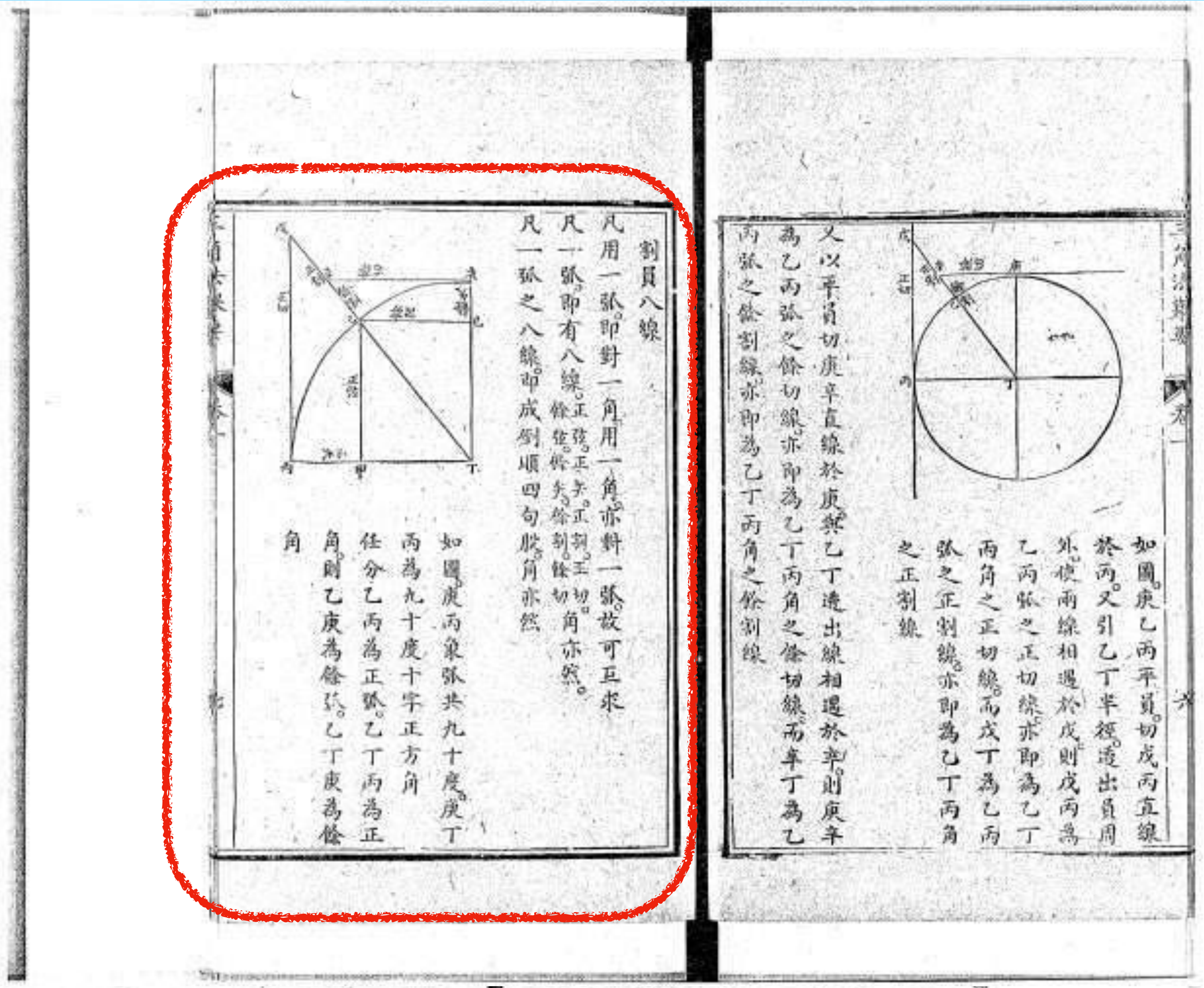
ref) 黒田孝郎「オランダ渡来の数学書」数学史研究 100 (1984) 21

梅文鼎『暦算全書』(1723)

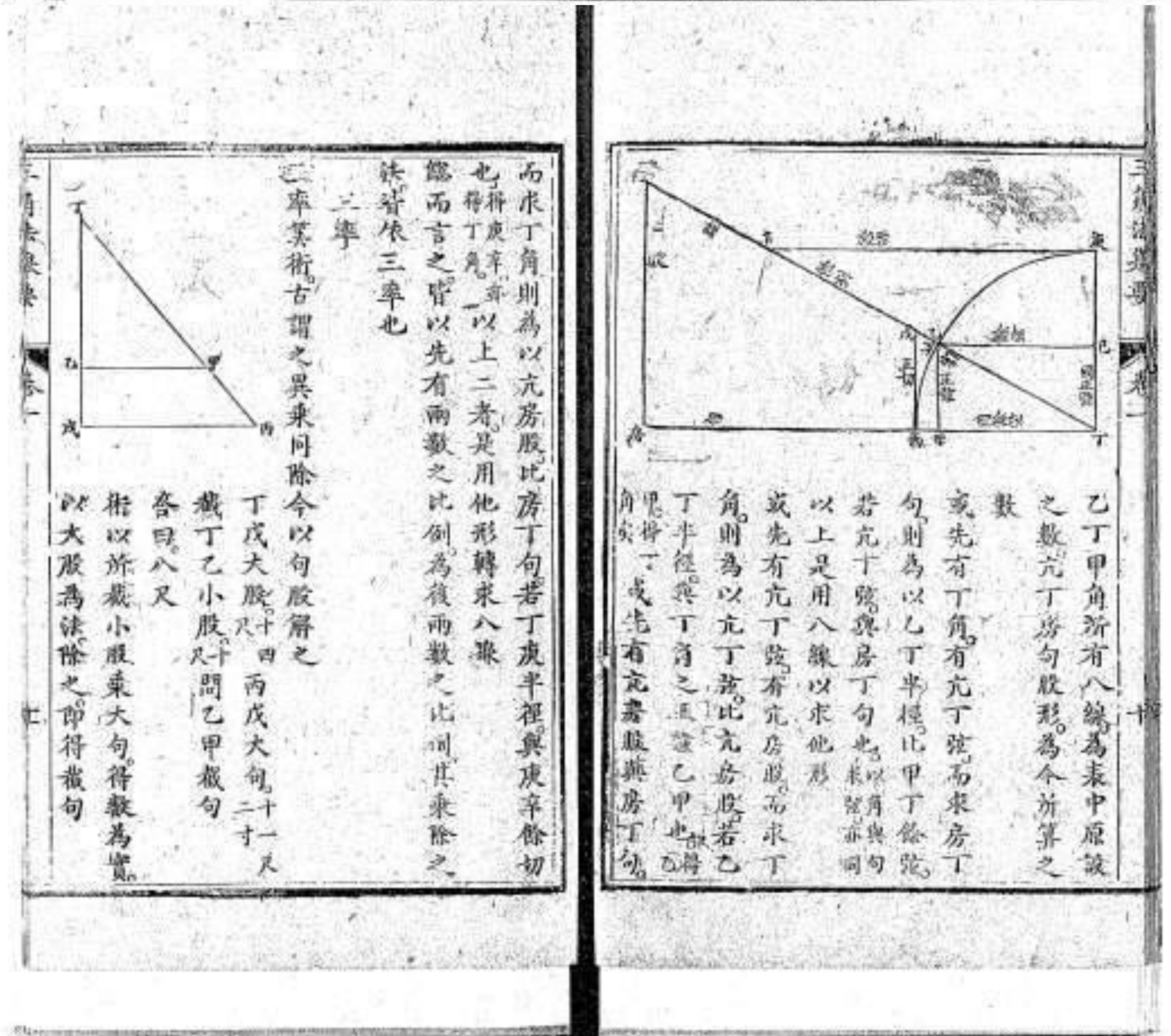
https://kokusho.nijl.ac.jp/biblio/100238563/1?ln=ja

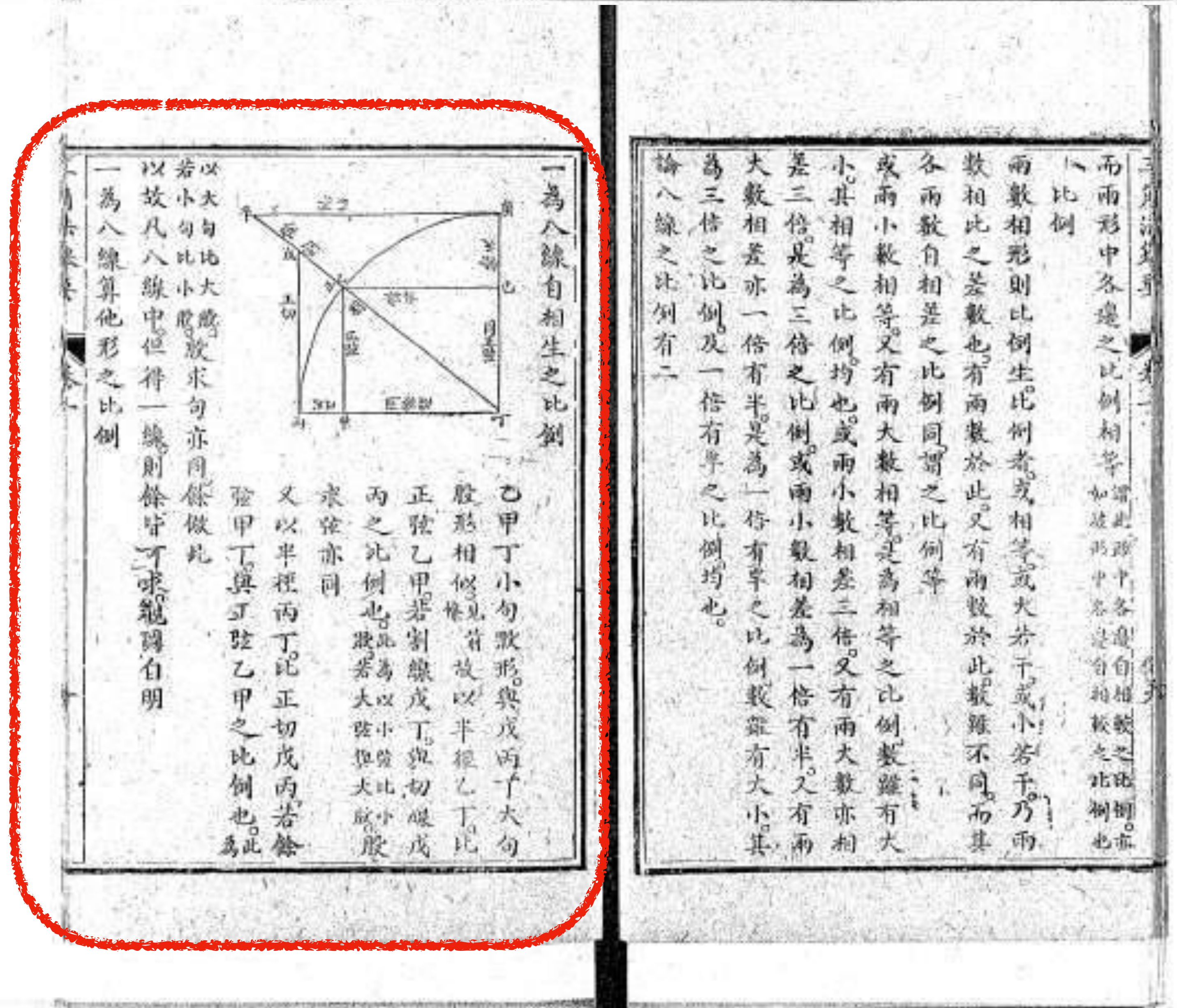






中国，清代初期の学者梅文鼎(1633-1721)が1723年に著した，暦学（天文学）と数学に関する著作をまとめた75巻の書．





梅文鼎の肖像

李迪 (編著)，大竹茂雄，陸 人瑞(共訳)『中国の数学通史』（森北出版，2002）より

八線表がなかった.... 「御用本」として緊急取り寄せ

1723年版　1724年版

	雍正元年版総目	雍正二年版総目
	法原	法原
1	平三角擧要五巻即三角法擧要	平三角擧要五巻
2	勾股闡微四巻	勾股闡微四巻首巻楊著
3	弧三角擧要五巻	弧三角擧要五巻
4	環中黍尺六巻	環中黍尺五巻
5	塹堵測量二巻	塹堵測量二巻
6	方圓冪積一巻	方圓冪積一巻
7	幾何補編五巻	幾何補編五巻
8	解割圓之根一巻	解八線之根楊著
	法数	法数
9	割圓八線之表一巻 続出	割圓八線之表二巻
	曆學	曆学
10	曆學疑問三巻	曆學疑問三巻
11	曆學疑問補二巻	曆學疑問補二巻
12	交會管見一巻	交會管見一巻
13	交食蒙求三巻　日食　月食	交食蒙求三巻　日食　月食
14	揆日候星紀要一巻	揆日候星紀要一巻
15	歳周地度合巧一巻	歳周地度合巧一巻
16	冬至巧一巻	春秋以来冬至巧一巻
17	諸方日軌高度表一巻	諸方節気加時日軌高度表一巻
18	五星紀要一巻	五星要略一巻
19	火星本法一巻	火星本法一巻
20	七政細草補註一巻	七政細草補註一巻
21	二銘補註一巻	仰儀簡儀二銘補註一巻
22	曆學駢枝四巻	曆學駢枝四巻
23	平立定三差解一巻	授時平立定三差解一巻
24	曆學答問一巻	曆學答問一巻
	算學	算學
25	古算演略一巻	古算演略一巻
26	筆算五巻	筆算五巻
27	籌算七巻	籌算七巻
28	度算釋例二巻	度算釋例二巻
29	方程論六巻	方程論六巻
30	少廣拾遺一巻	少廣拾遺一巻
	跋	——

表３　兼済堂纂刻梅勿庵先生暦算全書の總目の比較

小林龍彦,　科学史研究41 (2002) p26.

ど注目されてこなかった。以下に、『舶載書目』の該当箇所を引用する。

御用　　仝〔享保一二未〕三十七番船

一、割円八線之表　一套　二本

目録　上巻切初度至四十五度之度
下巻切四十〔ママ〕九度至八十九度之度

宣城梅文鼎定九父著

安渓李光墺康卿・〔李〕光里儀卿　同校

一、八線表　一套　一本

礼部尚書兼翰林院学士詹事府加一級臣徐光啓奉

旨督修　会士　鄧玉函　譔

同会　鄭弘猷・龍華民・羅雅谷・湯若望・焦応旭　同訂

宋可乗・魏邦綸・掌乗・祝□元・張寀臣　受法

陳応登・〔陳〕于階　較梓

一〔ママ〕　暦書法数部　割円八線表用法

列表法二条　表中用線相求法九条　表外用法八条(70)

第四章　徳川吉宗の数理科学書収集と長崎聖堂（平岡）

表１　八線表の舶載・受入記録の食い違い

日時	『舶載書目』	『幕府書物方日記』
享保12年（1727）４月25日		(A)「割円八線之表」写本１冊到着、建部賢弘に貸し出し。附属の「刻本之手本」とともに同年10月８日納庫
同年10月14日	(1)「割円八線之表」２冊舶載	
	(2)「八線表」１冊舶載	
同年10月26日		(B)「割円八線之表」２冊到着、田沼主殿預けとされる。享保18年５月16日納庫
享保13年（1728）３月17日		(C)「割円勾股八線表」刊本１冊納庫
		(参考)「割円八線互求法」写本１冊

平岡隆二「徳川吉宗の数理科学書収集と長崎聖堂」
（佐藤賢一・梅田千尋・平岡隆二　編『幕府天文方の研究』思文閣出版，2026 所収）

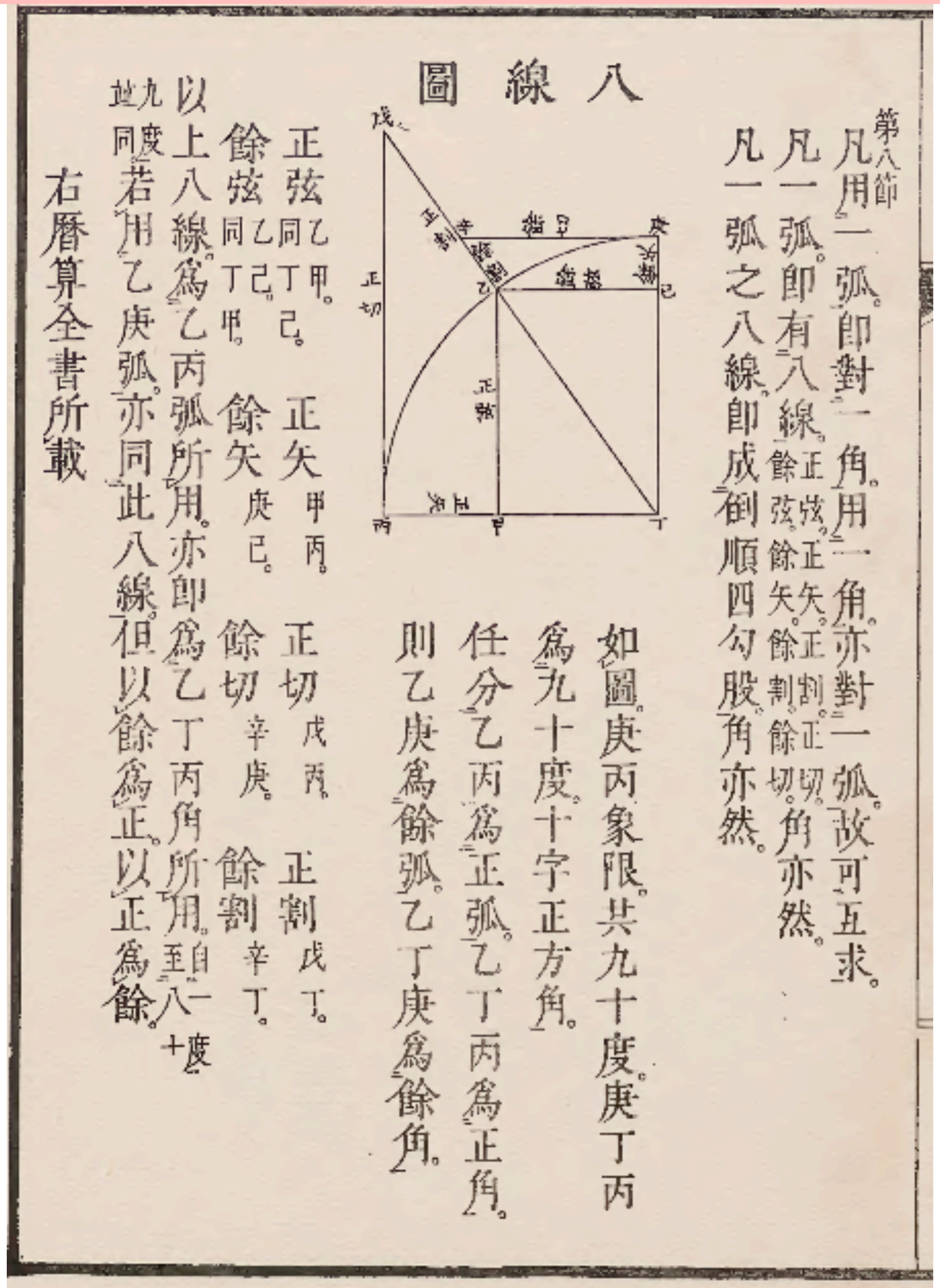
徐光啓『崇禎暦書』(1634)　暦引図編より

https://www.digital.archives.go.jp/file/1076421.html
https://kokusho.nijl.ac.jp/biblio/100240353/1?ln=ja

中国，明代末（1631-1634年）に徐光啓(1562--1633)・李子藻らがイエズス会宣教師アダム・シャール(Johann Adam Schall von Bell, 湯若望，1591--1666)らの協力のもと，西洋暦法に基づく135巻からなる暦法書．清代における新暦編纂の重要な参考書となった．

徐光啓の肖像

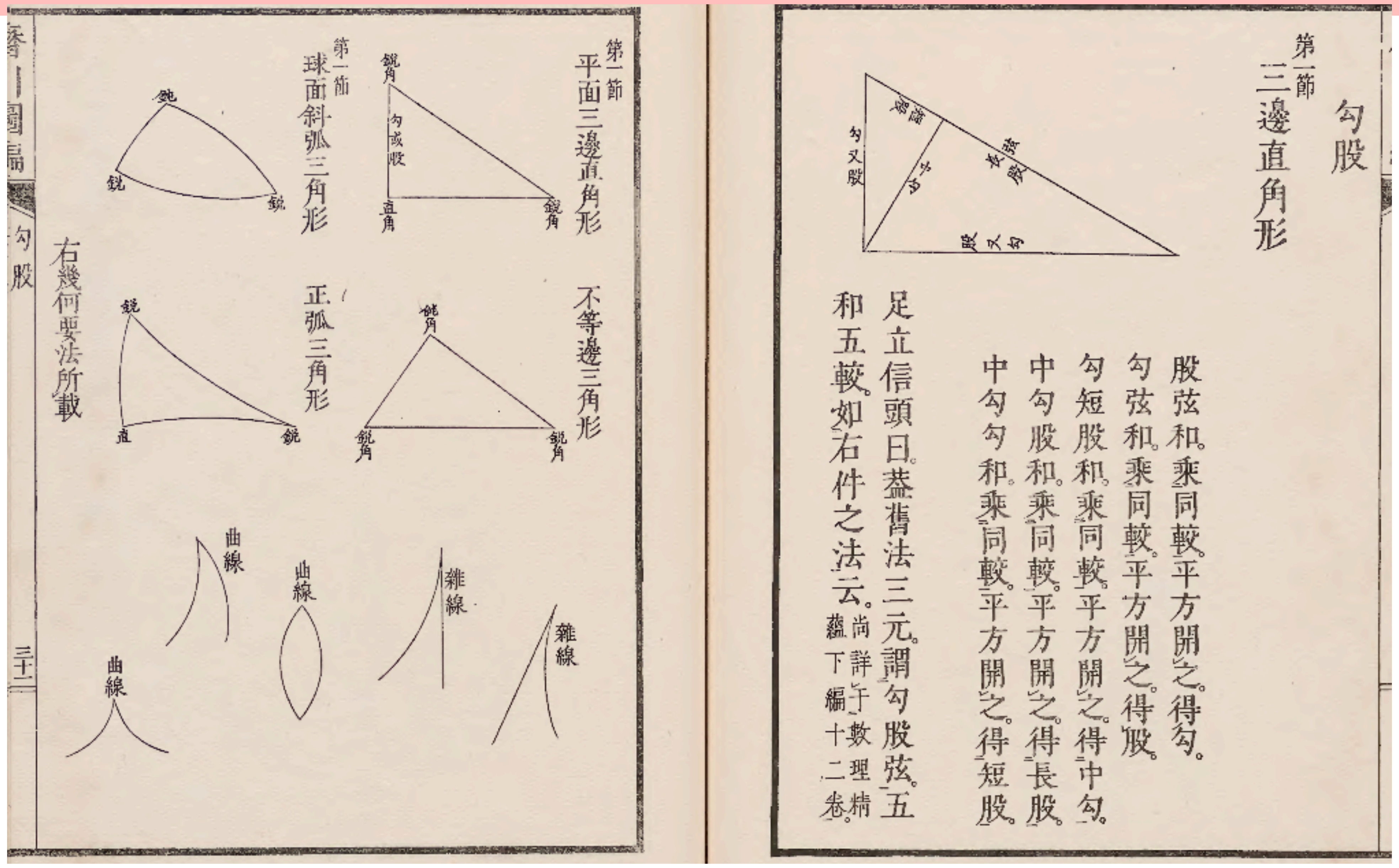
李迪 (編著)，大竹茂雄，陸 人瑞(共訳)『中国の数学通史』（森北出版，2002）より

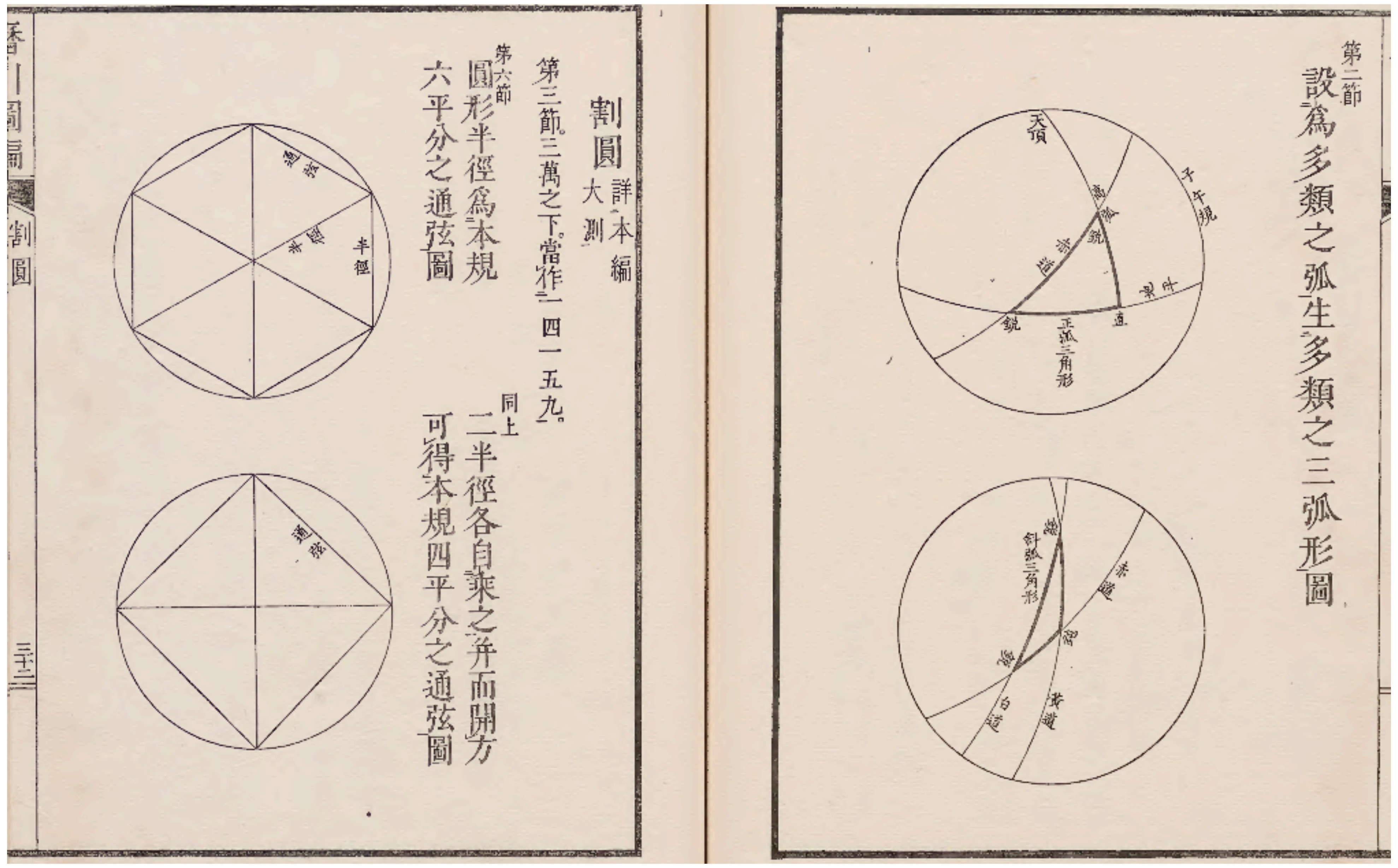


第八節
凡用一弧即對一角用一角亦對一弧故可互求
凡一弧即有八線 正弦 餘弦 正矢 餘矢 正切 餘切 正割 餘割 角亦然
凡一弧之八線即成倒順四勾股角亦然

八線圖

如圖庚丙象限共九十度庚丁丙為九十度十字正方角
任分乙丙為正弧乙丁丙為正角
則乙庚為餘弧乙丁庚為餘角
正弦乙甲 餘弦乙己同丁甲
正矢甲丙 餘矢庚己
正切戊丙 餘切辛庚
正割戊丁 餘割辛丁
以上八線為乙丙弧所用亦即為乙丁丙角所用自一至八十九度並同若用乙庚弧亦同此八線但以餘為正以正為餘
右曆算全書所載



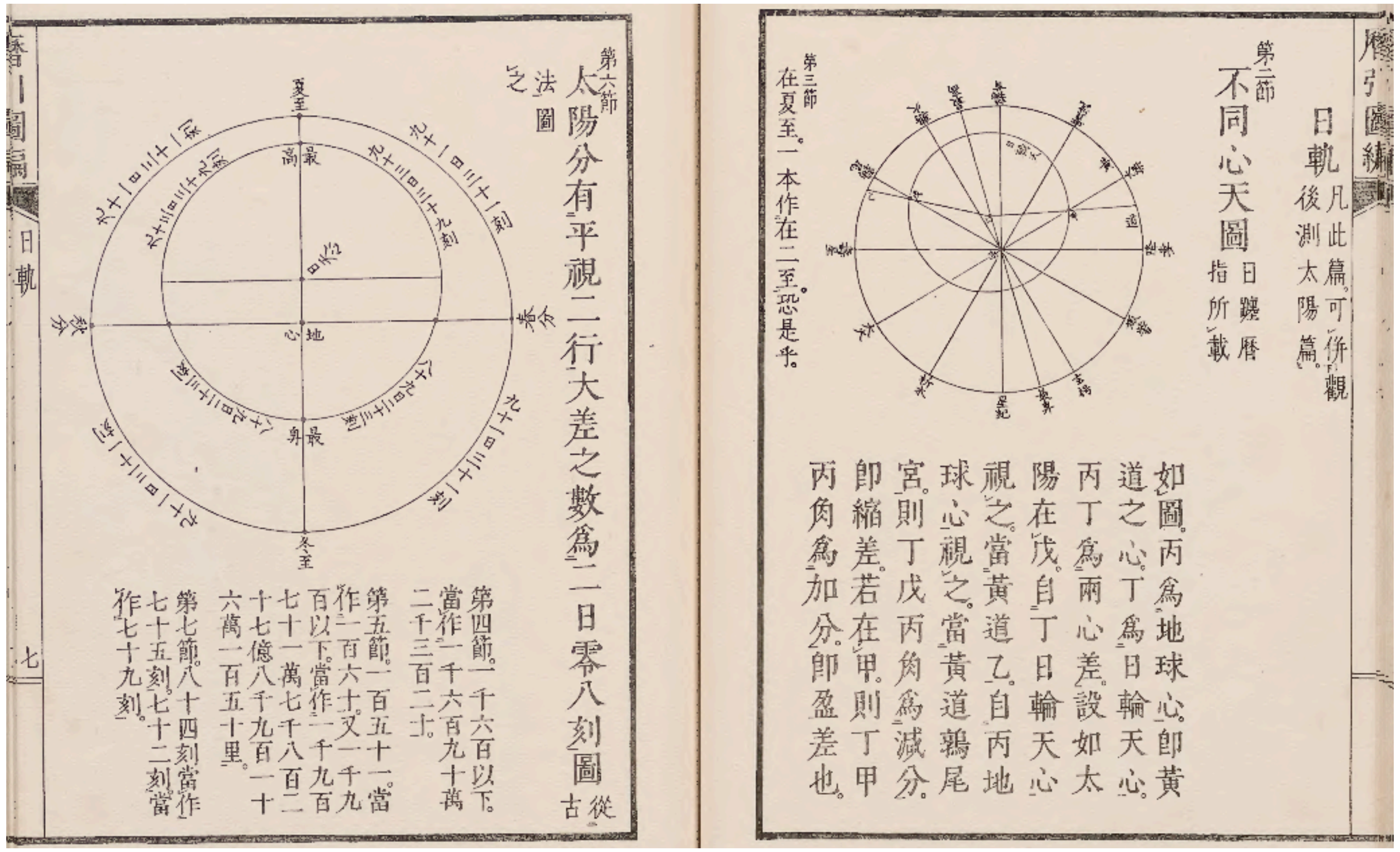


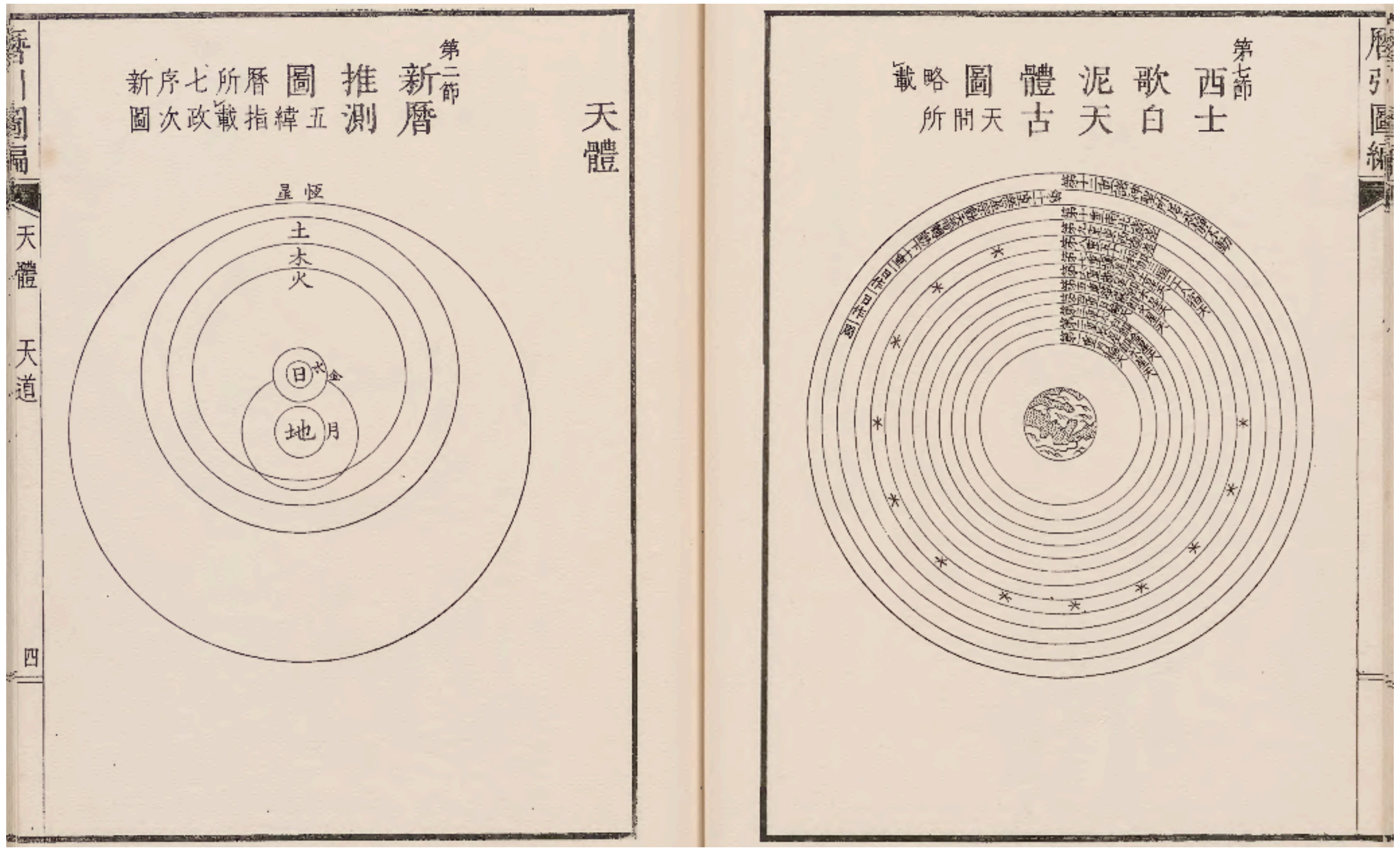
徐光啓『崇禎暦書』(1634)　暦引図編より

https://www.digital.archives.go.jp/file/1076421.html
https://kokusho.nijl.ac.jp/biblio/100240353/1?ln=ja

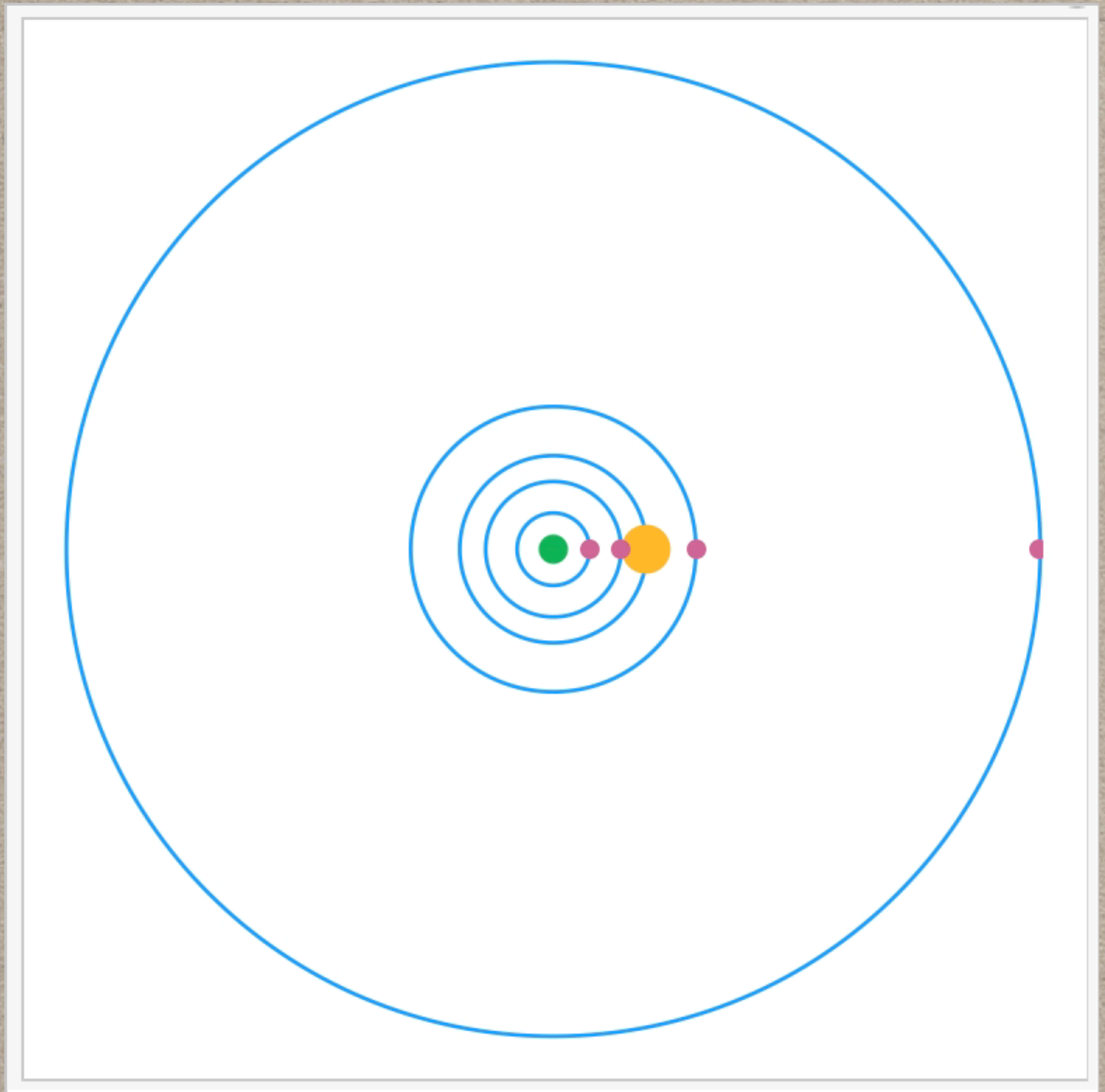
中国，明代末（1631-1634年）に徐光啓(1562--1633)・李子藻らがイエズス会宣教師アダム・シャール(Johann Adam Schall von Bell, 湯若望，1591--1666)らの協力のもと，西洋暦法に基づく135巻からなる暦法書．清代における新暦編纂の重要な参考書となった．

ケプラー(1609)
惑星の楕円運動の法則

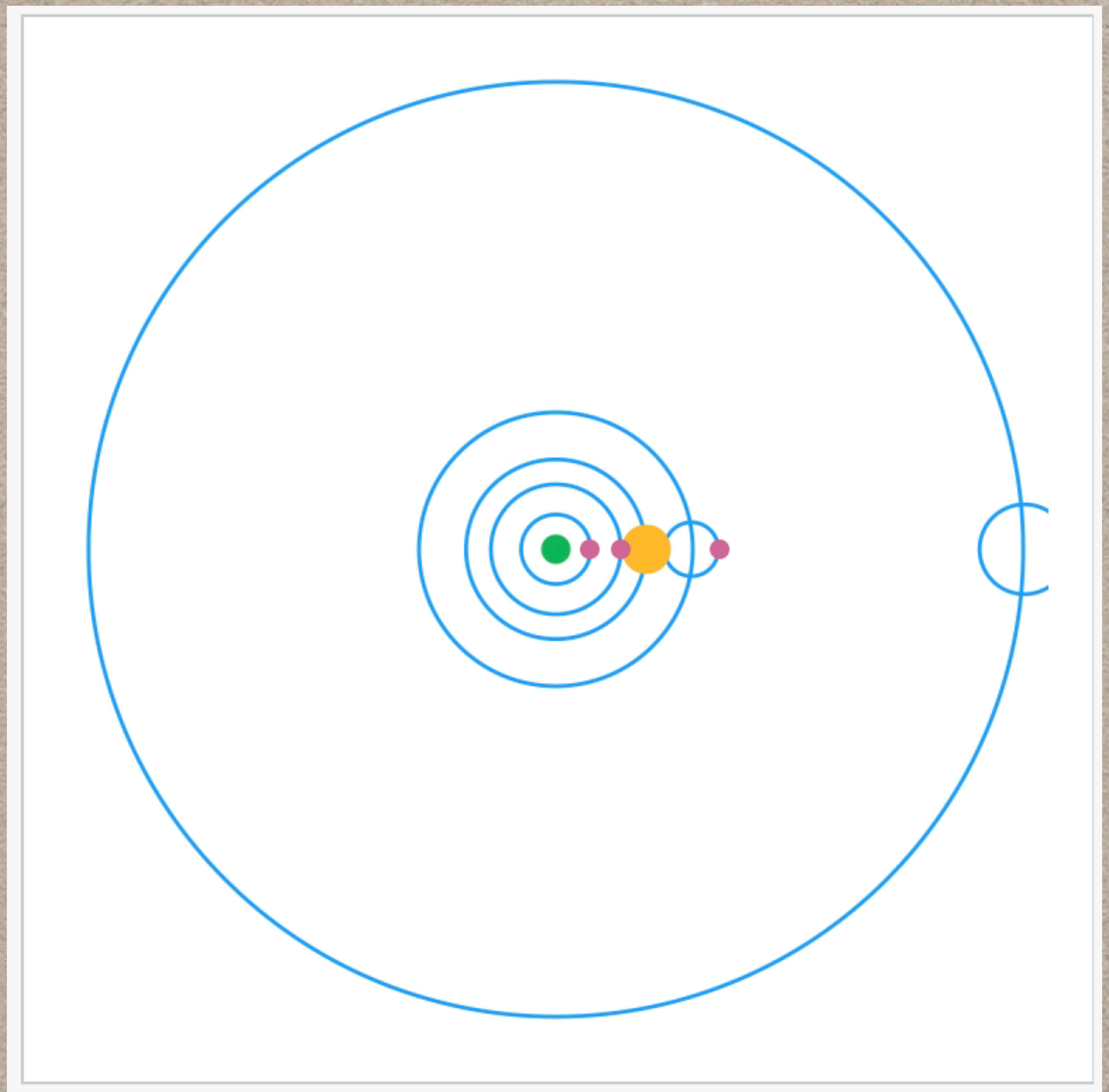




チコ・ブラーエ
太陽系モデル



天動説
地球中心説



天動説＋周天円
地球中心説

Claudius Ptolemaeus
克劳狄斯 托勒密

コペルニクス『天体の回転について』(1543)

地動説　(heliocentric theory)

　コペルニクス(16c)

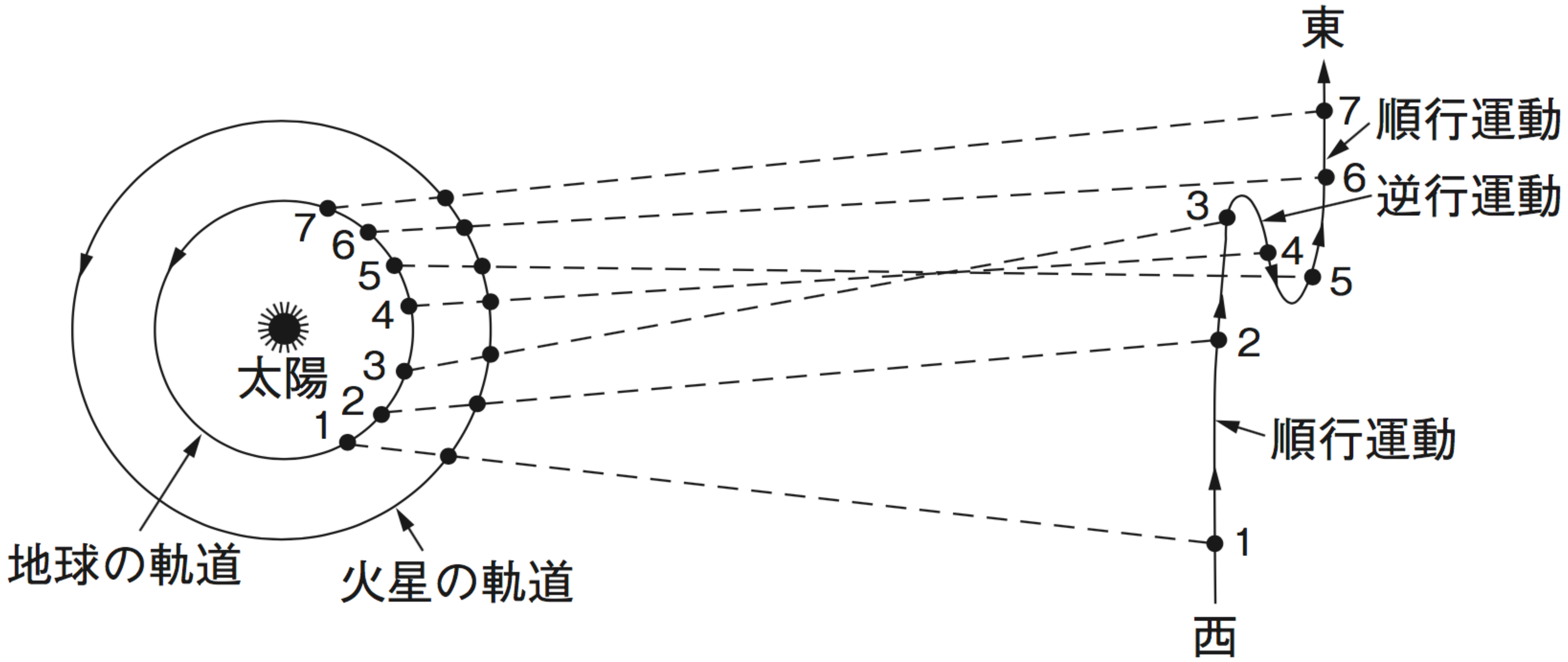
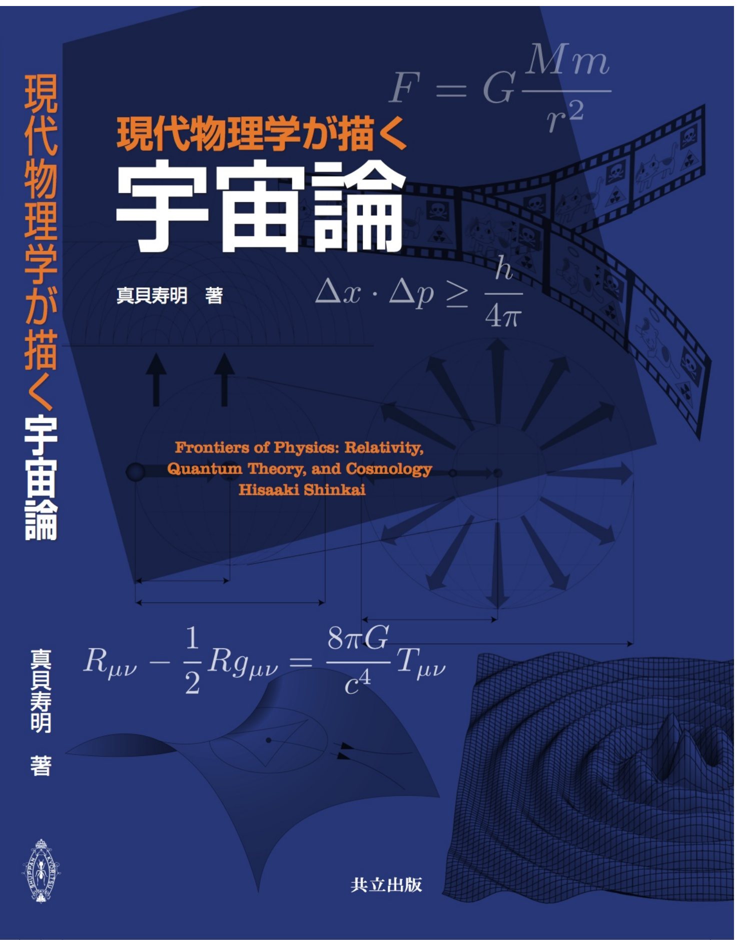
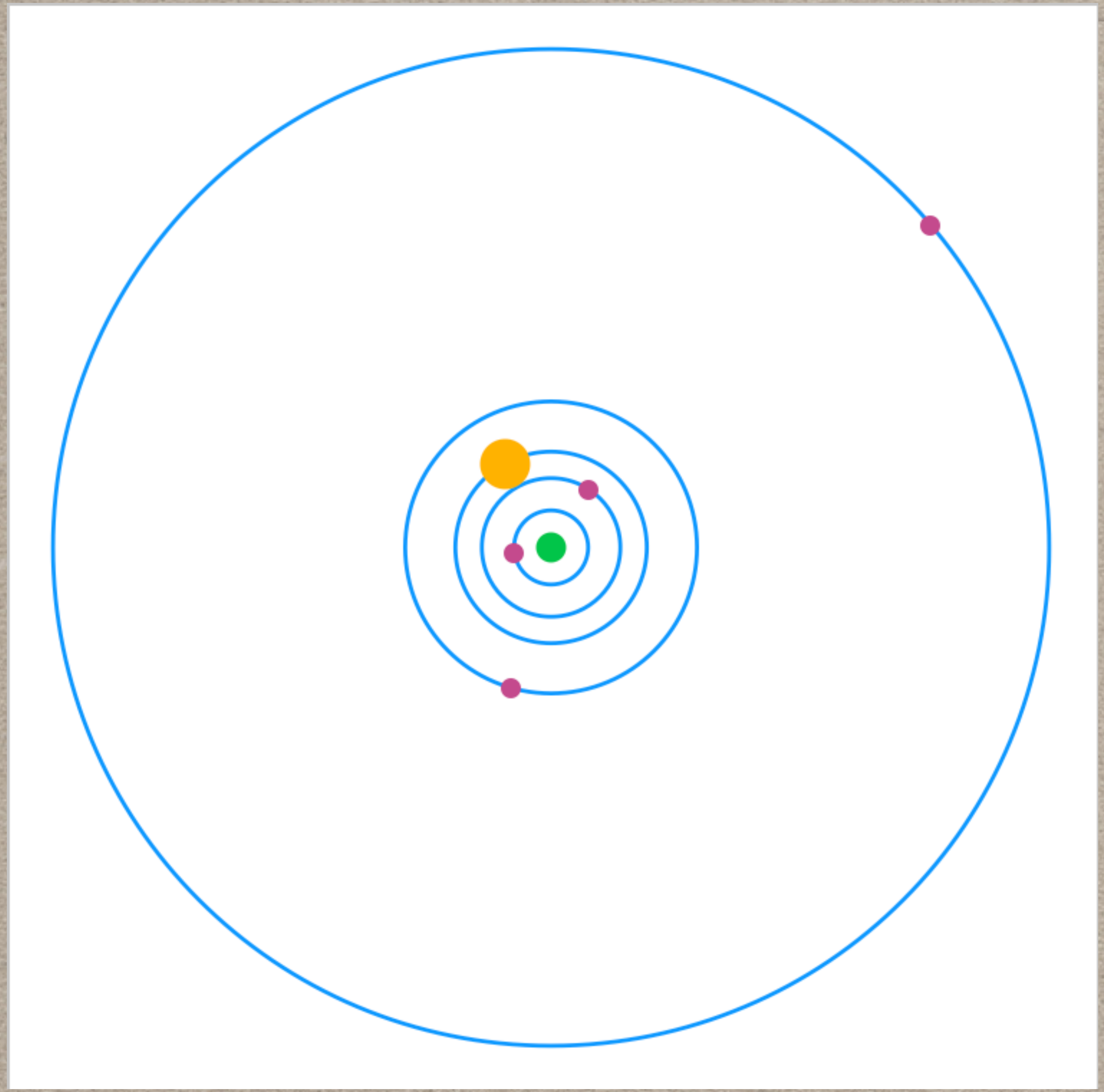


図 2.5　地動説では，火星が逆行することが自然に説明できる．

『この仮説は真実でなくても構わない．
観測に一致する計算結果が得られるという
その一点で十分なのだ．』

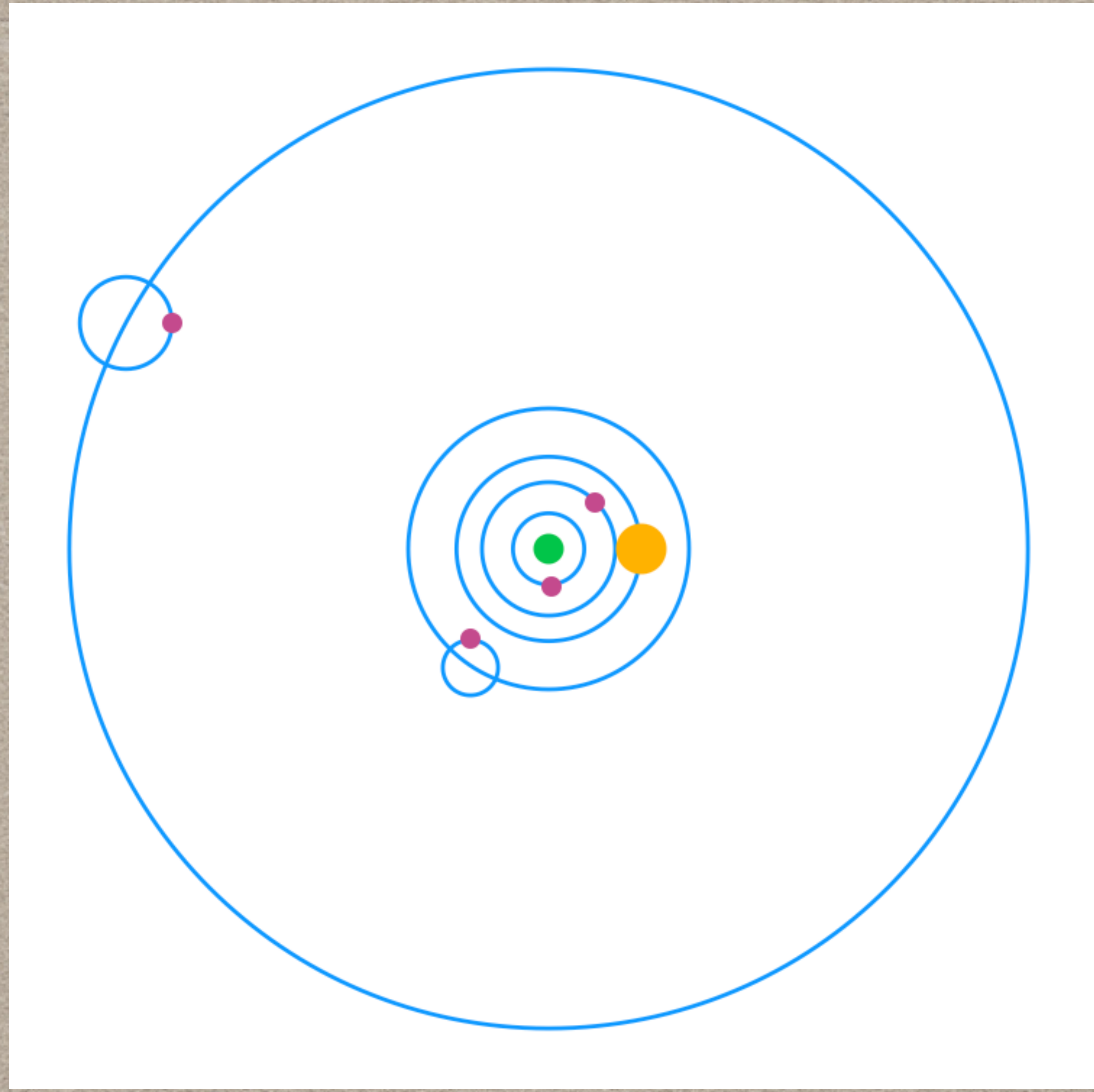
この序文は友人が勝手に書いたそうだ．





天動説

地球中心説

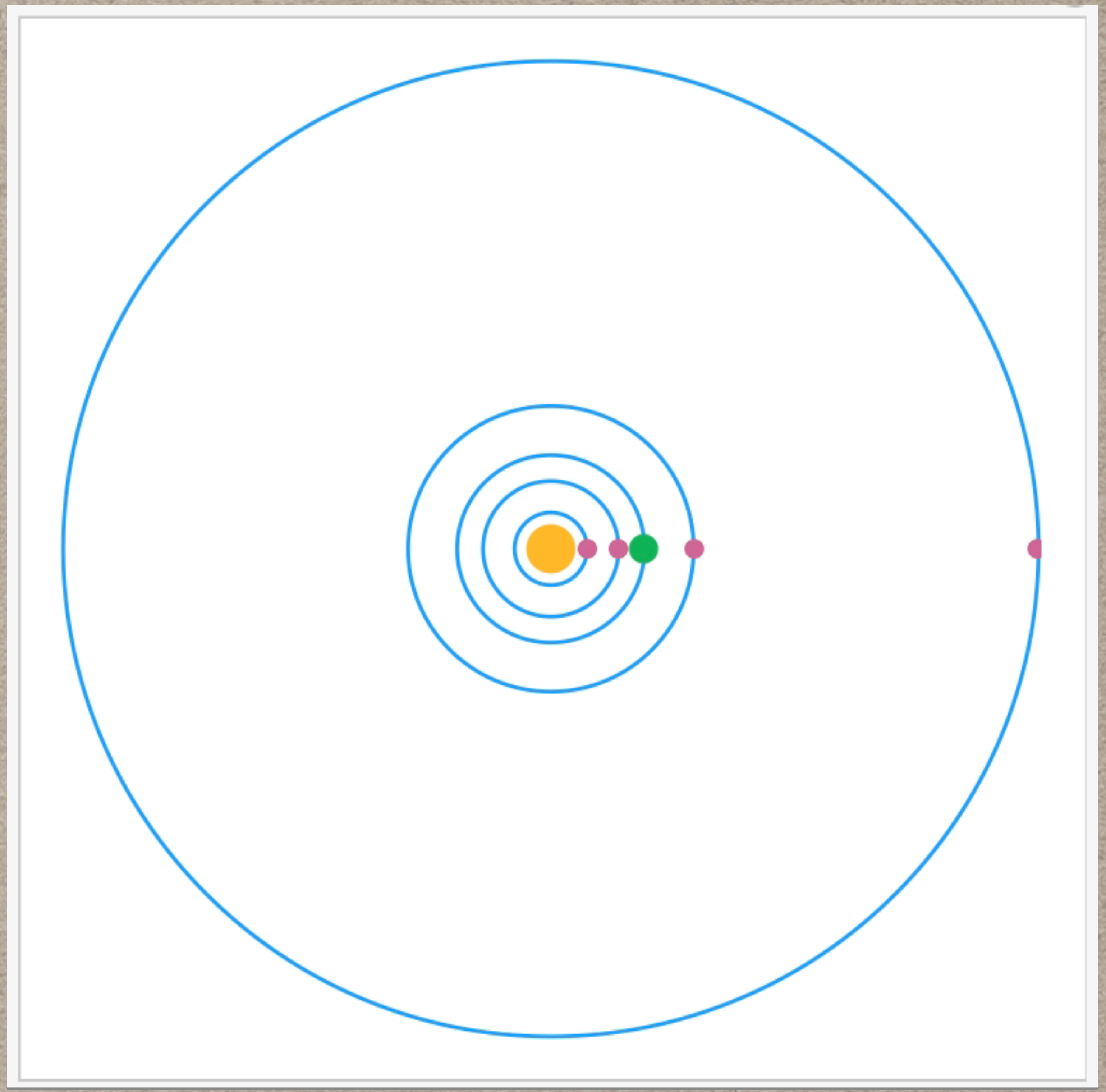


天動説＋周天円

地球中心説

Claudius Ptolemaeus

克劳狄斯 托勒密



地動説

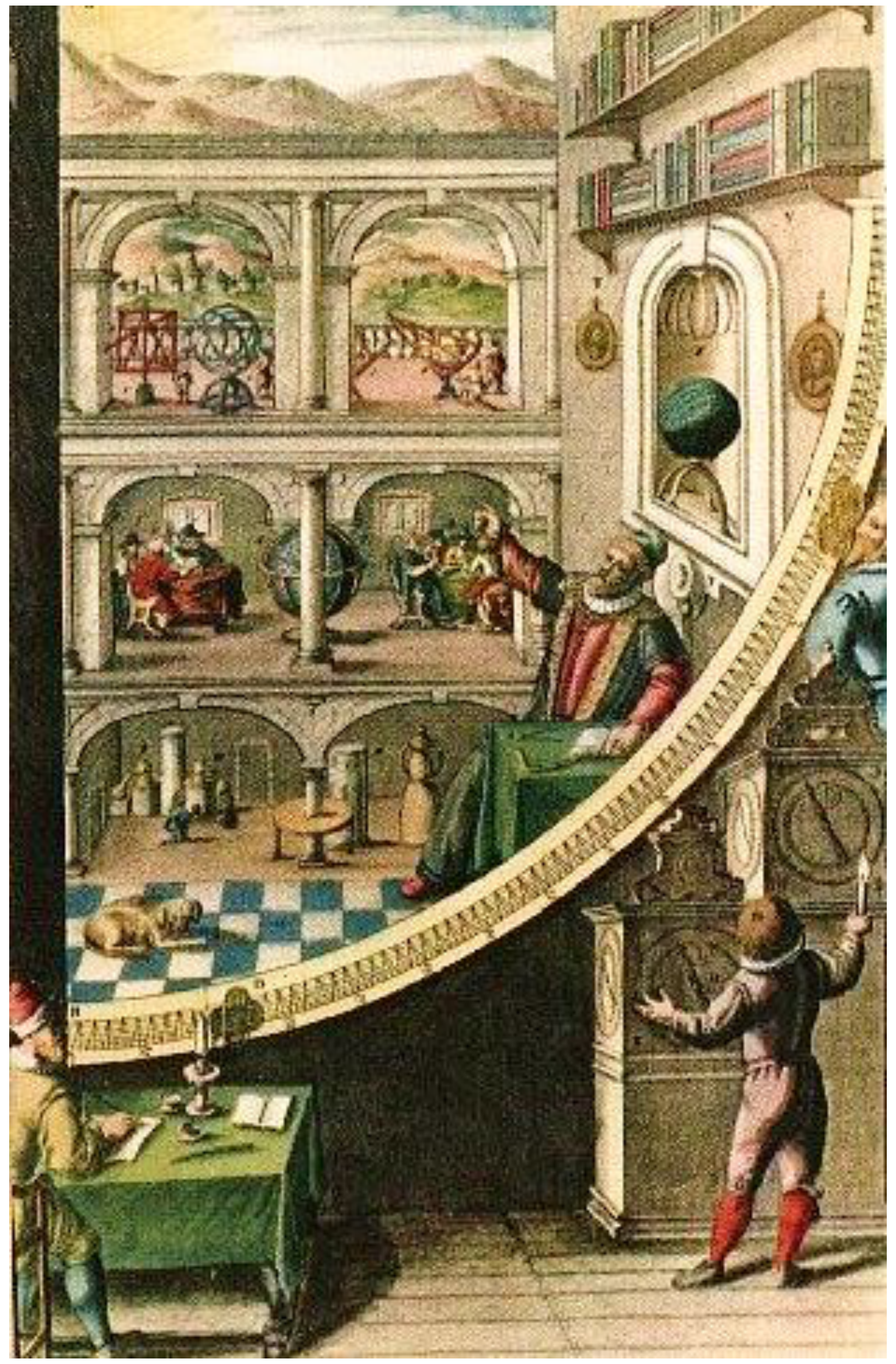
太陽中心説

Nicolaus Copernicus

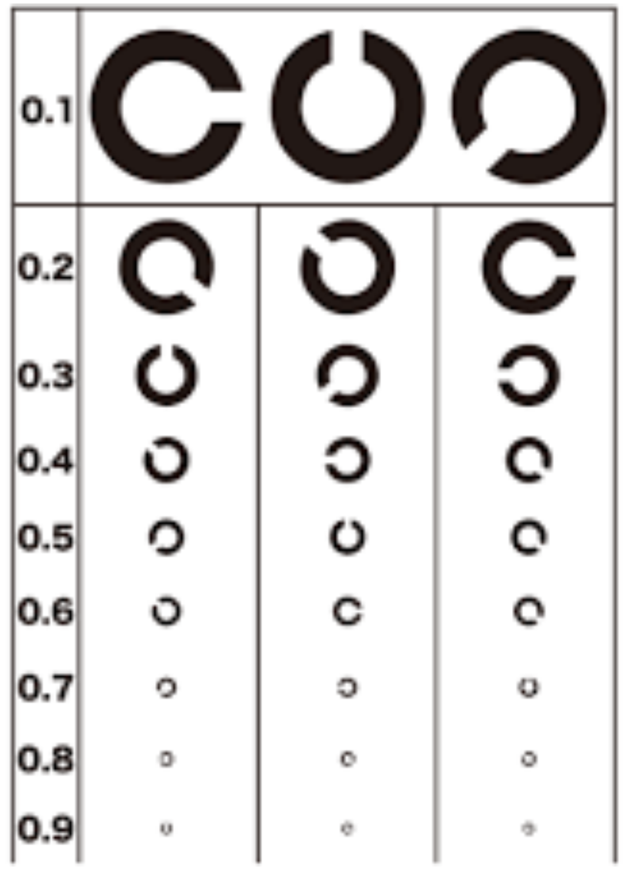
尼古拉 哥白尼

ティコ・ブラーエは地動説を信じなかった

Tycho Brahe
(1546-1601)

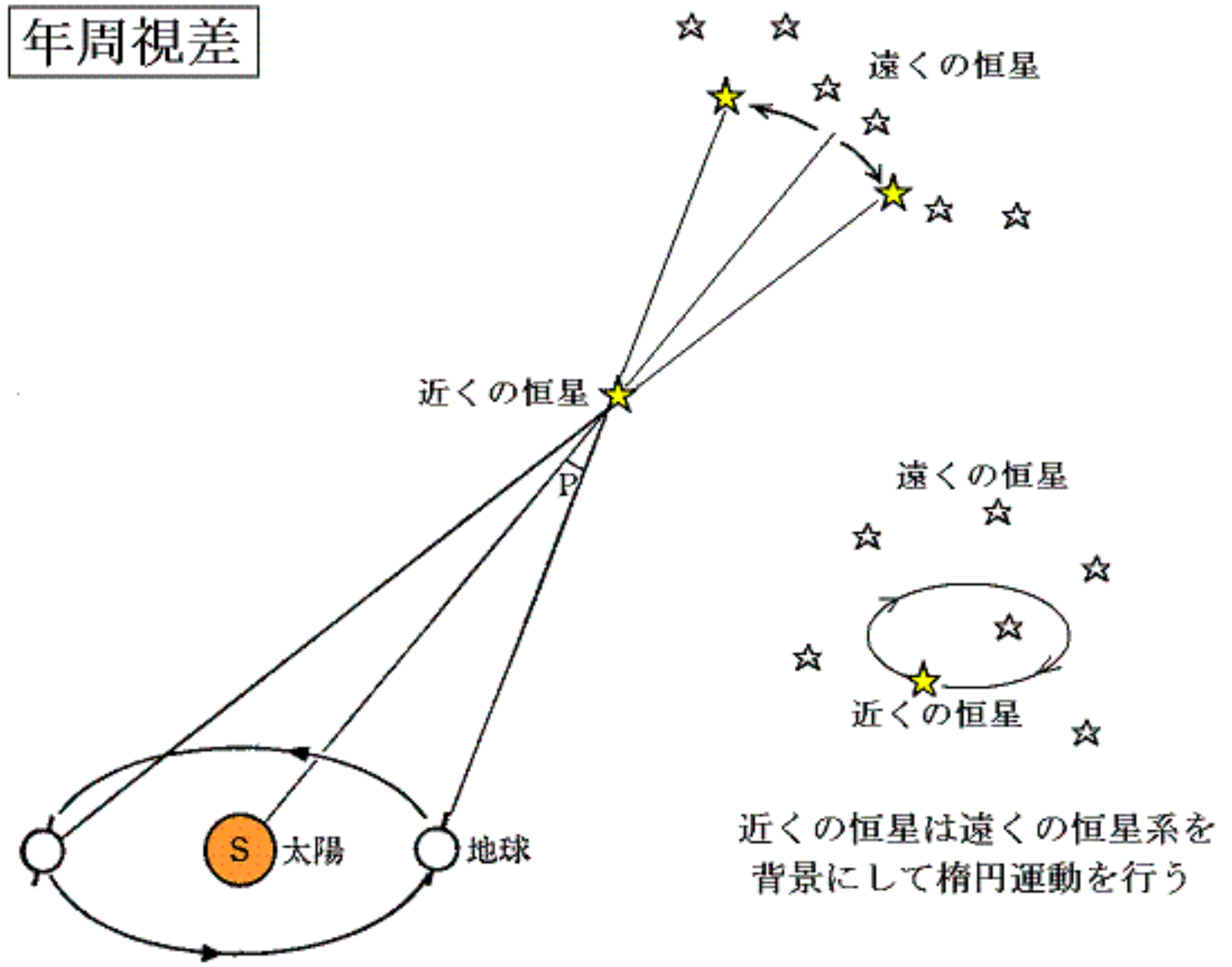


当時は肉眼観測，2分角（1度の 1/30）までの観測能力



5m離れて，視角1分を視認できる
= 7.272mmの輪の1.454mmの欠損
= 視力 1.0

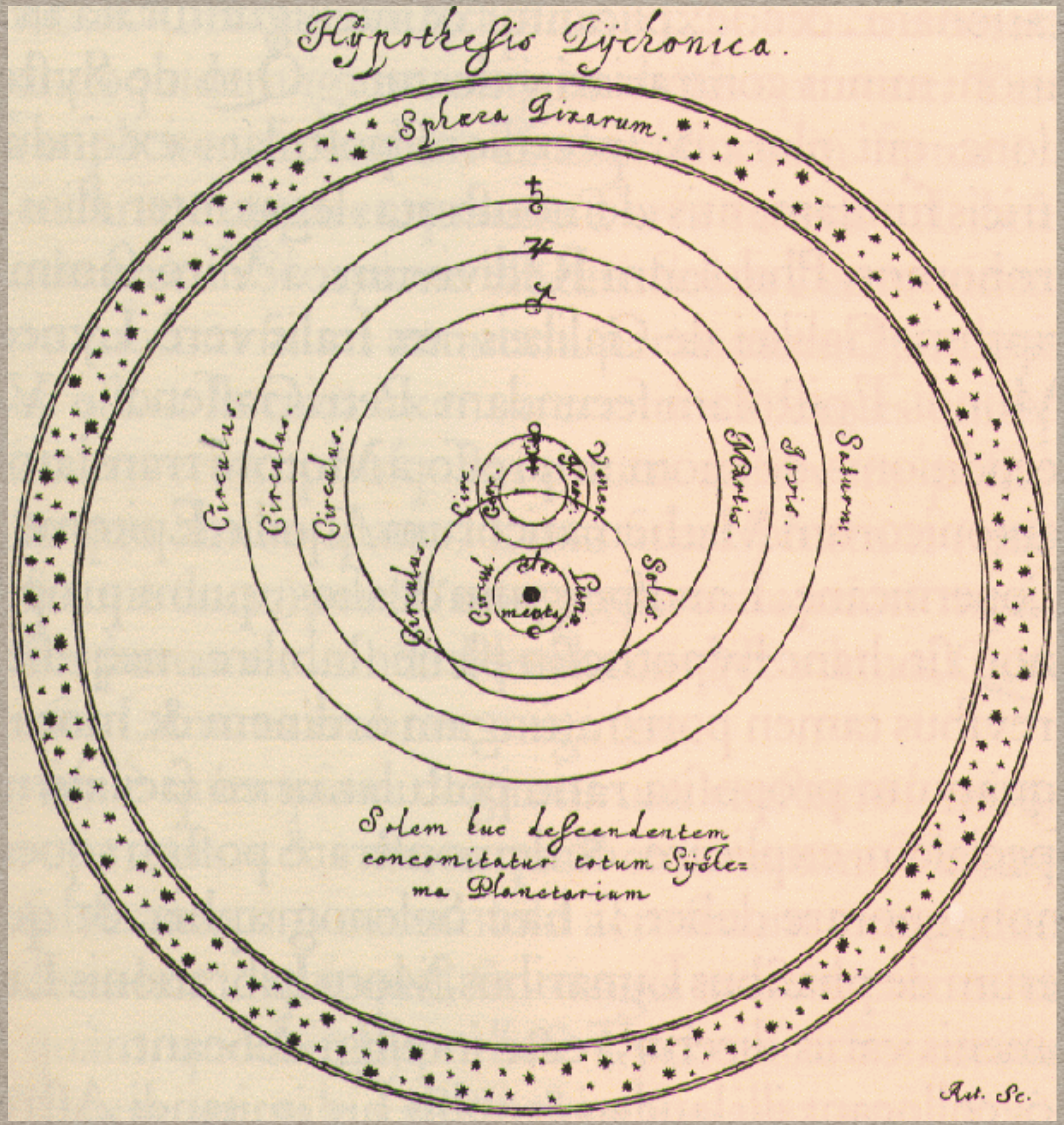
5m離れて，視角2分を視認できる
= 視力 0.5

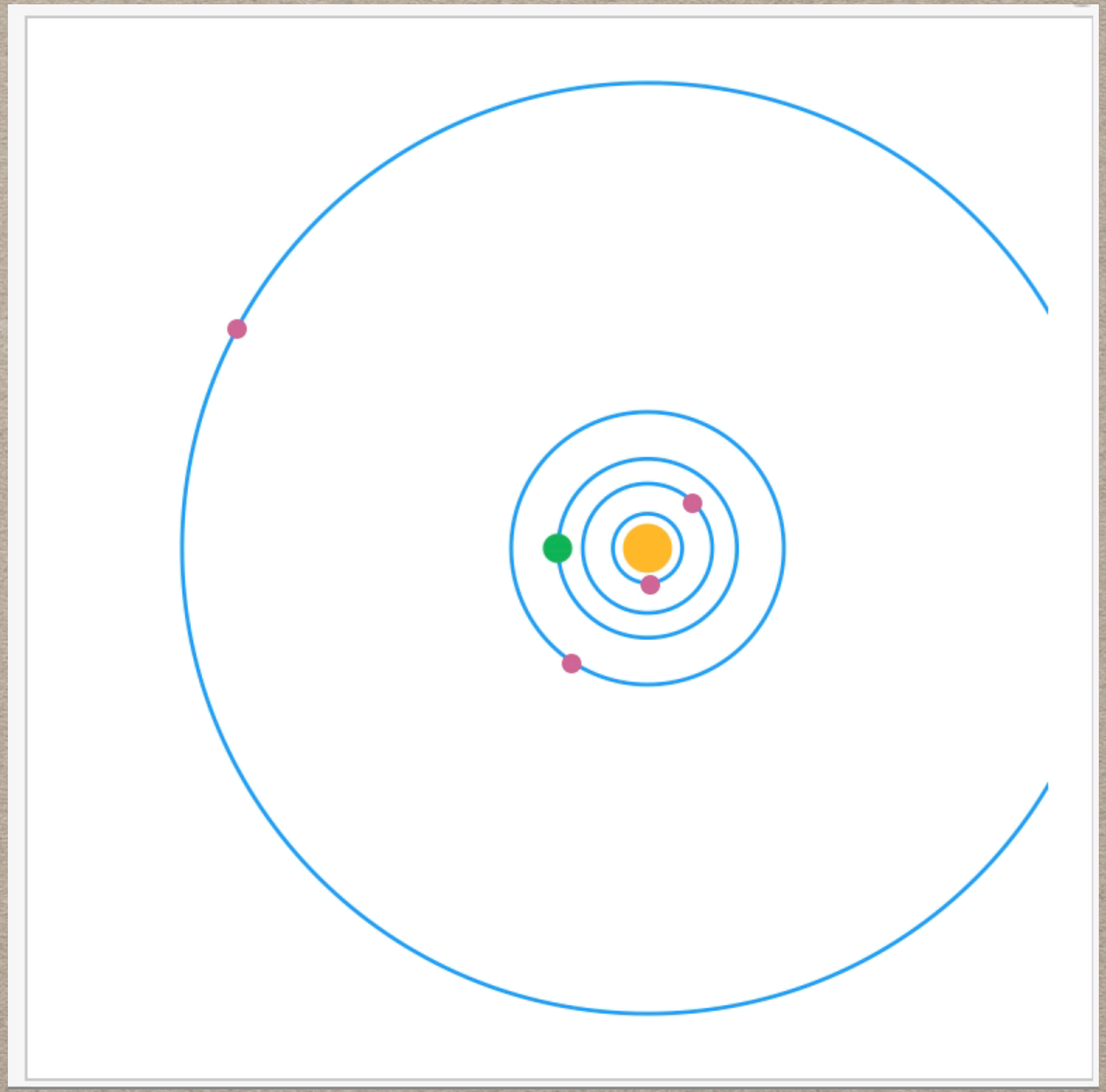


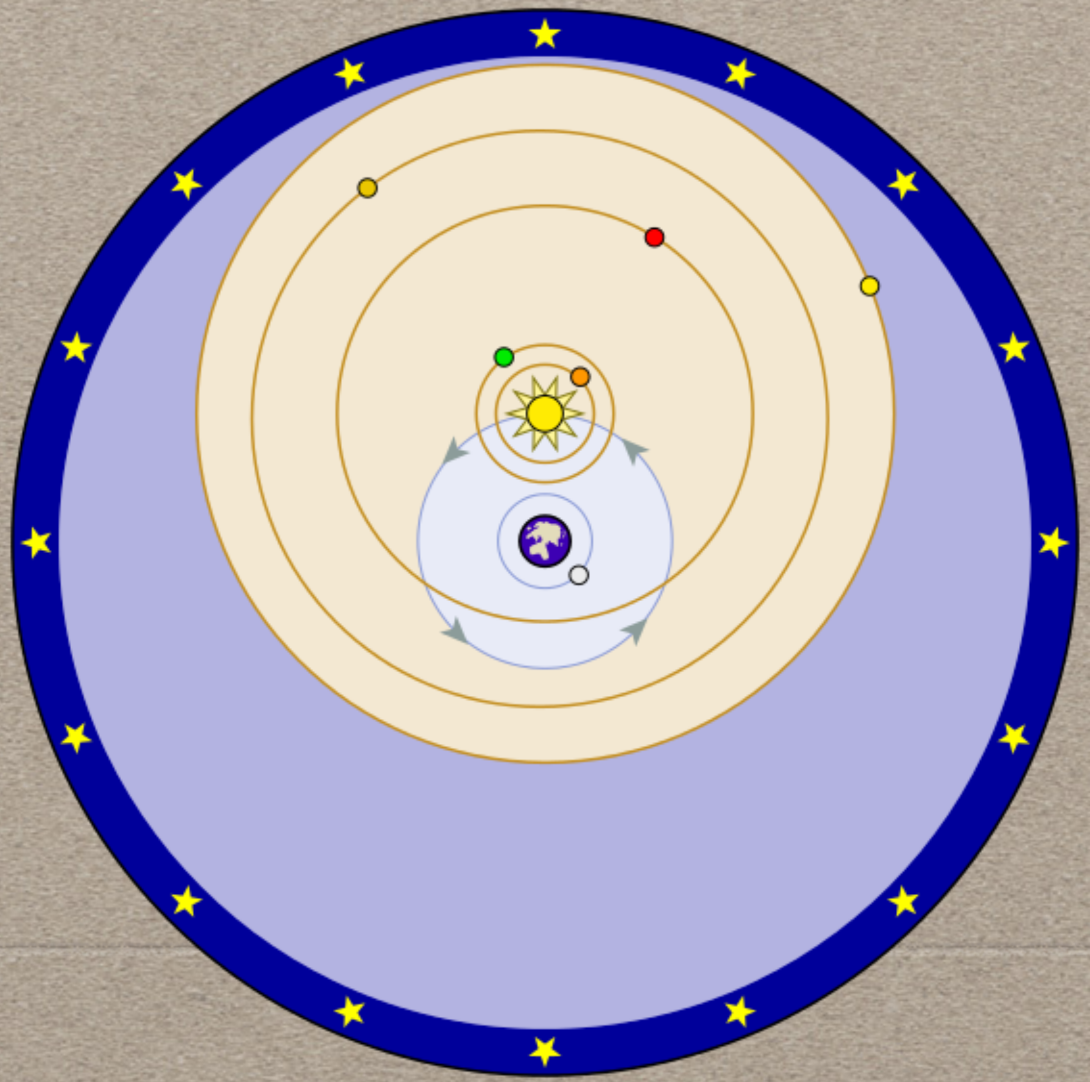
年周視差が確認できなかったから

もっとも近いケンタウルス座alpha
でも年周視差0.76秒角

1583 Tychonian planetary model







チコ・ブラーエの説

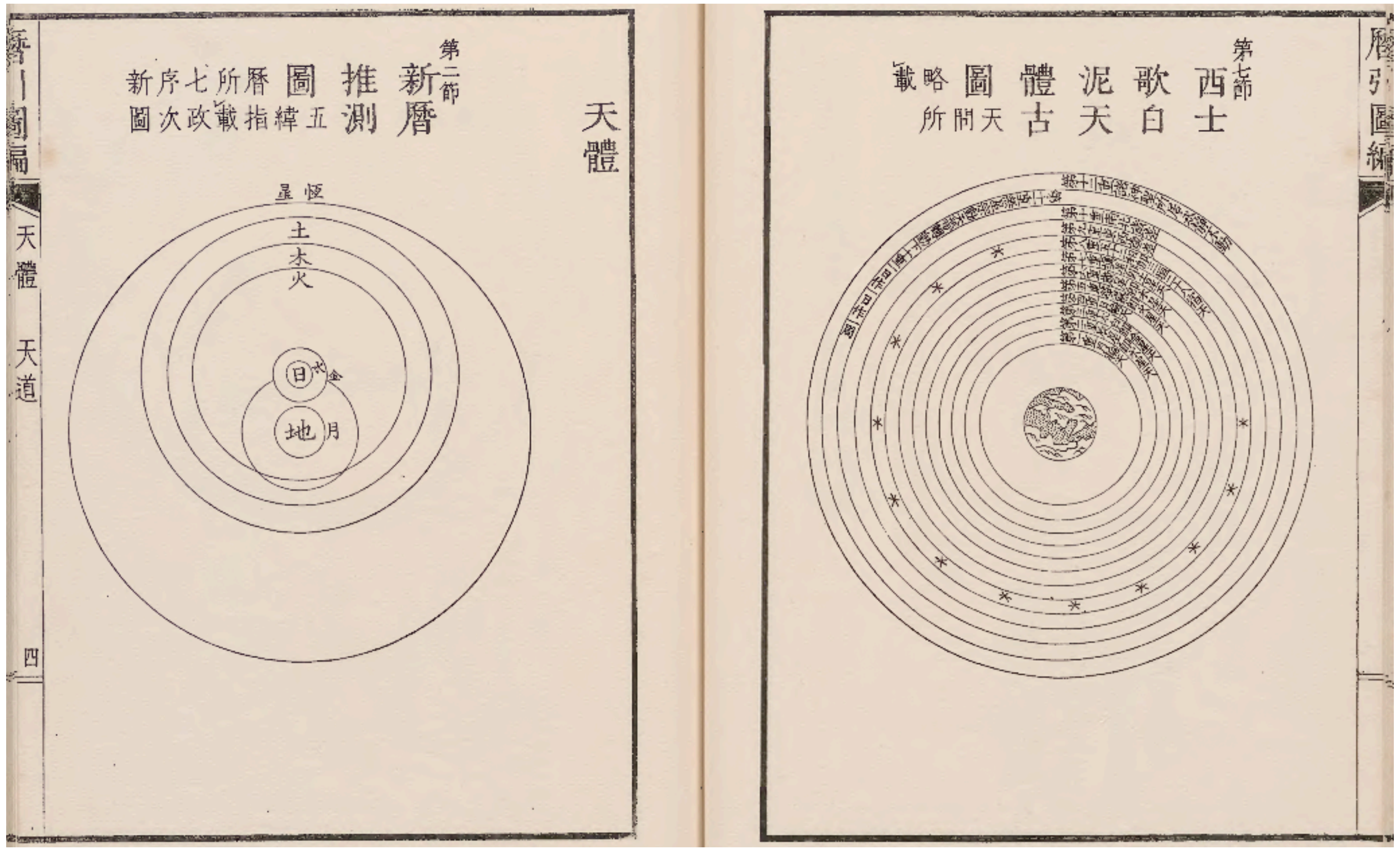
Tycho Brahe

第谷 布拉赫

徐光啓『崇禎暦書』(1634)　暦引図編より

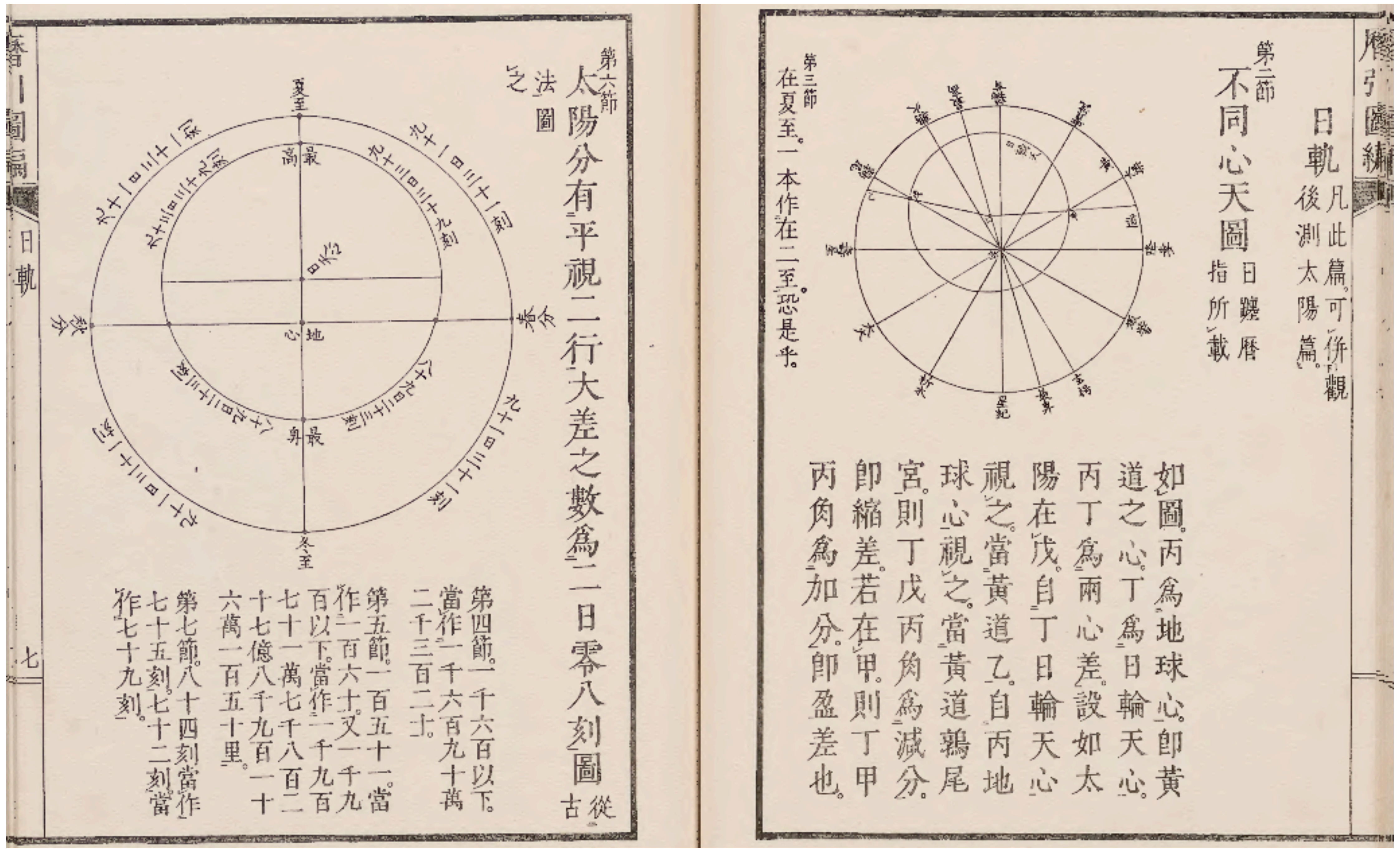
https://www.digital.archives.go.jp/file/1076421.html
https://kokusho.nijl.ac.jp/biblio/100240353/1?ln=ja

中国，明代末（1631-1634年）に徐光啓(1562--1633)・李子藻らがイエズス会宣教師アダム・シャール(Johann Adam Schall von Bell, 湯若望，1591--1666)らの協力のもと，西洋暦法に基づく135巻からなる暦法書．清代における新暦編纂の重要な参考書となった．



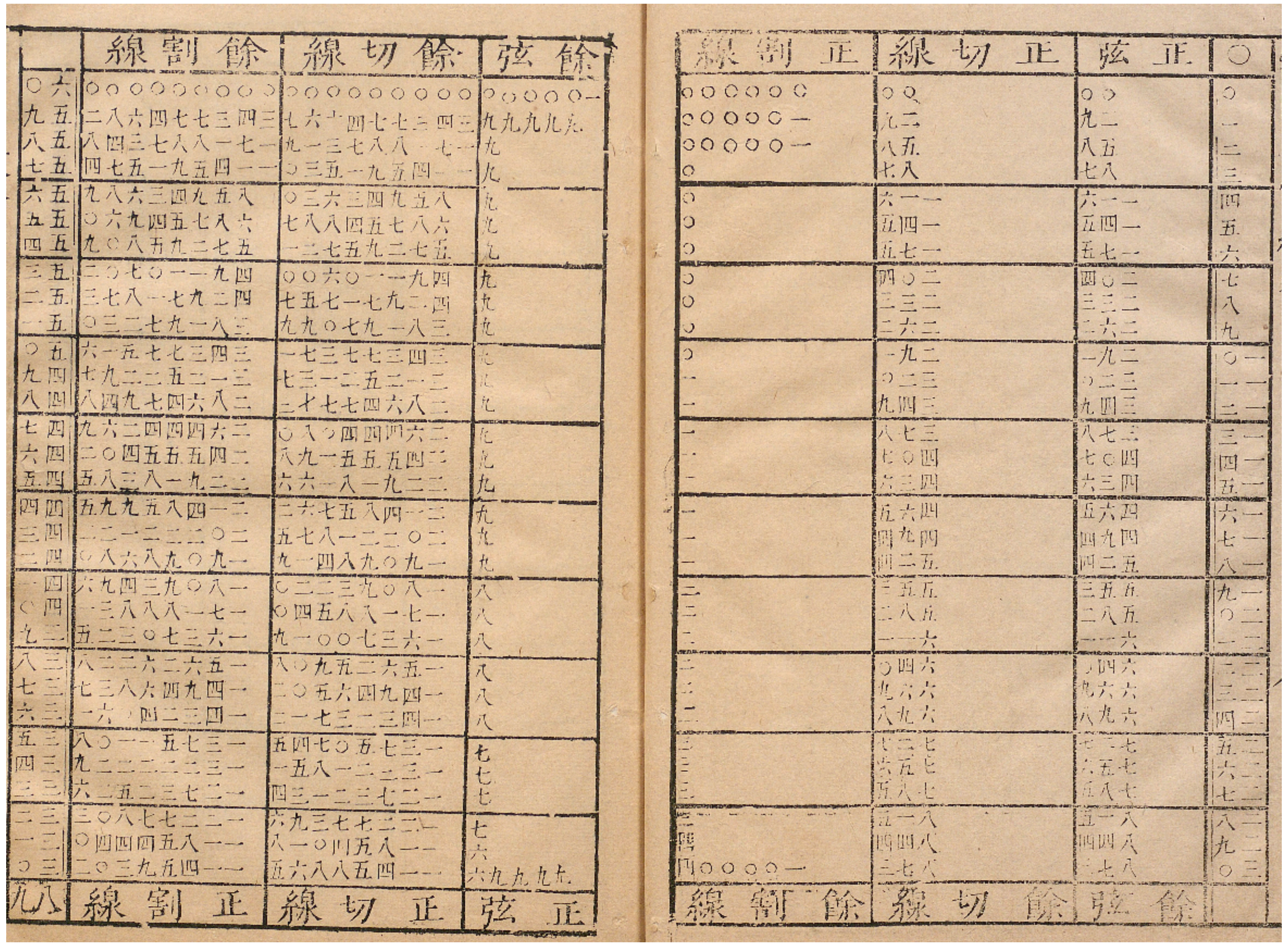
チコ・ブラーエ
太陽系モデル

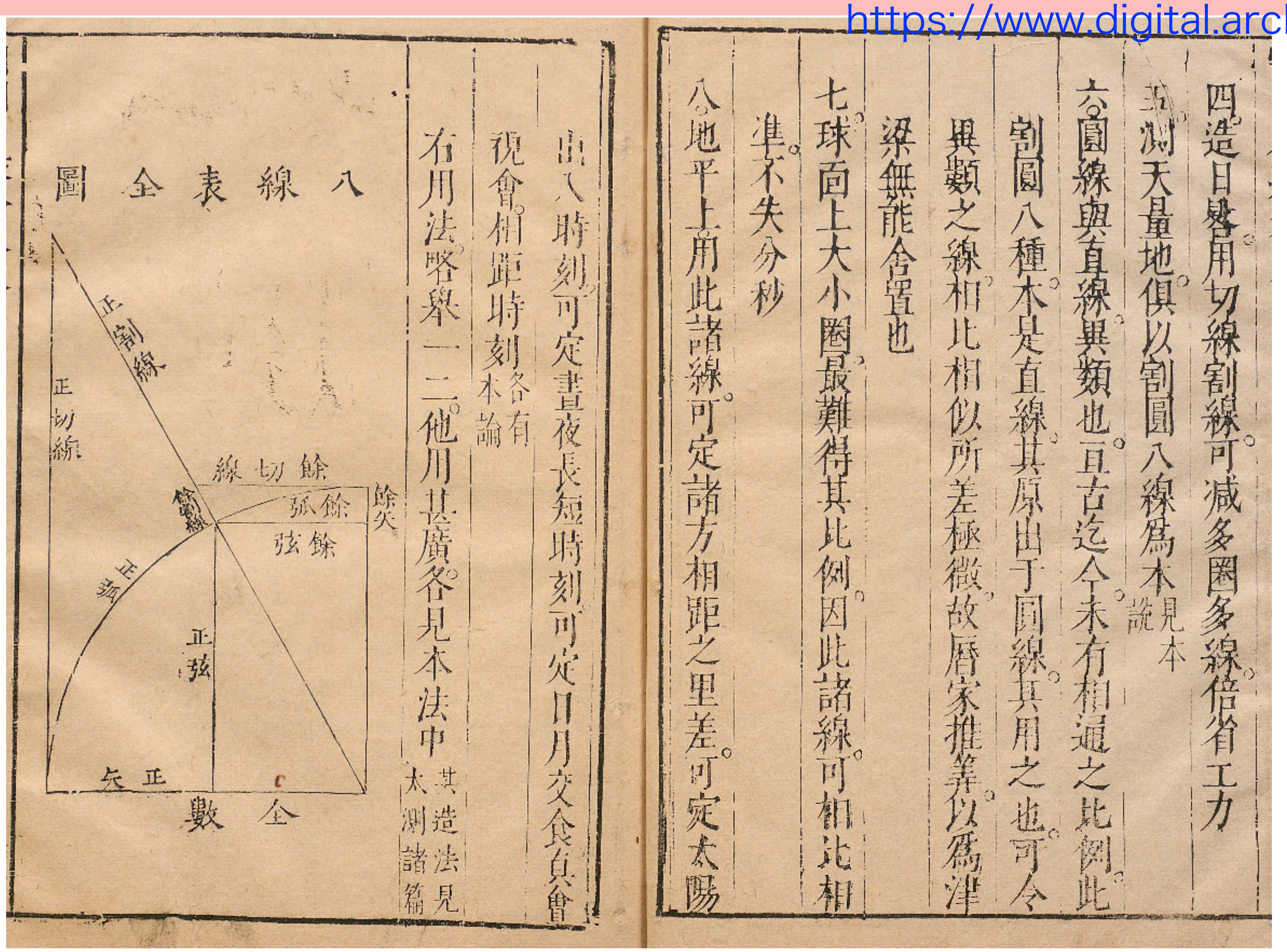
ケプラー(1609)
惑星の楕円運動の法則

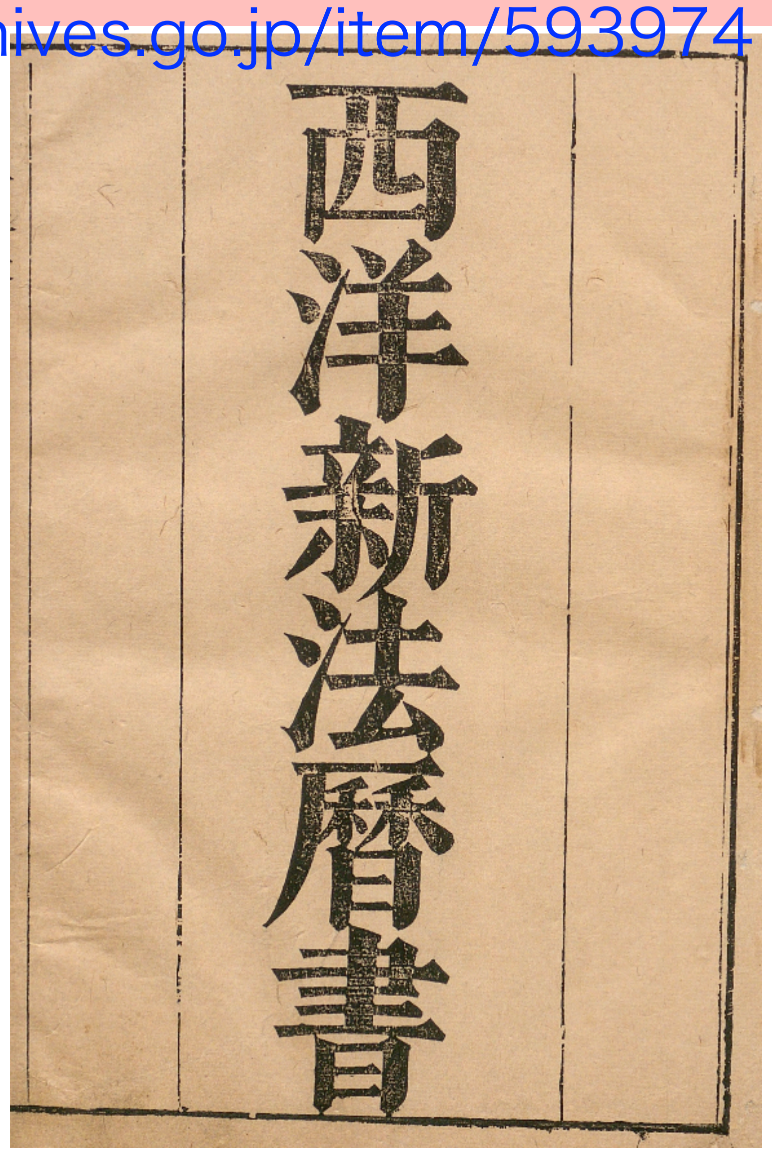


徐光啓『崇禎暦書』(1634)　八線表巻上, 巻下

国立公文書館 https://www.digital.archives.go.jp/file/1084335
https://www.digital.archives.go.jp/item/593651
https://www.digital.archives.go.jp/item/593974




四造日晷用切線割線可減多圈多線倍省工力
五測天量地俱以割圓八線為本本見說
六圓線與直線異類也亘古迄今未有相通之比例此
割圓八種本是直線其原出于圓線其用之也可令
異類之線相比相似所差極微故曆家推算以為津
梁無能舍置也
七球面上大小圈最難得其比例因此諸線可相比相
準不失分秒
八地平上用此諸線可定諸方相距之里差可定太陽
出入時刻可定晝夜長短時刻可定日月交食貞會
視會相距時刻各有本論
有用法略舉一二他用甚廣各見本法中其造法見太測諸篇

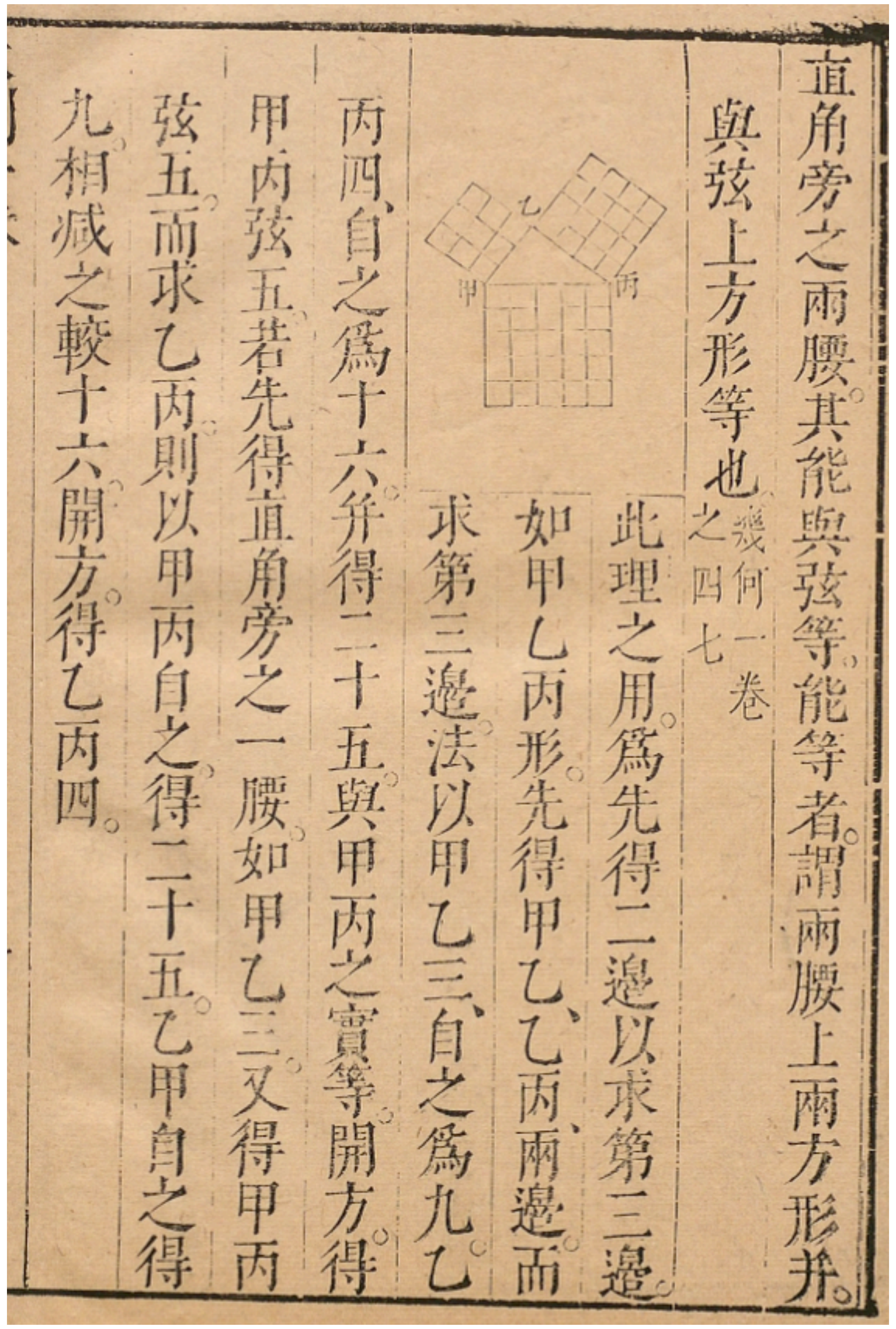


	余割	余切	余弦	正割	正切	正弦	0度
89;60							0;0
89;59							0;1
89;58							0;2
89;31							0;29
89;30							0;30
89度	正割	正切	正弦	余割	余切	余弦	

	1/ sin theta	1/ tan theta	cos theta	1/ cos theta	tan theta	sin theta	
90	#DIV/0!	#DIV/0!	1.00000000	1.00000000	0.00000000	0.00000000	0
85	11.47371325	11.43005230	0.99619470	1.00381984	0.08748866	0.08715574	5
80	5.75877048	5.67128182	0.98480775	1.01542661	0.17632698	0.17364818	10
75	3.86370331	3.73205081	0.96592583	1.03527618	0.26794919	0.25881905	15
70	2.92380440	2.74747742	0.93969262	1.06417777	0.36397023	0.34202014	20
65	2.36620158	2.14450692	0.90630779	1.10337792	0.46630766	0.42261826	25
60	2.00000000	1.73205081	0.86602540	1.15470054	0.57735027	0.50000000	30
55	1.74344680	1.42814801	0.81915204	1.22077459	0.70020754	0.57357644	35
50	1.55572383	1.19175359	0.76604444	1.30540729	0.83909963	0.64278761	40
45	1.41421356	1.00000000	0.70710678	1.41421356	1.00000000	0.70710678	45
	1/ cos theta	tan theta	sin theta	1/ sin theta	1/ tan theta	cos theta	

徐光啓『崇禎暦書』(1634)　大測

国立公文書館 https://www.digital.archives.go.jp/file/1084335
https://www.digital.archives.go.jp/item/593655


直角旁之兩腰。其能與弦等。能等者。謂兩腰上兩方形并。
與弦上方形等也 幾何一卷之四七
此理之用。爲先得二邊以求第三邊。
如甲乙丙形先得甲乙、乙丙兩邊。而
求第三邊法以甲乙三自之爲九乙
丙四自之爲十六并得二十五與甲丙之實等開方得
甲丙弦五若先得直角旁之一腰如甲乙三又得甲丙
弦五而求乙丙則以甲丙自之得二十五乙甲自之得
九相減之較十六開方得乙丙四。

大測　一巻

直角旁之両腰。其能與弦等. 能等者。謂両腰上両方形并.

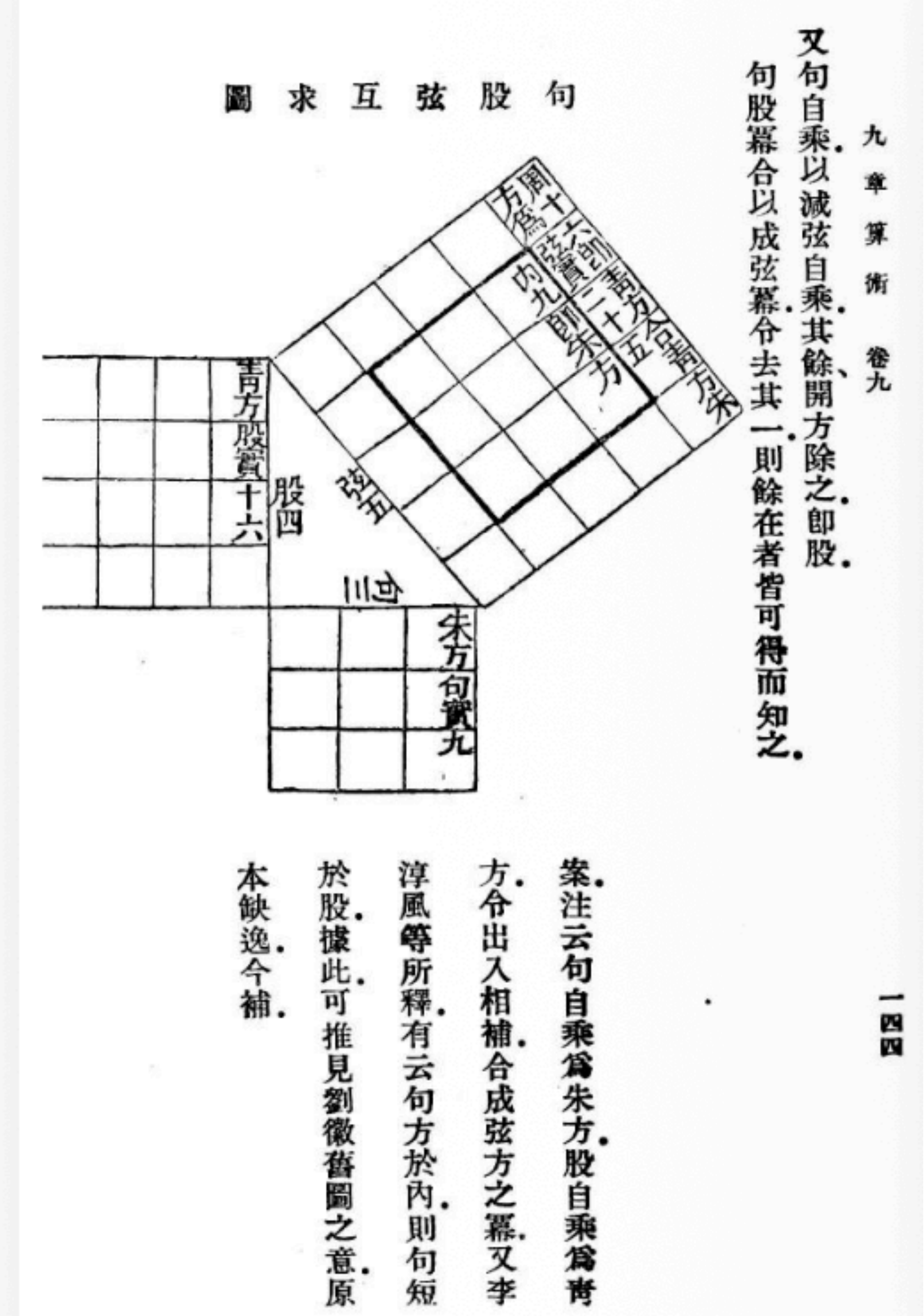
與弦上方形等也（幾何一巻之四七）

此理之用。爲先得二邉以求第三邉。如甲乙丙形。先得甲乙, 乙丙, 両邉。而求第三邉。法以甲乙三, 自之爲九. 乙丙四, 自之爲十六. 弁得二十五. 與甲丙之實等。開方。得甲内弦五若先得直角旁之一腰. 如甲乙三又得甲丙弦五而求乙丙則以甲丙自之. 得二十五. 乙甲自之得九相減之較十六. 開方得乙丙四.

直角の傍（かたわ）らの両腰。其の能は弦に等し。能の等しきは、両腰の上の両方形を并（あわ）すれば、弦の上の方形と等しきを謂うなり。（幾何一巻の四十七）

此の理の用は、先に二辺を得て以て第三辺を求むるを為す。甲乙丙の形の如きは、先に甲乙、乙丙の両辺を得て、而して第三辺を求む。法は、甲乙の三を以て、之を自して九と為し、乙丙の四を、之を自して十六と為し、并せて二十五を得。甲丙の実と等し。開方すれば、甲丙の弦の五を得。若し、先に直角の傍の一腰、如し甲乙の三の如き、又た甲丙の弦の五を得て、乙丙を求めば、則ち甲丙を以て之を自し、二十五を得、乙甲を之に自して九を得。相減（あいきゃく）するの較（こう）は十六なり。開方すれば、乙丙の四を得。

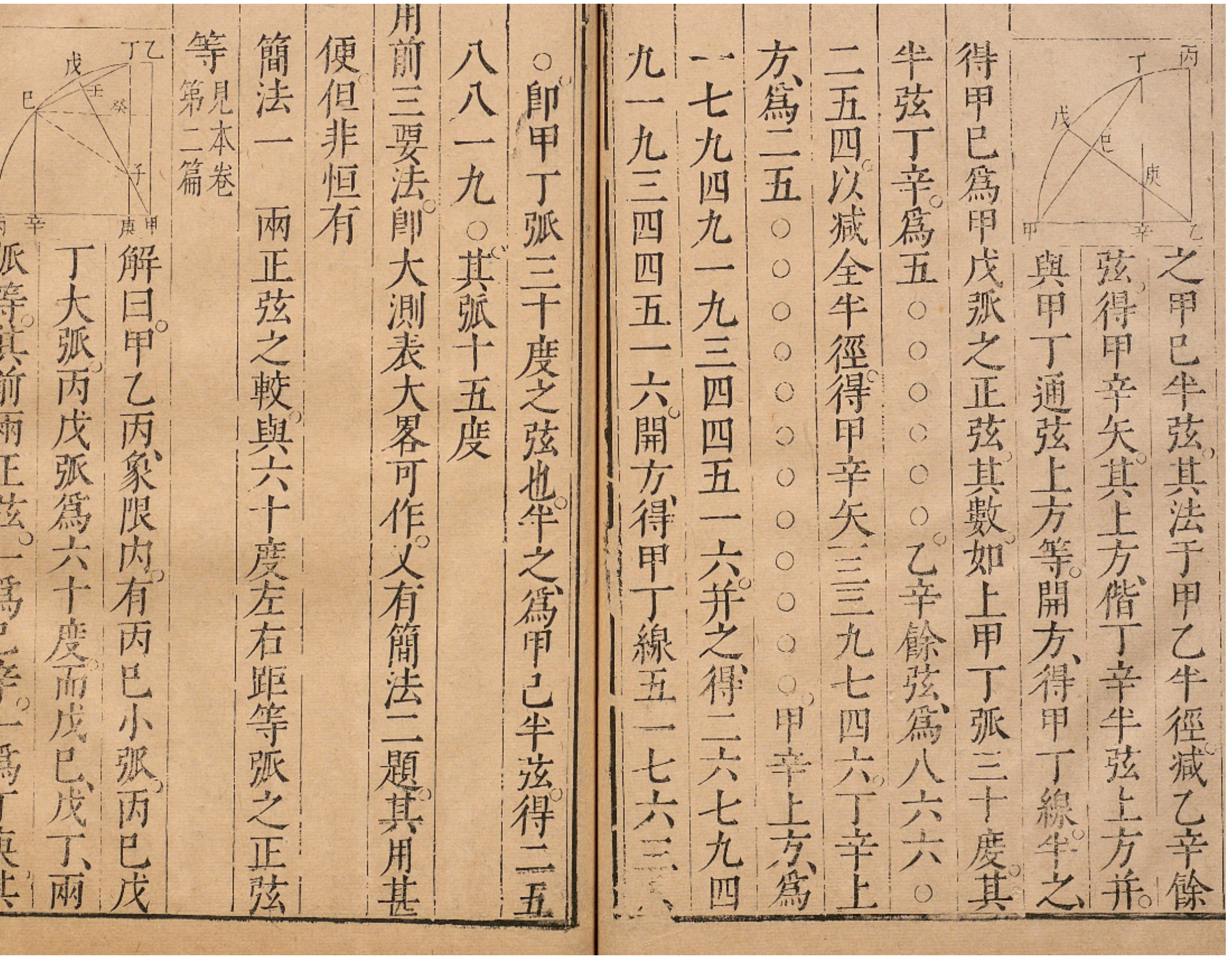
勾股弦（こうこげん）の定理／ピタゴラスの定理

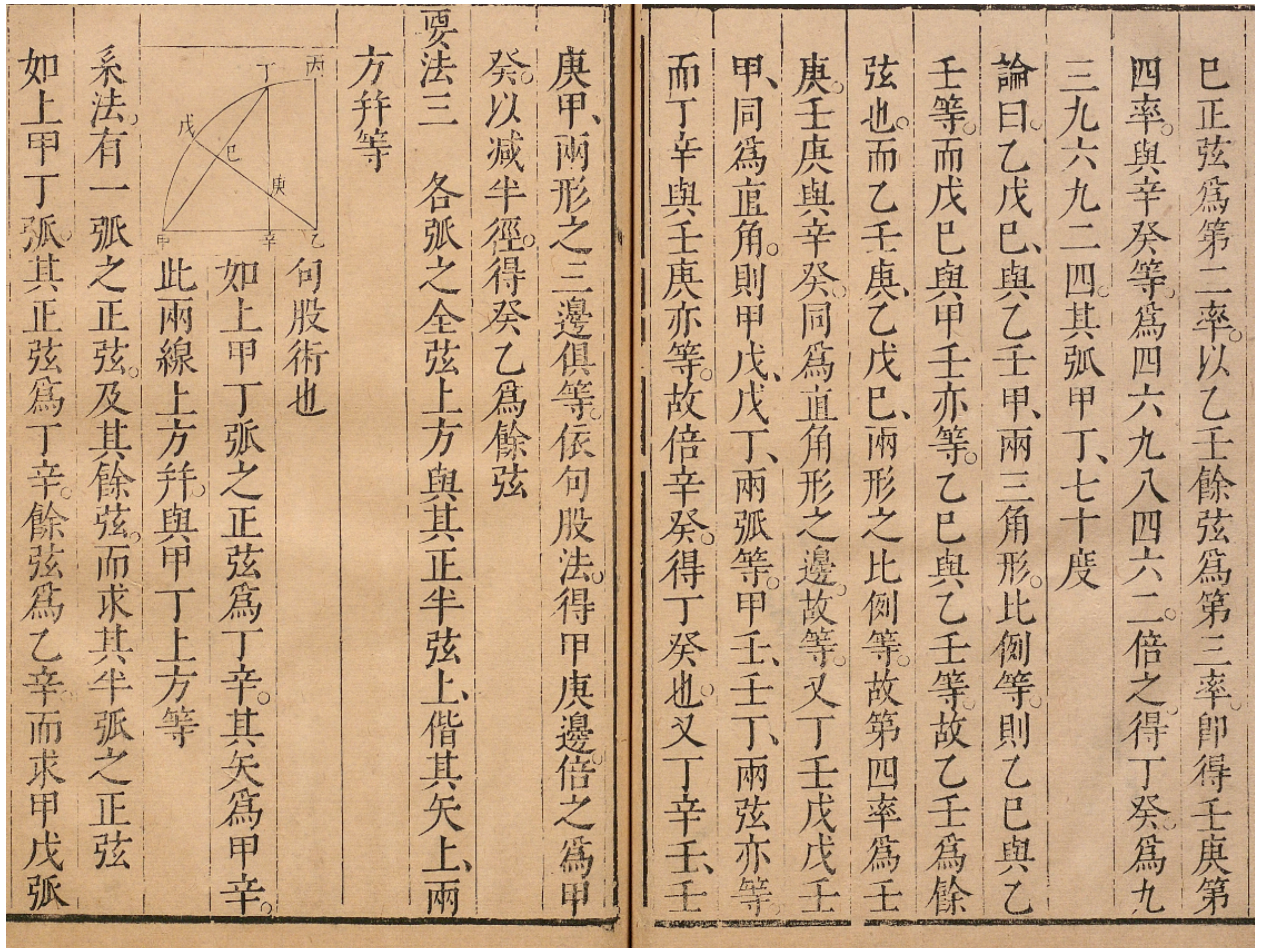

九章算術　卷九
又句自乘以減弦自乘其餘、開方除之.卽股.
句股冪合以成弦冪.令去其一.則餘在者皆可得而知之.
句股弦互求圖
案.注云句自乘爲朱方.股自乘爲靑方.令出入相補.合成弦方之冪.又李淳風等所釋.有云句方於內.則句短於股.據此.可推見劉徽舊圖之意.原本缺逸.今補.
一四四

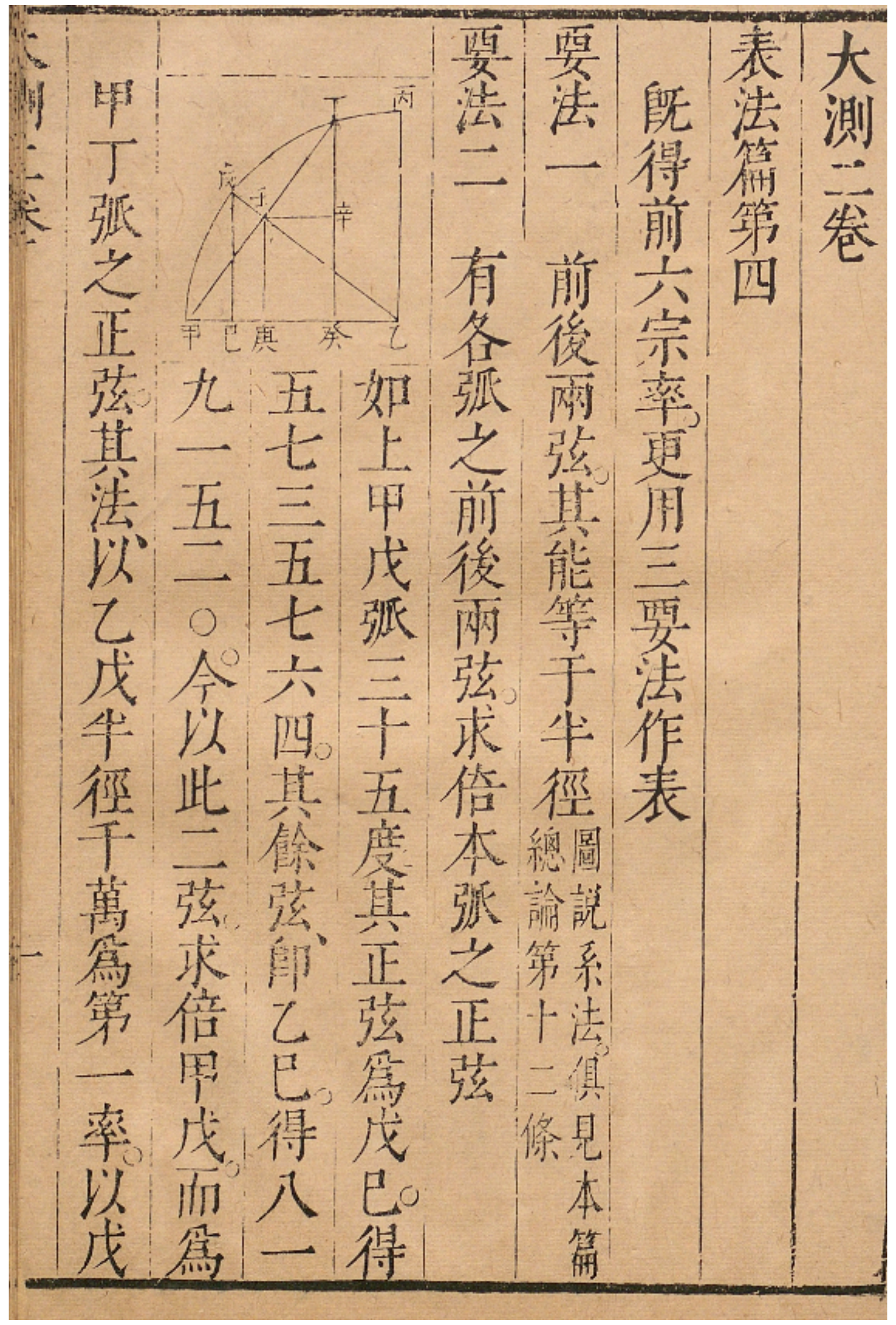
紀元前200年　九章算術
(wikimedia)

徐光啓『崇禎暦書』(1634)　大測　二巻

国立公文書館 https://www.digital.archives.go.jp/file/1084335
https://www.digital.archives.go.jp/item/593655







要法1

(原文)前後両弦其能等于半径

(書き下し)前後の両弦，其の能(のう)は半径に等し．円において，ある弧の正弦と余弦(前後両弦)を二乗して足したものは，半径の二乗(単位円なら1)に等しい．すなわち，

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad (7)$$

要法2

(原文)有各弧之前後両弦求倍本弧之正弦

(書き下し)各弧の前後の両弦有りて，本弧を倍する正弦を求む

ある角(弧)の正弦と余弦が分かっているときに，その2倍の角(倍本弧)の正弦は，

$$\sin 2\theta = (2\sin\theta)\cos\theta. \qquad (\text{倍角の公式}) \quad (8)$$

要法3

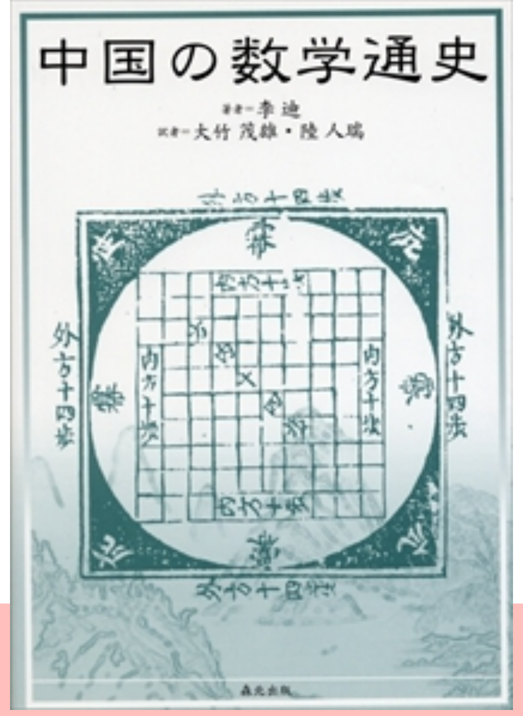
(原文)有各弧之前後両弦求倍本弧之正弦

(書き下し)各弧の全弦の上方は，其の正半弦の上と，其の矢の上とに偕(とも)にあり。両方并(あわ)すれば等し。

$$(2\sin\theta)^2 = (\sin 2\theta)^2 + (1-\cos 2\theta)^2. \qquad (9)$$

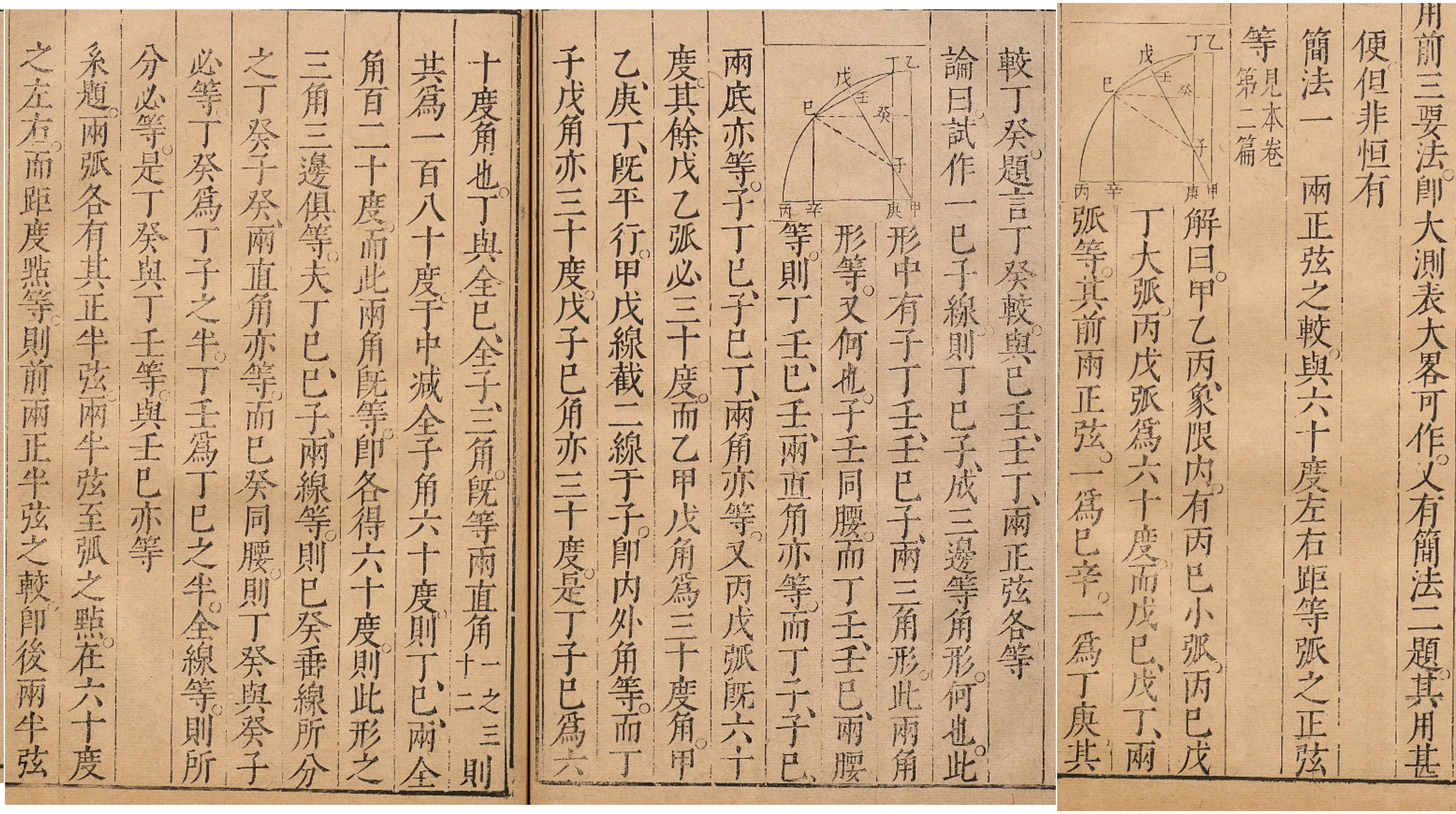
これは，半角の公式と等価である．

$$\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2} \qquad (10)$$



徐光啓『崇禎曆書』(1634)　大測　二巻

国立公文書館　https://www.digital.archives.go.jp/file/1084335
https://www.digital.archives.go.jp/item/593655



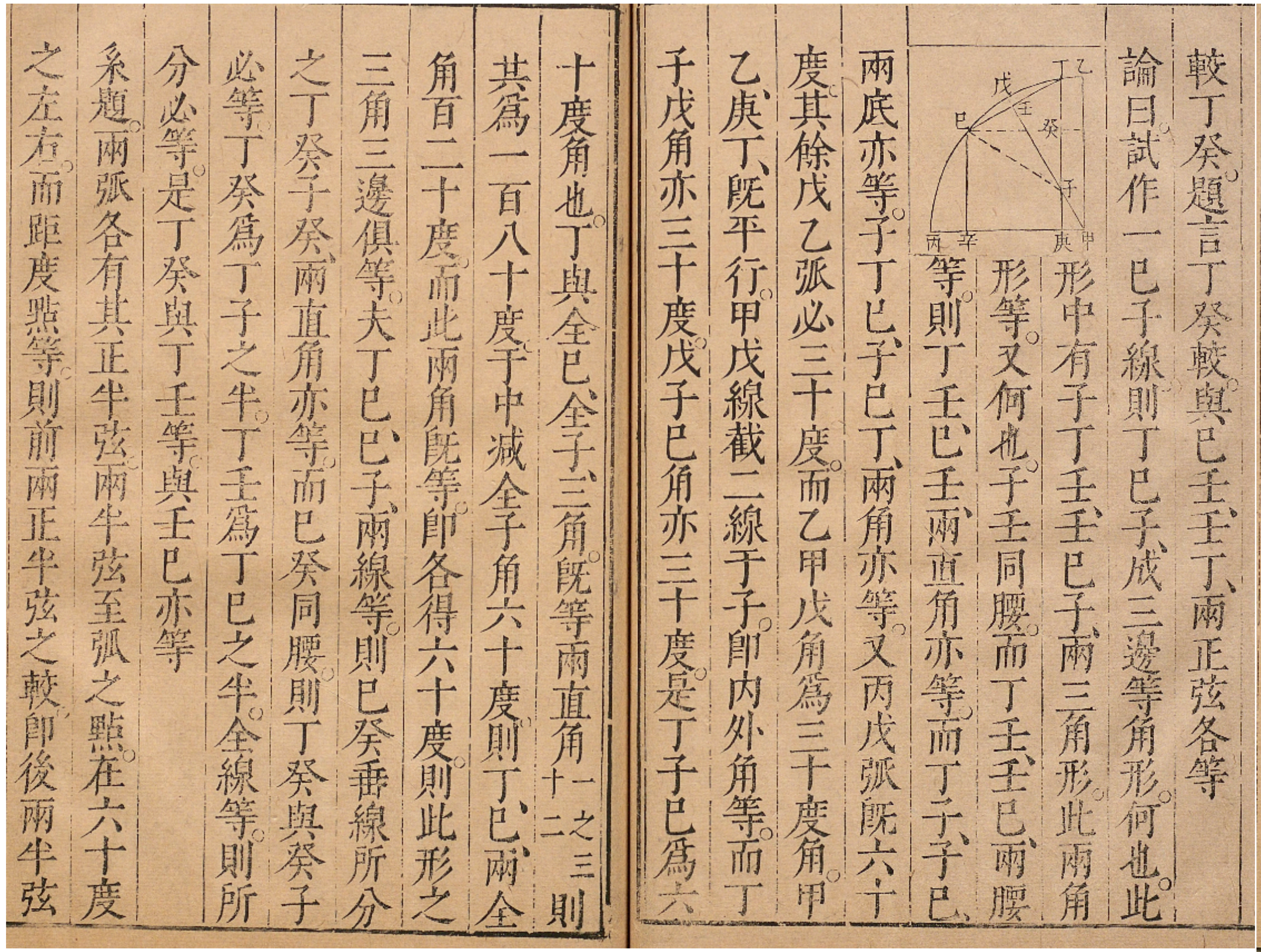
用前三要法。即大測表大畧可作。又有簡法二題。其用甚便。但非恆有

簡法一　兩正弦之較。與六十度左右距等弧之正弦等　見本卷第二篇

解曰。甲乙丙象限內。有丙巳小弧。丙巳戊丁大弧。丙戊弧爲六十度。而戊巳、戊丁、兩弧等。其前兩正弦。一爲巳辛。一爲丁庚。其較丁癸。題言丁癸較。與巳壬、壬丁、兩正弦各等

論曰。試作一巳子線。則丁巳子、成三邊等角形。何也。此形中有子丁壬、壬巳子、兩三角形。此兩角形等。又何也。子壬同腰。而丁壬、壬巳、兩腰等。則丁壬巳壬兩直角亦等。而丁子、子巳、兩底亦等。子丁巳丁、兩角亦等。又丙戊弧既六十度。其餘戊乙弧必三十度。而乙甲戊角爲三十度。角甲乙庚丁、既平行。甲戊線截二線于子。即內外角等。而丁子戊角亦三十度。戊子巳角亦三十度。是丁子巳爲六十度角也。丁與全巳、全子、三角。既等兩直角　一之三則十二　其爲一百八十度。于中減全子角六十度。則丁巳、兩全角百二十度。而此兩角既等。即各得六十度。則此形之三角三邊俱等。夫丁巳、巳子、兩線等。則巳癸垂線所分之丁癸、子癸、兩直角亦等。而巳癸同腰。則丁癸與癸子必等。丁癸爲丁子之半。丁壬爲丁巳之半。全線等。則所分必等。是丁癸與丁壬等。與壬巳亦等

系題。兩弧各有其正半弦。兩半弦至弧之點。在六十度之左右。而距度點等。則前兩正半弦之較。即後兩半弦

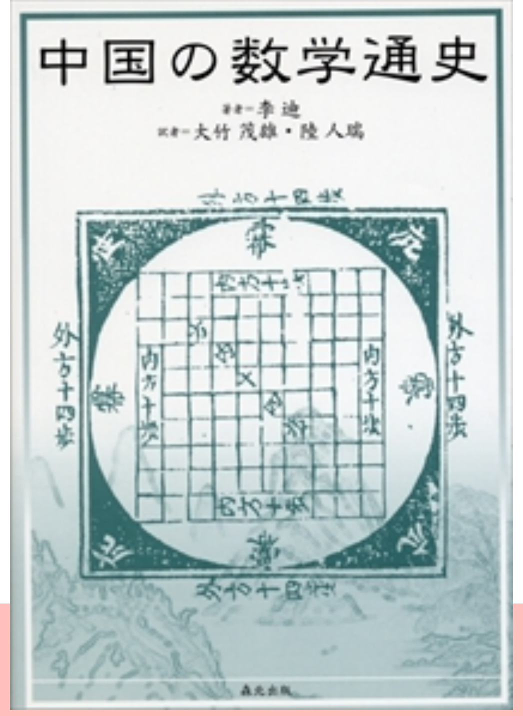


簡法 1

(原文)両正弦之較。與六十度左右距等弧之正弦等

(書き下し)両正弦の較は、六十度の左右に距等しき弧の正弦に等し。

$$\sin(60^\circ + A) - \sin(60^\circ - A) = \sin A \qquad (11)$$



徐光啓『崇禎暦書』（1634）　大測　二巻

国立公文書館 https://www.digital.archives.go.jp/file/1084335
https://www.digital.archives.go.jp/item/593655

簡法２

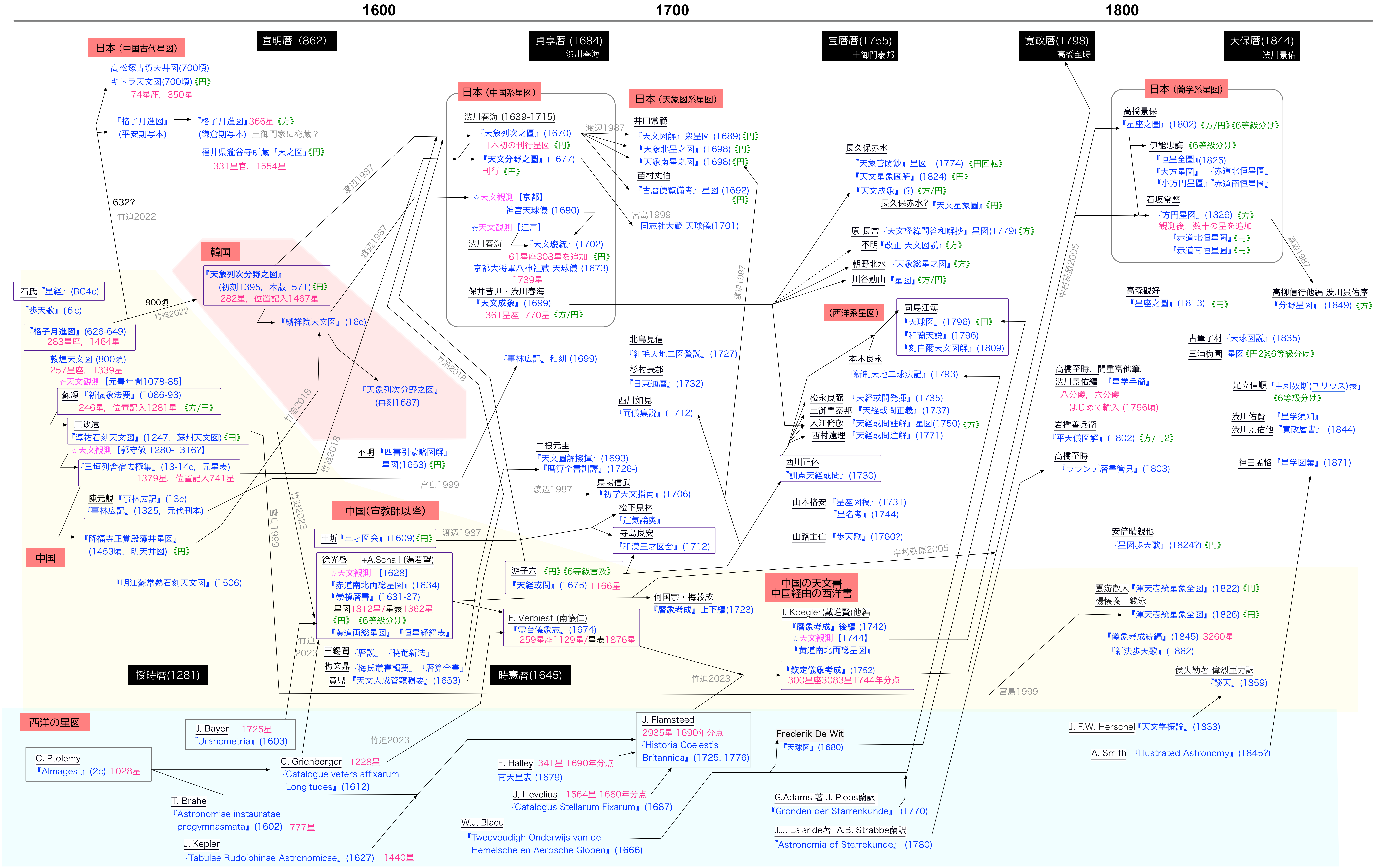
（書き下し）不等なる両弧の各正弦有り。又、其の各余弦有り。而(しか)して両弦相い加え、相い減ずる弧の各正弦を求む。其の法に二有り。一に相い加うる、一に相い減ずるなり。
相い加うるは、前弧の正弦を以て後弧の余弦を乗じ、後弧の正弦を以て前弧の余弦を乗ず。各々数を得、之を併せて実と為す。半径を以て法と為して、之を一にすれば、両弧相い加えて総弧と為るの正弦を得。
相い減ずるは、亦(また)前法の如く互いに乗じ、各々の数を得。相い減じ、余りを実と為す。半径を以て法と為せば、両弧相い減ずる弧の正弦と為る。

（原文）有両弧不等之各正弦。又有其各餘弦。而求両弦相加、相減弧之各正弦。其法有二。一相加。一相減。相加者。以前弧之正弦。乗後弧之餘弦。以後弧之正弦。乗前弧之餘弦。各得数。并之為實。以半径為法。而一。得両弧相加為總弧之正弦。相減者。亦如前法互乗、得各數。相減、餘為實。以半径為法。為両弧相減弧之正弦

これは加法定理を説明している．

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

日本で制作された星図・日本に伝来した星図の系譜



宣教師がヨーロッパから持ってきた本は？

Christoph Clavius

グレゴリオ暦をつくった
宣教師　M.Ricci の教師

表 1.3.1　漢訳書とクラヴィウス著作の利用

クラヴィウスの著作	漢語著作の成立	漢語著作タイトル	著者/翻訳者
『エウクレイデス原論 (Euclidis elementorum)』1574 年	1607 年	『幾何原本』	マテオ・リッチ，徐光啓
『アストロラビウム (Astrolabium)』1593 年	1607 年	『渾蓋通憲図説』	マテオ・リッチ，李之藻
『実用幾何 (Geometrica practica)』1604 年	1608 年	『測量法義』	マテオ・リッチ，徐光啓
『サクロボスコ天球論註解 (In sphaeram Ioannis de Sacro Bosco commentarius)』1570 年	1608 年	『乾坤体義』	マテオ・リッチ，李之藻
『実用算術要綱 (Epitome arithmeticae practicae)』1583 年	1614 年	『同文算指』	マテオ・リッチ，李之藻
『サクロボスコ天球論註解 (In sphaeram Ioannis de Sacro Bosco commentarius)』1570 年	1614 年	『圜容較義』	マテオ・リッチ，李之藻
『実用幾何 (Geometria practica)』1604 年	1631 年	『測量全義』	ジャコモ・ロー

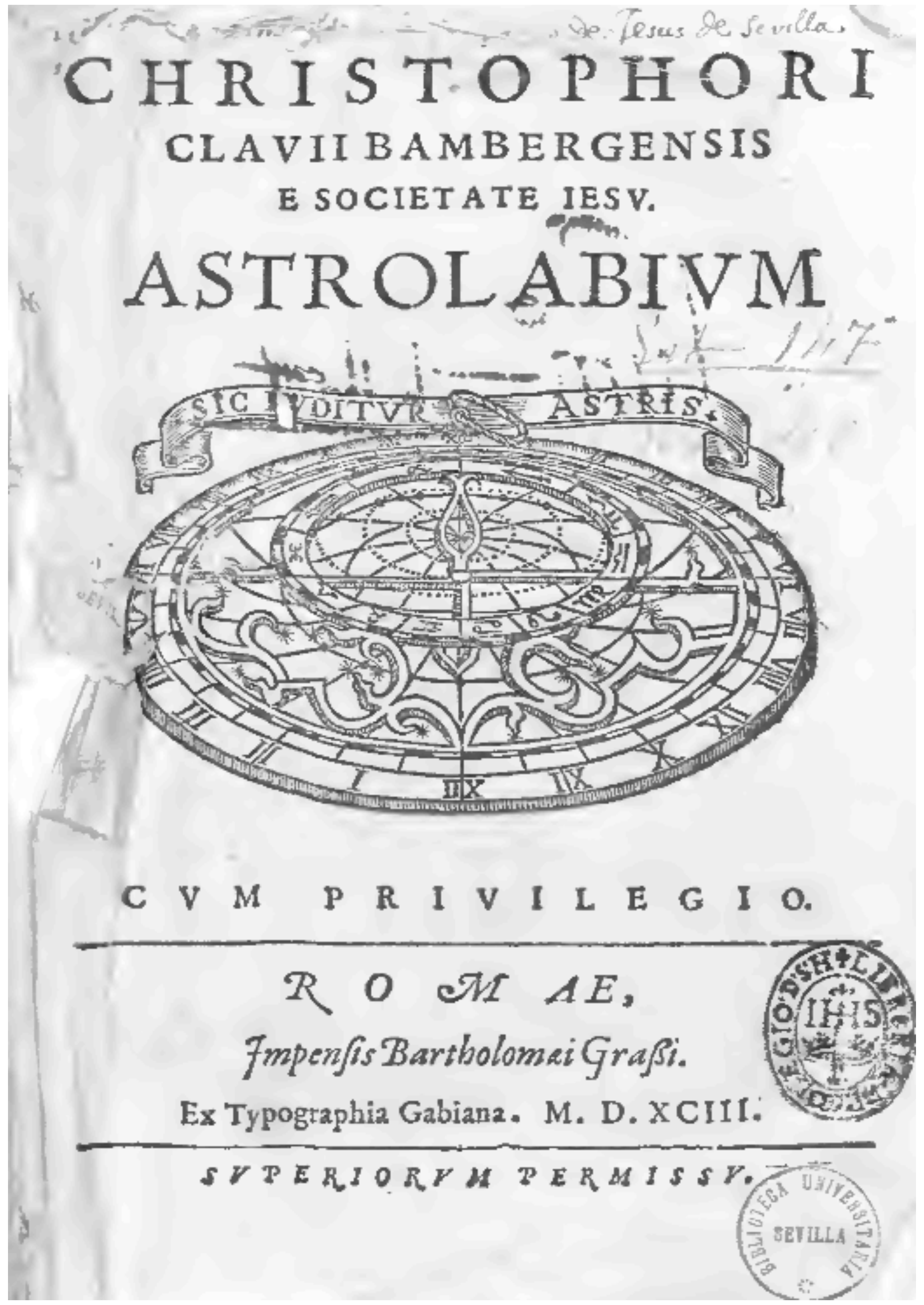
表 B.2: ルネサンスのヨーロッパでの三角法の発展.

名前生没年	代表著書と数学的な貢献	三角関数表
レギオモンタヌス 1436-1476 (Regiomontanus; Johannes Müller)	『すべての三角形について (De Triangulis Omnimodis)』(1464, 刊行は 1533 年) 三角法を天文学から独立した分野にした．正弦を用いた．正弦定理，球面余弦定理を示した.	半径 60000 の sin
コペルニクス 1473-1543 (Nicolaus Copernicus)	『天球の回転について (De revolutionibus orbium coelestium)』(1543) 球面三角法を詳述して，地動説を提案.	半径 10^5，10 分角ごとの正弦表
レティクス 1514-1574 (Georg Joachim Rheticus)	『三角形理論のカノン（Canon doctrinætriangulorum）』(1551) 『三角法（Opus Palatinum de triangulis）』(1596) 三角関数を「円の弦」ではなく「直角三角形の辺の比」として初めて定義.	半径 10^4，10 秒角ごと. 6 種の三角関数
ヴィエト 1540-1603 (François Viète)	『数学的表（Canon mathematicus）』(1579) 和積の公式，n 倍角公式	半径 10^5，1 分角ごと. 6 種の三角関数
ピティスクス 1561-1613 (Bartholomäus Pitiscus)	『三角法（Trigonometria）』(1595) 『数学宝典（Thesaurus Mathematicus)』(1613) Trigonometry という用語を創案．和積の公式（prosthaphaeresis, プロスタパエレシス）を用いて表計算．レティクスの遺稿を整理・修正し普及させた.	半径 10^{15}，10 秒角ごと，sin, tan, sec
ステヴィン 1548-1620 (Simon Stevin)	『三角法 (De Driehouckhandel)』(1605) 十進小数の記法を考案し，三角関数の値を小数で扱う．測量への応用を詳述.	sin, tan, sec

B. Pitiscus

Christoph Clavius, Astrolabium (1593)

https://archive.org/details/ARes43405



CHRISTOPHORI
CLAVII BAMBERGENSIS
E SOCIETATE IESV.
ASTROLABIVM

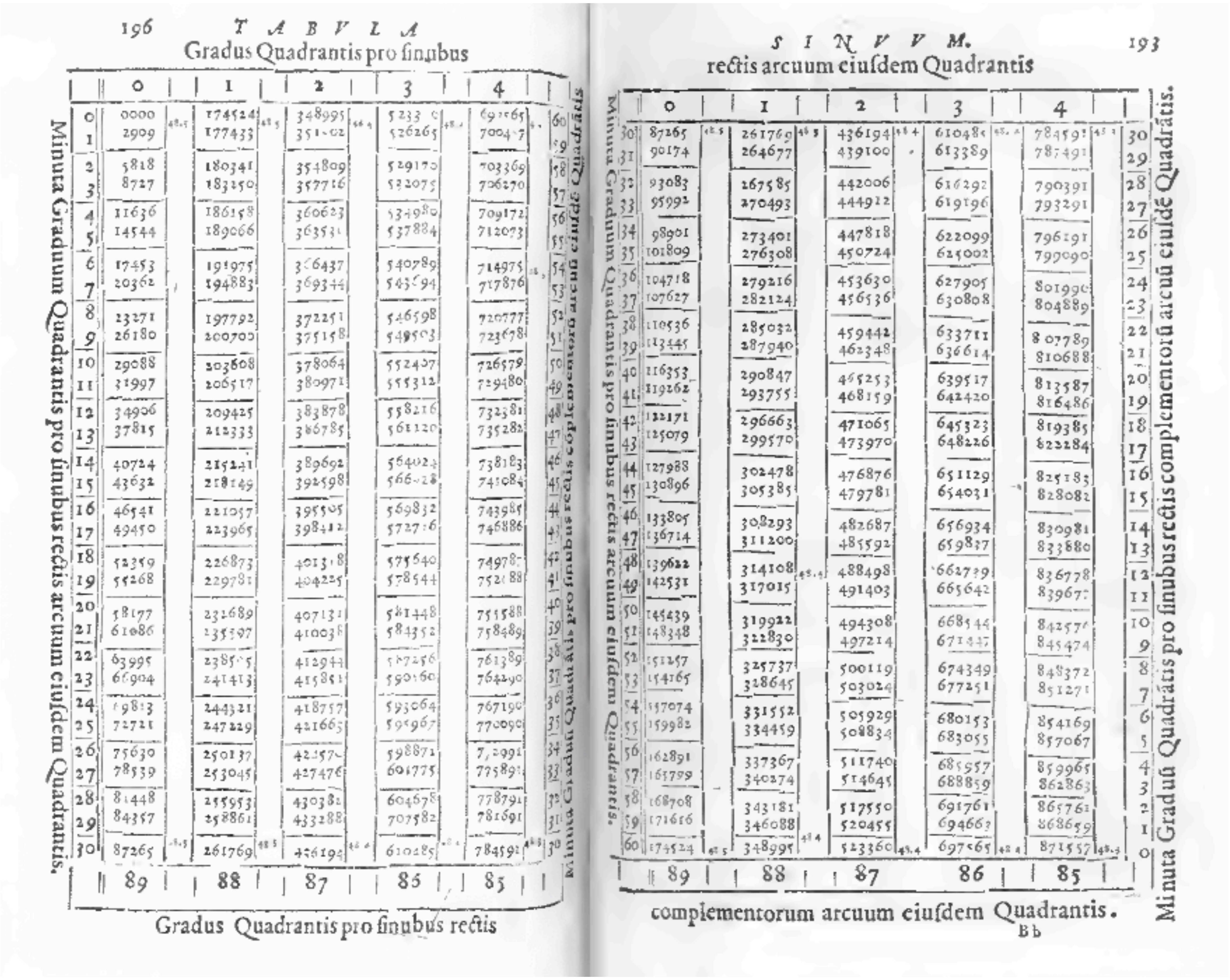
CVM PRIVILEGIO.
ROMAE,
Impensis Bartholomaei Grassi.
Ex Typographia Gabiana. M. D. XCIII.
SVPERIORVM PERMISSV.

SERENISS.MO PRINCIPI
AC DOMINO
D. FRANC.CO MARIAE II.
VRBINI DVCI.

CHRISTOPHORVS CLAVIVS
è Societate Iesu S. P. D.

MATHEMATICARVM disciplinarum, quod te non fugit, PRINCEPS SERENISSIME, tam immensa copia, atque vbertas est, vt cum quis omnia ferè ipsarum arcana se animo, & cogitatione comprehendisse existimat, tunc quasi nouum, ac rudem intelligat ad ea scrutanda penitus accedere, cum ex vnius perceptione rei altera identitem emergat: vt è multis tanquam nodis ac nexibus catena sese implicante, noua quædam incipiat occupatio, vbi desitura esset. Atq; ego huius rei si non iudex, certe testis esse possum. Cum enim eorum iussu, quibus me regendum permisi, in præstantissimis hisce studijs, scitu dignissimis vel publicè profitendis, vel, quantum res mea tulit,

* 2



196 TABVLA SINVVM. 193

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta	0	1	2	3	4	
0	0000	174524	348995	5233 0	69[illegible]65	60
1	2909	177433	351[illegible]02	526265	7004[illegible]7	59
2	5818	180341	354809	529170	703369	58
3	8727	183250	357716	532075	706270	57
4	11636	186158	360623	534980	709172	56
5	14544	189066	363531	537884	712073	55
6	17453	191975	366437	540789	714975	54
7	20362	194883	369344	543694	717876	53
8	23271	197792	372251	546598	720777	52
9	26180	200700	375158	549503	723678	51
10	29088	203608	378064	552407	726579	50
11	31997	206517	380971	555312	729480	49
12	34906	209425	383878	558216	732381	48
13	37815	212333	386785	561120	735282	47
14	40724	215241	389692	564024	738183	46
15	43632	218149	392598	566[illegible]28	741084	45
16	46541	221057	395505	569832	743985	44
17	49450	223965	398412	5727[illegible]6	746886	43
18	52359	226873	4013[illegible]8	575640	74978[illegible]	42
19	55268	229781	404225	578544	752[illegible]88	41
20	58177	232689	407131	581448	755588	40
21	61086	235597	410038	584352	758489	39
22	63995	2385[illegible]5	412944	587256	761389	38
23	66904	241413	415851	590160	764290	37
24	[illegible]9813	244321	418757	593064	767190	36
25	72721	247229	421663	595967	770090	35
26	75630	250137	42257[illegible]	598871	7[illegible]2991	34
27	78539	253045	427476	601775	775891	33
28	81448	255953	430382	604678	778791	32
29	84357	258861	433288	707582	781691	31
30	87265	261769	436194	610485	784591	30
31	90174	264677	439100	613389	787491	29
32	93083	267585	442006	616292	790391	28
33	95992	270493	444912	619196	793291	27
34	98901	273401	447818	622099	796191	26
35	101809	276308	450724	625002	799090	25
36	104718	279216	453630	627905	801990	24
37	107627	282124	456536	630808	804889	23
38	110536	285032	459442	633711	807789	22
39	113445	287940	462348	636614	810688	21
40	116353	290847	465253	639517	813587	20
41	119262	293755	468159	642420	816486	19
42	122171	296663	471065	645323	819385	18
43	125079	299570	473970	648226	822284	17
44	127988	302478	476876	651129	825183	16
45	130896	305385	479781	654031	828082	15
46	133805	308293	482687	656934	830981	14
47	136714	311200	485592	659837	833880	13
48	139622	314108	488498	662739	836778	12
49	142531	317015	491403	665642	839677	11
50	145439	319922	494308	668544	842576	10
51	148348	322830	497214	671447	845474	9
52	151257	325737	500119	674349	848372	8
53	154165	328645	503024	677251	851271	7
54	157074	331552	505929	680153	854169	6
55	159982	334459	508834	683055	857067	5
56	162891	337367	511740	685957	859965	4
57	165799	340274	514645	688859	862863	3
58	168708	343181	517550	691761	865761	2
59	171616	346088	520455	694663	868659	1
60	174524	348995	523360	697565	871557	0
	89	88	87	86	85	Minuta

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

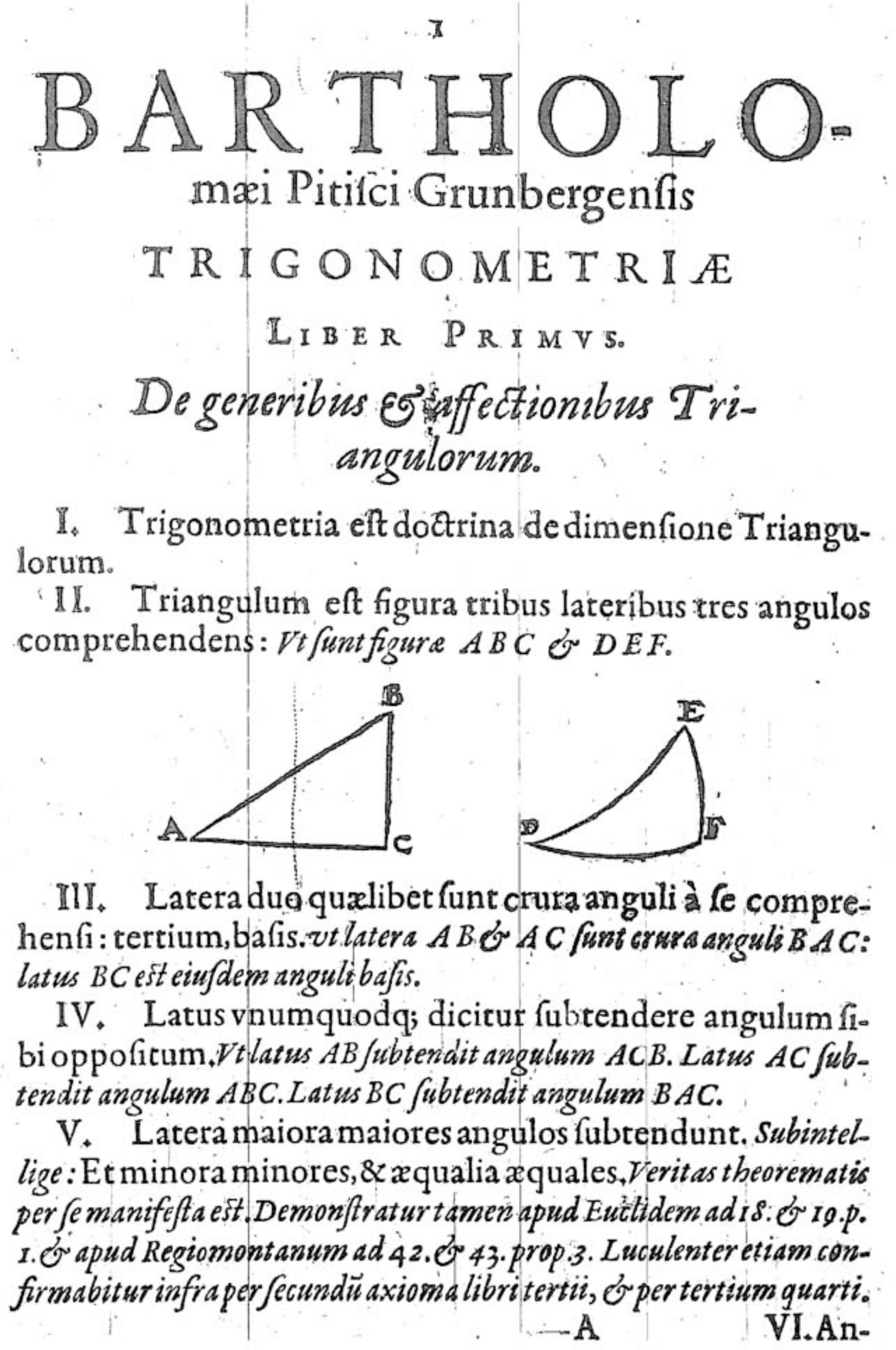
Bb

アストロラーベの構造，幾何学的な設計原理，および使用法（時刻の測定、星の位置計算、測量など）を詳細に解説した書.

7桁の正弦表

ピティスクス『三角法』1612

Pitiscus（1561-1613）　『Trigonometriae sive De dimensione triangulorum』



1

BARTHOLOmæi Pitisci Grunbergensis

TRIGONOMETRIÆ

LIBER PRIMVS.

De generibus & affectionibus Triangulorum.

I. Trigonometria est doctrina de dimensione Triangulorum.

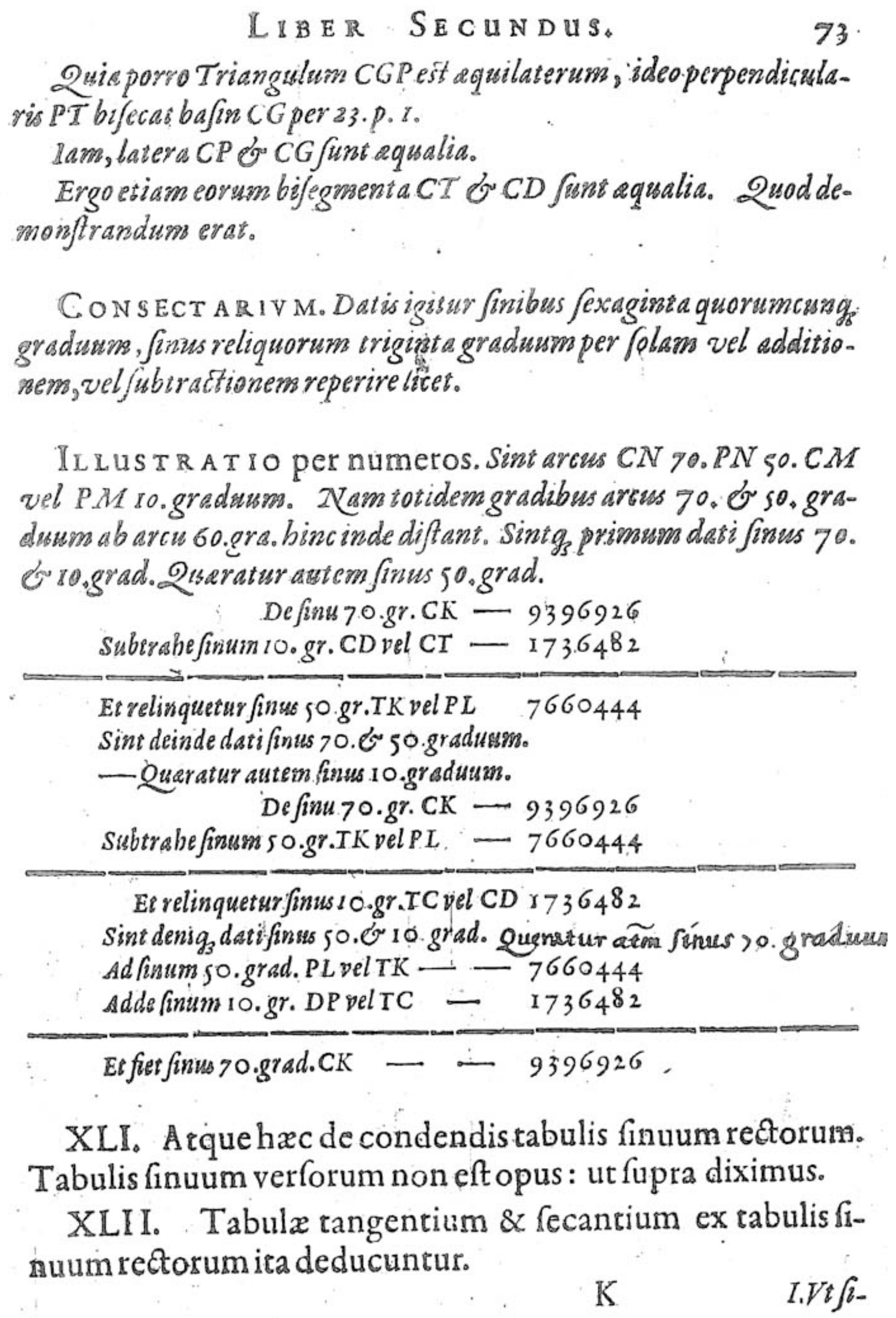
II. Triangulum est figura tribus lateribus tres angulos comprehendens: *Vt sunt figuræ ABC & DEF.*

III. Latera duo quælibet sunt crura anguli à se comprehensi: tertium, basis. *vt latera AB & AC sunt crura anguli BAC: latus BC est eiusdem anguli basis.*

IV. Latus vnumquodq; dicitur subtendere angulum sibi oppositum. *Vt latus AB subtendit angulum ACB. Latus AC subtendit angulum ABC. Latus BC subtendit angulum BAC.*

V. Latera maiora maiores angulos subtendunt. *Subintellige:* Et minora minores, & æqualia æquales. *Veritas theorematis per se manifesta est. Demonstratur tamen apud Euclidem ad 18. & 19. p. 1. & apud Regiomontanum ad 42. & 43. prop. 3. Luculenter etiam confirmabitur infra per secundū axioma libri tertii, & per tertium quarti.*

A　VI. An-



LIBER SECUNDUS.　73

Quia porro Triangulum CGP est æquilaterum, ideo perpendicularis PT bisecat basin CG per 23. p. 1.

Iam, latera CP & CG sunt æqualia.

Ergo etiam eorum bisegmenta CT & CD sunt æqualia. Quod demonstrandum erat.

CONSECTARIVM. *Datis igitur sinibus sexaginta quorumcunq; graduum, sinus reliquorum triginta graduum per solam vel additionem, vel subtractionem reperire licet.*

ILLUSTRATIO per numeros. *Sint arcus CN 70. PN 50. CM vel PM 10. graduum. Nam totidem gradibus arcus 70. & 50. graduum ab arcu 60. gra. hinc inde distant. Sintq; primum dati sinus 70. & 10. grad. Quæratur autem sinus 50. grad.*

De sinu 70. gr. CK — 9396926
Subtrahe sinum 10. gr. CD *vel* CT — 1736482

Et relinquetur sinus 50 gr. TK *vel* PL　7660444
Sint deinde dati sinus 70. & 50. graduum.
—*Quæratur autem sinus 10. graduum.*
De sinu 70. gr. CK — 9396926
Subtrahe sinum 50. gr. TK *vel* PL — 7660444

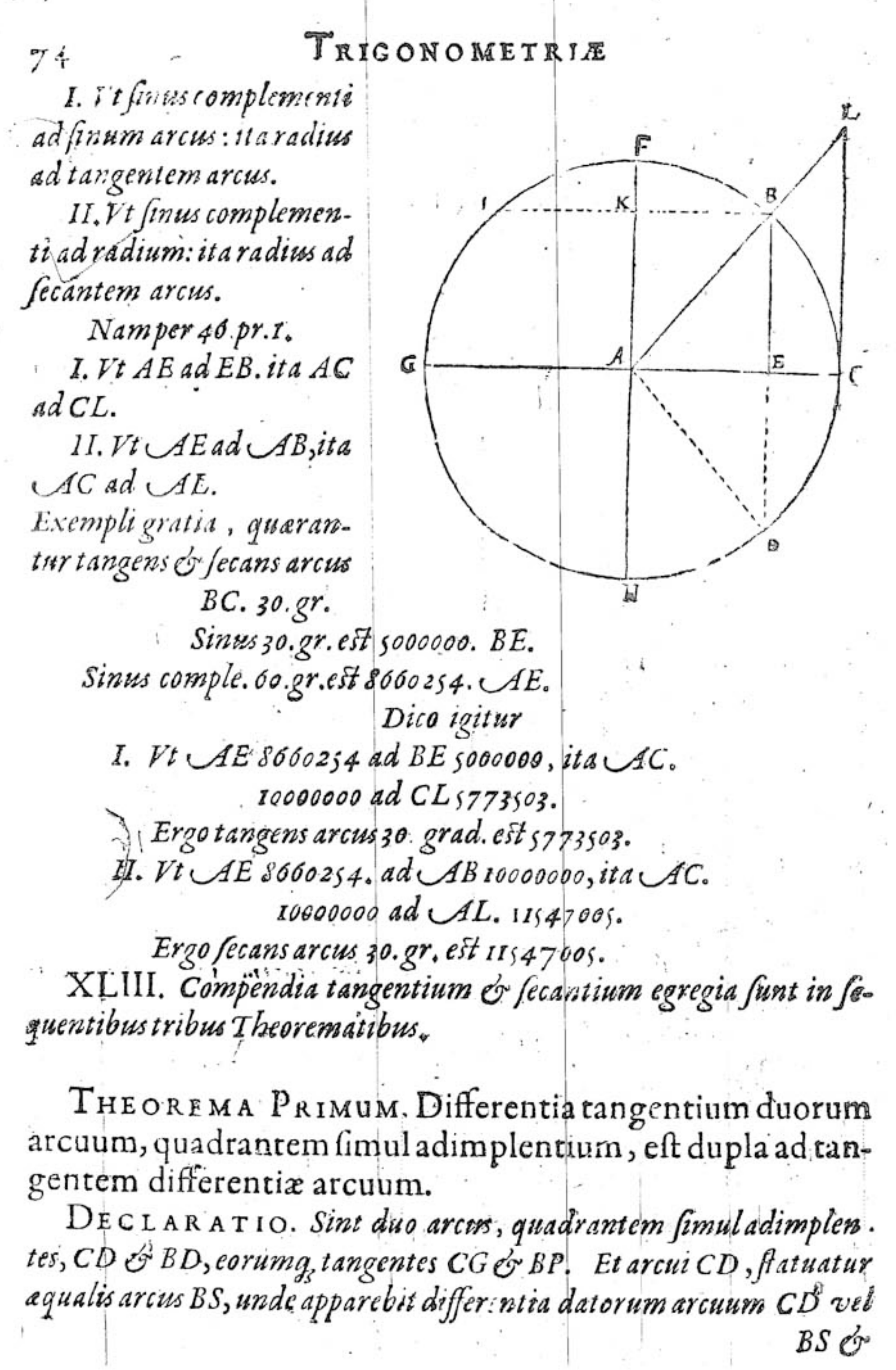
Et relinquetur sinus 10. gr. TC *vel* CD 1736482
Sint deniq; dati sinus 50. & 10. grad. Quæratur autem sinus 70. graduum
Ad sinum 50. grad. PL *vel* TK — — 7660444
Adde sinum 10. gr. DP *vel* TC — 1736482

Et fiet sinus 70. grad. CK — — 9396926

XLI. Atque hæc de condendis tabulis sinuum rectorum. Tabulis sinuum versorum non est opus: ut supra diximus.

XLII. Tabulæ tangentium & secantium ex tabulis sinuum rectorum ita deducuntur.

K　*I. Vt si-*



74　TRIGONOMETRIÆ

I. Vt sinus complementi ad sinum arcus: ita radius ad tangentem arcus.

II. Vt sinus complementi ad radium: ita radius ad secantem arcus.

Nam per 46. pr. 1.

I. Vt AE ad EB. ita AC ad CL.

II. Vt AE ad AB, ita AC ad AL.

Exempli gratia, quærantur tangens & secans arcus BC. 30. gr.

Sinus 30. gr. est 5000000. BE.
Sinus comple. 60. gr. est 8660254. AE.
Dico igitur
I. Vt AE 8660254 ad BE 5000000, ita AC. 10000000 ad CL 5773503.
Ergo tangens arcus 30. grad. est 5773503.
II. Vt AE 8660254. ad AB 10000000, ita AC. 10000000 ad AL. 11547005.
Ergo secans arcus 30. gr. est 11547005.

XLIII. *Compendia tangentium & secantium egregia sunt in sequentibus tribus Theorematibus.*

THEOREMA PRIMUM. Differentia tangentium duorum arcuum, quadrantem simul adimplentium, est dupla ad tangentem differentiæ arcuum.

DECLARATIO. *Sint duo arcus, quadrantem simul adimplentes, CD & BD, eorumq; tangentes CG & BP. Et arcui CD, statuatur æqualis arcus BS, unde apparebit differentia datorum arcuum CD vel*

BS &

ピティスクス『三角法』1612

Pitiscus（1561-1613）　『Trigonometriae sive De dimensione triangulorum』

10秒角間隔で15桁の精度を持つ

O. Grad. O. Prim.

Secunda	Sinus	1''	Tangens	1''	Secans	1''
1	48	49	48	49	100000.00000.12	35
2	97	48	97	48	100000.00000.47	59
3	1.45	49	1.45	49	100000.00001.06	82
4	1.94	48	1.94	48	100000.00001.88	106
5	2.42	49	2.42	49	100000.00002.94	129
6	2.91	48	2.91	48	100000.00004.23	153
7	3.39	49	3.39	49	100000.00005.76	176
8	3.88	48	3.88	48	100000.00007.52	200
9	4.36	49	4.36	49	100000.00009.52	223
10	4.85	48	4.85	48	100000.00011.75	247
11	5.33	49	5.33	49	100000.00014.22	270
12	5.82	48	5.81	48	100000.00016.92	294
13	6.30	49	6.30	49	100000.00019.86	317
14	6.79	48	6.79	48	100000.00023.03	341
15	7.27	49	7.27	49	100000.00026.44	365
16	7.76	48	7.76	48	100000.00030.09	387
17	8.24	49	8.24	49	100000.00033.96	412
18	8.73	48	8.73	48	100000.00038.08	435
19	9.21	49	9.21	49	100000.00042.43	458
20	9.70	48	9.70	48	100000.00047.01	482
21	10.18	49	10.18	49	100000.00051.83	505
22	10.67	48	10.67	48	100000.00056.88	529
23	11.15	49	11.15	49	100000.00062.17	552
24	11.64	48	11.64	48	100000.00067.69	576
25	12.12	49	12.12	49	100000.00073.45	599
26	12.61	48	12.61	48	100000.00079.44	623
27	13.09	48	13.09	48	100000.00085.67	647
28	13.57	49	13.57	49	100000.00092.14	670
29	14.06	48	14.06	48	100000.00098.84	693
30	14.54	49	14.54	49	100000.00105.77	717

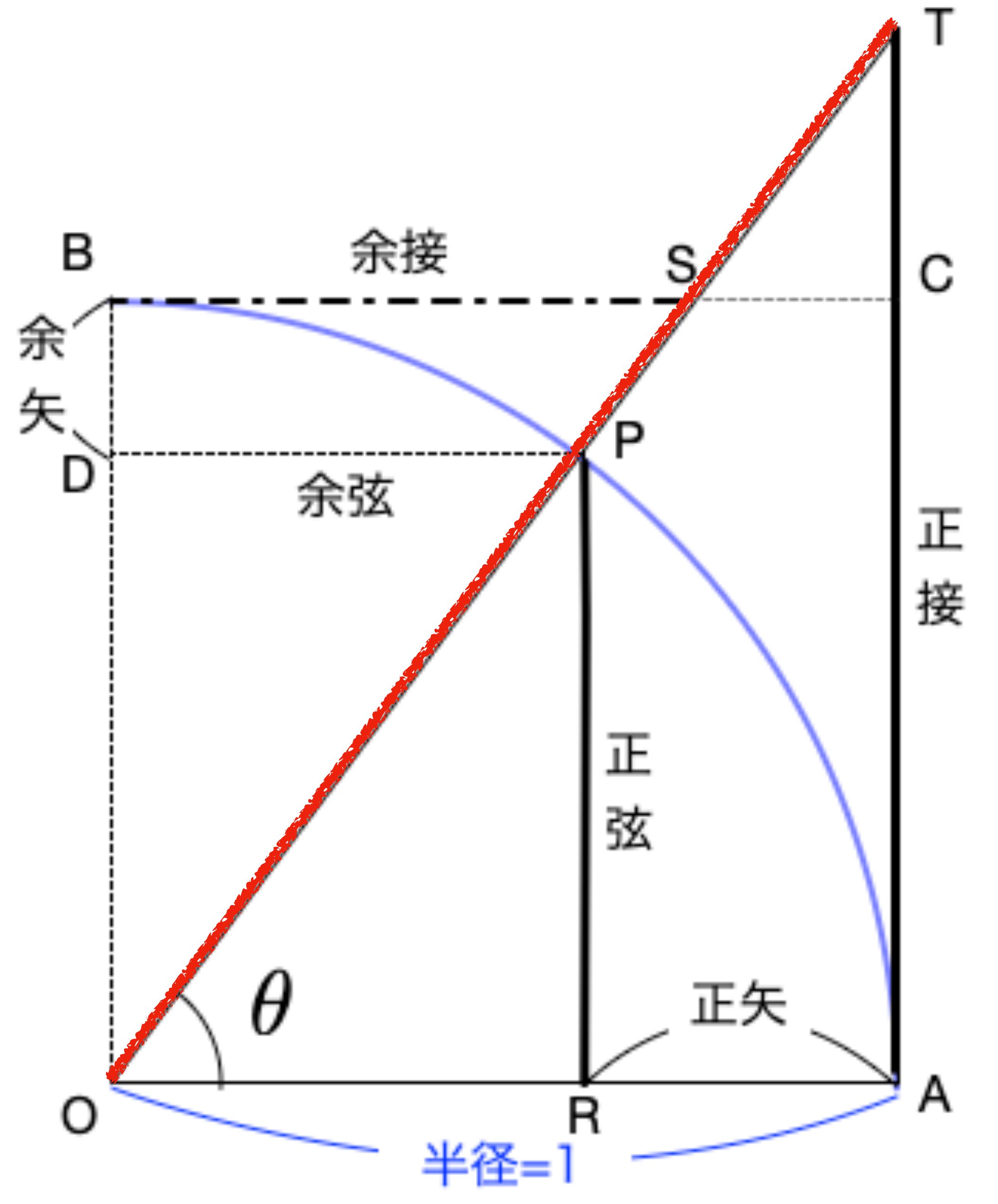
89. Grad. 59. prim.

Secunda	Sinus	1''	Tangens	1''	Secans	1''
59	99999.99999.88		20626480624.	Vt in secantibus	20626480625.	
58	99999.99999.53	35	10313240312.		10313240313.	10313240312
57	99999.99998.94	59	6875493541.		6875493542.	3437746770
56	99999.99998.12	82	5156620156.		5156620157.	1788673385
55	99999.99997.06	106	4125296124.		4125296125.	1031324031
54	99999.99995.77	129	3437746770.		3437746771.	687549354
53	99999.99994.24	153	2946640088.		2946640090.	491106681
52	99999.99992.48	176	2578310077.		2578310079.	368330011
51	99999.99990.48	200	2291831179.		2291831181.	286478898
50	99999.99988.25	223	2062648061.		2062648063.	229183118
49	99999.99985.78	247	1875134600.		1875134603.	187513460
48	99999.99983.08	270	1718873383.		1718873386.	156261217
47	99999.99980.14	294	1586652354.		1586652357.	132221029
46	99999.99976.97	317	1473320042.		1473320046.	113332311
45	99999.99973.56	341	1375098706.		1375098710.	9822[illegible]36
44	99999.99969.91	365	1289155036.		1289155040.	85949670
43	99999.99966.04	387	1213322388.		1213322392.	75832648
42	99999.99961.92	412	1145915587.		1145915592.	67406800
41	99999.99957.57	435	1085604240.		1085604245.	60311347
40	99999.99952.99	458	1031324028.		1031324033.	54280212
39	99999.99948.17	482	982213360.		982213365.	49110668
38	99999.99943.12	505	937567297.		937567303.	44646062
37	99999.99937.83	529	896803503.		896803508.	40763795
36	99999.99932.31	552	859436689.		859436695.	37366813
35	99999.99926.55	576	825059221.		825059227.	34377468
34	99999.99920.55	600	793326174.		793326180.	31733047
33	99999.99914.33	622	763943722.		763943729.	29382451
32	99999.99907.86	647	736660018.		736660025.	27283704
31	99999.99901.16	670	711257948.		711257955.	25402020
30	99999.99894.23	693	687549349.		687549357.	23708598

A 2

theta = (0 + 0/60 + 30/3600) Degree;
sin = 0.00014544410535843506104
tan = 0.00014544410382007367148
sec = 1.0000000105769938358

theta = (89 + 59/60 + 30/3600) Degree;
sin = 0.99999998942300627605
tan = 6875.4934930885103259
sec = 6875.4935658105626205



天文学者は, sin
測量士は, tan
航海士は, sec

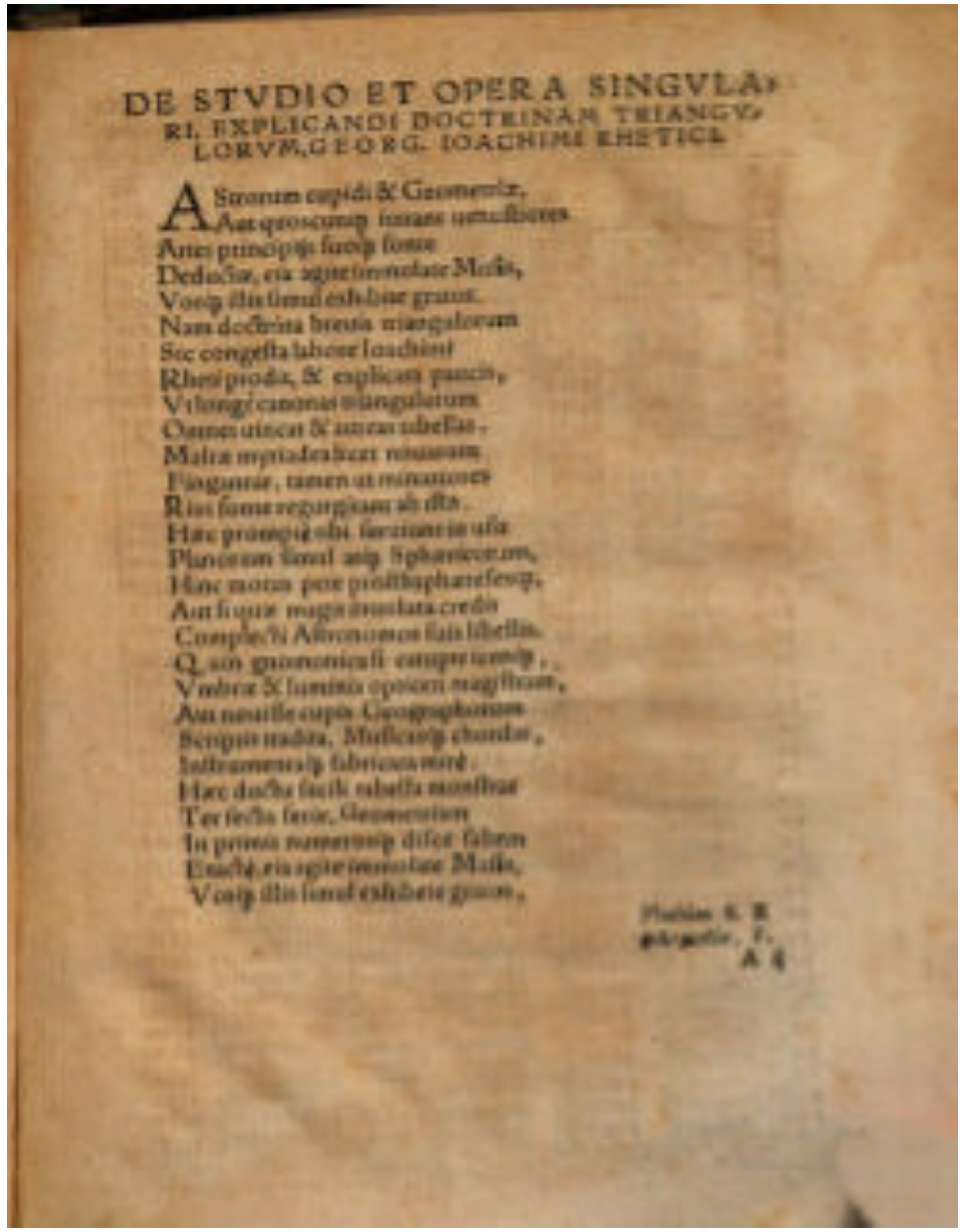
The third important point is the structure of trigonometric theory itself. Astronomers used mainly sines. On the other hand, surveyors used an equivalent to the tangent for their calculation, while for many navigators, whom I shall discuss later, the secant was an important function.[38] It was not until in the sixteenth century that these three functions, treated separately for a long time, were unified into the trigonometry, based upon a circle and a triangle inside of it, through the works of Rheticus, etc.. This unification provided a new systematic trigonometry with mathematical foundations, and all applications which had existed separately were subsequently discussed together under this new trigonometry.

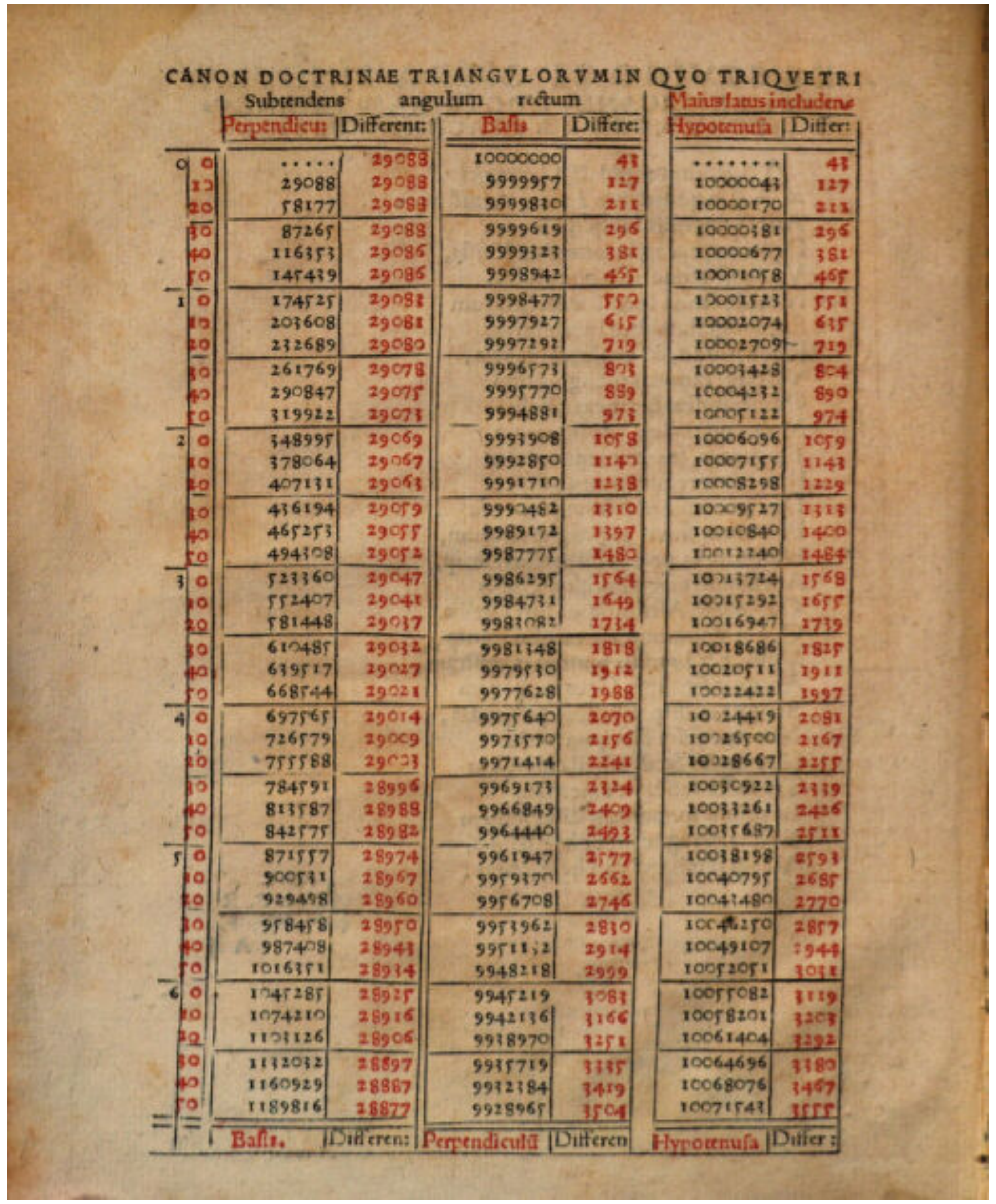
N. Miura, Historia Scientriarum 30 (1986) 63-

レティクス『三角形理論のカノン』1551

Rheticus『Canon doctrinætriangulorum』

10秒角間隔で8桁の精度を持つ
６種類の三角関数

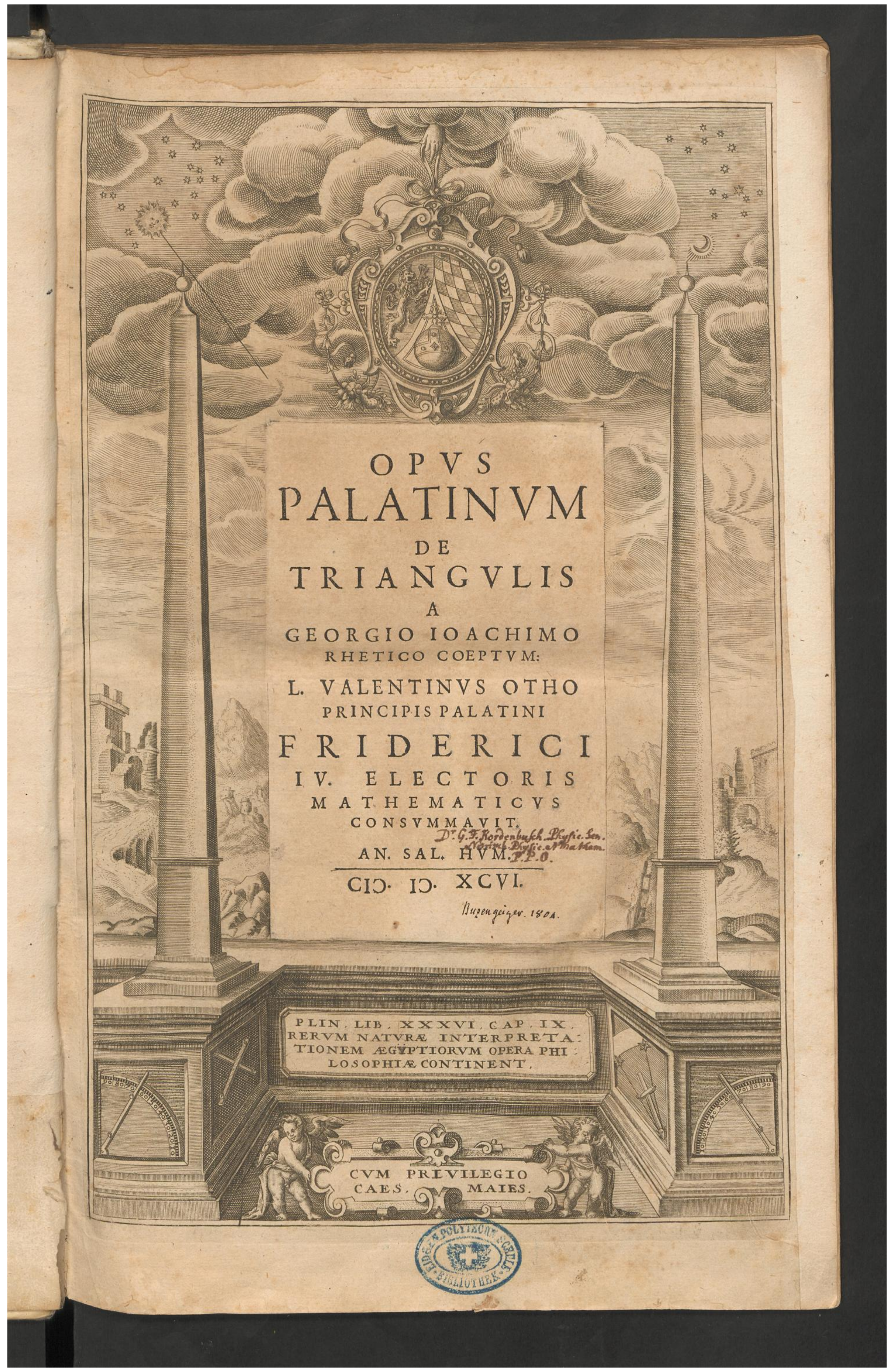


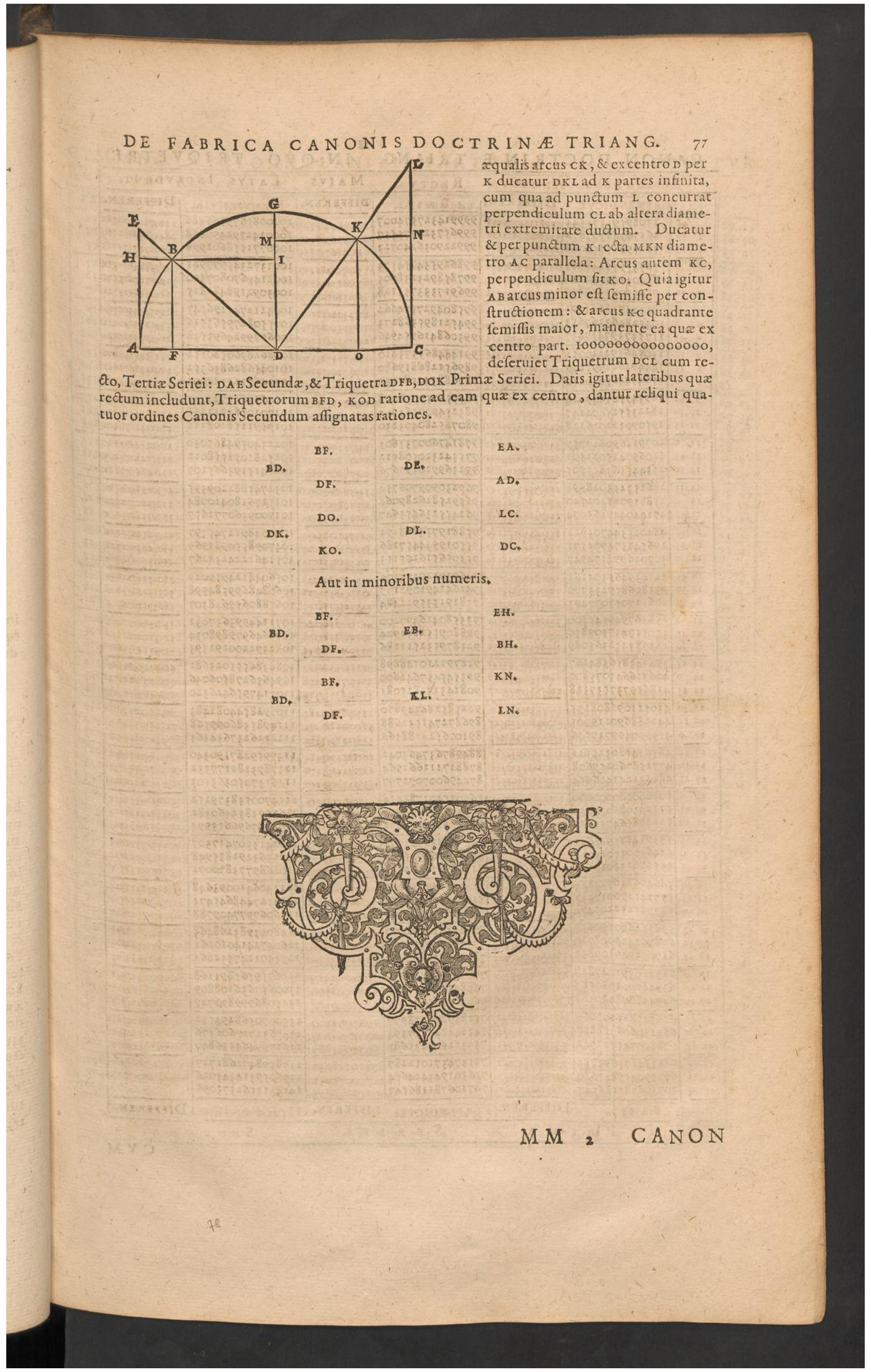


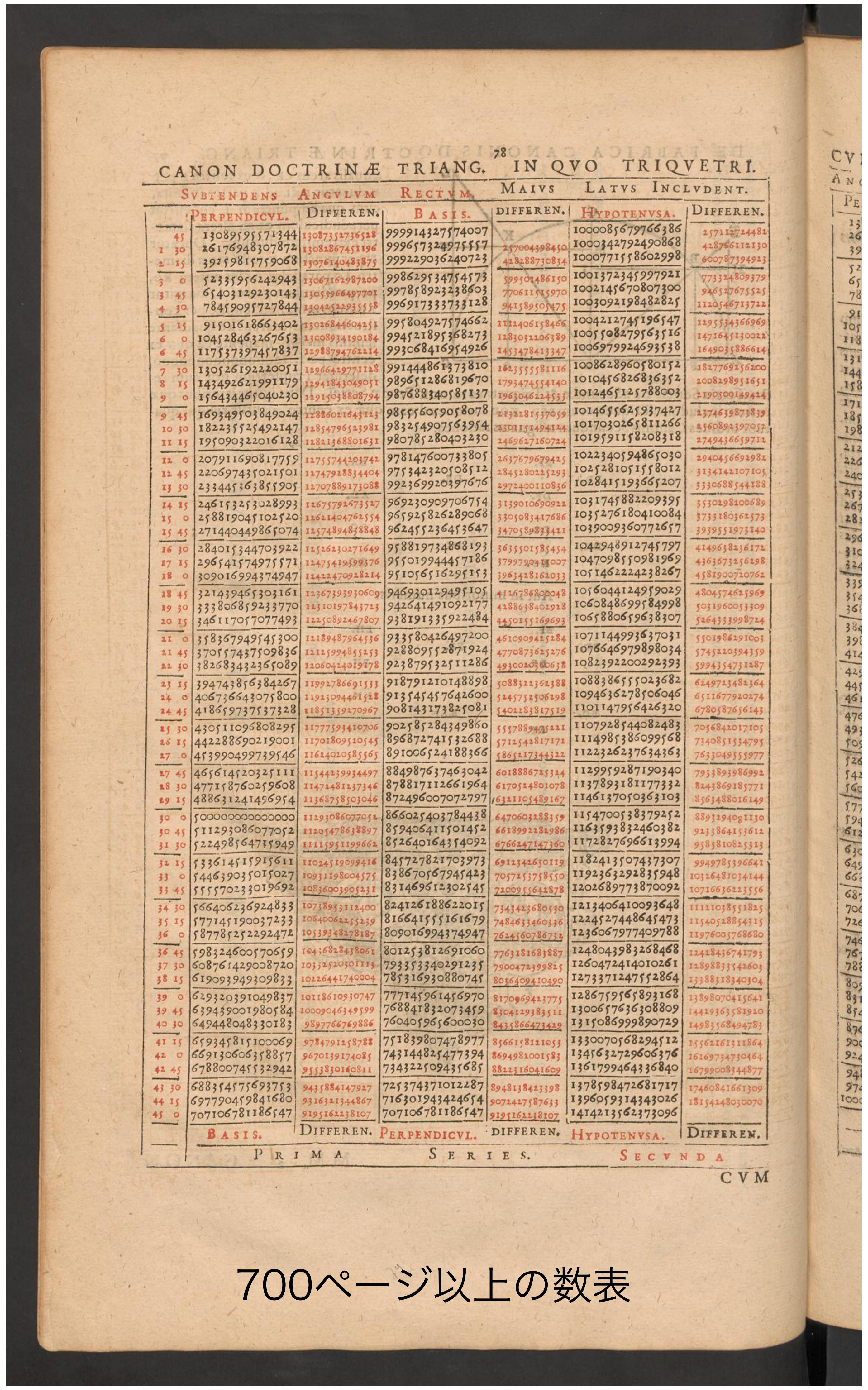
レティクス『すべての三角形について』1596

10秒角間隔で8桁の精度を持つ
６種類の三角関数

Rheticus『Opus Palatinum de triangulis)』







700ページ以上の数表

12c ルネサンス　イスラム文化がヨーロッパに伝わる

★ ヒッパルコス(BC190頃-BC120頃)
プトレマイオス(83頃-168頃)『アルマゲスト』(2c)

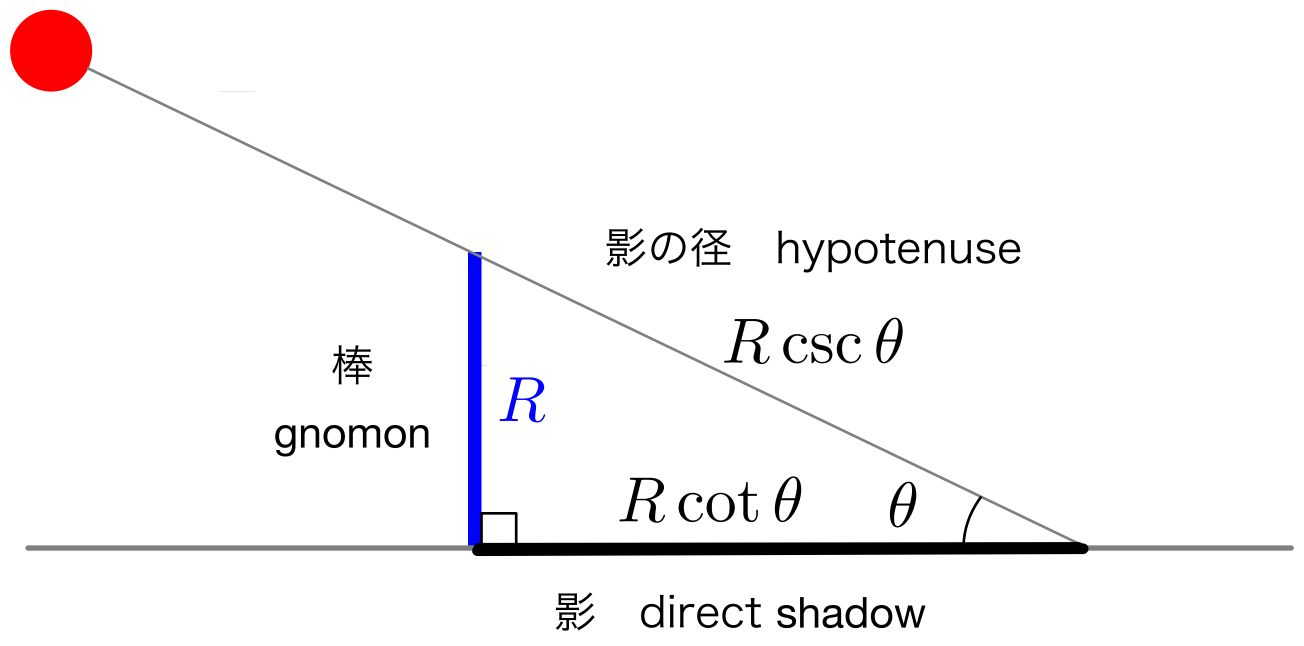
★ ヴァラーハミヒラ (505-587)
ブラフマグプタ (598-665)
バースカラ2世 (1114-1185)

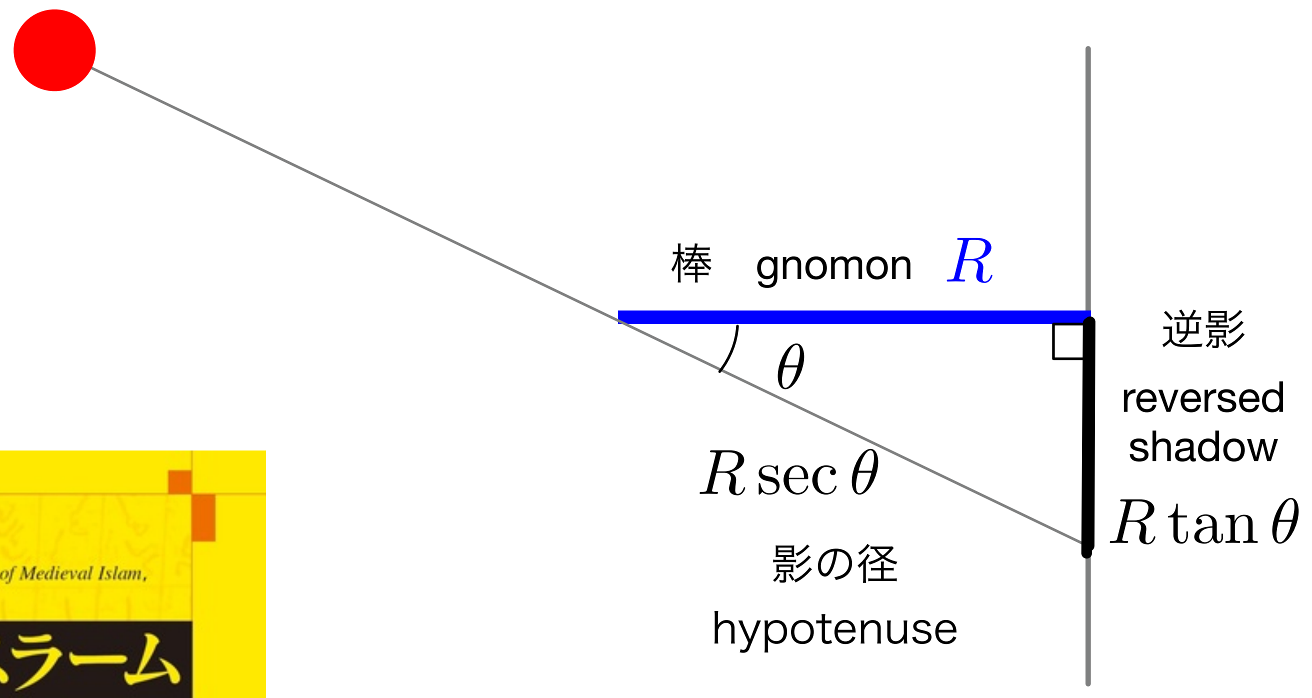
★ ハバシュ (? -864頃)
アル=フワーリズミー (780-850)
アル・バッターニー (853-929)
アブル・ワファー (940-998)
アル=ビールーニー (973--1048)
トゥースィー (1201-1274)

★ レギオモンタヌス (1436-1476)
レティクス (1514-1574)
ピティスクス (1561-1613)

イスラームで三角法が発展した　理由の1：日時計の影の長さ

影の長さ・影の径から tan, cot, sec, csc





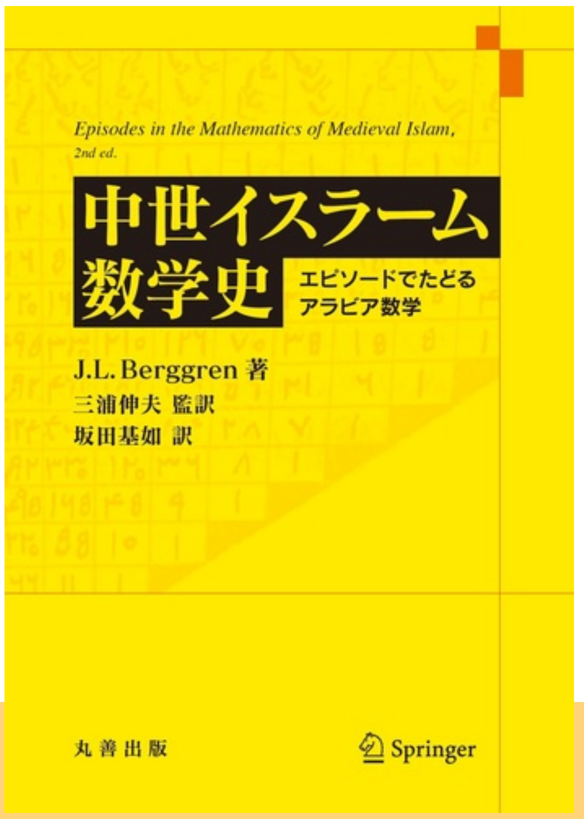


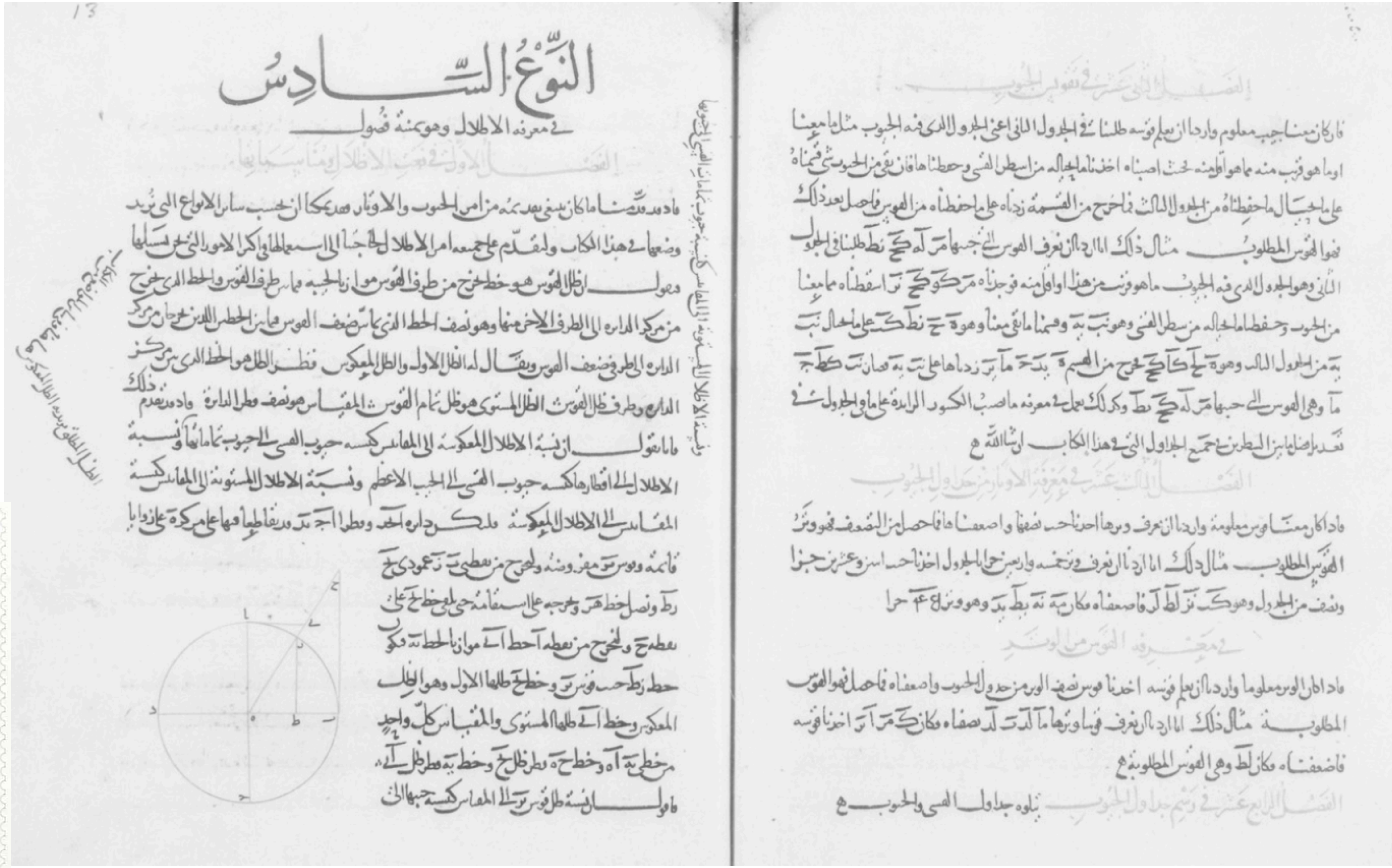
表 B.3: 三角法の発展に関係したイスラームの数学者．[15, 18] を参考に作成．大文字で始まる三角関数は半径を乗じた値（Sin θ は $60\sin\theta$ など）．

名前		主な貢献・特徴	三角関数表
アル＝フワーリズミー al-Khwārizmī	780-850	代数学の体系化，地理学的座標の改訂．アルゴリズムの語源．日時計，観象儀（アストロラーベ）なども作成したとされる．(フワーリズミーは「ホラズム出身の人」の呼称)	Sin θ (1° ごと, 3 桁), 12 cot θ (1° ごと，少数 1 桁)
ハバシュ・ハーシブ Ḥabash al-Ḥāsib	? -864 頃	太陽・月の距離と大きさに関してアラビア語で初めて言及．弦ではなく正弦を使うインド数学を用いるが，インド数学にはない球面三角表や 60 進法を用いるプトレマイオス天文学を中心にする．	Sin θ (15′ ごと，4 桁)，Tan θ(30′ ごと，小数 2 桁), Cot θ，Vers θ，Csc θ (1° ごと，3 桁)
アル・バッターニー Al-Battānī	853–929	三角法・球面三角法の発展．私立天文台を設けて観測し，489 個の恒星表作成．	Sin θ (30′ ごと，3 桁)，12 cot θ (1° ごと，小数 1 桁)
アブル・ワファー・ブーズジャーニー Abū al-Wafā' al-Būzjānī	940-998	三角関数の概念と計算法，円の分割，負数の研究，象限儀の考案．ギリシア科学文献の翻訳・注釈を行い，特にプトレマイオスの『アルマゲスト』の翻訳で名を残す．$R=1$ で三角関数定義．正弦に対する加法定理．	Sin θ (1′ ごと，3 桁)
クーシュヤール・イブン・ラッバーン Kūshyār ibn Labbān	971–1029	『天体の距離と大きさに関する論文』	Sin θ (1′ ごと，3 桁)，Tan θ (1° ごと，3 桁)，7 cot θ, Vers θ (1° ごと，3 桁)
アル＝ビールーニー・アル＝フワーリズミー al-Bīrūnī al-Khwārizmī	973-1048	数学，測地学，天文学に多くの業績．歴史書『過去の足跡』，地理書『インド誌』，精密科学書『占星術要約』，百科全書『マスウード宝典』，地球の計測．『天文表』に正矢，60 進法の採用	Sin θ (10′ ごと，4 桁，表差 2 種)，Tan θ (1° ごと，5 桁，表差 2 種).
ナスィールッディーン・トゥースィー Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī	1201-1274	神学者，哲学者，数学者，天文学者．非ユークリッド幾何学の基礎，三角法の独立．正弦定理．(トゥースィーは「トゥース生まれの人」の呼称)	Sin θ, Vers θ, Tan θ (1′ ごと，3 桁)
ウルグ・ベク Uluġ Beg	1394–1449	サマルカンドに天文台を設立，1,018 の恒星表作成．	Sin θ, Tan θ (1′ ごと，5 桁)

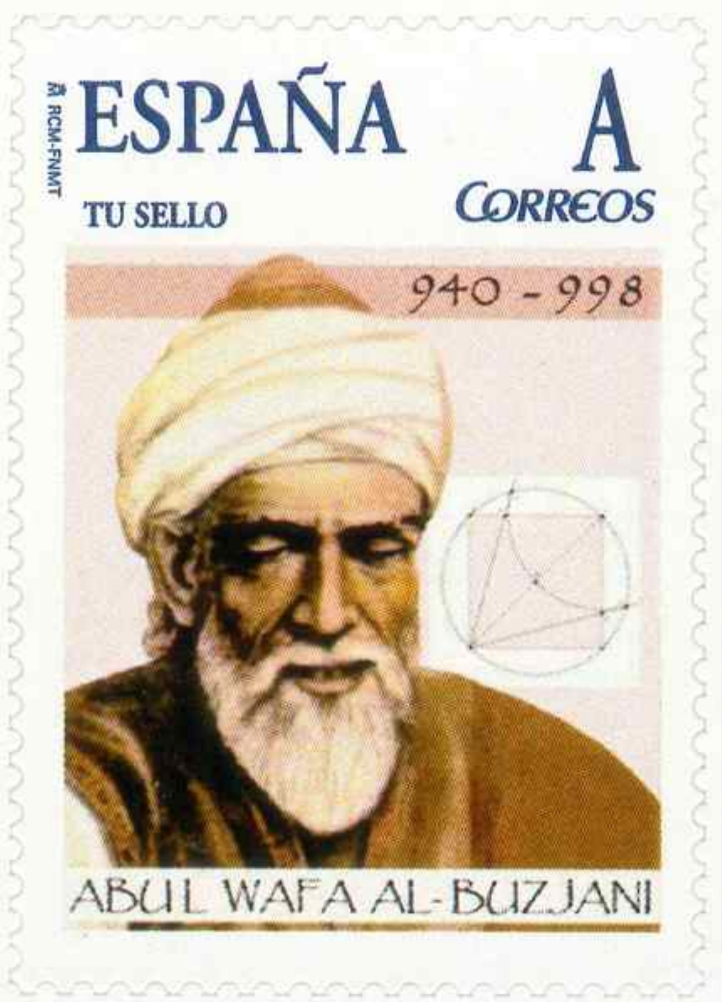
مجسطى ابى الوفا البوزجانى « L'Almageste d'Abou ʾl-Wafâ al-Boûzdjânî ».

MUḤAMMAD ibn Muḥammad al-Būzǧānī (Abū al-Wafā). Auteur du texte

مجسطى ابى الوفا البوزجانى « L'Almageste d'Abou ʾl-Wafâ al-Boûzdjânî ».


النوع السادس

في معرفة الاظلال وهو ستة فصول



https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b100374763?rk=21459;2#

ligne AE (= $45^p.55.19.15$), qui est la corde de $45°$, et dont la moitié, $22.57.39.37$, est le sinus de $22°30'$.

La corde de $\frac{1}{10}$ circonférence est la corde de $36°$ par la douzième proposition du XIII[e] livre des *Éléments;* il est démontré que le côté de l'hexagone et du décagone inscrits au même cercle étant en même ligne droite, leur somme est divisée en moyenne et extrême raison, et la partie la plus longue est le côté de l'hexagone. (Et la plus courte conséquemment, le côté du décagone.)

Or une ligne divisée en moyenne et extrême raison est une ligne divisée de manière que sa totalité est à sa plus grande partie, comme cette plus grande partie est à la plus petite. Et, dans la proposition quinze du livre XIII des *Éléments*, il est démontré que, pour toute ligne divisée en moyenne et extrême raison, lorsque l'on joint la moitié de la plus grande partie à la plus petite, le carré de cette somme est égal à 5 fois le carré de la moitié de la plus longue partie; c'est-à-dire que si la moitié de la plus longue, qui est le côté de l'hexagone (=60^p), est de 30^p, son carré 15 haussé (= $15.60 = 30.30$) étant pris 5 fois, ce qui donne 75 haussé (= 75.60), cela est égal au carré de la somme de $\frac{\text{la plus grande partie}}{2}$ + la plus petite. Tirant donc la racine, nous avons $67^p.4.55.20$, somme de la moitié de la plus grande partie et de la plus petite entière, qui est le côté du décagone. Nous retranchons de la somme la moitié

de la plus grande partie, ou 30^p; et le reste est le côté du décagone ou la corde de $36° = 37^p.4.55.20$, dont la moitié, qui est le sinus de $18°$, est $18^p.32.27.40$.

La corde de $\frac{1}{5}$ circonférence est celle de $72°$, et il est démontré, dans la treizième proposition du XIII[e] livre des *Éléments*, que le carré de la corde de $\frac{1}{5}$ circonférence est égal aux deux carrés du côté de l'hexagone et du côté du décagone. Or le carré du côté de l'hexagone est 60 haussé (= 60.60), et le carré du côté du décagone est $22.55^p.4.39.30$; la somme de ces deux carrés, qui est le carré du côté du pentagone, comprend donc 1 haussé deux fois; elle est $1^2.22^1.55^p4'39''30'''$, dont la racine est le côté du pentagone, savoir : $70^p.32.3.14$; et la moitié $35^p.16.1.37$, est le sinus de $36°$.

Telles sont les cordes dont on peut avoir la valeur exacte par une méthode certaine. On trouve ensuite, par la méthode que l'auteur a exposée, le cosinus des arcs dont le sinus a été déterminé, et de même leur sinus verse.

SECONDE RÈGLE FONDAMENTALE.

Détermination réciproque des sinus les uns par les autres. — Toutes les fois que le sinus d'un arc est connu, on peut en déduire le sinus de la moitié de cet arc; et si le sinus de la moitié est connu, on peut en déduire le sinus du double (de cette moitié).

1° On multiplie la moitié du sinus verse de l'arc

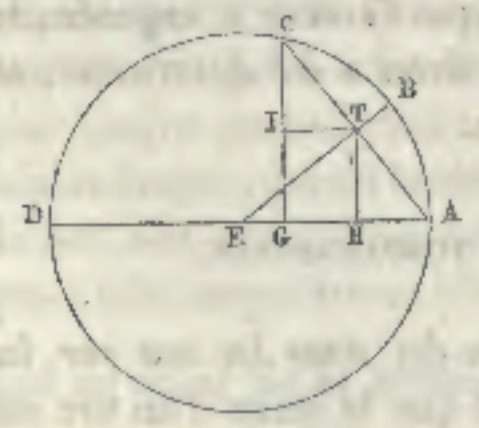
par le demi-diamètre; et, prenant la racine du produit, on a le sinus de $\frac{1}{2}$ arc

$$\left(\sin^2 \frac{1}{2}\text{arc} = \frac{\text{cord}^2}{4} = \frac{\text{sin verse}}{2} \times \frac{\text{diamètre}}{2}\right).$$

2° On multiplie sinus arc donné par son cosinus, et on double le produit : c'est le sinus de l'arc double demandé (divisez par R).

Exemple du premier cas : Nous supposons de $18°$ l'arc dont le sinus est donné; son sinus verse est $2^p.56.12$. La moitié est $1^p.28.6$. Je multiplie par 60, c'est-à-dire 1 haussé une fois, j'extrais la racine; il vient $9^p.33'.9''$; c'est le sinus de $9°$.

Exemple du deuxième cas : Nous supposons encore de $18°$ l'arc dont le sinus est donné. Ce sinus est $18^p.32'.28''$. Le sinus du complément est de $57.3.48$; le produit de ces 2 sinus est $17.38.1.3$, dont le double, $35.16.2.6$, est le sinus de $36°$.



Pour éclairer ces deux propositions, soit le cercle ABCD sur le centre E, je mène le diamètre AED, et je suppose que l'arc AC est donné, et en même temps la corde AC et son sinus droit CG; j'abaisse sur la corde le rayon perpendiculaire ETB, qui coupe la corde en deux parties égales au point T et l'arc au point B.

La demande est que, si la ligne CG, qui est le

sinus droit de l'arc AC, est donnée, la ligne CT, qui est le sinus de CB, sera connue; et que si la ligne CT est donnée, la ligne CG, qui est le sinus de l'arc double, sera connue. Pour cela, si j'abaisse les perpendiculaires TH, TI, sur AE et CG, la ligne AG sera coupée en deux parties égales au point H, et la ligne CG au point I, selon la deuxième proposition du VI[e] livre des *Éléments;* et puisque CG (= sin AC) est donnée, on connaît GE, qui est cosinus AC, et AG, qui est le complément de GE au demi-diamètre, et en même temps HA, qui est $\frac{1}{2}$ AG; comme ATE est un triangle rectangle, et TH perpendiculaire sur AE, on a, par la septième proposition du VI[e] livre, EA : AT :: AT : AH, et par la dix-septième proposition du même livre, surface $AE \times AH = AT^2$; mais la surface AE par AH, ou du demi-diamètre par le demi-sinus verse est connue, ainsi le carré AT^2, et conséquemment la racine AT, qui est le sinus de $\frac{AC}{2}$. Et si c'est sinus $\frac{1}{2}$ AC qui est donné, savoir AT, on connaît son sinus verse BT, comme nous l'avons dit, et aussi TE cosinus, et l'on a AT : TH :: AE : ET par la septième proposition du VI[e] livre; ensuite la surface connue $AT \times ET$ est comme $TH \times AE$ par la dix-septième proposition du même livre; divisant $AT \times ET$ par AC = demi-diamètre, on a TH, dont le double CG est le sinus de AC double de AB; C. Q. F. D.

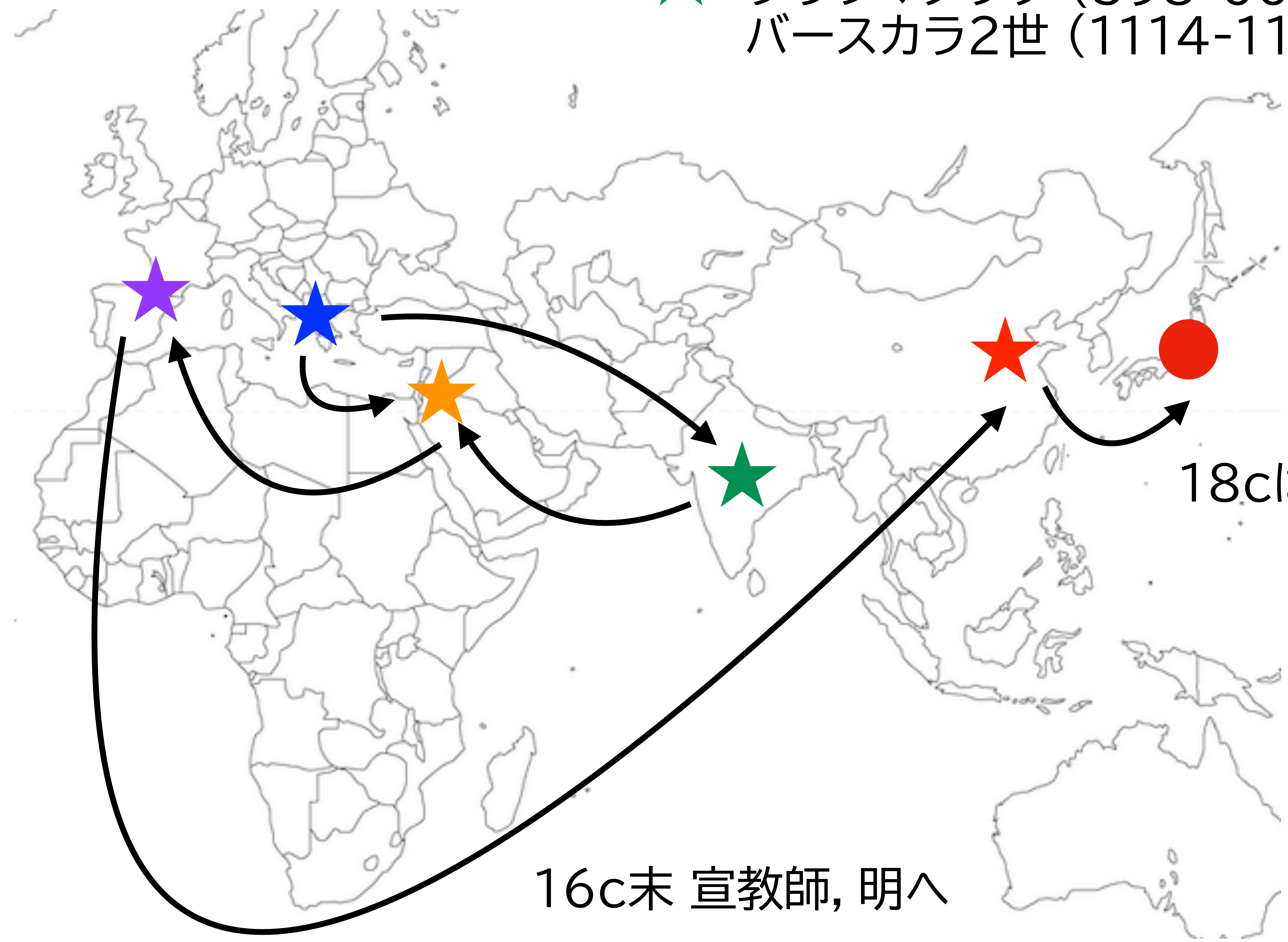
L. A. Sédillot, Journal Asiatique, Paris, XVI (1853), 323
https://archive.org/details/s5journalasiatiq01sociuoft

16c末 イエズス会宣教師　明へ　　ヨーロッパ科学を伝える

ヒッパルコス(BC190頃-BC120頃)
プトレマイオス(83頃-168頃)『アルマゲスト』(2c)

ヴァラーハミヒラ (505-587)
ブラフマグプタ (598-665)
バースカラ2世 (1114-1185)

ハバシュ (? -864頃)
アル＝フワーリズミー (780-850)
アル・バッターニー (853-929)
アブル・ワファー (940-998)
アル＝ビールーニー (973--1048)
トゥースィー (1201-1274)



18cはじめ 中国書, 日本へ

レギオモンタヌス (1436-1476)
レティクス (1514-1574)
ピティスクス (1561-1613)

アダム・シャール
徐光啓『崇禎暦書』(1634)
梅文鼎『暦算全書』(1723)

中根元圭『八線表算法解義』(1727頃)
建部賢弘『算暦雑考』(1722?)

建部賢弘『算暦雑考』（制作年代不明）

半背，矢，半弦を角度の関数として1°から90°まで半径10寸で表にした

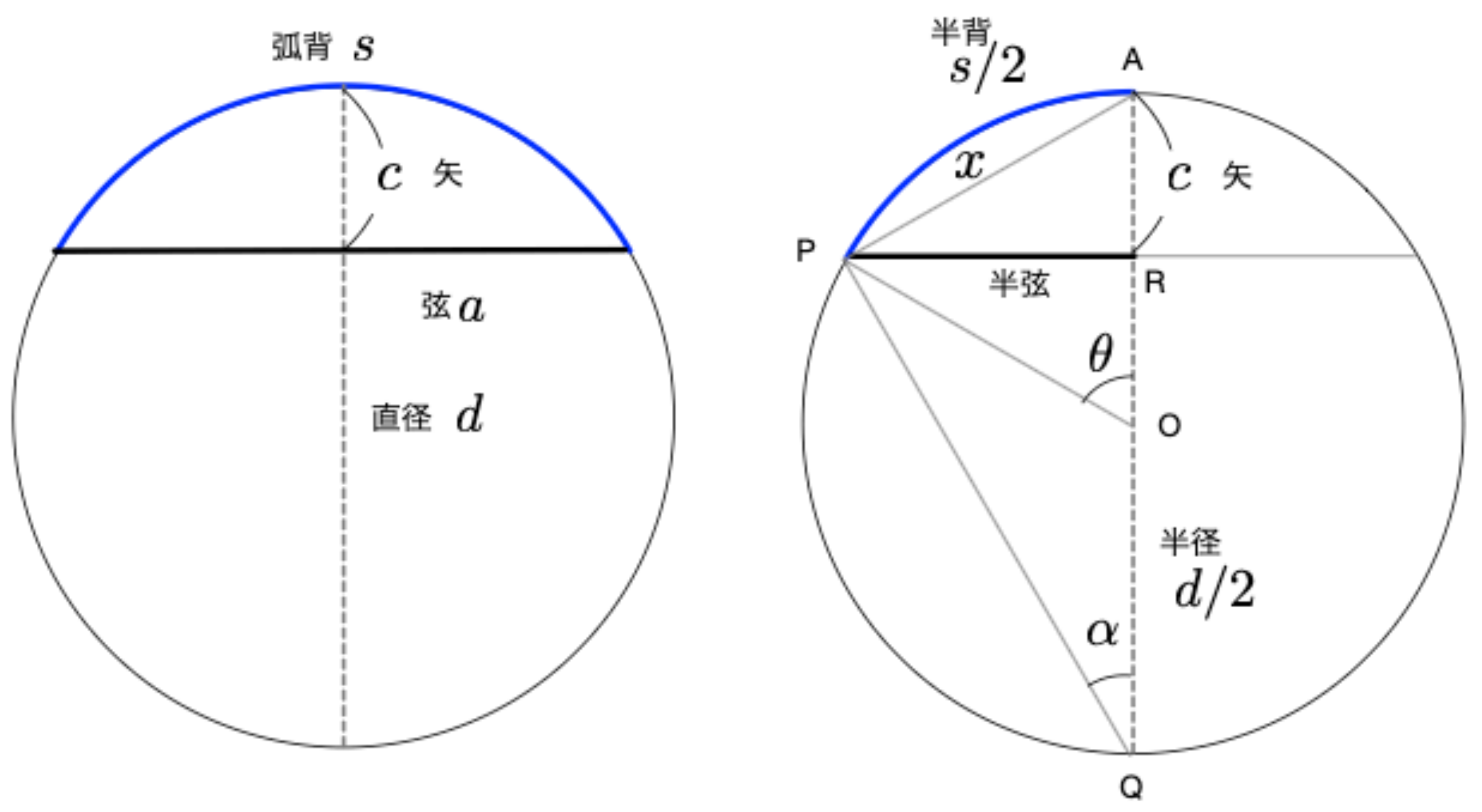


図 4.1: 建部が作成した三角関数表は，角度と半背，矢，半弦の3つの量の数表である．

限数	半背	矢	半弦
一限	八厘七二六六四六二六○○	七絲六乙五二四二乙八○五	八厘七二六二○参二乙八七
二限	乙分七四五参二九二五二○	参毫○四五八六四九○四五	乙分七四四九七四八参五乙
三限	二分六乙七九九参八七八○	六毫八五二参六二二七二一	二分六乙六七九七八乙二二
四限	参分四九○六五八五○四○	乙厘二乙七九七四八七乙	参分四八七八二参六八七二
五限	四分参六参参二参乙参○○	乙厘九○二六五○九五四乙	四分参三七七八七乙参七四
六限	五分二参五九八七七五六○	二厘七参九○五二参乙五九	五分二二六四二参乙六参四
七限	六分乙○八六五二参八二○	参厘七二六九二四乙七九参	六分○九参四六七乙七○参
八限	六分九八乙参乙七○○八○	四厘八六五九六五六二九参	六分九五八六五五○四八○
九限	七分八五参九八乙六参四○	六厘乙五五八二九七○二五	七分八二乙七二参二五二○
十限	八分七二六六四六二六○○	七厘五九六乙二参四九四○	八分六八二四○八八八参四
十一限	九分五九九参乙○八八六○	九厘乙八六四○八二七六二	九分五四○四四八七八八

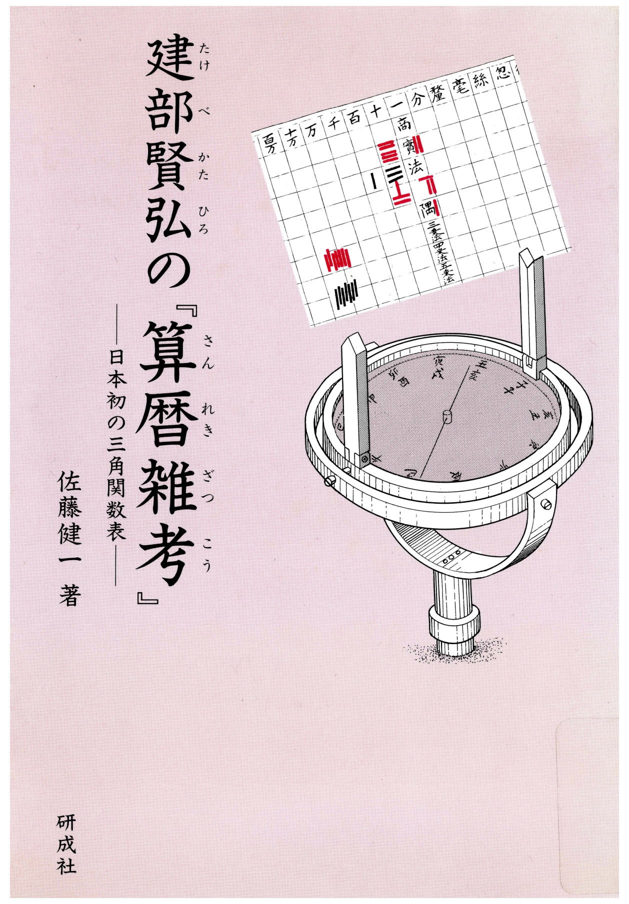


表 B.1: 建部賢弘の著作で円理に関わるもの [25, 26].

書名	年代	内容	備考
研幾算法	1683 年	矢と弦を与え弓形部分の面積を求める問題あり	円周率は 355/113
大成算経	1711 年頃	算術，代数学（点竄術），幾何学など当時の和算を体系化．第 12 巻「弧率」円・弧・立円（関の『括要算法』巻貞）	関孝和，建部賢明，建部賢弘の 3 人が編集
弧背截約集	不明	円理の書．$(d\sin^{-1}\theta)^2$ の展開公式,『弧背術』『弧率』立限弧の背冪の導出，径と背から矢を求める元術，径と半背から矢を求める 捷 術ほか	2005 年に発見される
弧率（弧背率）	1722 年頃	半弦表と半背表	学士院 8898, 1428
綴術算経	1722 年	**探円数** 円周率公式（10 角形を用いて 42 桁） **探弧数** $(\sin^{-1}\theta)^2$ の展開公式	（関は『括要算法』で $2^{17} = 131072$ 角形を用いて 12 桁の円周率）
算暦雑考	1722 年頃?	半背，矢，半弦の表	

建部賢弘『算暦雑考』（制作年代不明）

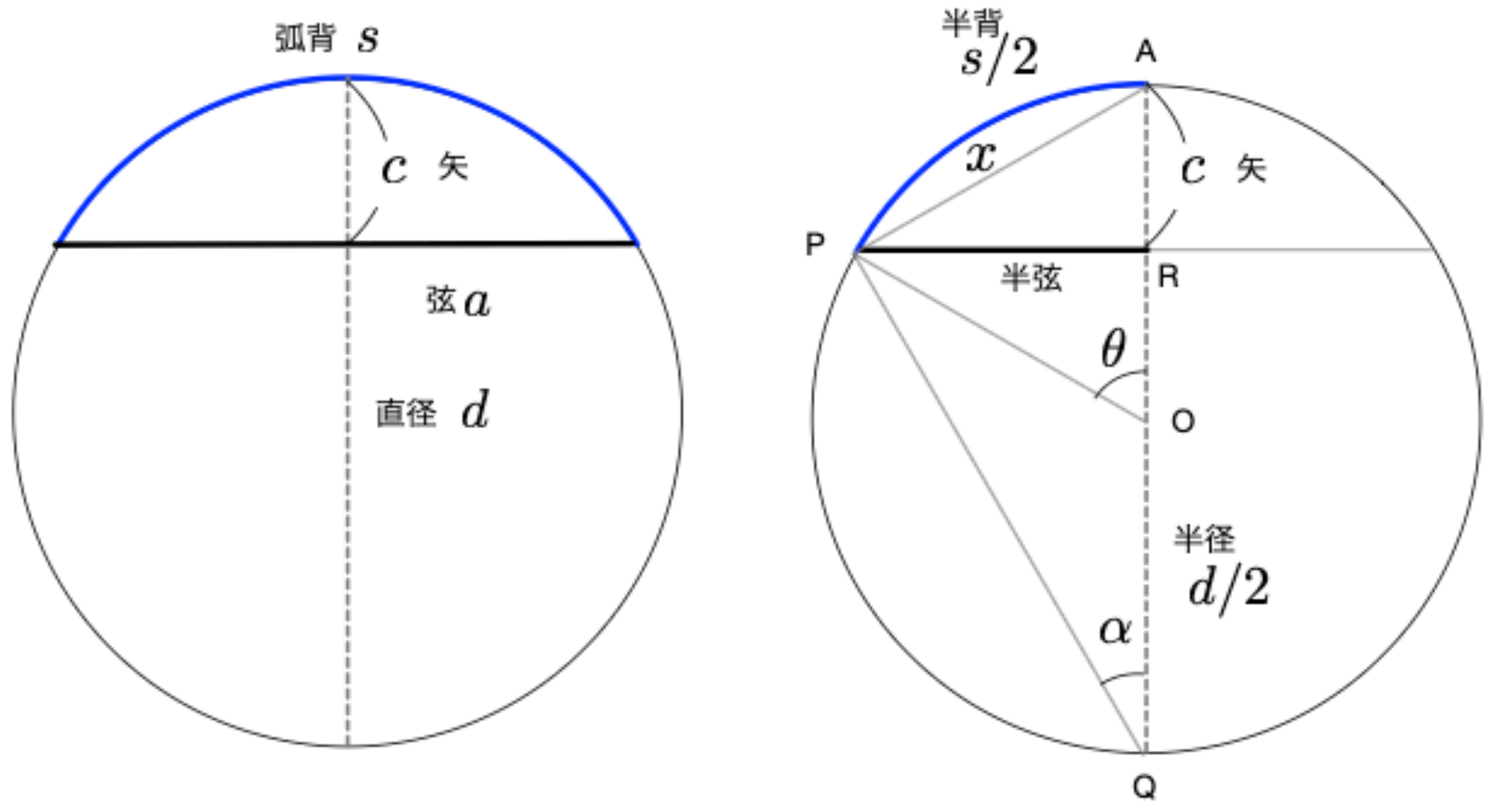


図 4.1: 建部が作成した三角関数表は，角度と半背，矢，半弦の 3 つの量の数表である．

「sin x」を持たない和算では・・・

$$\theta = 2\sin^{-1}\sqrt{c/d}$$

$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2\left(2\sin^{-1}\sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2$$

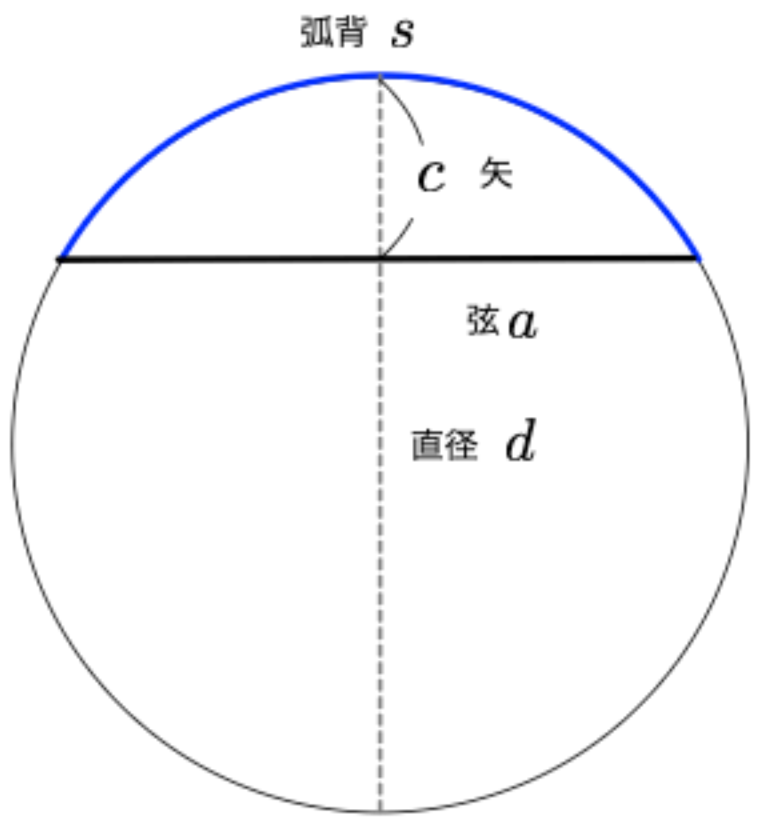
半背，矢，半弦を角度の関数として1°から90°まで半径10寸で表にした

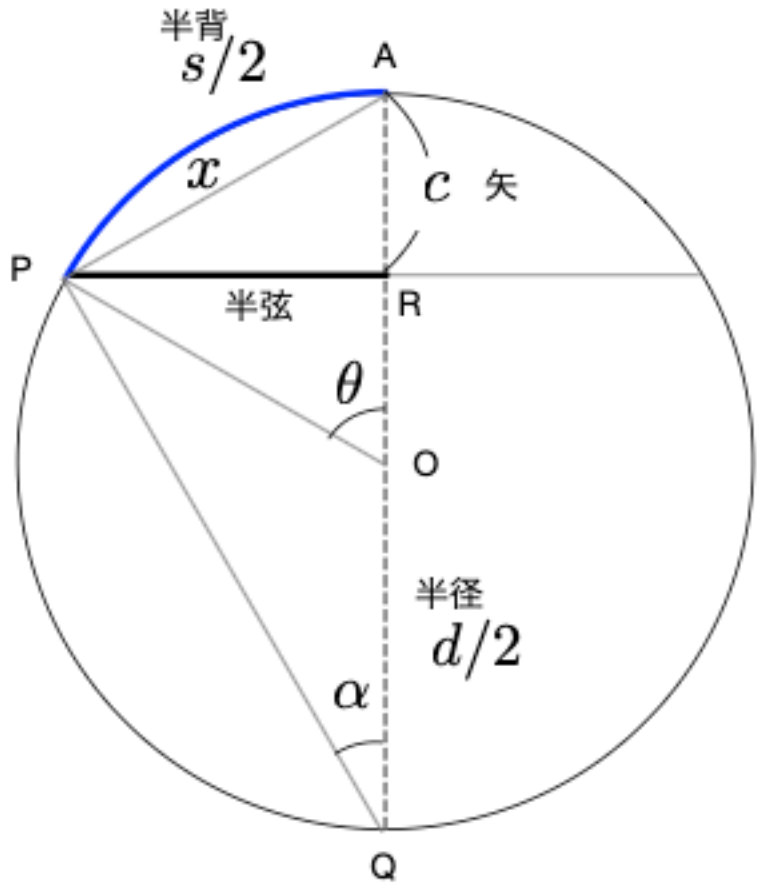
$$
\begin{aligned}
\text{半背}\quad \frac{s}{2} &= \frac{d}{2}\theta, \\
\text{矢}\quad c &= r(1-\cos\theta) = d\sin^2\frac{\theta}{2}, \\
\text{半弦}\quad \frac{a}{2} &= \frac{d}{2}\sin\theta
\end{aligned}
$$

度	半背	矢	半弦
0	0.00000000000000	0.00000000000000	0.00000000000000
1	0.08726646259972	0.00076152421804	0.08726203218642
2	0.17453292519943	0.00304586490452	0.17449748351251
3	0.26179938779915	0.00685232622713	0.26167978121472
4	0.34906585039887	0.01217974870088	0.34878236872063
5	0.43633231299858	0.01902650954127	0.43577871373829
6	0.52359877559830	0.02739052315863	0.52264231633827
7	0.61086523819802	0.03726924179339	0.60934671702574
8	0.69813170079773	0.04865965629215	0.69586550480033
9	0.78539816339745	0.06155829702431	0.78217232520115
10	0.87266462599716	0.07596123493896	0.86824088833465
11	0.95993108859688	0.09186408276168	0.95404497688272
12	1.04719755119660	0.10926199633097	1.03955845408880
13	1.13446401379631	0.12814967607382	1.12475527171932

限数	半背	矢	半弦
一限	八厘七二六六四六二六〇〇	七絲六乙五二四二乙八〇五	八厘七二六二〇参二乙八七
二限	乙分七四五参二九二五二〇	参毫〇四五八六四九〇四五	乙分七四四九七四八参五乙
三限	二分六乙七九九参八七八〇	六毫八五二参六二二七二一	二分六乙六七九七八乙二二
四限	参分四九〇六五八五〇四〇	乙厘二乙七九七四八七乙	参分四八七八二参六八七二
五限	四分参六参参二参乙参〇〇	乙厘九〇二六五〇九五四乙	四分参三七七八七乙参七四
六限	五分二参五九八七七五六〇	二厘七参九〇五二参乙五九	五分二二六四二参乙六参四
七限	六分乙〇八六五二参八二〇	参厘七二六九二四乙七九参	六分〇九参四六七乙七〇参
八限	六分九八乙参乙七〇〇八〇	四厘八六五九六五六二九参	六分九五八六五五〇四八〇
九限	七分八五参九八乙六参四〇	六厘乙五五八二九七〇二五	七分八二乙七二参二五二〇
十限	八分七二六六四六二六〇〇	七厘五九六乙二参四九四〇	八分六八二四〇八八八参四
十一限	九分五九九参乙〇八八六〇	九厘乙八六四〇八二七六二	九分五四〇四四八七八八

建部賢弘 $\left(\frac{s}{2}\right)^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2\sin^{-1}\sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2$



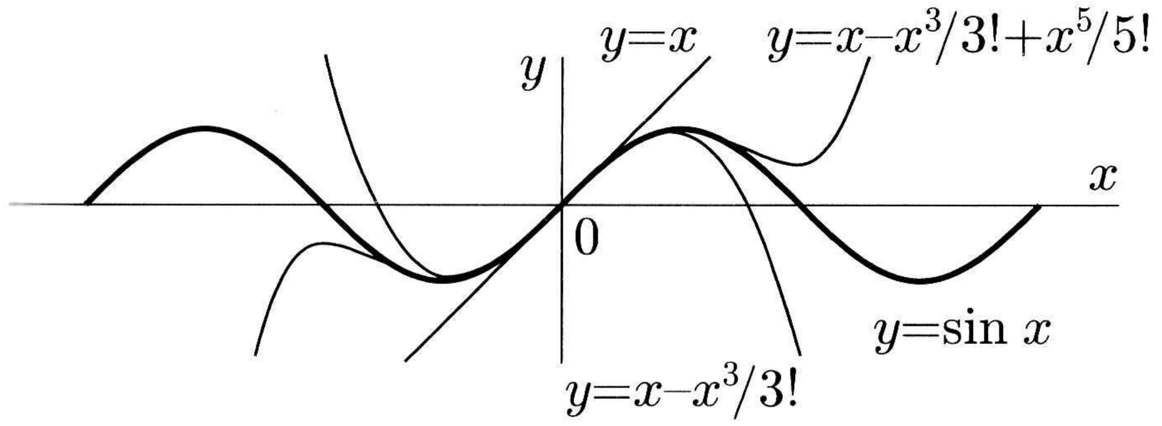


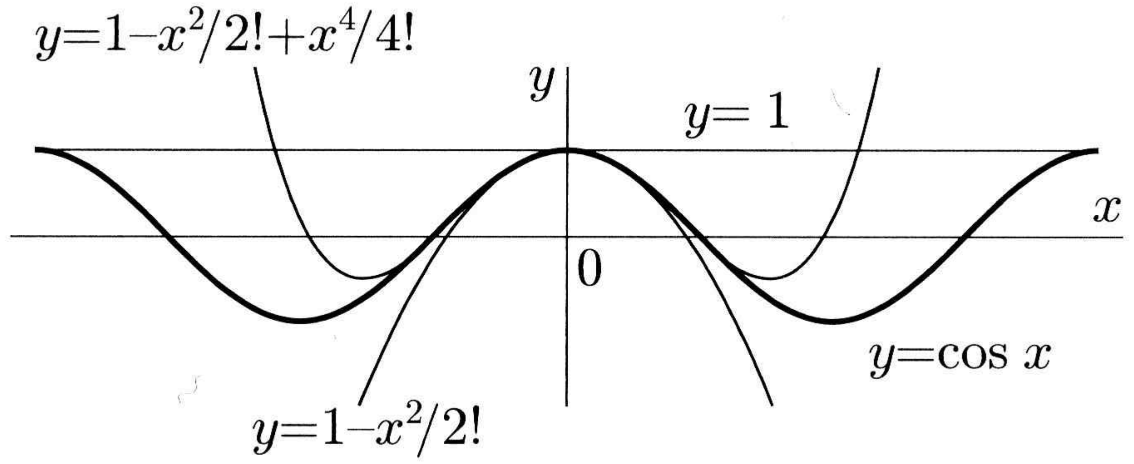
- $x = a$ のまわりでの展開（Taylor 展開）

$$f(x) = f(a) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$$

- $x = 0$ のまわりでの展開.（Maclaurin 展開）

$$\begin{aligned} e^x &= 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots \\ \sin x &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots \end{aligned}$$





現代人なら「arcsin x」の展開公式を知っているので

逆三角関数の展開公式は，$|x| \ll 1$ のとき，

$$\sin^{-1} x = x + \frac{1}{2\cdot 3}x^3 + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 5}x^5 + \cdots + \frac{(2k-1)!!}{(2k)!!(2k+1)}x^{2k+1} + \cdots \tag{A.1}$$

$$\cos^{-1} x = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} x \tag{A.2}$$

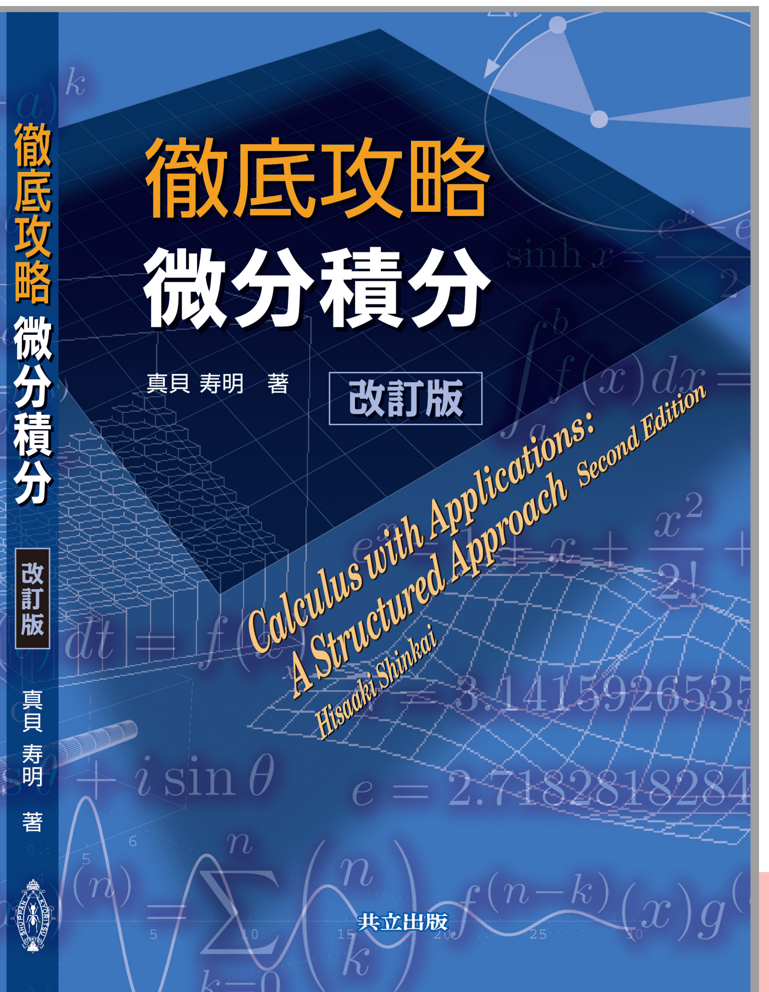
$$= \frac{\pi}{2} - x - \frac{x^3}{6} - \frac{3}{40}x^5 - \frac{5}{112}x^7 - \frac{35}{1152}x^9 + \cdots \tag{A.3}$$

これが正解

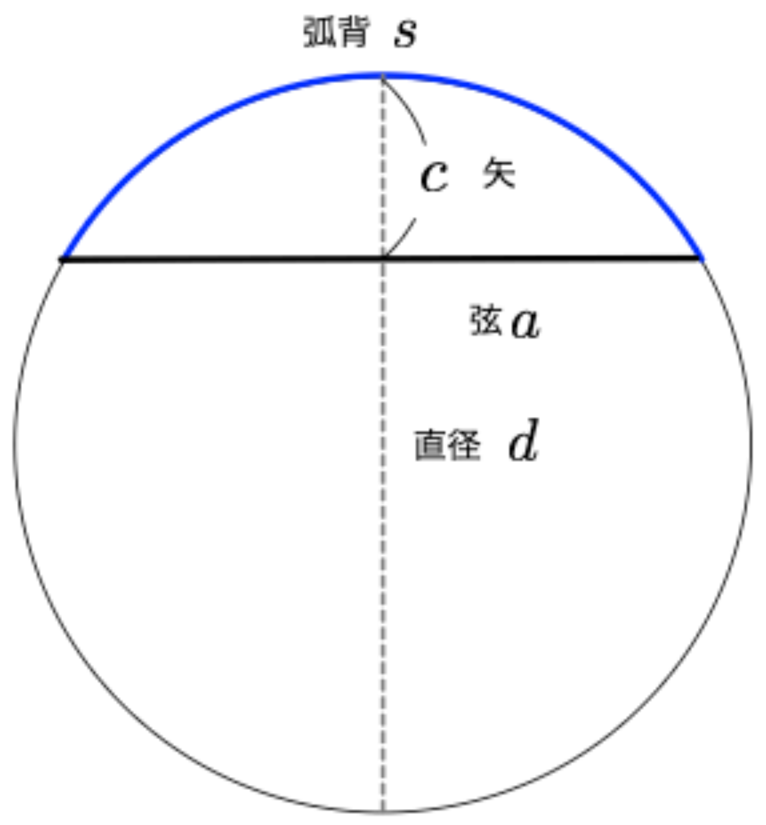
$$f_0(c) = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2\sin^{-1}\sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2 \tag{A.4}$$

$$= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{8}{45}\frac{c^3}{d} + \frac{4}{35}\frac{c^4}{d^2} + \frac{128}{1575}\frac{c^5}{d^3} + \frac{128c^6}{2079d^4} + \frac{1024c^7}{21021d^5} + \frac{256c^8}{6435d^6} + \frac{32768c^9}{984555d^7} + \frac{32768c^{10}}{1154725d^8}\cdots \tag{A.5}$$

$$= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{0.1777\cdots}{d}c^3 + \frac{0.1142856\cdots}{d^2}c^4 + \frac{0.08126984\cdots}{d^3}c^5 + \cdots$$



建部賢弘 $\left(\frac{s}{2}\right)^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2\sin^{-1}\sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2$



『算暦雑考』に記載された展開式（佐藤健一『建部賢弘の算暦雑考』，研成社，1995）は以下の 3 つである．比較のため，c で展開した式も添える．

- 「背恒術」（とりあえず簡略化した計算で値を求める方法）

$$f_{S1}(c) = dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{c^3}{d - c \times \frac{9}{14}} \times 0.18 \tag{A.6}$$
$$= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{0.18}{d}c^3 + \frac{0.115714}{d^2}c^4 + \frac{0.0743878}{d^3}c^5 + \cdots$$

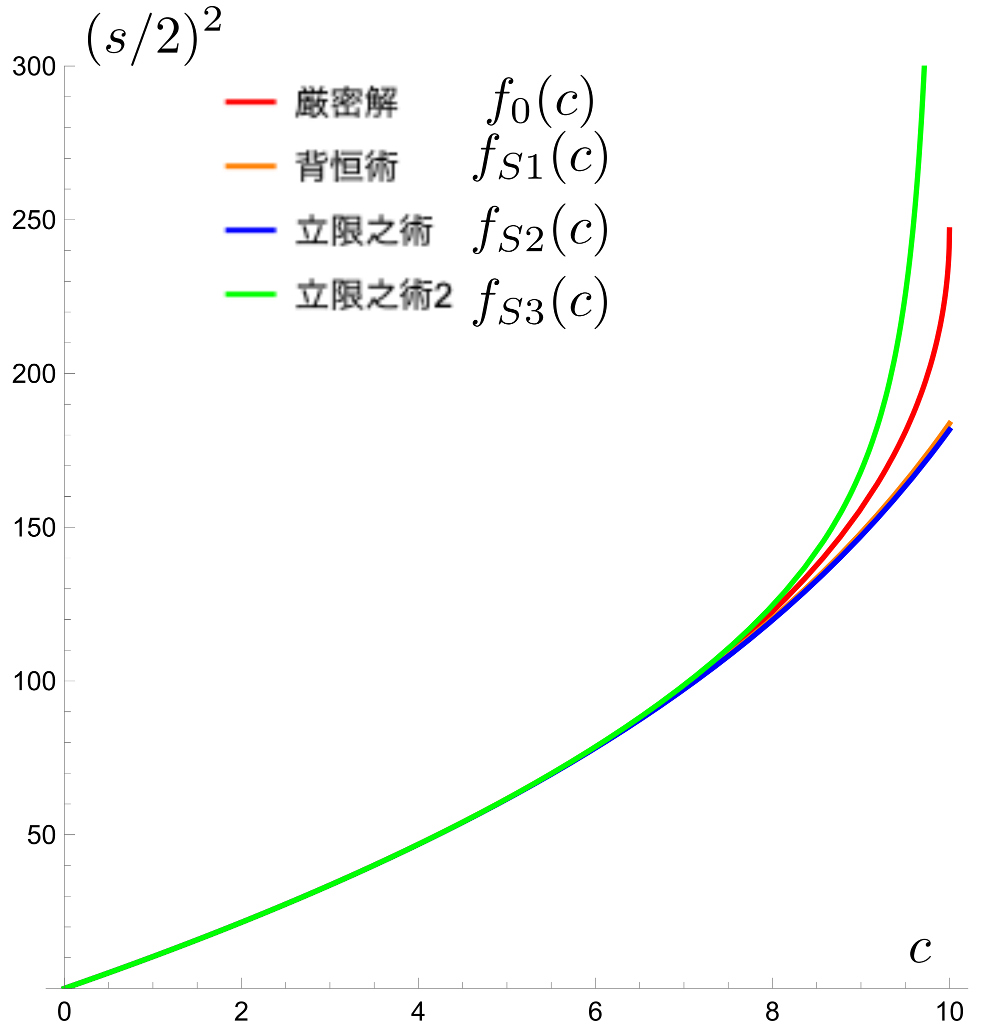
- より精密な結果を得る「立限之術」

$$f_{S2}(c) = dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{\frac{c^2}{3} \times c}{d - c \times 0.632} \times 0.534 \tag{A.7}$$
$$= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{0.178}{d}c^3 + \frac{0.112496}{d^2}c^4 + \frac{0.0710975}{d^3}c^5 + \cdots$$

- さらに「立限之術 2」

$$f_{S3}(c) = dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{\frac{c^2}{3} \times c}{d - c} \times \frac{8}{15} - \frac{\frac{c^2}{3} \times c \times \frac{8}{15}}{d - c} \times \frac{c}{d - c \times \frac{13}{25}} \times 0.3573 \tag{A.8}$$
$$= cd + \frac{c^2}{3} + \frac{8c^3}{45d} + \frac{0.114258c^4}{d^2} + \frac{0.0812274c^5}{d^3} + \cdots$$

0.17777



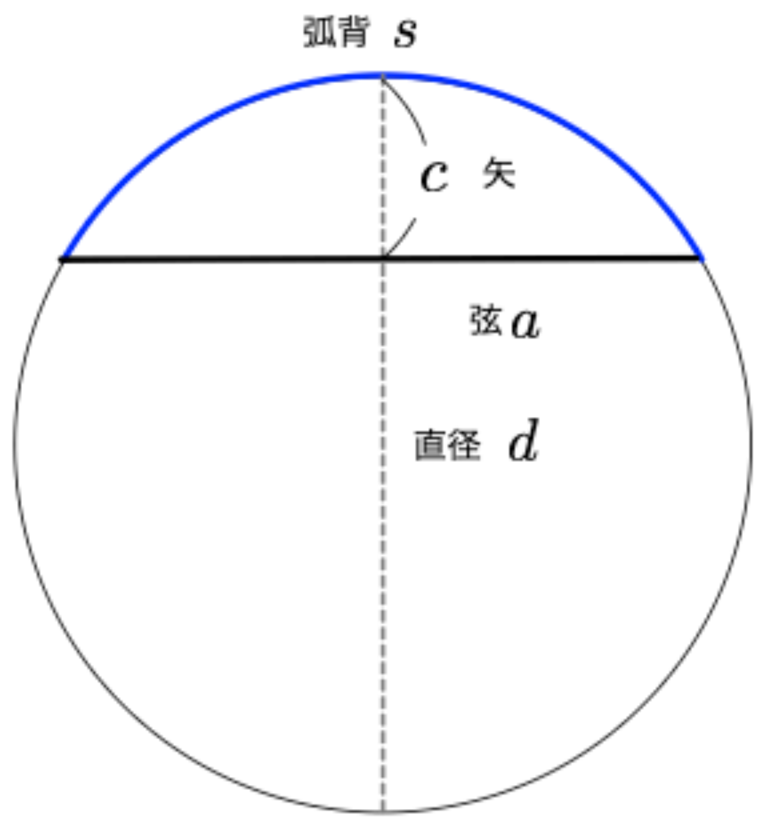
これが正解

$$f_0(c) = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2\sin^{-1}\sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2 \tag{A.4}$$
$$= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{8}{45}\frac{c^3}{d} + \frac{4}{35}\frac{c^4}{d^2} + \frac{128}{1575}\frac{c^5}{d^3} + \frac{128c^6}{2079d^4} + \frac{1024c^7}{21021d^5} + \frac{256c^8}{6435d^6} + \frac{32768c^9}{984555d^7} + \frac{32768c^{10}}{1154725d^8} \cdots \tag{A.5}$$
$$= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{0.1777\cdots}{d}c^3 + \frac{0.1142856\cdots}{d^2}c^4 + \frac{0.08126984\cdots}{d^3}c^5 + \cdots$$

建部賢弘

$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2\left(2\sin^{-1}\sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2$$

「数に盡るあり，不盡あり」(数には尽きるものと尽きないものがある)
『綴術算経』(1722)



『綴術算経』(1722) 弧数第十二に記載された展開式（小川束訳註，岩波文庫，2026）は以下の 3 つである．

- 「定半背冪」（c^7 の項の係数まで厳密解と一致）

$$\begin{aligned} f_{T1}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{1}{3}\frac{8}{15}\frac{c^3}{d} + \frac{1}{3}\frac{8}{15}\frac{9}{14}\frac{c^4}{d^2} + \frac{1}{3}\frac{8}{15}\frac{9}{14}\frac{32}{45}\frac{c^5}{d^3} + \frac{1}{3}\frac{8}{15}\frac{9}{14}\frac{32}{45}\frac{25}{33}\frac{c^6}{d^4} + \frac{1}{3}\frac{8}{15}\frac{9}{14}\frac{32}{45}\frac{25}{33}\frac{72}{91}\frac{c^7}{d^5} \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{8c^3}{45d} + \frac{4c^4}{35d^2} + \frac{128c^5}{1575d^3} + \frac{128c^6}{2079d^4} + \frac{1024c^7}{21021d^5} + \cdots \end{aligned} \tag{A.9}$$

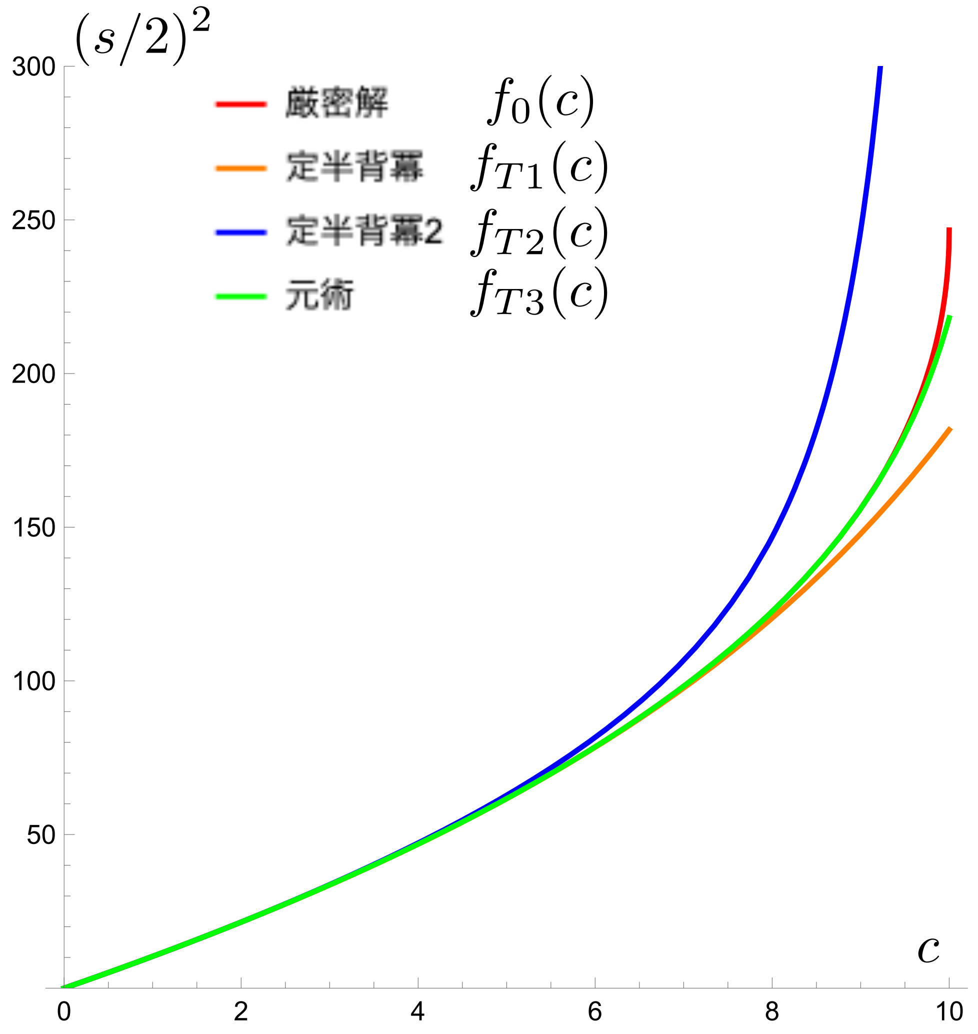
- 「定半背冪 2」（c^4 の項の係数まで厳密解と一致）

$$\begin{aligned} f_{T2}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{1}{3}\frac{8}{15}\frac{c^3}{d-c} - \frac{1}{3}\frac{8}{15}\frac{5}{14}\frac{c^4}{(d-c)^2} + \frac{1}{3}\frac{8}{15}\frac{5}{14}\frac{12}{15}\frac{c^5}{(d-c)^3} - \frac{1}{3}\frac{8}{15}\frac{5}{14}\frac{12}{15}\frac{223}{396}\frac{c^6}{(d-c)^4} \\ &= dc + \frac{c^2}{3} + \frac{8c^3}{45d} + \frac{4c^4}{35d^2} + \frac{32c^5}{315d^3} + \frac{3464c^6}{31185d^4} + \frac{712c^7}{6237d^5} + \frac{2564c^8}{31185d^6} - \frac{416c^9}{31185d^7} - \frac{896c^{10}}{4455d^8} + \cdots \end{aligned} \tag{A.10}$$

- 「元術」（c^7 の項の係数まで厳密解と一致）

$$\begin{aligned} f_{T3}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{1}{3}\frac{c^3}{d-\frac{9}{14}c}\frac{8}{15} + \frac{1}{3}\frac{c^3}{d-\frac{9}{14}c}\frac{c^2}{d^2-\frac{1696}{1419}cd-\frac{6743008}{26176293}c^2}\frac{8}{15}\frac{43}{980} \\ &= dc + \frac{c^2}{3} + \frac{8c^3}{45d} + \frac{4c^4}{35d^2} + \frac{128c^5}{1575d^3} + \frac{128c^6}{2079d^4} + \frac{1024c^7}{21021d^5} + \frac{2655317160448c^8}{66665128605075d^6} + \cdots \end{aligned} \tag{A.11}$$

Euler-Bernouilliによる逆三角関数の展開式(1737) より15年はやい!!



これが正解

$$\begin{aligned} f_0(c) &= \left(\frac{d}{2}\right)^2\left(2\sin^{-1}\sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2 \qquad (A.4) \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{8}{45}\frac{c^3}{d} + \frac{4}{35}\frac{c^4}{d^2} + \frac{128}{1575}\frac{c^5}{d^3} + \frac{128c^6}{2079d^4} + \frac{1024c^7}{21021d^5} + \frac{256c^8}{6435d^6} + \frac{32768c^9}{984555d^7} + \frac{32768c^{10}}{1154725d^8}\cdots \qquad (A.5) \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{0.1777\cdots}{d}c^3 + \frac{0.1142856\cdots}{d^2}c^4 + \frac{0.08126984\cdots}{d^3}c^5 + \cdots \end{aligned}$$

建部賢弘『算暦雑考』（制作年代不明）

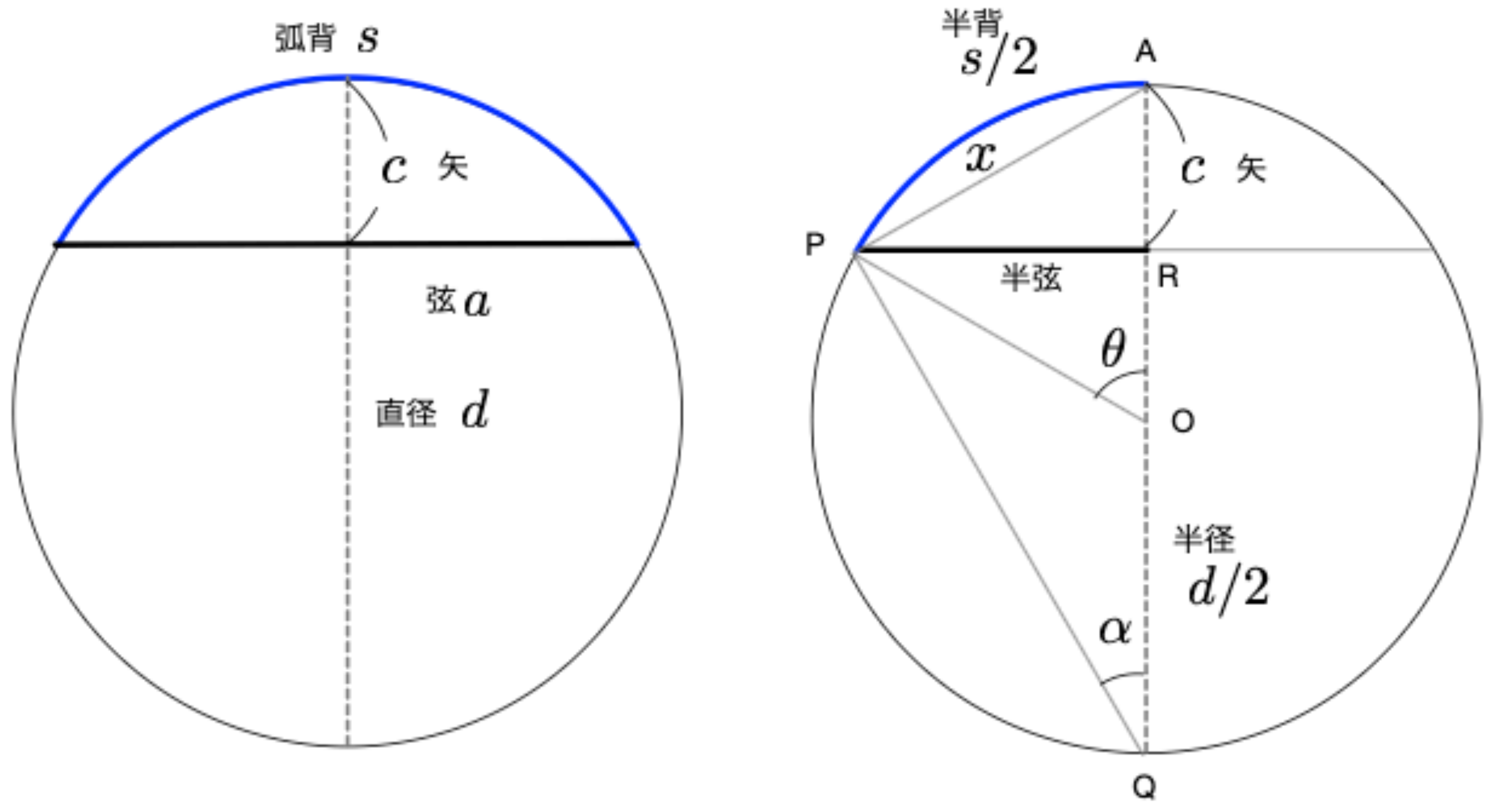


図 4.1: 建部が作成した三角関数表は，角度と半背，矢，半弦の 3 つの量の数表である．

半背，矢，半弦を角度の関数として1°から90°まで半径10寸で表にした

限数	半背	矢	半弦
一限	八厘七二六六四六二六○○	七絲六乙五二四二乙八○五	八厘七二六二○参二乙八七
二限	乙分七四五参二九二五二○	参毫○四五八六四九○四五	乙分七四四九七四八参五乙
三限	二分六乙七九九参八七八○	六毫八五二参六二二七二	二分六乙六七九七八乙二二
四限	参分四九○六五八五○四○	乙厘二乙七九七四八七乙	参分四八七八二参六八七二
五限	四分参六参参二参乙参○○	乙厘九○二六五○九五四乙	四分参三七七八七乙参七四
六限	五分二参五九八七七五六○	二厘七参九○五二参乙五九	五分二二六四二参乙六参四
七限	六分乙○八六五二参八二○	参厘七二六九二四乙七九参	六分○九参四六七乙七○参
八限	六分九八乙参乙七○○八○	四厘八六五九六五六二九参	六分九五八六五五○四八○
九限	七分八五参九八乙六参四○	六厘乙五五八二九七○二五	七分八二乙七二参二五二○
十限	八分七二六六四六二六○○	七厘五九六乙二参四九四○	八分六八二四○八八八参四
十一限	九分五九九参乙○八八六○	九厘乙八六四○八二七六二	九分五四○四四八七八八

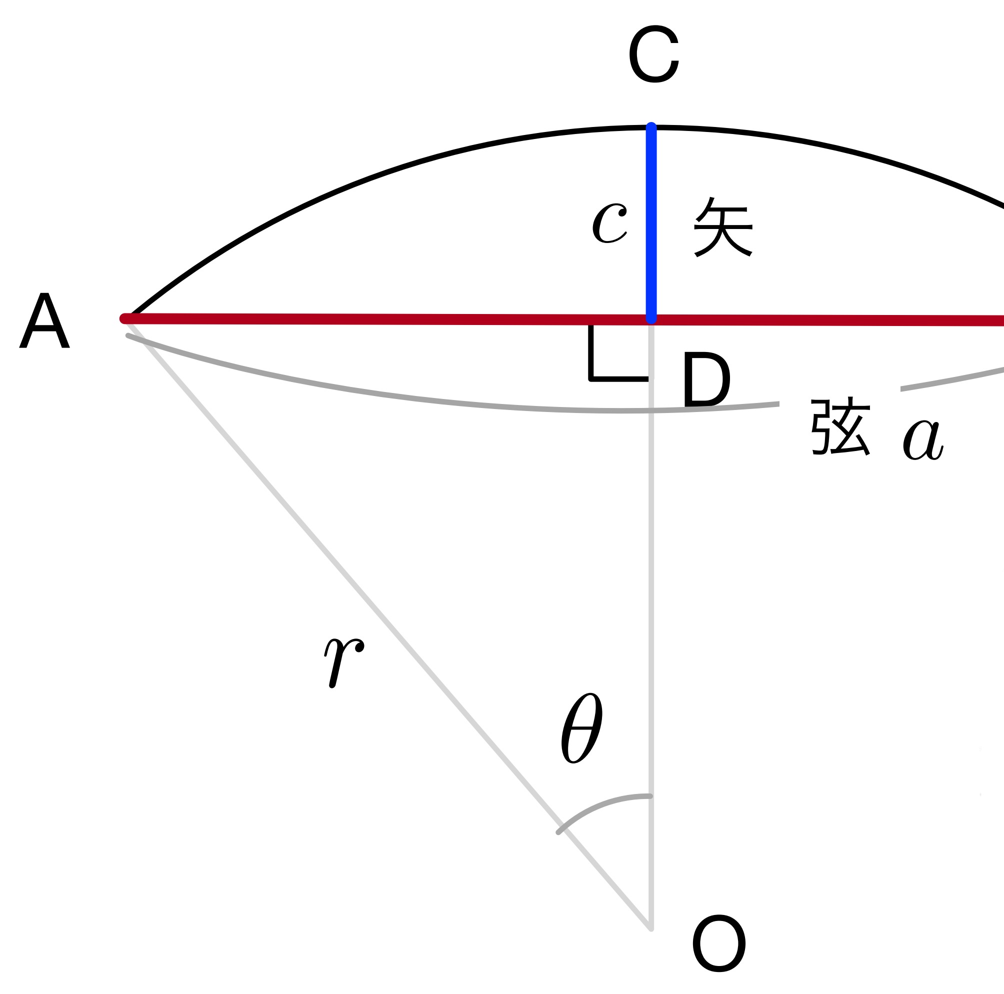
展開式を求めた建部であったが・・・

高次の展開式で半背の値が得られたとしても, 角度が大きなところでは必ず収束性が悪くなる.

これらの近似式を使わず,
＊角度を倍にしたときの弦と矢の関係式「倍術」（倍角の公式）
＊余角を利用した関係式「折術」
＊3倍の角についてなりたつ「三双術」（3倍角の公式）
＊加法定理に相当する「併接術」
を開発し, 三角関数表を作成した.

『崇禎暦書』を見た？
（そうなら，1727年以降？）

『九章算術』の弧田問題



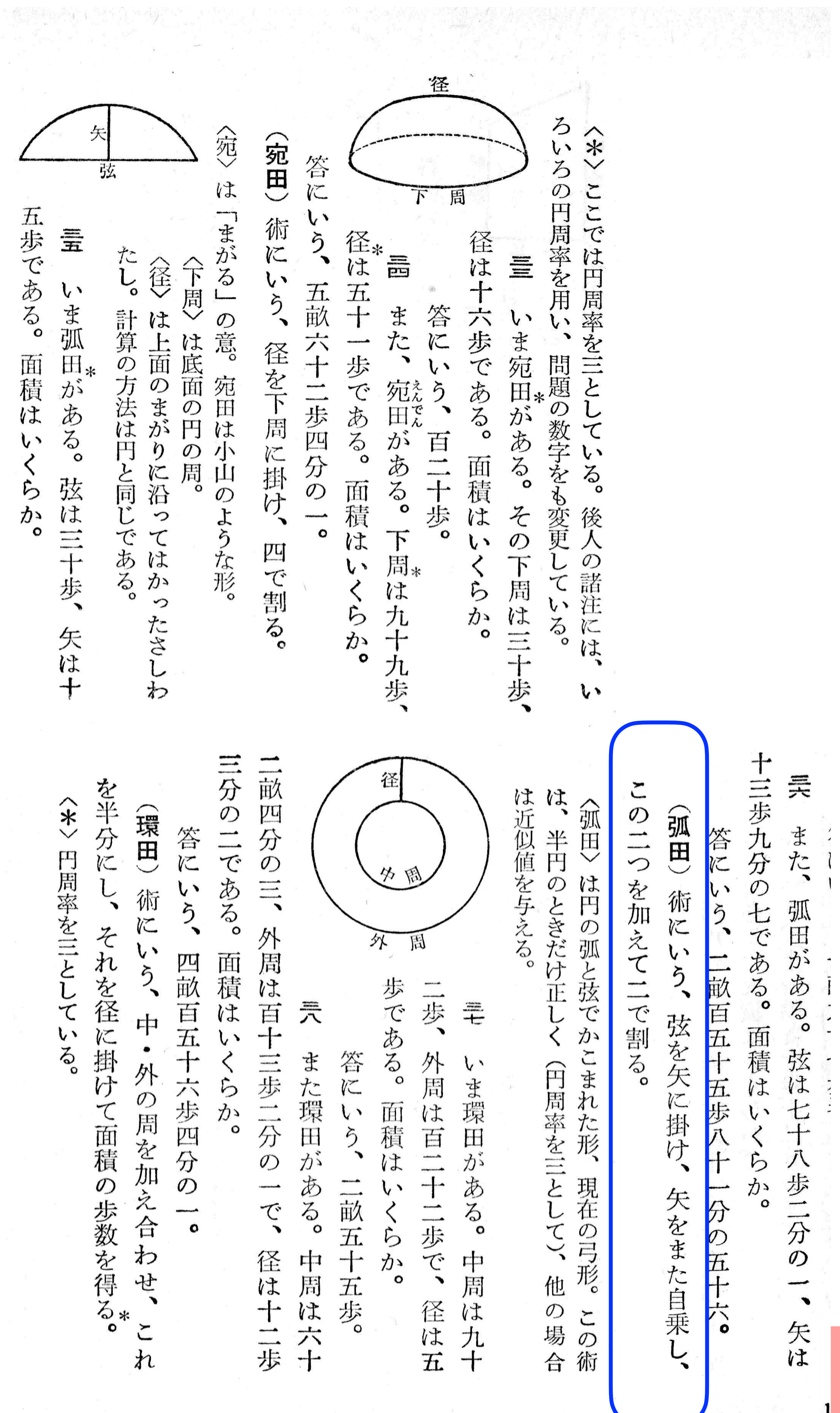
弧田の面積は？

答えは，

$$\text{弧田面積}\quad S=\frac{1}{2}(ac+c^2)$$

？

形状が半円のとき，かつ円周率を3とするときのみ正しい



〈＊〉ここでは円周率を三としている。後人の諸注には、いろいろの円周率を用い、問題の数字をも変更している。

三三　いま宛田*がある。その下周は三十歩、径は十六歩である。面積はいくらか。

答にいう、百二十歩。

三四　また、宛田(えんでん)がある。下周*は九十九歩、径*は五十一歩である。面積はいくらか。

答にいう、五畝六十二歩四分の一。

（宛田）術にいう、径を下周に掛け、四で割る。

〈宛〉は「まがる」の意。宛田は小山のような形。

〈下周〉は底面の円の周。

〈径〉は上面のまがりに沿ってはかったさしわたし。計算の方法は円と同じである。

三五　いま弧田*がある。弦は三十歩、矢は十五歩である。面積はいくらか。

三六　また、弧田がある。弦は七十八歩二分の一、矢は十三歩九分の七である。面積はいくらか。

答にいう、二畝百五十五歩八十一分の五十六。

（弧田）術にいう、弦を矢に掛け、矢をまた自乗し、この二つを加えて二で割る。

〈弧田〉は円の弧と弦でかこまれた形、現在の弓形。この術は、半円のときだけ正しく（円周率を三として）、他の場合は近似値を与える。

三七　いま環田がある。中周は九十二歩、外周は百二十二歩で、径は五歩である。面積はいくらか。

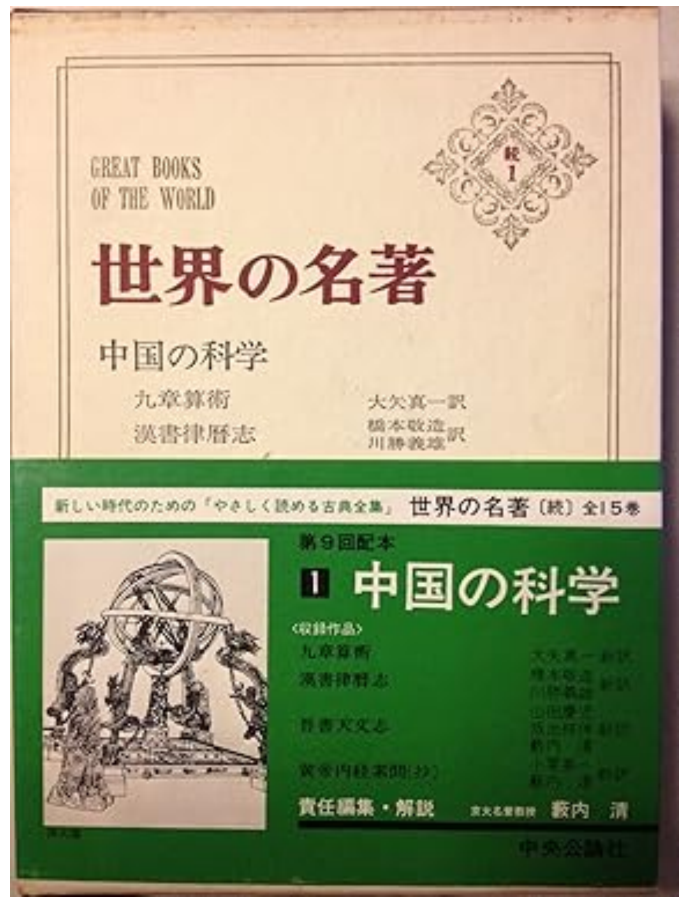
答にいう、二畝五十五歩。

三八　また環田がある。中周は六十二畝四分の三、外周は百十三歩二分の一で、径は十二歩三分の二である。面積はいくらか。

答にいう、四畝百五十六歩四分の一。

（環田）術にいう、中・外の周を加え合わせ、これを半分にし、それを径に掛けて面積の歩数を得る。*

〈＊〉円周率を三としている。



弧田面積式 (29) の妥当性を見るために，実際の面積と，近似式を求めてみる．角 AOD を θ として，$\sin^{-1}\theta$ の展開が必要になる．すなわち，円の半径を $r(=d/2)$ として，三角形 AOD に三平方の定理を用いると $r^2=(r-c)^2+(a/2)^2$ より，

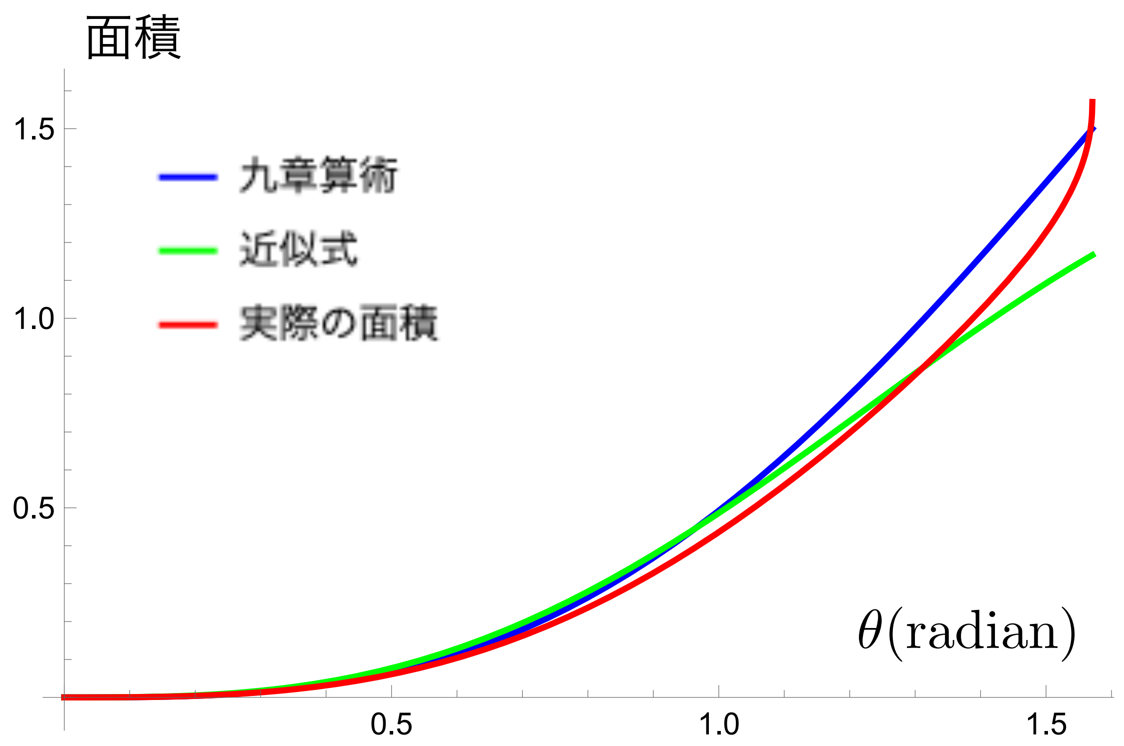
$$r=(a^2+4c^2)/8c. \tag{31}$$

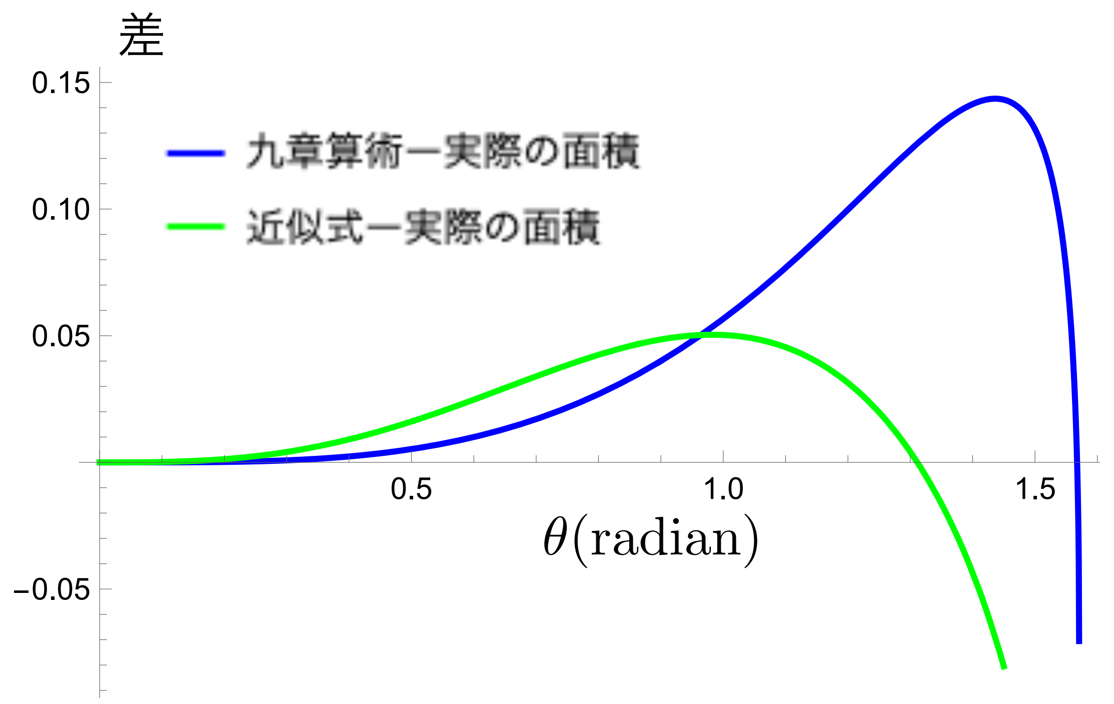
扇 OAC の面積 $\pi r^2\times(\theta/2\pi)=r^2\theta/2$ から，三角形 OAD の面積 $(r-c)a/4$ を引いて 2 倍することで，弧田の面積 S が

$$S=r^2\theta-(r-c)a/2 \tag{32}$$

となる．θ を求めるには，$\theta=\sin^{-1}(a/2r)$ が必要である．展開して 3 次までの近似をすると，

$$S=\frac{1}{2}ac+\frac{a^3c}{6(a^2+4c^2)} \tag{33}$$



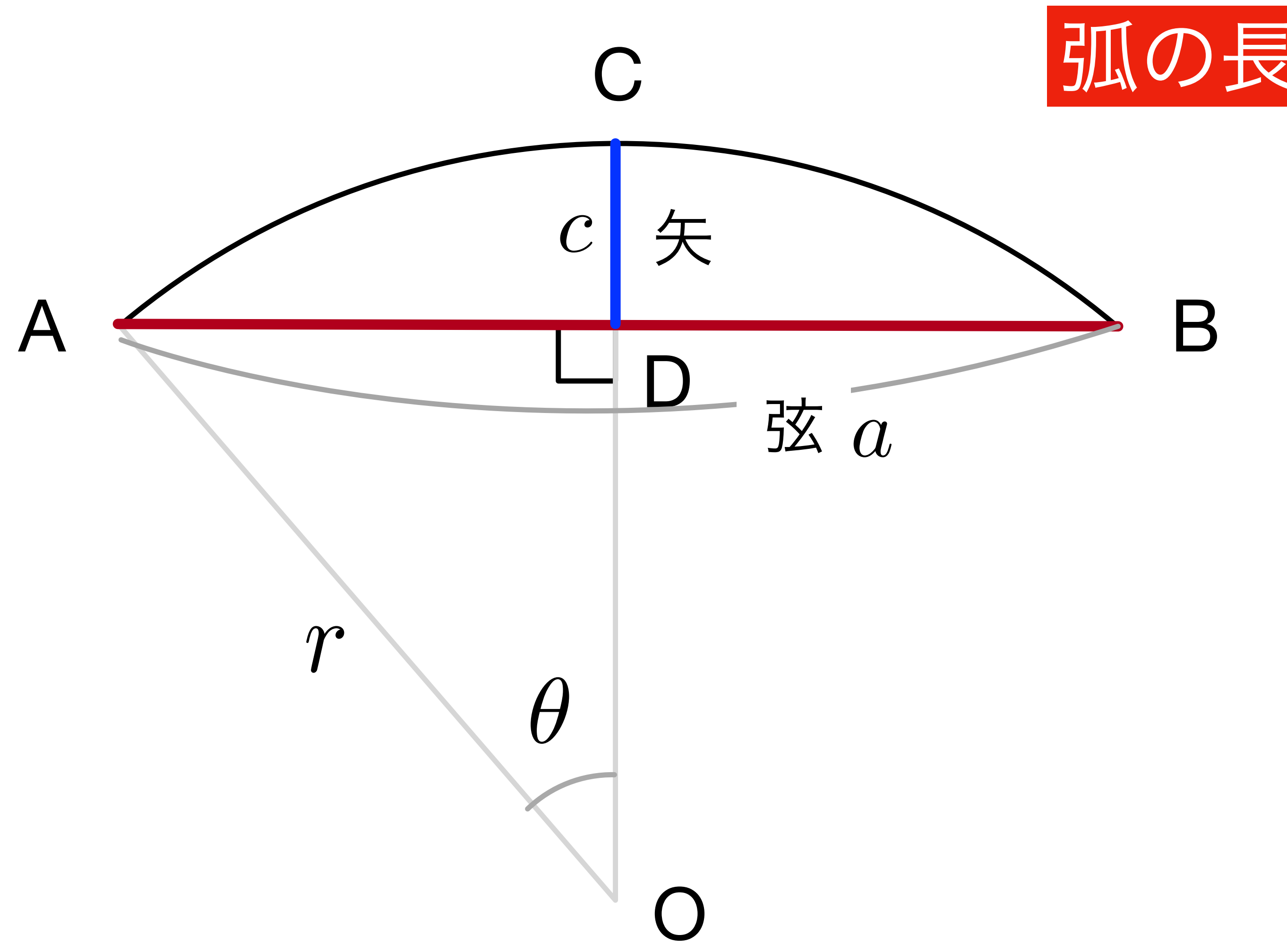


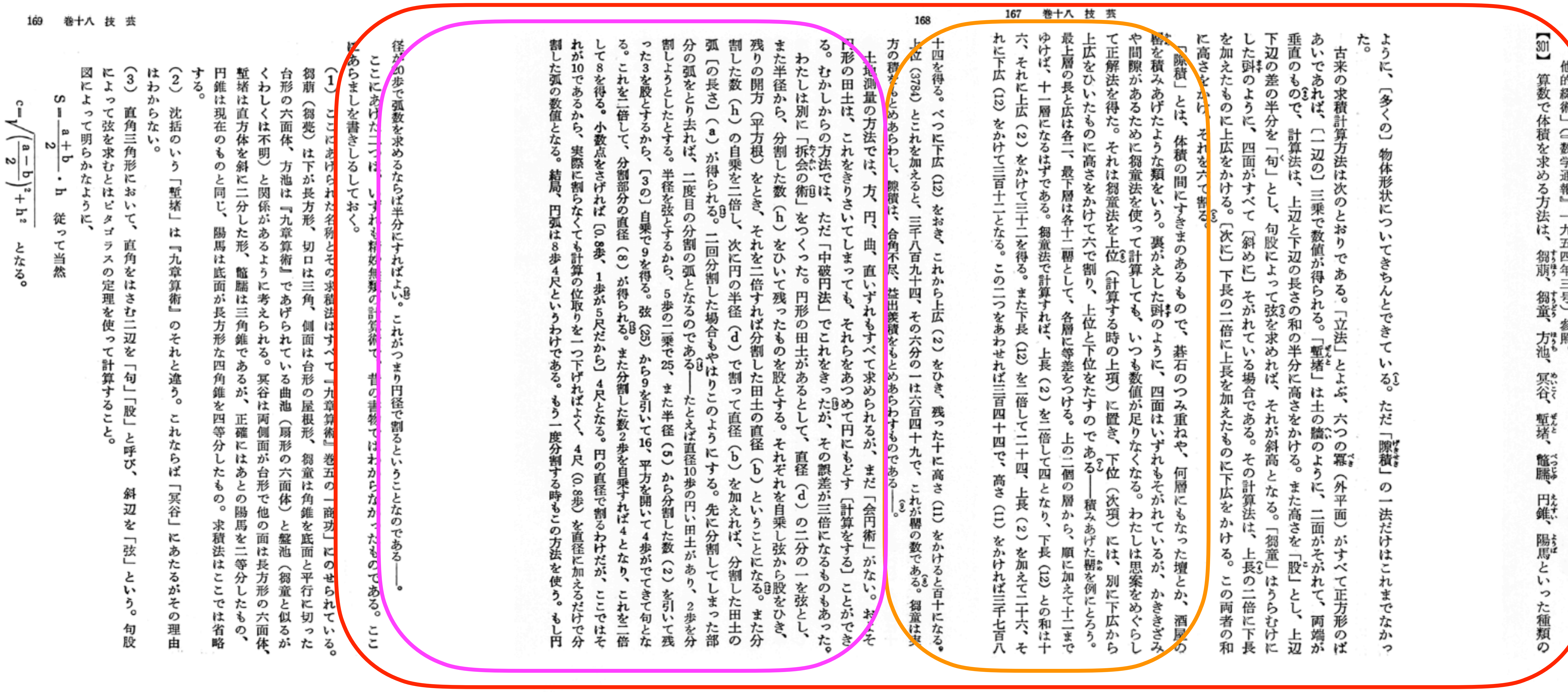
しんかつ

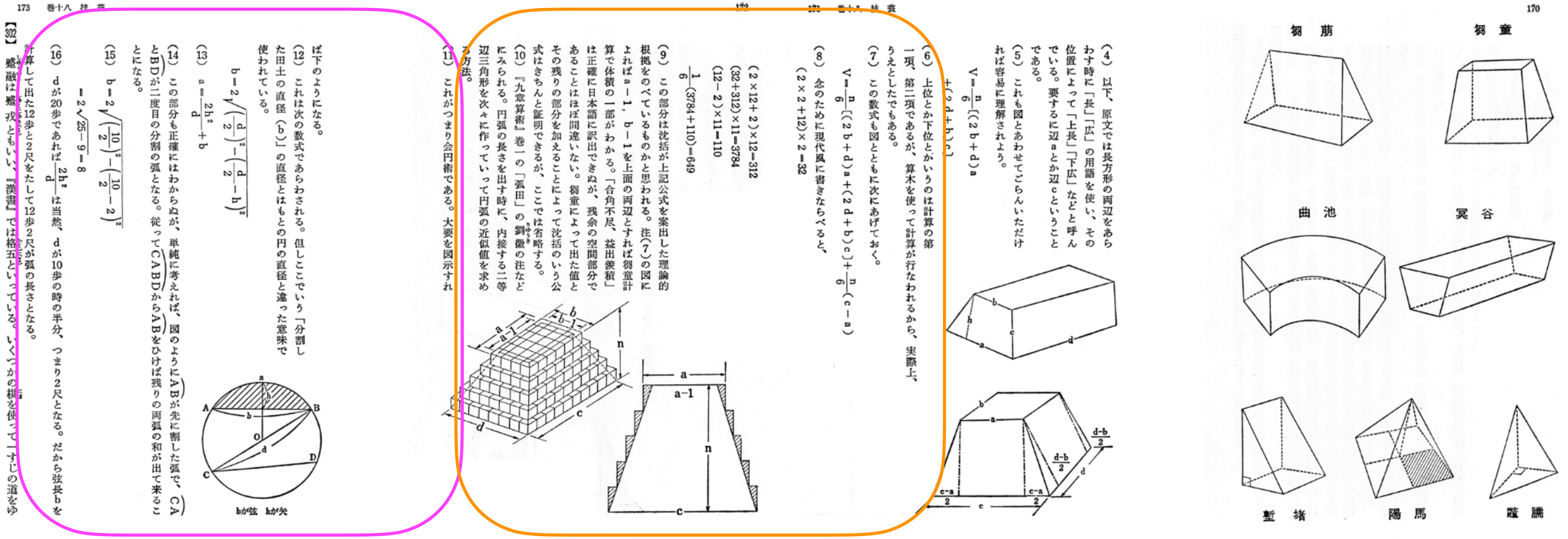
沈括(1031-1095)
『夢渓筆談』(1088)

ぼうけいひつだん

弧の長さは？





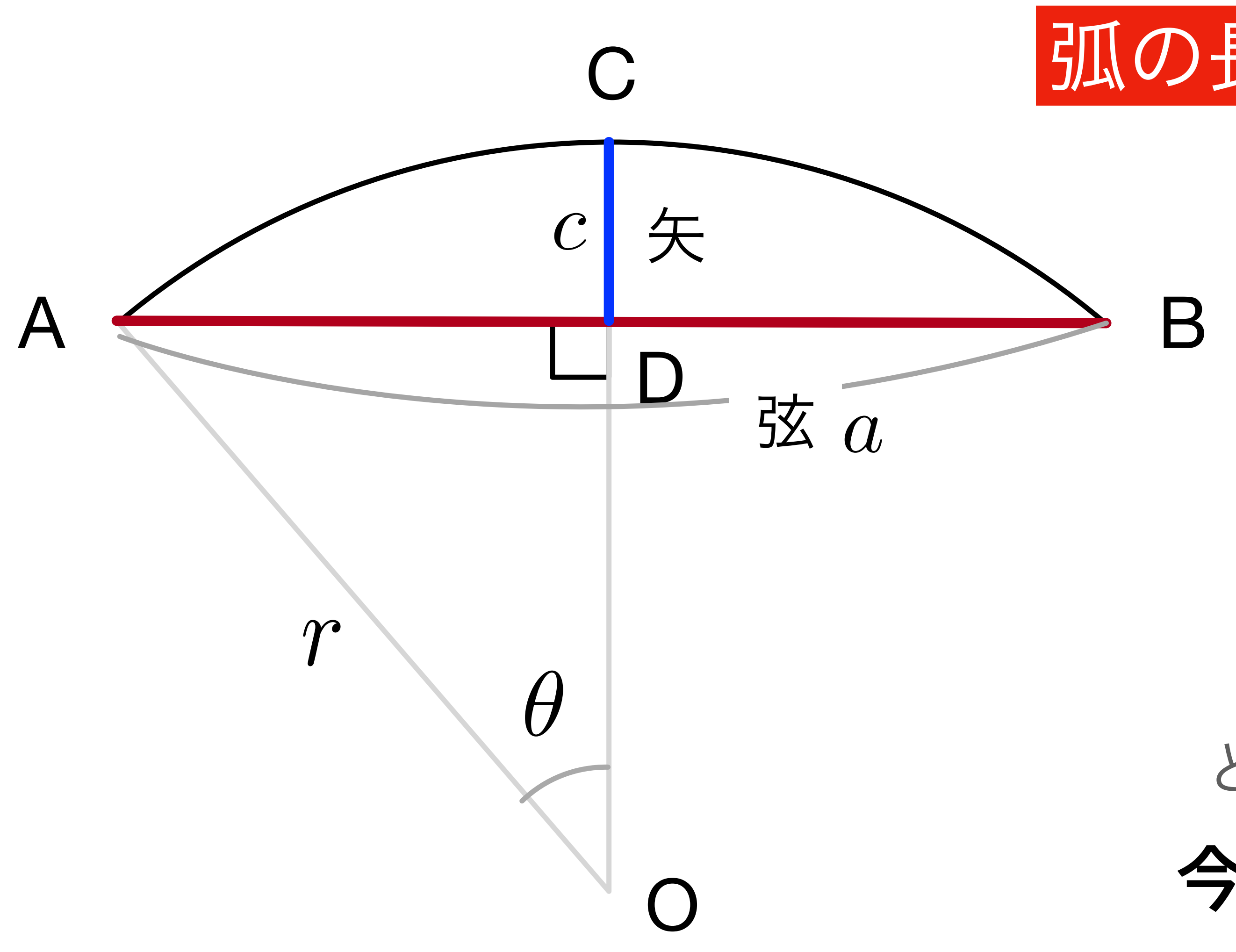


「隙積数」
げきせきじゅつ
「垜積術」
だせきじゅつ

「会円術」
かいえんじゅつ

しんかつ
沈括(1031-1095)
『夢渓筆談』(1088)
ぼうけいひつだん

弧の長さは？



「会円術」
かいえんじゅつ

$$\text{会円術}\quad s = \frac{2c^2}{d} + a$$

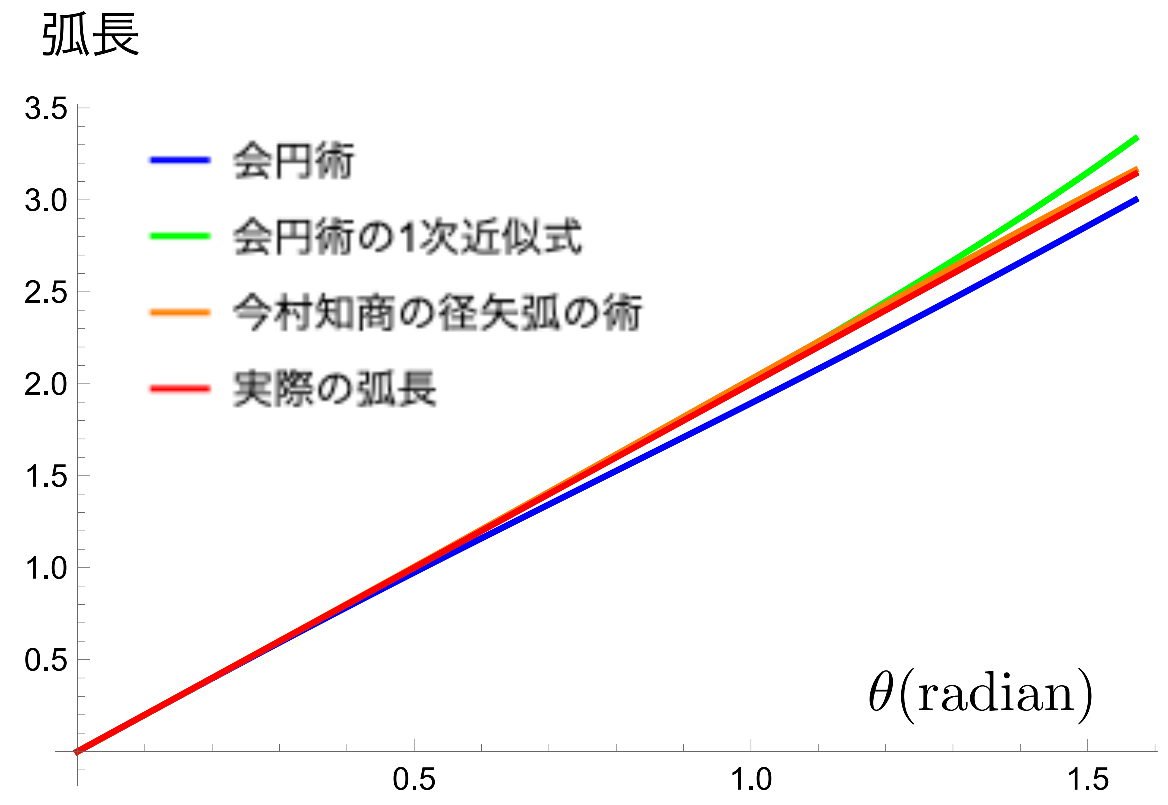
？

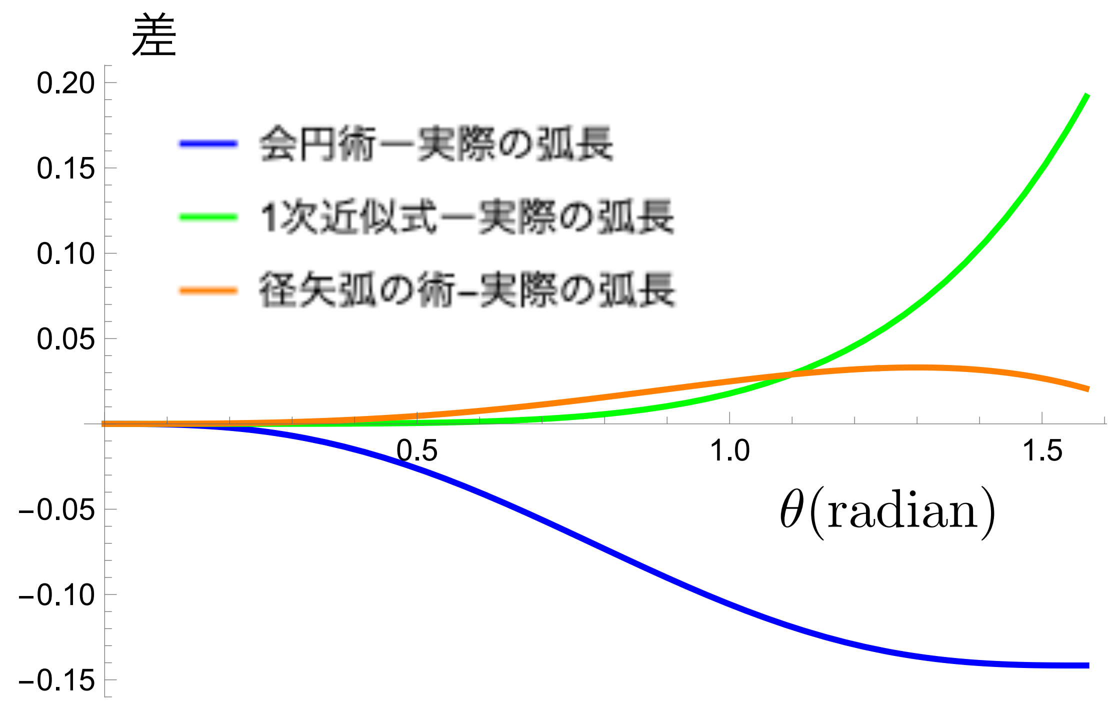
線形近似では導出できない

ともあき じゅがいろく
今村知商『竪亥録』(1639)

径矢弧の術

$$s^2 = 4cd + 2c^2$$





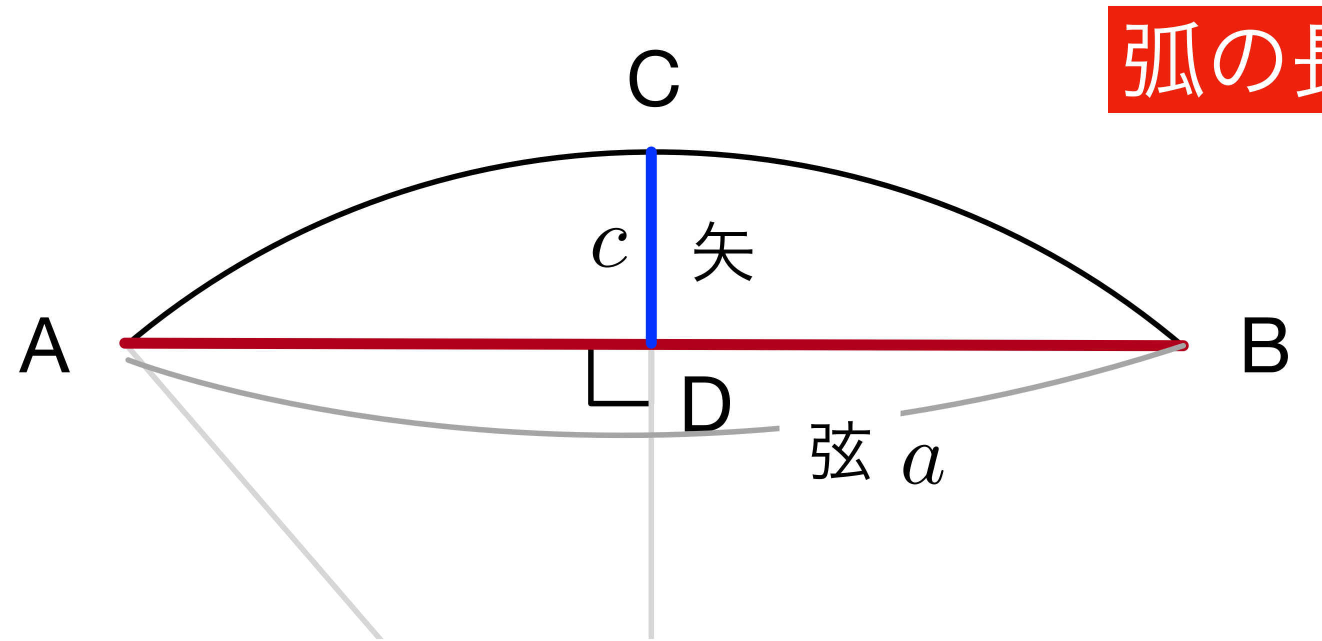
この式の有効性を見るために，実際の長さと，逆三角関数を用いた近似式とを比較してみる．半径 r は，b, c を用いて式 (31) で表されるので，弧の長さ s は，

$$s = 2r\theta = 2r\sin^{-1}\frac{a/2}{r} \qquad (35)$$

これを $r \gg a$ として近似すると

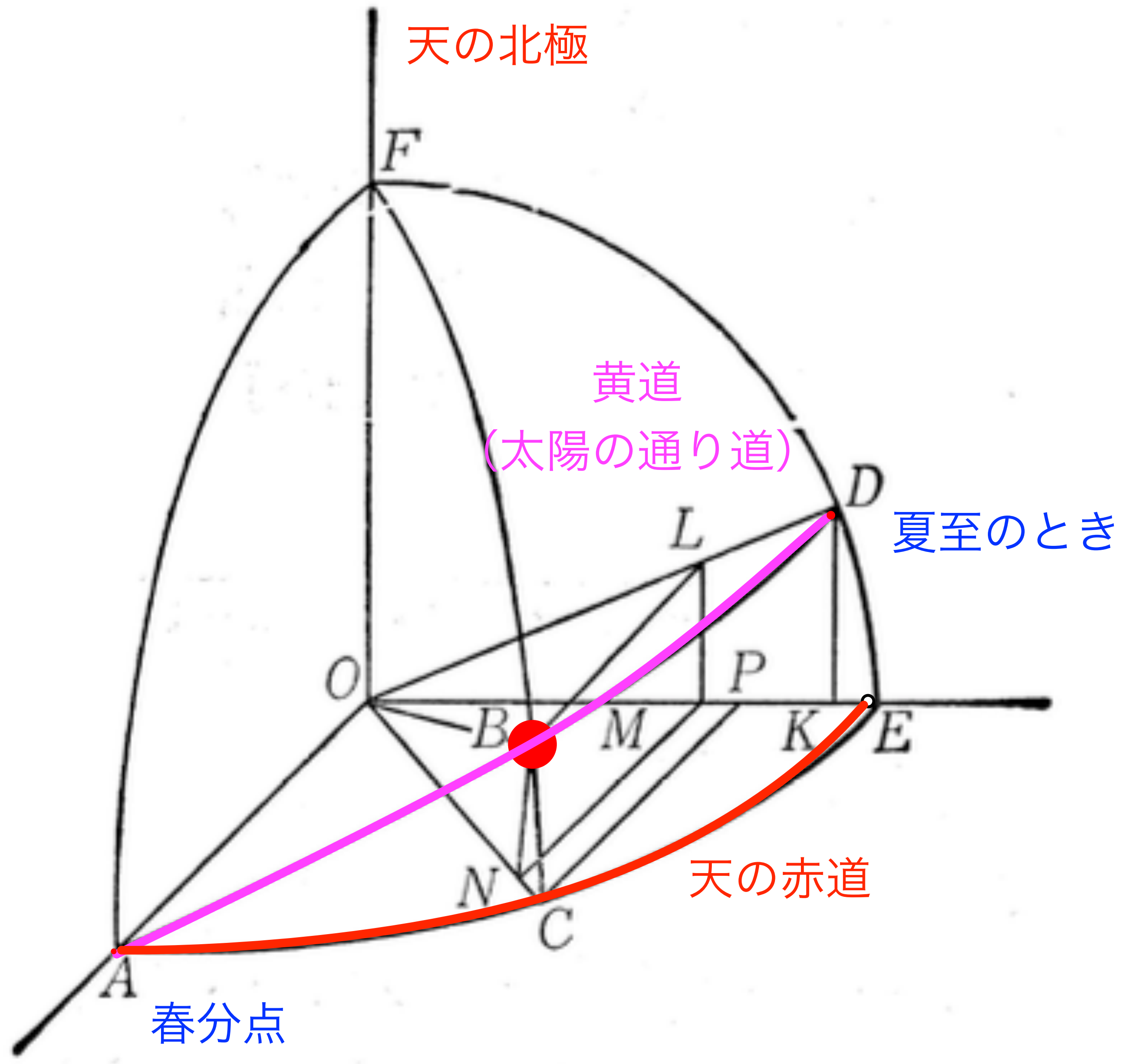
$$\begin{aligned} s &= 2r\theta \simeq 2r\left(\frac{a}{2r} + \frac{1}{6}\left(\frac{a}{2r}\right)^3\right) \\ &= a + \frac{a^3}{24r^2} \simeq a + \frac{8c^2}{3a} \qquad (36) \end{aligned}$$

会円術は，中国の球面三角法に発展し，授時暦をつくるのに使われた



「会円術」
かいえんじゅつ

$$\text{会円術} \quad s = \frac{2c^2}{d} + a$$



例えば，太陽の位置は背景の星に対して日々動いていくが（地球の公転が楕円運動であることから）一定速度ではない．そこで，正確に位置を記録することが必要になってくる．図 4.7 は天球面を表すが，中心から観測して B の位置にある太陽の赤経（弧 CE）と赤経（弧 CB）を観測値である弧 BD の長さから求めたいとしよう（本来，赤経赤緯は春分点から測るが，元図を利用するためご容赦）．1280 年から使われた授時暦は，これを，扇形 ODE において会円術を用いて，弧 DE と周天径 OD から 4 次方程式を解いて弦 DK と矢 KE を求め，同様に扇形 OBD にて，弧 BD と周天径 OD から 4 次方程式を解いて弦 BL と矢 LD を求め，三角形 OKD と三角形 OML の相似から LP を求め，これより BN と NC が求められ，この 2 つを弦と矢とすることで弧 CB が，そして弧 CD が求められる，という方法を用いていた．会円術は近似であり，しかも授時暦では円周率は 3 を用いていた．したがって，必ずしも正確なものではなかったが，江戸初期に改暦の必要性が生じていた日本では，関らによってこのしくみが研究された．

暦をつくるのは国家事業　日食・月食を外すと大変なことに

表 2.4: 中国で使われた主な暦.

時代名	暦名	使い始め	終わり	作成者	特徴	日本への影響
殷・周代					太陰太陽暦の原型，二十四節気が農耕の目安として整備	
秦–前漢	せんぎょく暦					
前漢	太初暦	前 104 年	84 年	xx 平・落下紘ら	中国初の計算体系が整った暦．24 節気を導入.	中国暦の基本モデルとして伝来.
後漢	四分暦	85 年	220 年	編 xx・李梵	1 年=365.25 日	日本で最初に公的に採用されたという説あり.
南朝宋	元嘉暦	445 年	509 年	何承天	定朔の導入.	飛鳥時代に伝来し、国内初の公暦に.
南朝梁	大明（だいめい）暦	510 年	589 年	祖沖之	歳差を導入，1 年=365.2428 日	飛鳥時代に元嘉暦とともに伝来. 日本の初期の暦法に多大な影響
唐	麟徳（りんとく）暦	665 年	728 年	李淳風	定朔を計算に導入．1 年=365.24478 日，各計算の分母を 1340 に統一.	儀鳳（ぎほう）暦の名で 697 年から採用.
唐	大衍（だいえん）暦	729 年	761 年	一行	太陽の動きに基づく定気法，月の速度変化を考慮して精度向上.	吉備真備が持ち帰り，764 年から使用.
唐	五紀暦	762 年	821 年	郭献之	大衍暦を簡略・修正したもの.	大衍暦と併用される形で日本へ伝来.
唐	宣明暦	822 年	892 年	曹士 xx	定朔の計算法を改良（加減速）	日本では平安～江戸初期まで約 800 年間使われた.
元	授時暦	1281 年	1367 年	郭守敬	定朔の計算法を改良（3 次補間）. イスラーム天文学を一部取り入れ、1 年=365.2425 日	貞享暦（渋川春海）作成のモデルになった.
明	大統暦	1368 年	1644 年	（元の暦を継承）	授時暦をほぼ踏襲し、定数を一部変更.	日本の民間暦や改暦議論に大きな影響.
清	時憲暦	1645 年	1911 年	アダム・シャールら	西洋天文学の成果を取り入れ	江戸後期の寛政暦・天保暦の理論的基礎となった.
近代	グレゴリオ暦	1912 年	現在		世界標準の太陽暦	1872 年の日本の改暦と足並みを揃える形に.

日本　現在は1年＝365.2422日のグレゴリオ暦を使用

862宣明暦　1年＝365.2448日

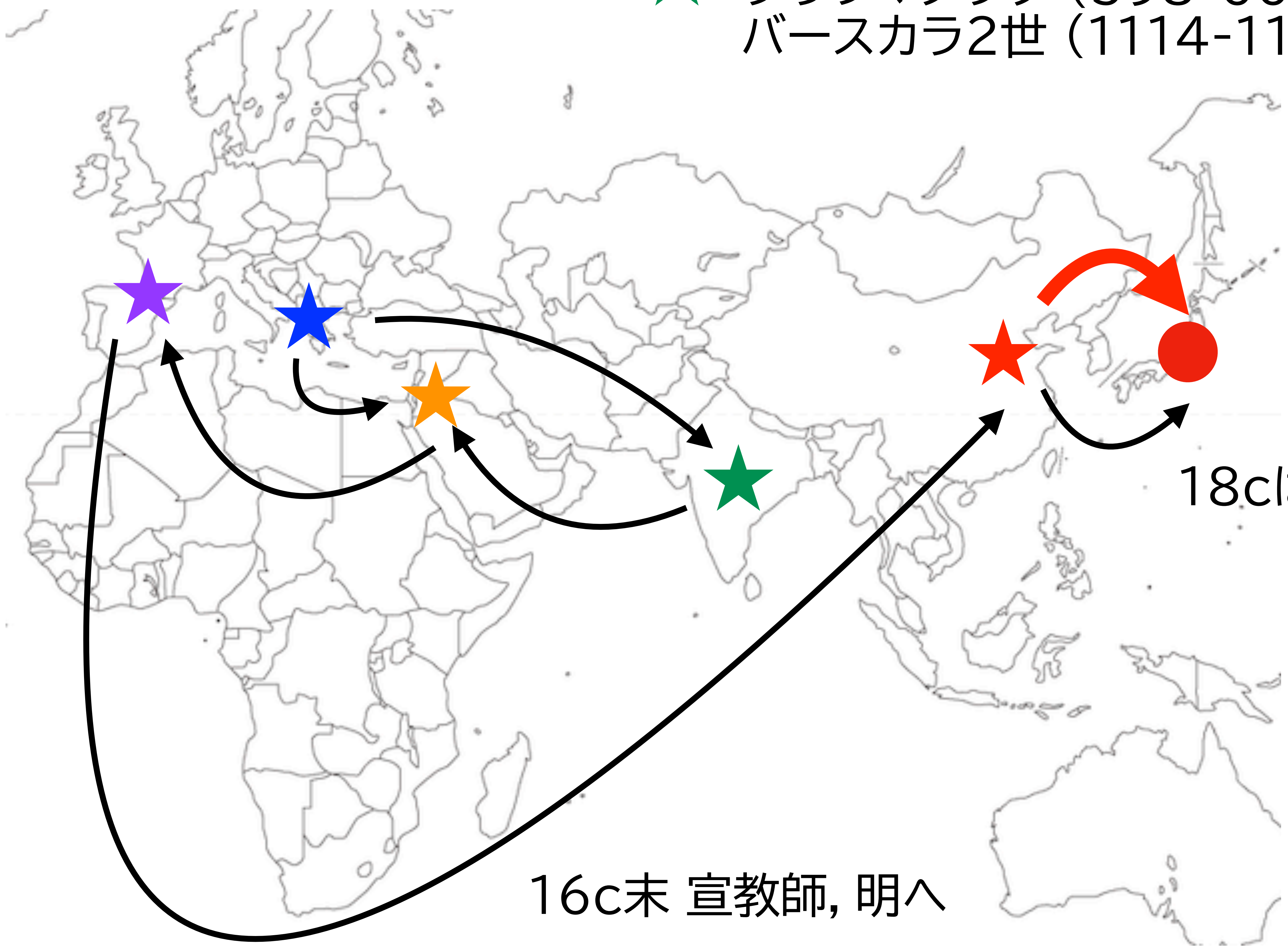
1685貞享暦

1755宝暦暦

1798寛政暦

1844天保暦

16c末 イエズス会宣教師　明へ　　ヨーロッパ科学を伝える



ヒッパルコス(BC190頃-BC120頃)
プトレマイオス(83頃-168頃)『アルマゲスト』(2c)

ヴァラーハミヒラ (505-587)
ブラフマグプタ (598-665)
バースカラ2世 (1114-1185)

ハバシュ (? -864頃)
アル＝フワーリズミー (780-850)
アル・バッターニー (853-929)
アブル・ワファー (940-998)
アル＝ビールーニー (973--1048)
トゥースィー (1201-1274)

レギオモンタヌス (1436-1476)
レティクス (1514-1574)
ピティスクス (1561-1613)

アダム・シャール
徐光啓『崇禎暦書』(1634)
梅文鼎『暦算全書』(1723)

中根元圭『八線表算法解義』(1727頃)
建部賢弘『算暦雑考』(1722?)

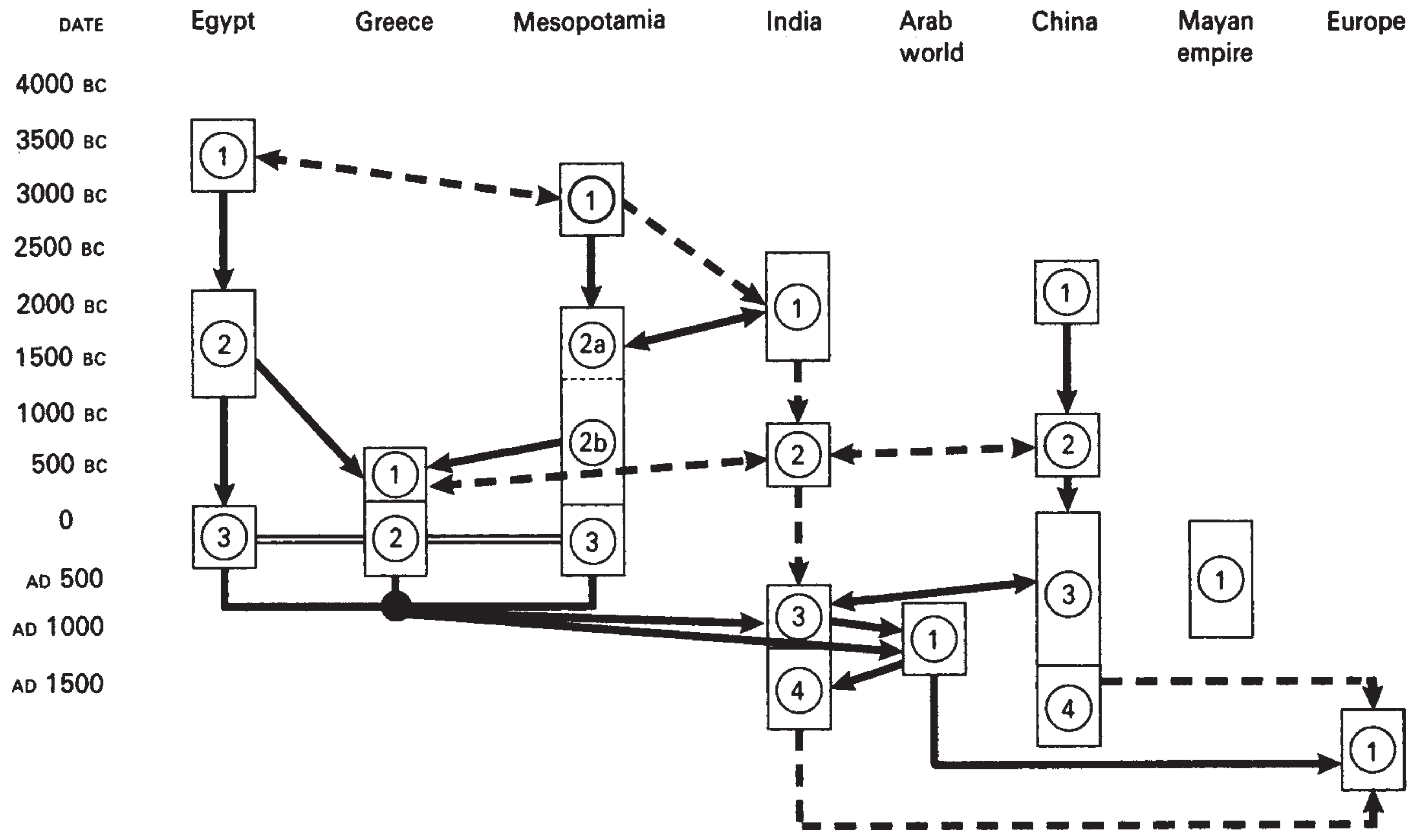


FIGURE 1.4: The spread of mathematical ideas down the ages

EGYPT 1 *Predynastic period*: Appearance of the earliest forms of writing and hieroglyphic numerals
2 *Middle Kingdom to New Kingdom*: Egyptian mathematics mainly contained in the Moscow and Ahmes papyri
3 *Greek and Roman period*: Flowering of mathematics at Alexandria

GREECE 1 *Classical period*: Beginnings of deductive geometry and number theory
2 *Hellenistic period*: Growing synthesis of classical, Egyptian, and Babylonian mathematics

MESOPOTAMIA 1 *Sumerian period*: Beginnings of cuneiform numerals
2a *First Babylonian dynasty*: Early algebra, commerical arithmetic, and geometry from clay tablets
2b *New Babylonian and Persian periods*: Mathematics and astronomy
3 *Seleucid dynasty*: Hellenistic mathematics

INDIA 1 *Harappan period*: Protomathematics from bricks, baths, etc.
2 *Vedic period*: Ritual geometry
3 *Classical period*: Indian numerals, computing algorithms, algebra, and trigonometry
4 *Medieval period*: Kerala mathematics

ARAB WORLD 1 Preservation and synthesis of mathematical traditions from different areas, laying the foundations of modern mathematics

CHINA 1 *River valley civilization*: Beginnings of practical mathematics
2 *Shang and Zhou dynasties*: Rod numerals, *Zhou Bi* (the earliest extant mathematics textbook)
3 *Han to Tang dynasties*: "Arithmetic in Nine Sections" (the most important text in Chinese mathematics)
4 *Song to Ming dynasties*: Golden age of Chinese mathematics

MYAN EMPIRE 1 Construction of a highly accurate calendar and the development of a place-value number system (base 20) with zero

EUROPE 1 Development of modern mathematics, building on mathematics from other sources

═══ Hellenistic cultural areas (Egypt, Greece, Mesopotamia)

⟷ *Confirmed lines of transmission (two-way)*
(I) Harappan culture *and* first Babylonian dynasty
(II) Han to Tang dynasties *and* classical period (India)

⟶ *Confirmed lines of transmission (one-way)*
(I) Middle Kingdom to New Kingdom (Egypt) *to* classical period (Greece)
(II) New Babylonian and Persian periods *to* classical period (Greece)
(III) Hellenistic cultural areas *to* classical period (India)
(IV) Hellenistic cultural areas *to* Arab world
(V) Classical period (India) *to* Arab world
(VI) Arab world *to* Europe and India

⇠⇢ *Unconfirmed or tentative lines of transmission (two-way)*
(I) Predynastic period (Egypt) *and* Sumerian period (Mesopotamia)
(II) Classical period (Greece) *and* Vedic period (India)
(III) Vedic period (India) *and* Shang and Zhou dynasties (China)

⇢ *Unconfirmed or tentative lines of transmission (one-way)*
(I) Sumerian culture *to* Harappan culture
(II) Song to Ming dynasties *to* Europe
(III) Kerala mathematics *to* Europe

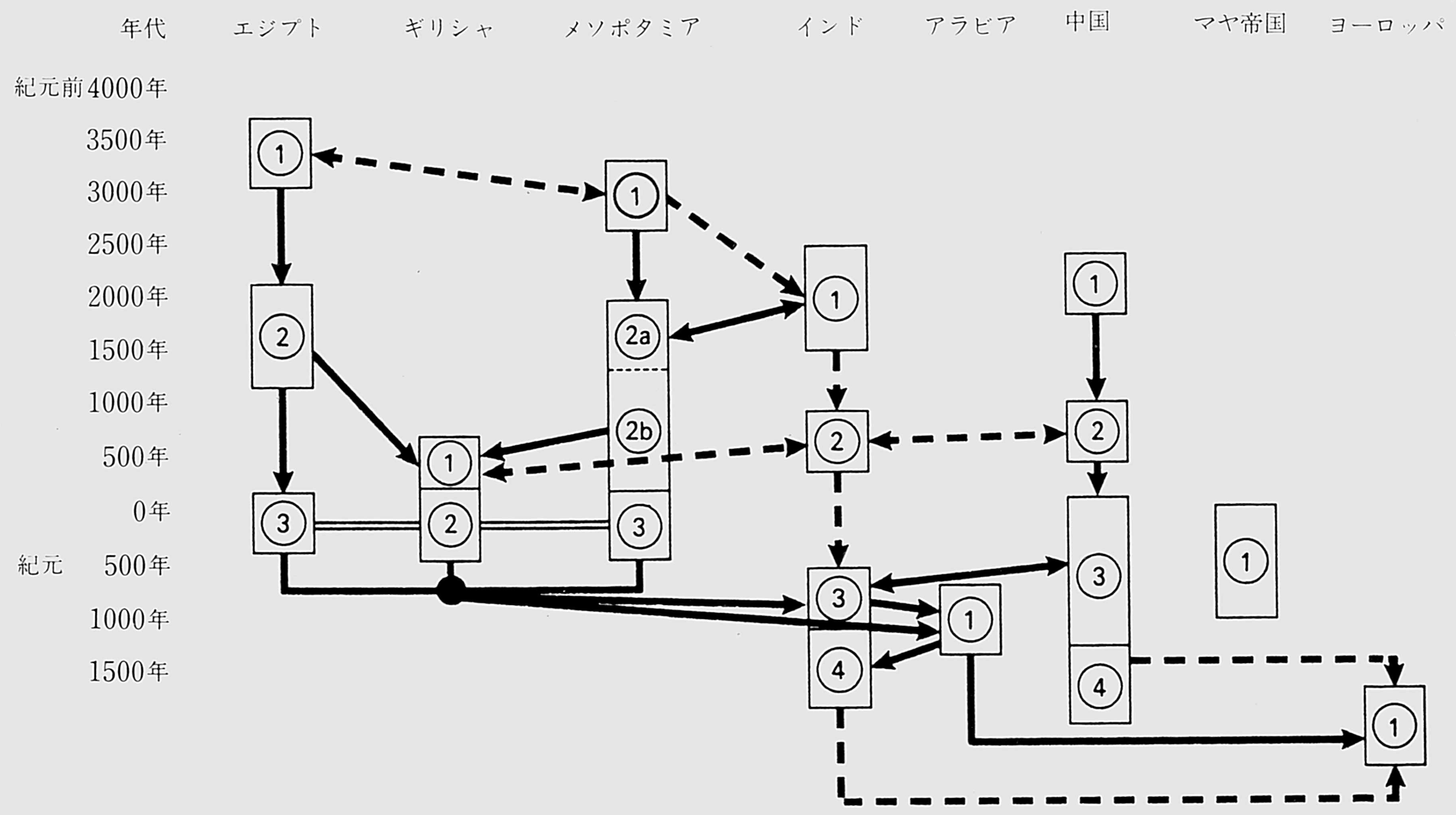


図1・4 数学知識伝播の歴史的過程

エジプト
① 古王国時代：象形文字による最古の数学の出現。
② 中王国〜新王国時代：主としてモスクワ・パピルスやアーメス・パピルスの数学。
③ ギリシャ・ローマ時代：アレキサンドリアでの数学の開花に貢献。

ギリシャ
① 古典時代：演繹的幾何と初期の数論。
② ヘレニズム時代：ギリシャの古典数学，エジプト数学，バビロニア数学の融合期。

メソポタミア
① シュメール時代：楔形文字による数学のはじまり。
②a バビロニア第１王朝期：粘土板から発見された初期の代数。実用的な算術と幾何。
②b バビロニア新王朝とペルシャ時代：数学と天文学。
③ セレウコス王朝：ヘレニズム時代の数学に貢献。

インド
① ハラッパー時代：煉瓦や石灰石などから発見された先史時代の数学。
② ヴェーダ時代：儀式の幾何。
③ 古典時代：インド数字と計算法，幾何と三角法。
④ 中世〜近世：ケーララ数学

アラビア
① 各地からの数学の伝統を融合して保持（近代数学の基礎を築いた）。

中国
① 黄河文明：実用的な算術のはじまり。
② 周時代：算木を用いて数を表す周髀算経（現存する最古の数学テキスト）。
③ 漢から唐まで：九章算術。
④ 宋から明まで：中国数学の黄金時代。

マヤ帝国
① 非常に正確な暦。
20 進法で，ゼロも用いた。

ヨーロッパ
① さまざまな起源からの数学の上に築かれた近代数学を発展させた。

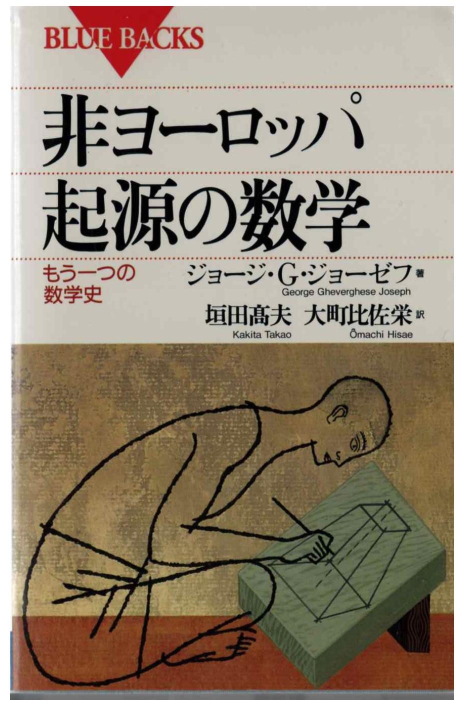
═══ ヘレニズム文化圏（エジプト，ギリシャ，メソポタミア）を示す

⟷ 確認されている相互交流
(Ⅰ) ハラッパー文化とバビロニア第１王朝時代
(Ⅱ) 漢〜唐時代と古典期のインド

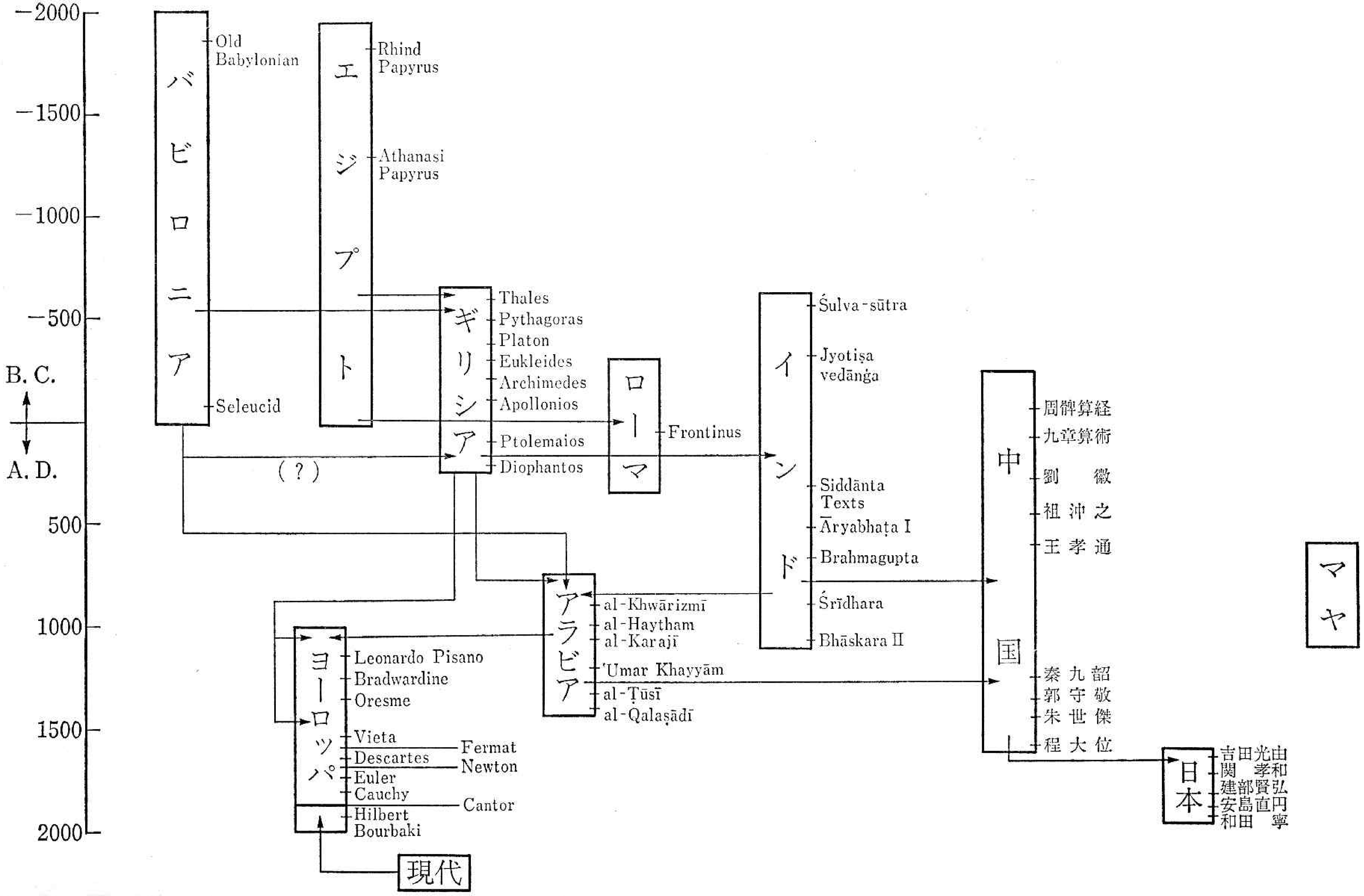
⟶ 確認されている一方的伝達
(Ⅰ) 中王国〜新王国までのエジプトからギリシャへ
(Ⅱ) バビロニア新王朝〜ペルシャ時代からギリシャへ
(Ⅲ) ヘレニズム文化圏からインドへ
(Ⅳ) ヘレニズム文化圏からアラビアへ
(Ⅴ) インドの古典期からアラビアへ
(Ⅵ) アラビアからヨーロッパとインドへ

⇠⇢ 未確認（仮説）の相互交流
(Ⅰ) エジプトの古王国時代とメソポタミアのシュメール時代
(Ⅱ) 古典期のギリシャとヴェーダ時代のインド
(Ⅲ) ヴェーダ時代のインドと中国の周時代

⇢ 未確認（仮説）の一方的伝達
(Ⅰ) シュメール文化からハラッパー文化へ
(Ⅱ) 宋〜明時代からヨーロッパへ
(Ⅲ) ケーララ数学からヨーロッパへ



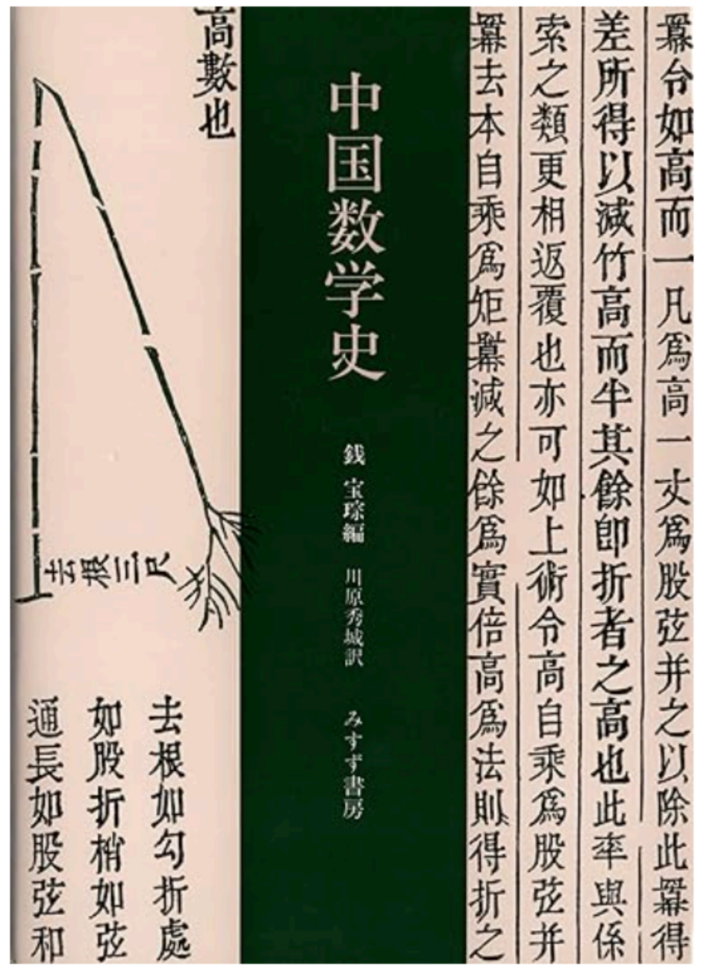
世界の数学史の全体構造



インドと中国の数学交流

前漢(BC206-AD8)以降, 中国と中央アジアの文化交流が繰り広げられた.
400年以降は, 中国僧が経典を取りにインドへ, インド僧は伝道のため中国へ

位取り式数字
四則演算
分数
三項法
弓形の面積と球の体積
連立一次方程式
負数
句股問題
円周率
重差術
一次合同式問題
不定方程問題
開方法
正弦表のつくりかた



銭 宝琮 (1990)

開元占経(718)所収の『九執暦』に, インドの正弦表がある
--> 中国数学者は注目しなかった.

2cはじめ:紙の発明,磁石の利用

8c:製紙術が
サマルカンドに伝わる

11c 欧州に製紙術が伝わる

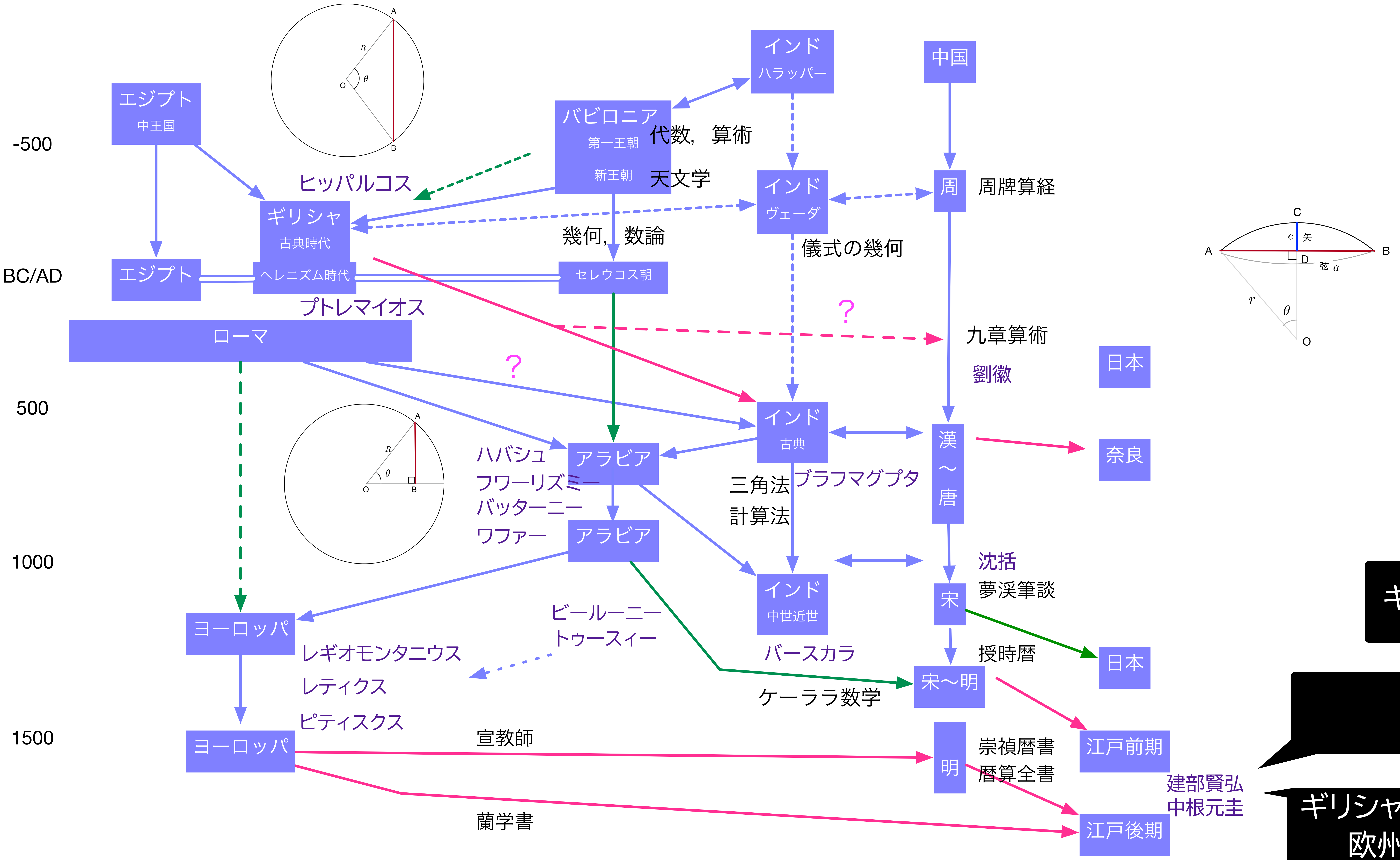
11c 活字印刷の発明

マルコ=ポーロ (1254-1324)

木版印刷の紙幣が中国で
使われていることを伝える

1438年, グーテンベルク 活字印刷をはじめる

数学文化交流史から俯瞰する日本の位置

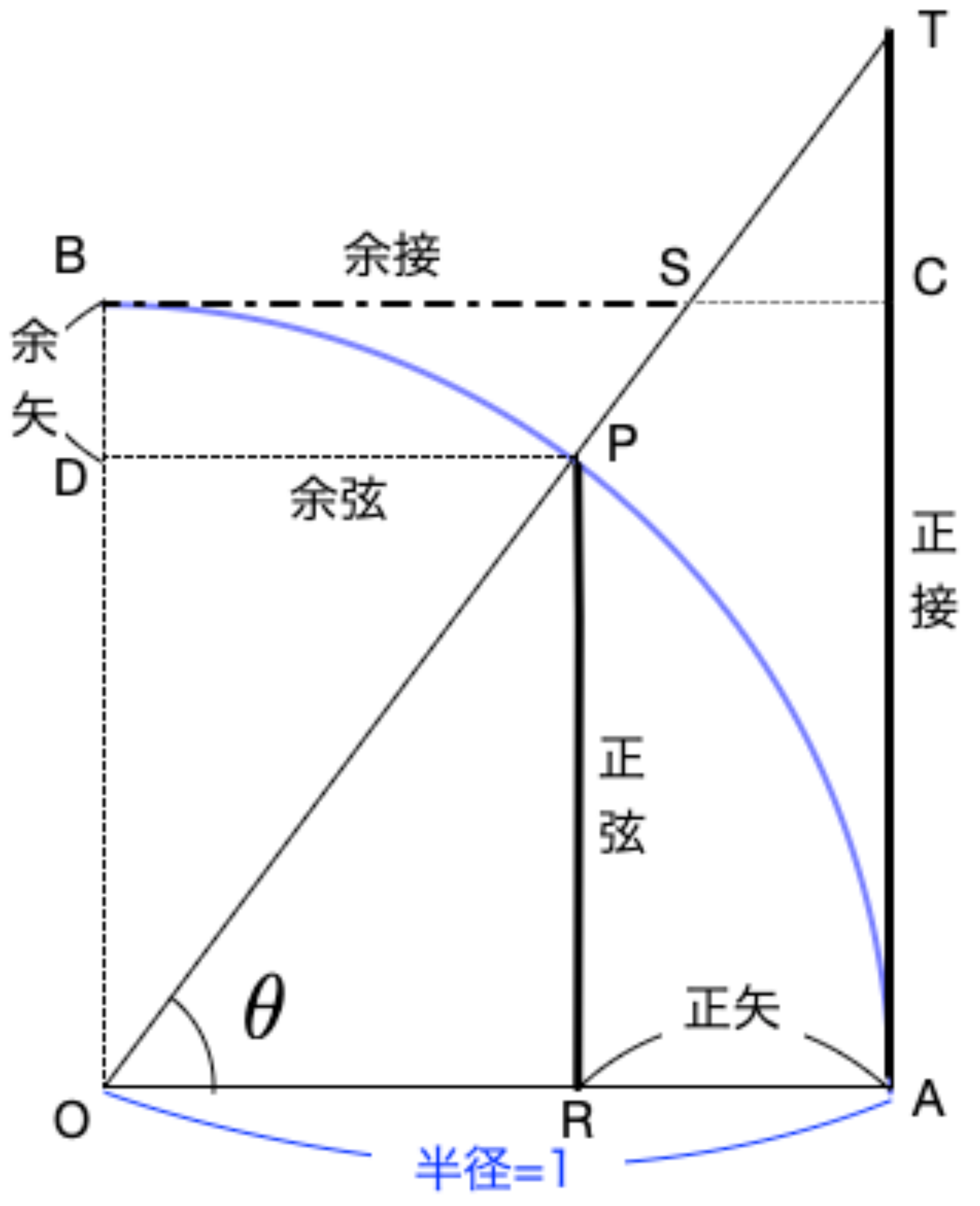


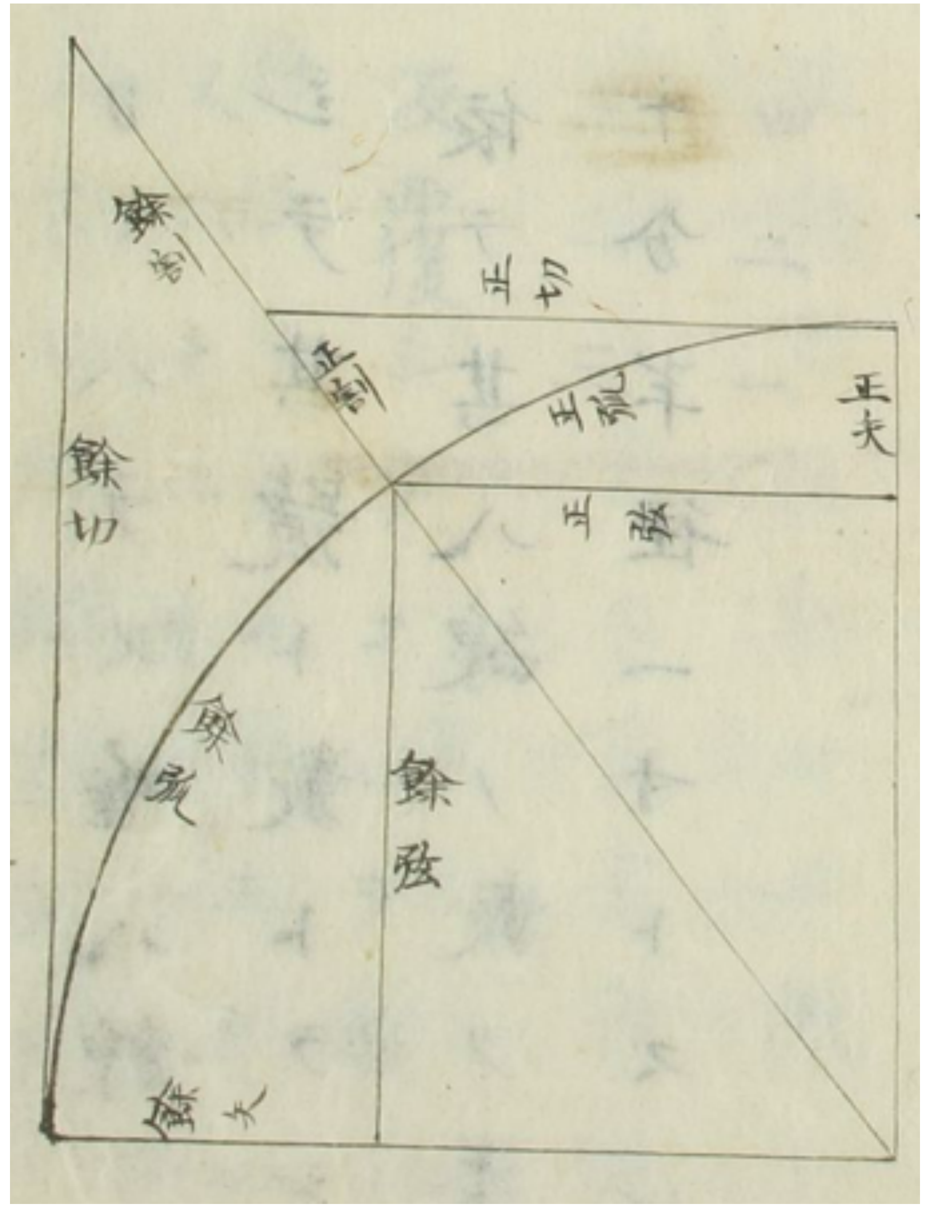
ギリシャ始発？

中国発日本

ギリシャ発インド・アラビア・
欧州・中国経由日本

三角法の伝播　江戸前期に存在した2つの三角関数表





中根元圭『八線表算法解義』(1727頃)

中根元圭 『八線表算法解義』(1727年頃)

建部賢弘の『算暦雑考』(1722年頃)

▶▶▶ 数学文化の流れを追う

このスライド取得先

このプリント取得先

真貝寿明(大阪工業大学 情報科学部)
hisaaki.shinkai@oit.ac.jp
https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/