

# Auto-Regression 法によるリングダウン波の解析： O4a データと GW250114

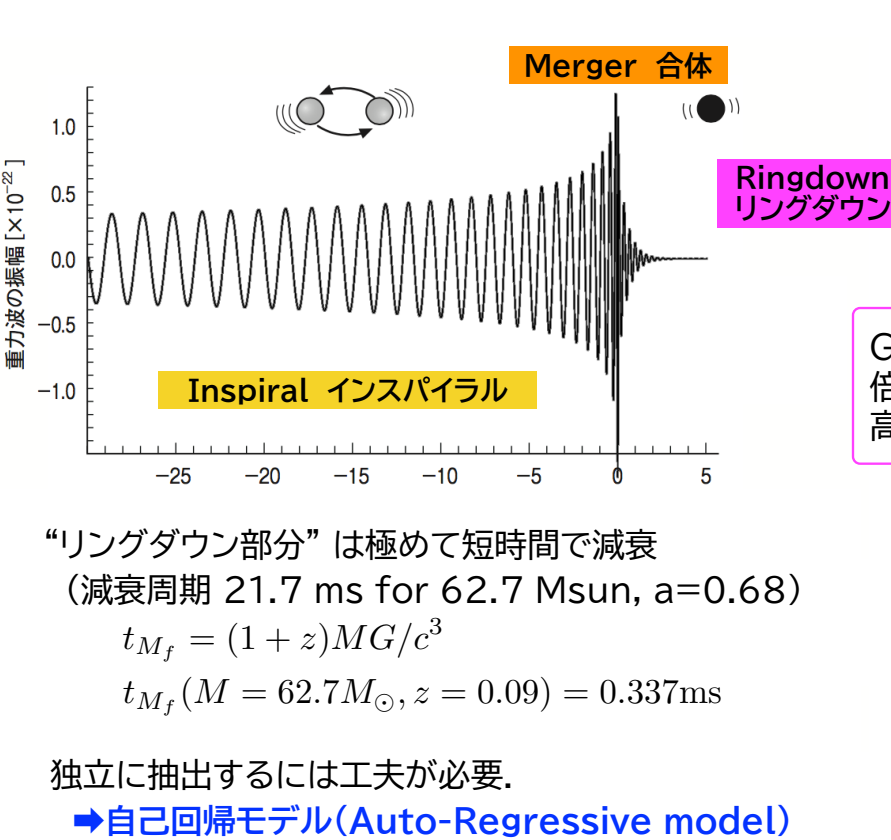
Ringdown gravitational-wave data analysis with auto-regression method: O4a data and GW250114



真貝寿明 (大阪工大) Hisaaki Shinkai  
(Osaka Institute of Technology)  
hisaaki.shinkai@oit.ac.jp

## Outline & Summary

### 目的と概略



- BH 準固有振動 (quasi-normal modes)
  - BH 振動 in GR
  - $(M, a)$
- 強い重力場の影響
  - GR 検証にもっとも優れた状況
- GRの予測する周波数・減衰率が見えるのか？
  - 倍音 (overtone) の周波数・減衰率が見えるのか？
  - 高次モード (higher modes) の周波数・減衰率が見えるのか？
- 2022年9月物理学会 AR法は実データで使えるか? **Yes**
- 2023年3月物理学会 O3bまでの実データ・リングダウン解析
  - リングダウン波の開始時刻はいつか **合体後3ms-5ms**
  - 高次モード、高調波モードはみつかるか **GW190412, GW190814**
  - GRと矛盾しないか **consistent**
- 2026年3月物理学会 & 今回 O4a+現在までの実データ・リングダウン解析
  - 高次モード、高調波モードはみつかるか

ref) Nakano et al., Phys. Rev. D 99, 124032 (2019) [arXiv:1811.06443], Comparison of various methods to extract ringdown frequency from GW data

### まとめと展望

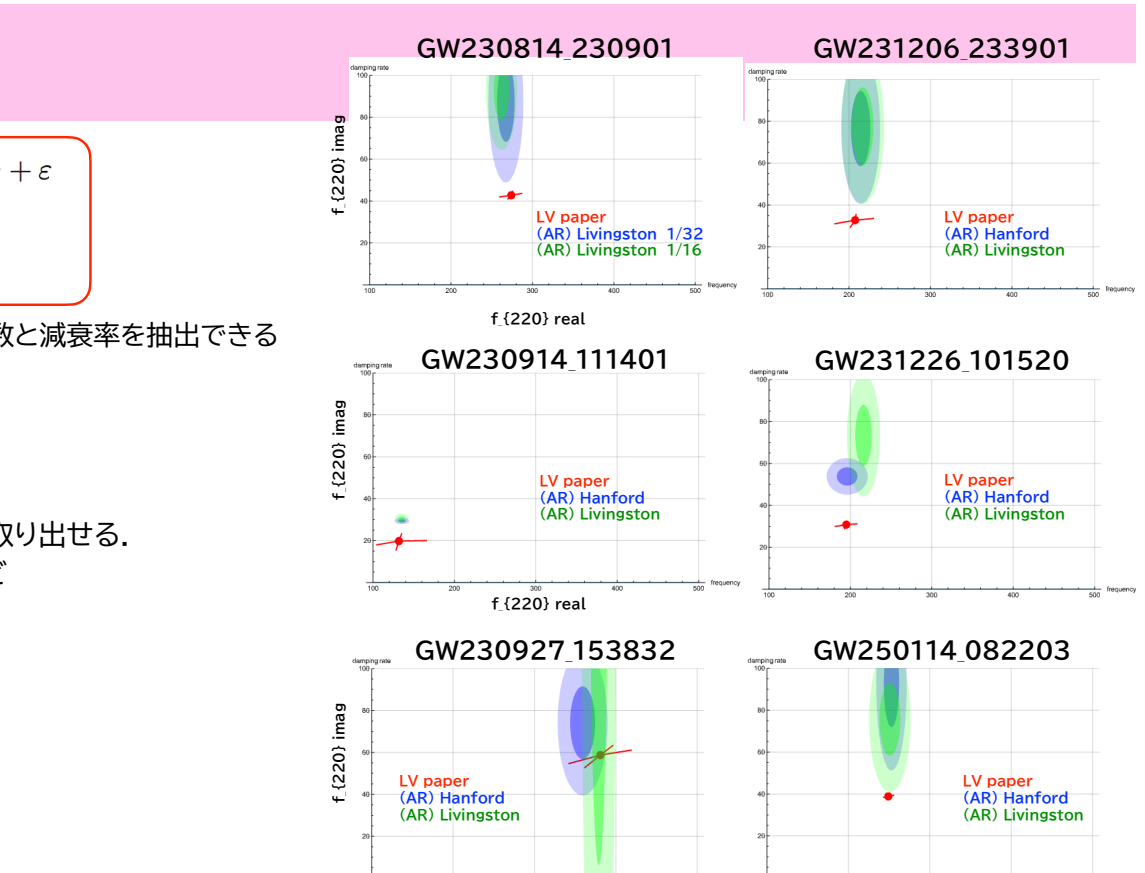
自己回帰モデル (AR法)

$$x_n = a_1 x_{n-1} + a_2 x_{n-2} + \dots + a_M x_{n-M} + \epsilon$$

ノイズを含む同時観測データ (4.4 pts (16ms), 128pts (32ms)) に対して、周波数と減衰率を抽出できるデータのみを用いて、テンプレートは不要 (理論的に独立) 複数のモードも抽出可能。抽出器ごとのデータ解析、波形抽出の処理も可能にできる。

LVK O4a: リングダウン波形の抽出を試みた。  
S/N >= 15 (インスパイラルを含む) のイベントに対しては、リングダウン波形は取り出せる。(同時観測 [merger time = 200 ms], Band Filterings [20-600Hz] など parameterはイベントごとに設定せず共通)

AR法はリングダウン波を抽出しているか **Yes**  
2千洋計 (Hanford, Livingston) で合致した値になるか **Yes**  
LVK catalogと合致した値になるか **Almost Yes**  
f imag (減衰率) は大きく見られる傾向がある。  
リングダウン波の開始時刻はいつか **3ms-5ms**  
高次モード、高調波モードはみつかるか **見えているものもある**  
GRと矛盾しないか **今ところ consistent といえる**  
他の方法との整合性 check



GW250114\_082203について (2.2.1) は (2.2.0) と判別できない (4.4.0) はノイズ帯のように、見えたとはいえない (3.0.0) は Hanford/Livingston 双方で見えている  
どのモードが励起されたのか、しくみを考える研究へ

## Method

#### Auto-Regressive model (idea)

Fitting data with linear func.

$$x_n = a_1 x_{n-1} + a_2 x_{n-2} + \dots + a_M x_{n-M} + \epsilon$$

$$= \sum_{j=1}^M a_j x_{n-j} + \epsilon$$

e.g.  $x_n = A e^{-\gamma n \Delta t} \cos(\omega n \Delta t)$

$$Z_1 = e^{-(\gamma - i\omega)\Delta t} \Rightarrow x_n = \frac{A}{2} (Z_1^n + Z_1^{*n}) = (Z_1 + Z_1^*) x_{n-1} - Z_1 Z_1^* x_{n-2}$$

can be applied also to noisy data by adjusting M

#### Auto-Regressive model vs Short FFT

sampling rate=4096 segment = 1/16 sec = 256 points

Even for short segment, AR model shows precise power spectrum.

#### Auto-Regressive model (Method, general)

Fitting data with linear func.

$$x_n = a_1 x_{n-1} + a_2 x_{n-2} + \dots + a_M x_{n-M} + \epsilon$$

$$= \sum_{j=1}^M a_j x_{n-j} + \epsilon$$

- find  $a_j$  (Burg method)
- find M (FPE final prediction error method)
- re-construct wave signal from fitted function
- apply FFT with arbitrary precision.

power spectrum

$$p(f) = \frac{\sigma^2}{|1 - \sum_{j=1}^M a_j e^{-i2\pi f j \Delta t}|^2}$$

characteristic eq.

$$f(z) = 1 - \sum_{j=1}^M a_j z^j = 0$$

$|z_k|$  says amplitude,  $\arg(z_k)$  says frequency.

#### AR法を適用するセグメント長と結果の違い

##### GW250114 082203

Hanford

#### AR法を適用するセグメント長と結果の違い

##### GW250114 082203

Livingston

## O4a data

### 突発性重力波は、GWTC4カタログで観測数が倍増して 176 例

観測期	Advanced LIGO	Advanced Virgo	KAGRA
01	2015 9 12-2016 1 19		
02	2016 11 30-2017 8 25	2017 8 1-2017 8 25	
03a	2019 4 1-2019 9 30	同左	
03b	2019 11-2020 3 27	同左	(O3GK) 2020 4 7-2020 4 21
04a	2023 5 24-2024 1 16	同左	2023 5 26-2023 6 25
04c	2024 4 10-2025 1 28	同左	
04e	2025 1 29-2025 11 18	同左	2025 6 6-2025 11 18

### Gravitational Wave Transient Catalog (GWTC)

GWTC	released	ref	refBH	NSNS	NSBH	検出数	total
GWTC-1	01-02	2016/02/13	181,129/697	PRR/9 (2017)	10	1	11
GWTC-2	03a	2020/10/28	2010,145/27	PRR/13 (2021)	36	1	2 39
GWTC-2.1	+	2021/8/2	2108,010/45		+8 3		5
GWTC-3	03b	2021/11/15	2111,036/66	PRR/13 (2022)	32	3	35
GWTC-4	04a	2023/5/25	2508,180/82		86		86
						169	2 3 2 176

### O4a (event paper: PRL135(2025)11403, PRL136(2025)041403)

GW250114 082203  
(M, a, z) = (62.7<sup>+1.1</sup>, 0.68<sup>+0.02</sup>, 0.09<sup>+0.01</sup>)  
network SNR = 80  
ringdown wave (2.2.0, 2.2.1) +30% Kerr

## Results

#### GW230814 230901

SNR=43.0

$(M, a, z) = (58.6^{+1.5}_{-1.5}, 0.68^{+0.02}_{-0.02}, 0.06^{+0.02}_{-0.02})$

#### GW231028 153006

SNR=22.9

$(M, a, z) = (146.2^{+2.1}_{-2.1}, 0.84^{+0.01}_{-0.01}, 0.61^{+0.24}_{-0.24})$

#### GW230914 114101

SNR=17.7

$(M, a, z) = (91.2^{+3.9}_{-3.9}, 0.71^{+0.12}_{-0.12}, 0.45^{+0.09}_{-0.09})$

#### GW231206 233901

SNR=22.9

$(M, a, z) = (63.6^{+2.1}_{-2.1}, 0.67^{+0.01}_{-0.01}, 0.28^{+0.03}_{-0.03})$

#### GW230927 153832

SNR=21.5

$(M, a, z) = (36.6^{+3.2}_{-3.2}, 0.69^{+0.01}_{-0.01}, 0.23^{+0.01}_{-0.01})$

#### GW231226 101520

SNR=34.7

$(M, a, z) = (71.2^{+1.1}_{-1.1}, 0.67^{+0.01}_{-0.01}, 0.22^{+0.03}_{-0.03})$

#### GW250114 082203

SNR=78.5

$(M, a, z) = (62.7^{+1.1}_{-1.1}, 0.68^{+0.01}_{-0.01}, 0.09^{+0.01}_{-0.01})$

higher-order modes

等質量、スピンなし連星の場合、m=0モードは発生しない  
well-known mode hierarchy (2,2),(3,3),(2,1),(4,4),(3,2),(5,5),(4,3)ではない

$f = \omega_2^2(\theta, \phi) = \omega_1^2(\theta, \phi) = \omega_3^2(\theta, \phi) = \omega_4^2(\theta, \phi) = \omega_5^2(\theta, \phi) = \omega_6^2(\theta, \phi) = \omega_7^2(\theta, \phi) = \omega_8^2(\theta, \phi)$

ACKNOWLEDGMENTS  
This work was supported by JSPS KAKENHI Grant No. 24K07029 [Black-hole formation scenario and test of general relativity using gravitational wave data] and by No. 25K07290 [Nonlinear Dynamics in the Modified Gravity Theory, and the Seek of the Gravity Theory].