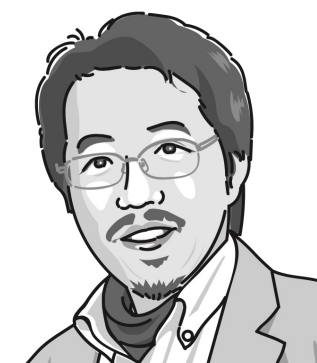


天文学史の中の日本：和算家の動機を探る

0. 自己紹介など
1. 天文学の歴史
2. 三角関数の歴史
3. 太陰太陽暦の要素
4. 関孝和の授時暦研究
5. まとめと展望



真貝寿明(大阪工業大学 情報科学部)

hisaaki.shinkai@oit.ac.jp

<https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/>

このスライド



このプリント



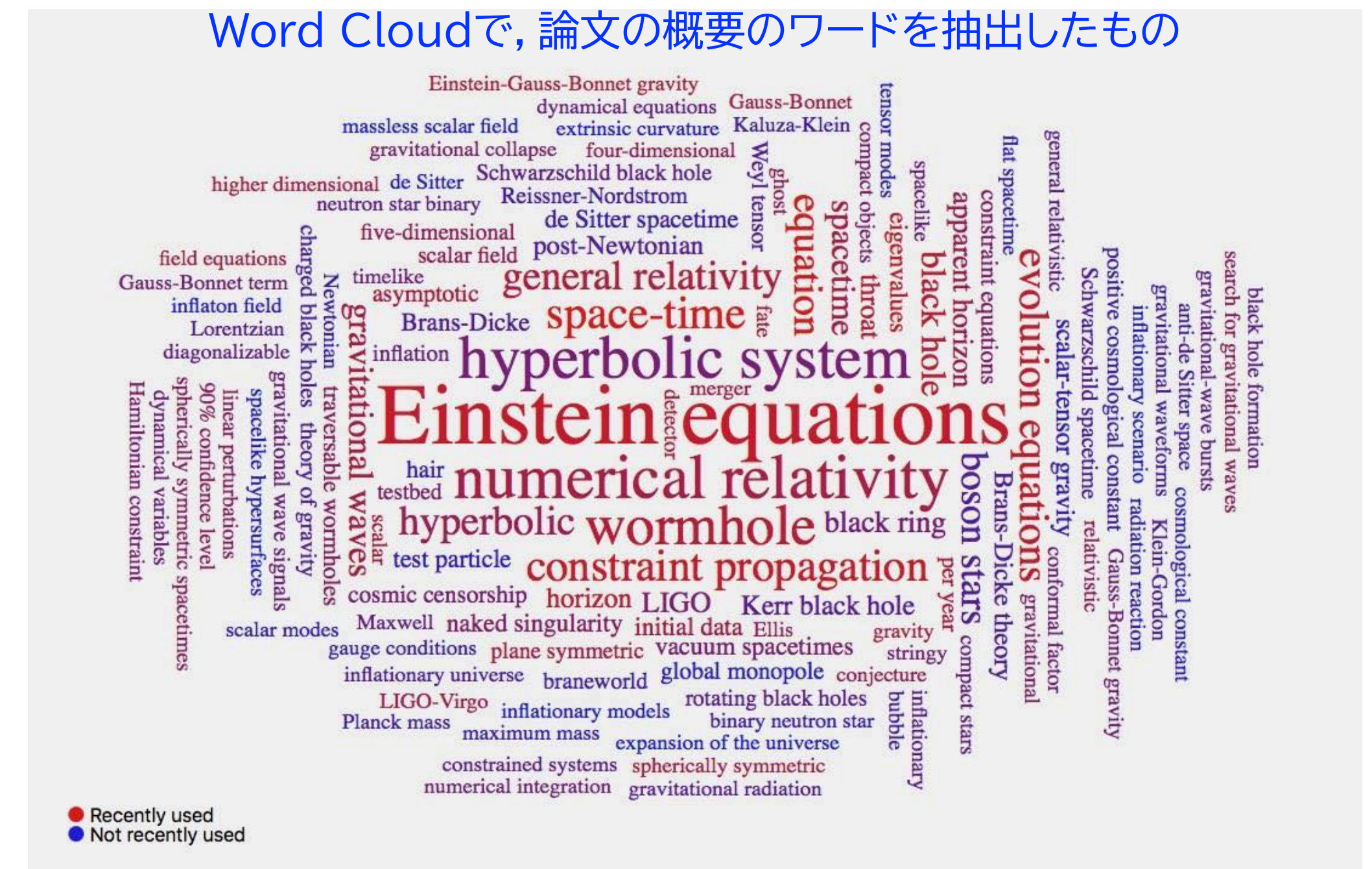
https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/Viewgraphs/20260726_MathHistory_shinkai_slide.pdf

https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/Viewgraphs/20260726_MathHistory_shinkai_print.pdf

このスライド
配布プリント

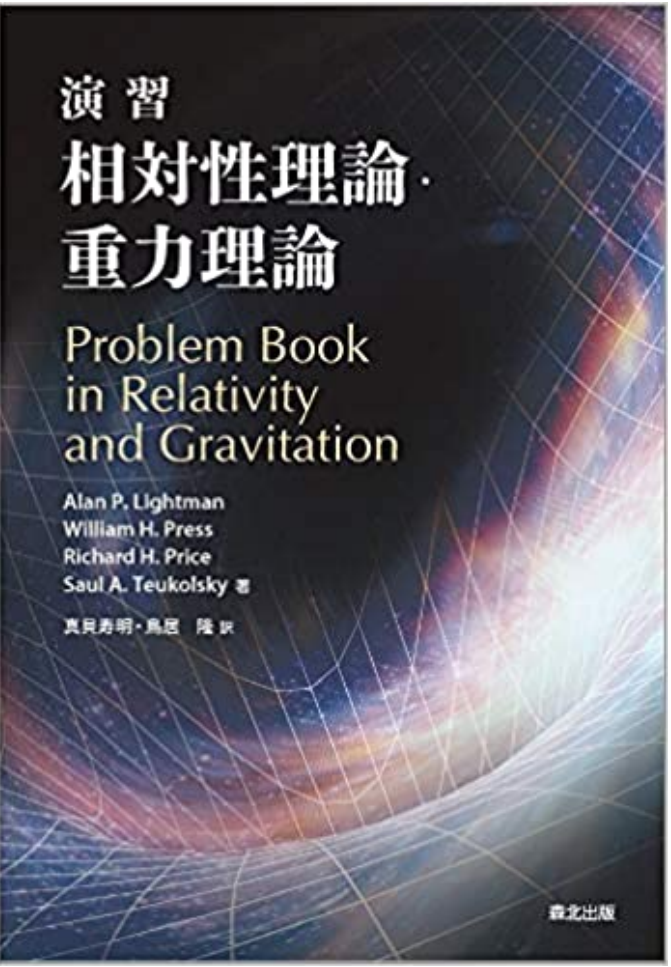
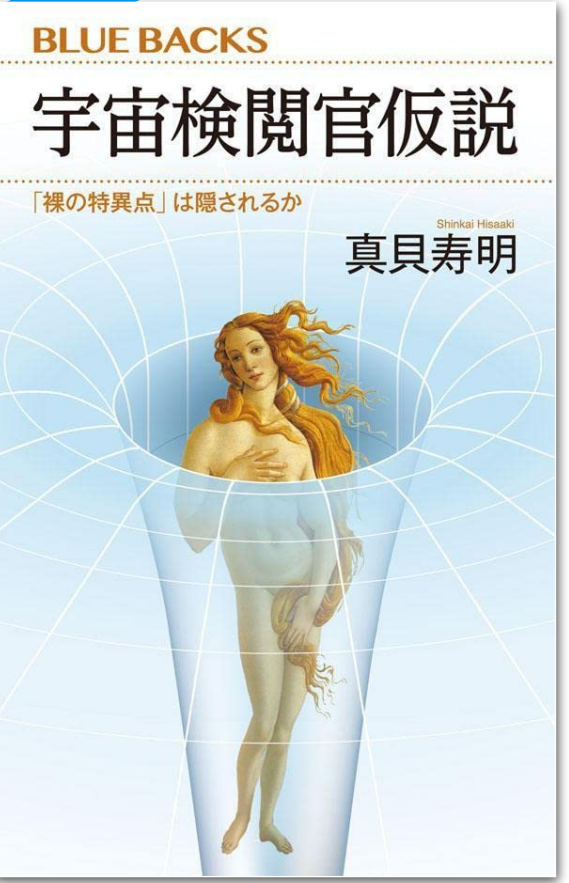
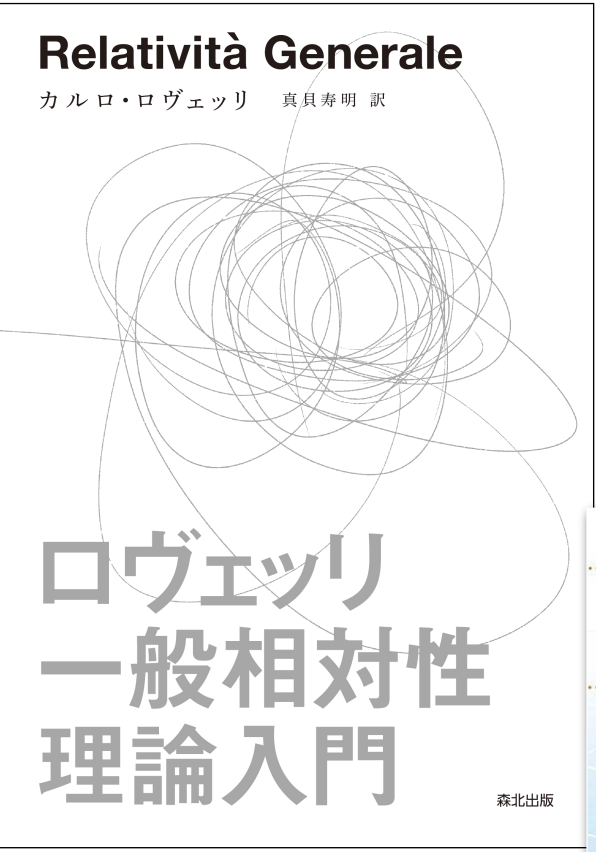
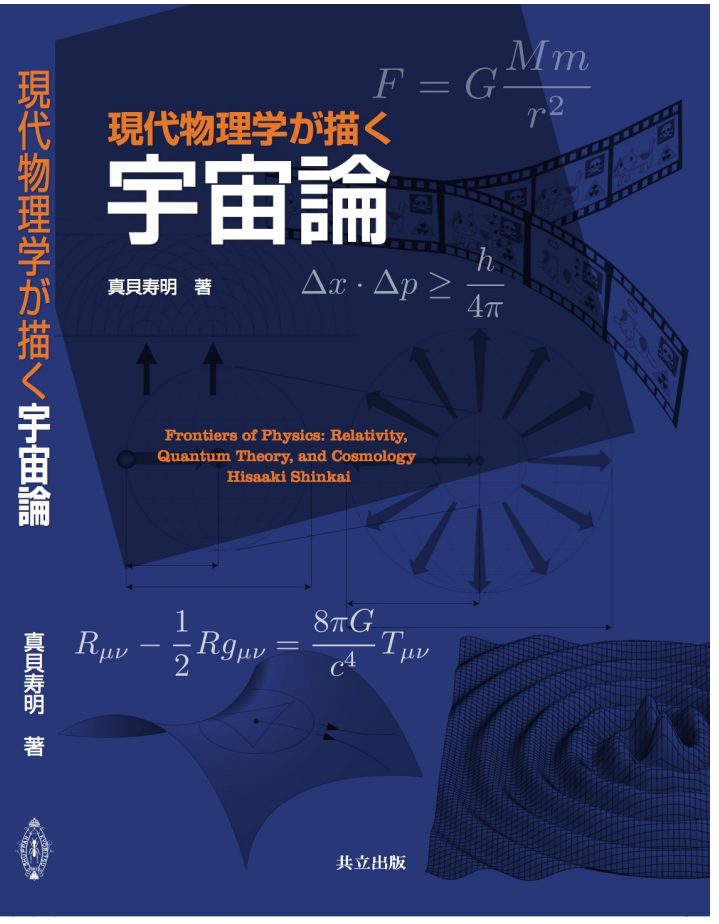
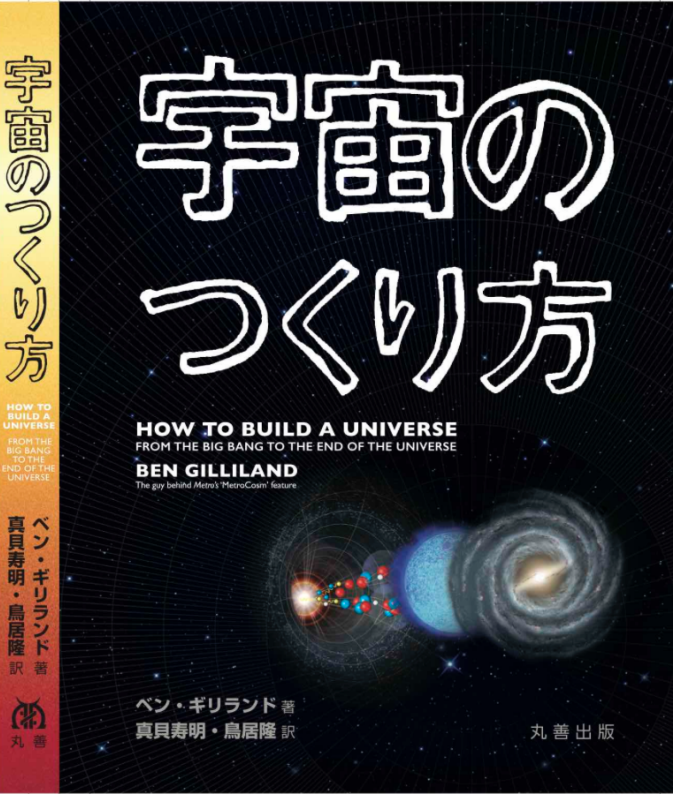
- <https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/>
<https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/linkGW.html>
<https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/GWdata2019/index.html>
<https://ligo.org/science-summaries/>

- <https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/tenmonbunka/index.html>

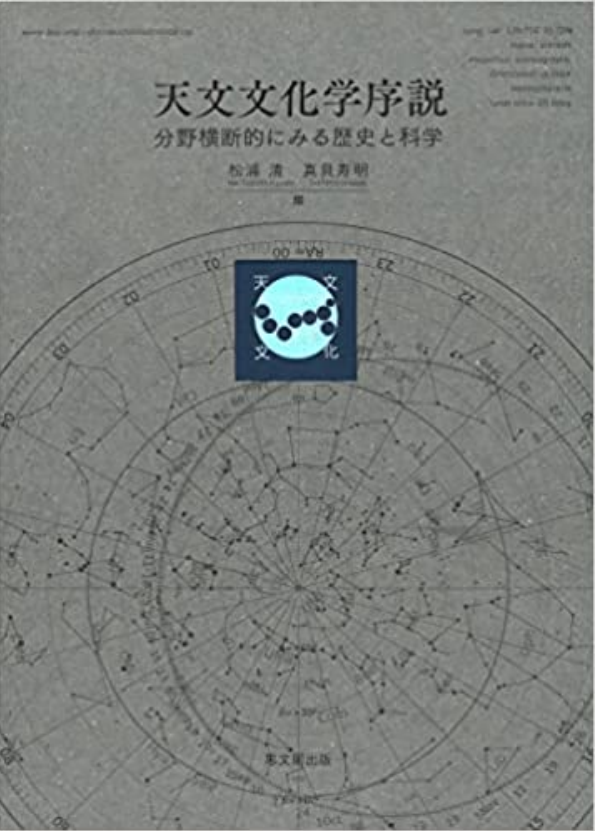


- ★ 算額について A. Karaislさんに連絡をとったら，近畿和算セミナーを紹介された(2025春)
- ★ 日本数学史学会に入った（2025年暮れ）

物理の面白さを伝えたい

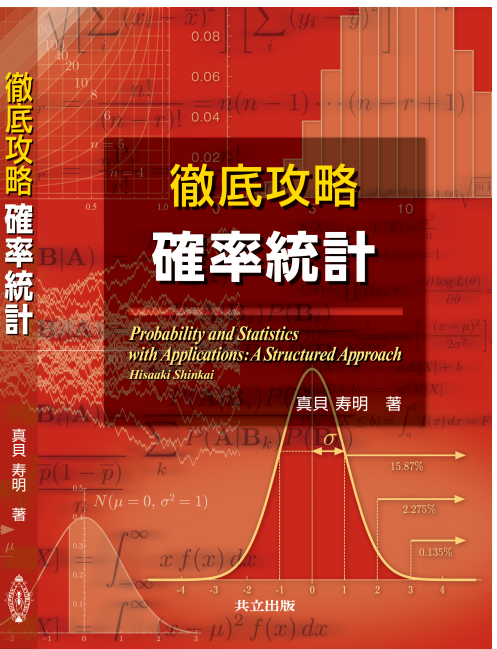
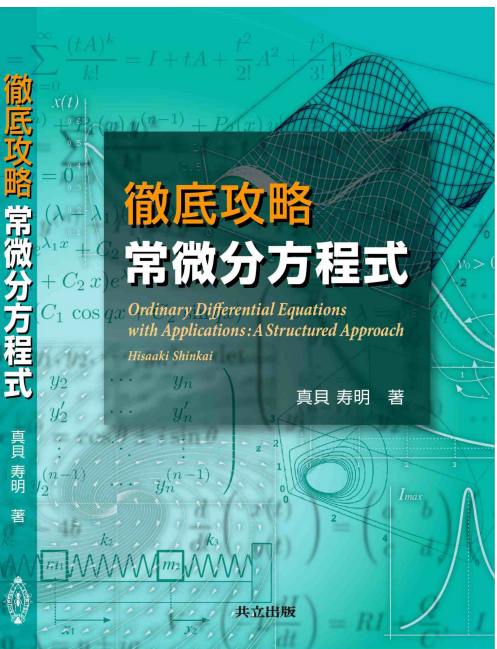
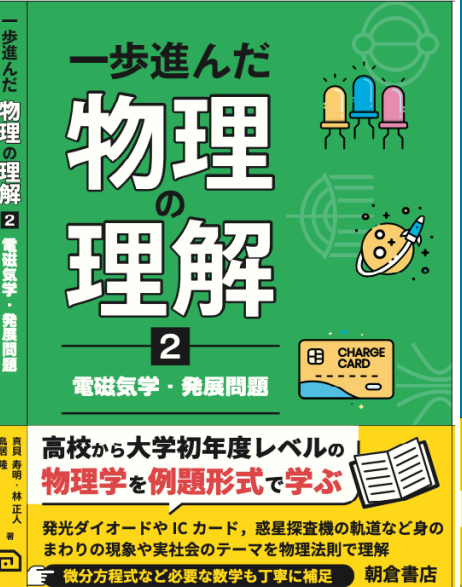
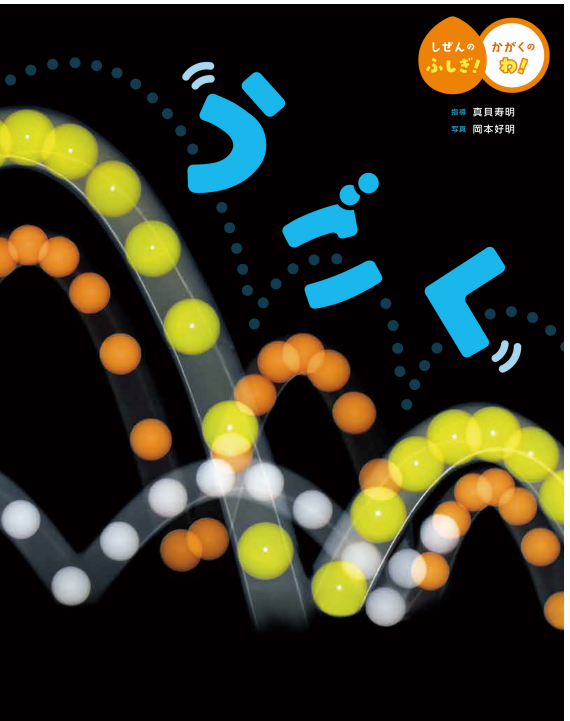


難しい本



(重力波の項)

易しい本



わかりやすく伝えたい

八線(三角関数)の定義は イスラーム → 西洋 → 中国 → 日本

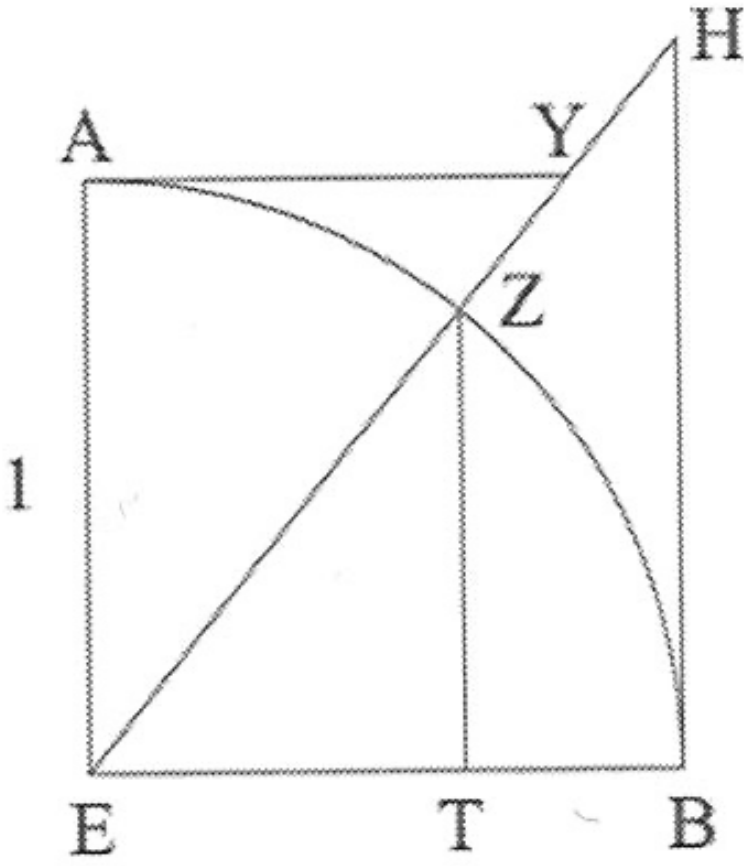
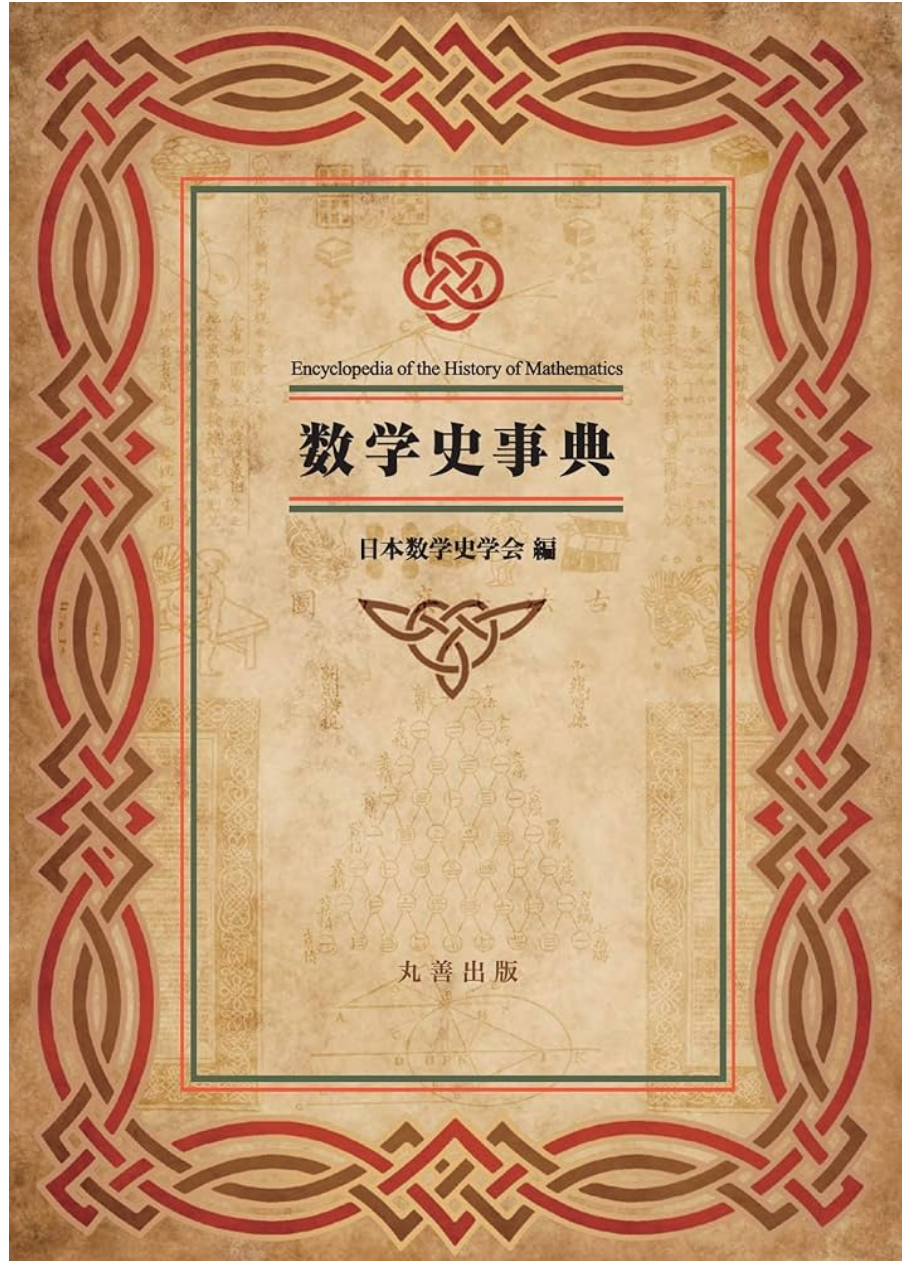


図8 アブー・ワファールの三角関数の定義

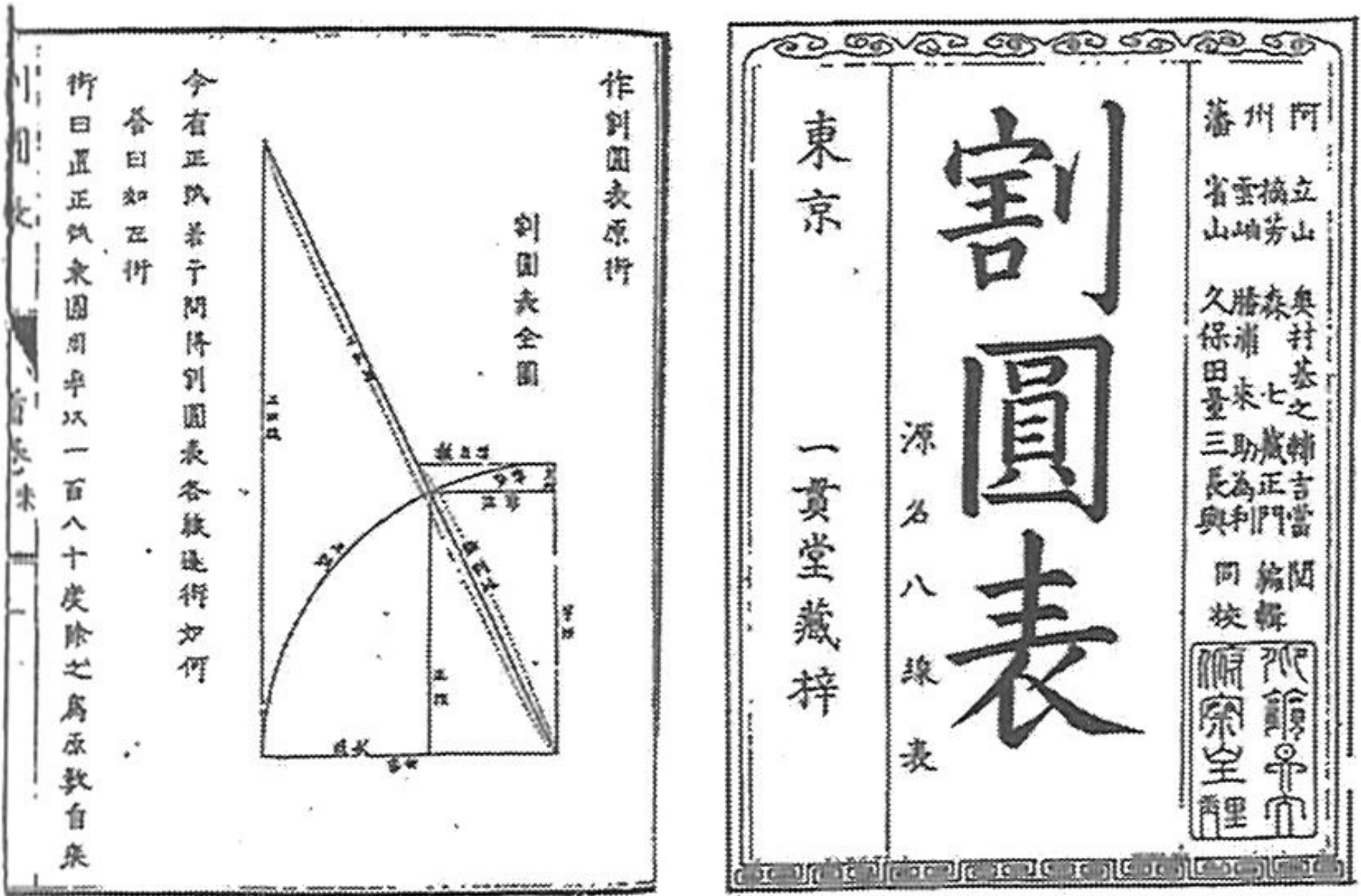
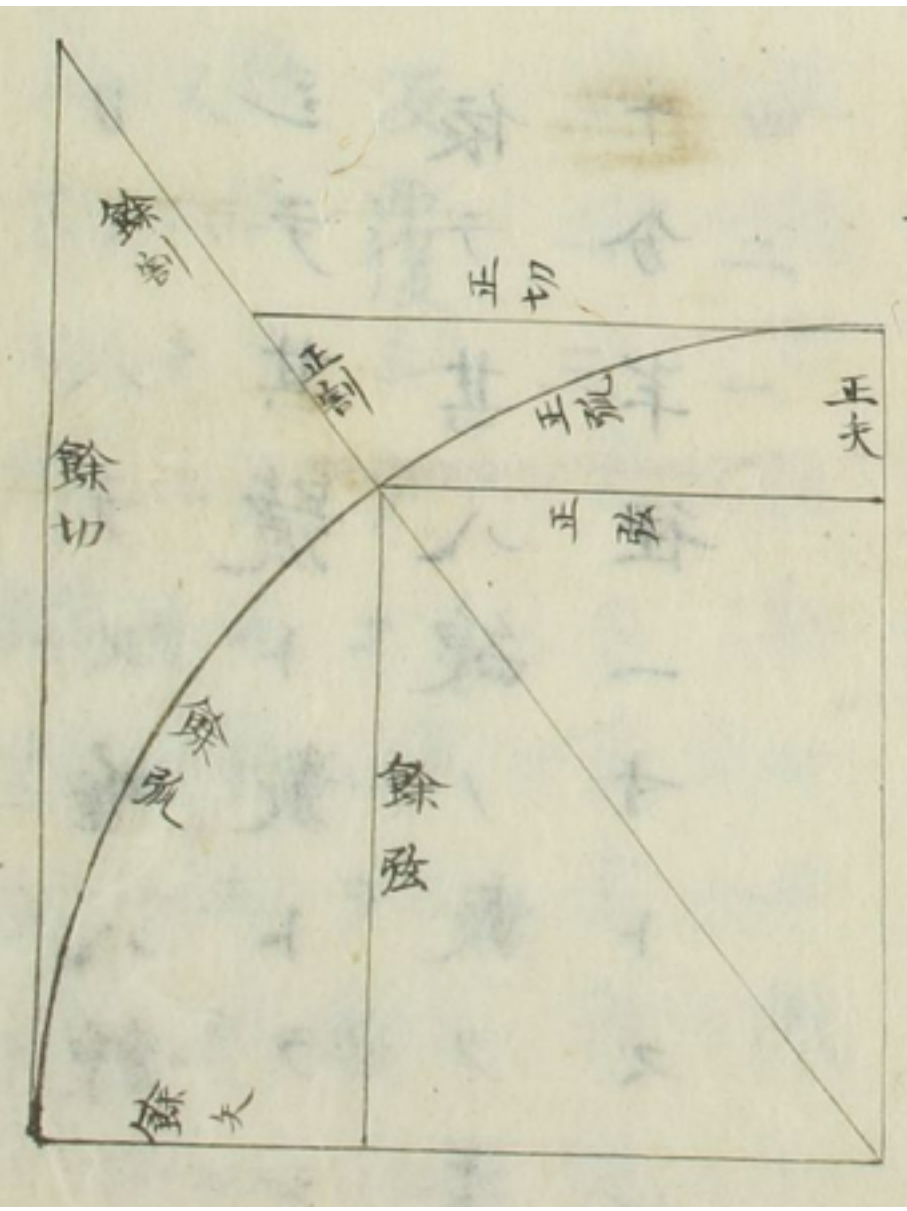


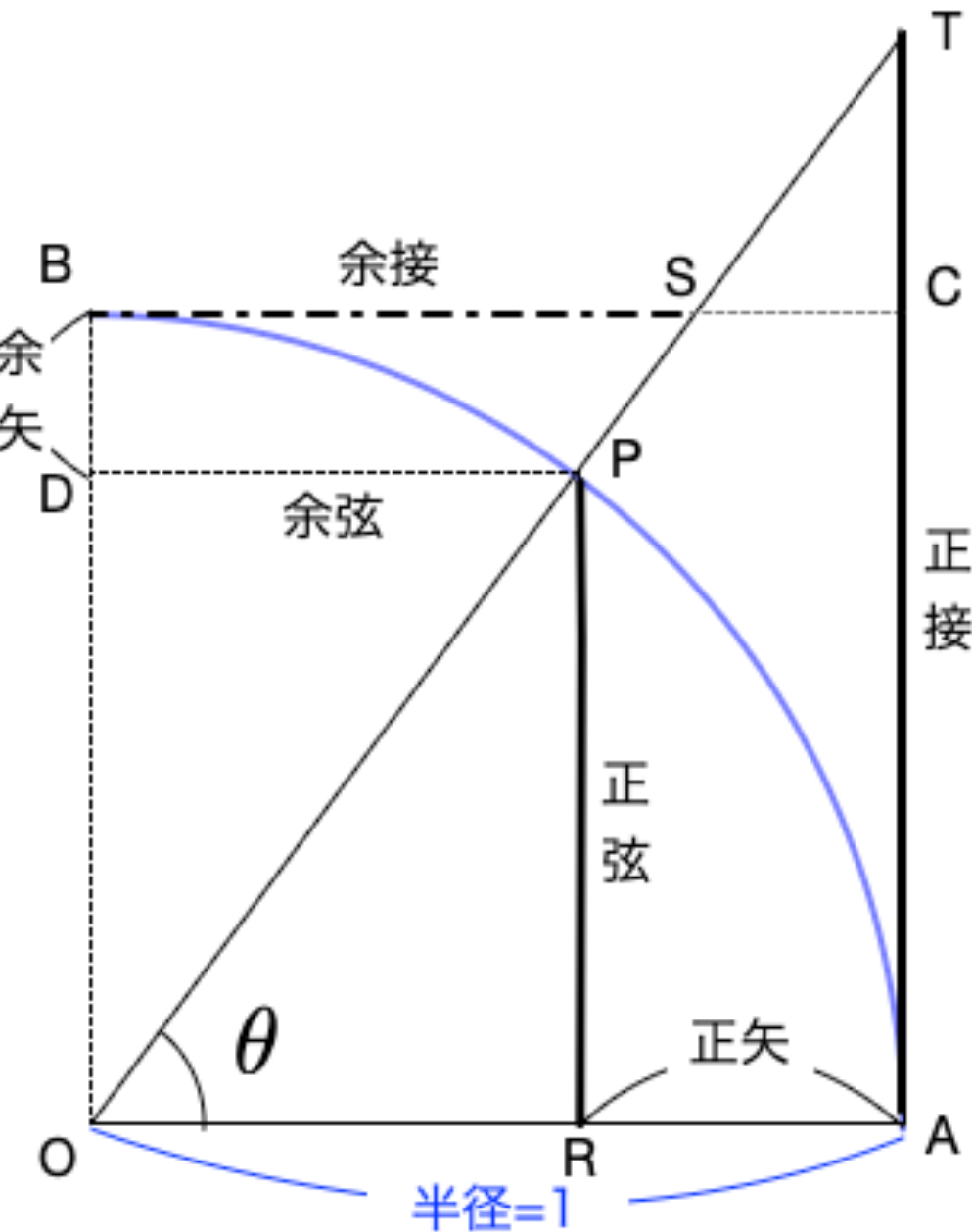
図1 『割円表』



中根元圭『八線表算法解義』
(1727頃)

八線(三角関数)の定義

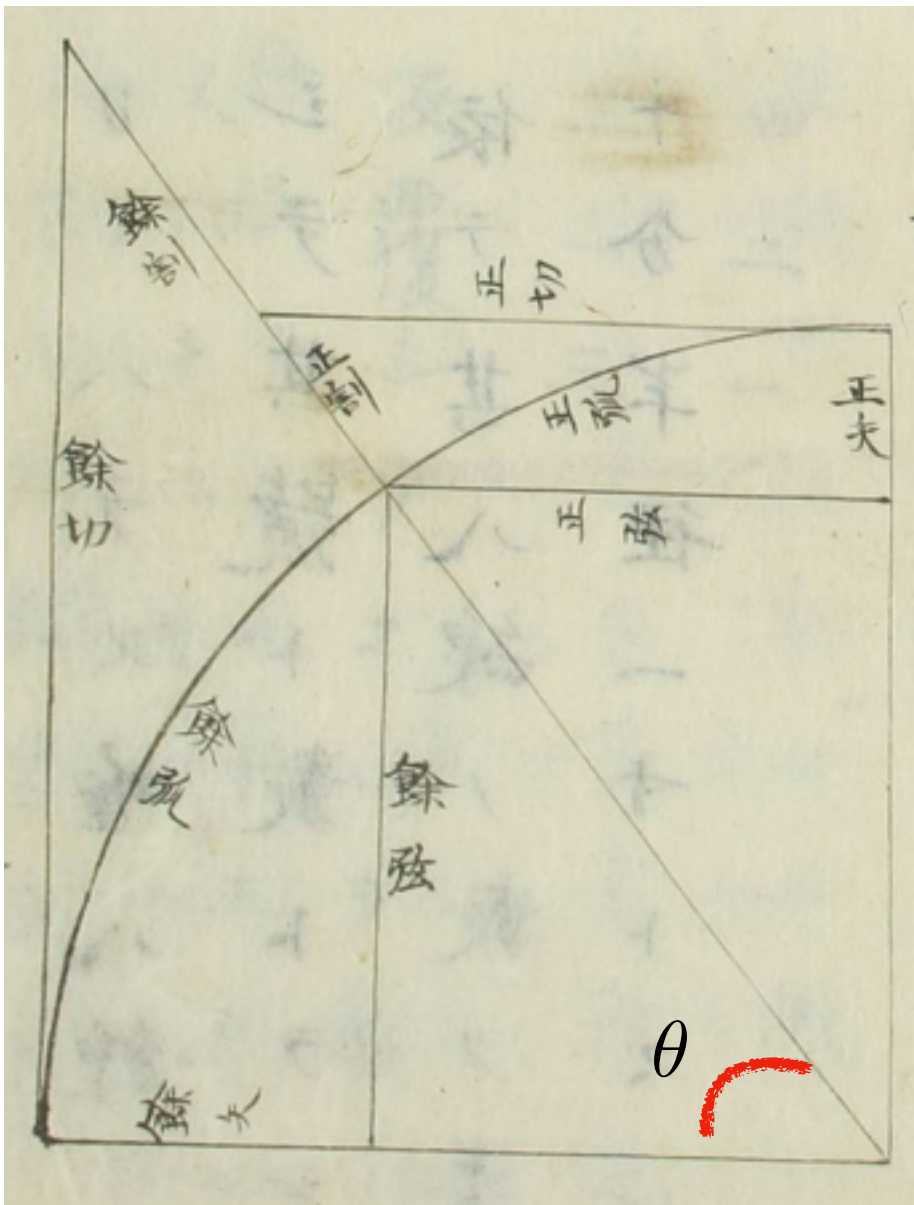
正弦 せいげん	$PR = \sin \theta$	余弦 よげん	$PD = \cos \theta$	正接 せいせつ	$AT = \tan \theta$
正割 せいかつ	$OT = \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$	余割 よかつ	$OS = \csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$	余接 よせつ	$BS = \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$
正矢 せいし	$AC = 1 - \cos \theta$	余矢 よし	$BD = 1 - \sin \theta$		



$$OT = \sqrt{OA^2 + AT^2} = \sqrt{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{\cos \theta} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} BS &= \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)} \\ &= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{\tan \theta} \end{aligned} \quad (2)$$

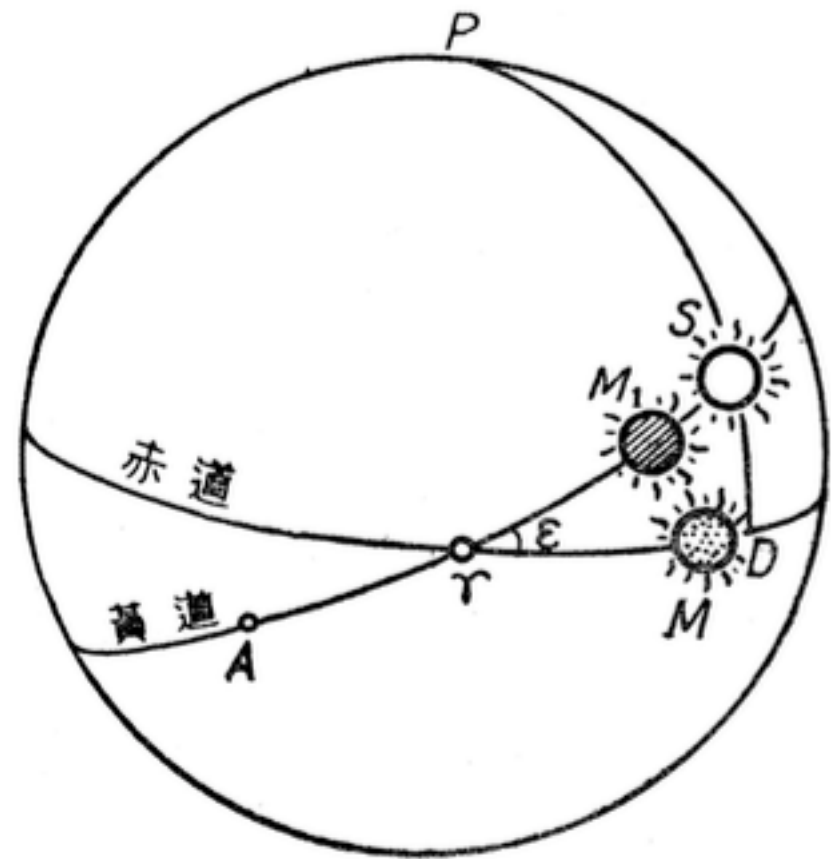
$$\begin{aligned} OS &= \sqrt{OB^2 + BS^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2 \theta}} \\ &= \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \theta}{\tan^2 \theta}} = \frac{1}{\sin \theta} \end{aligned} \quad (3)$$



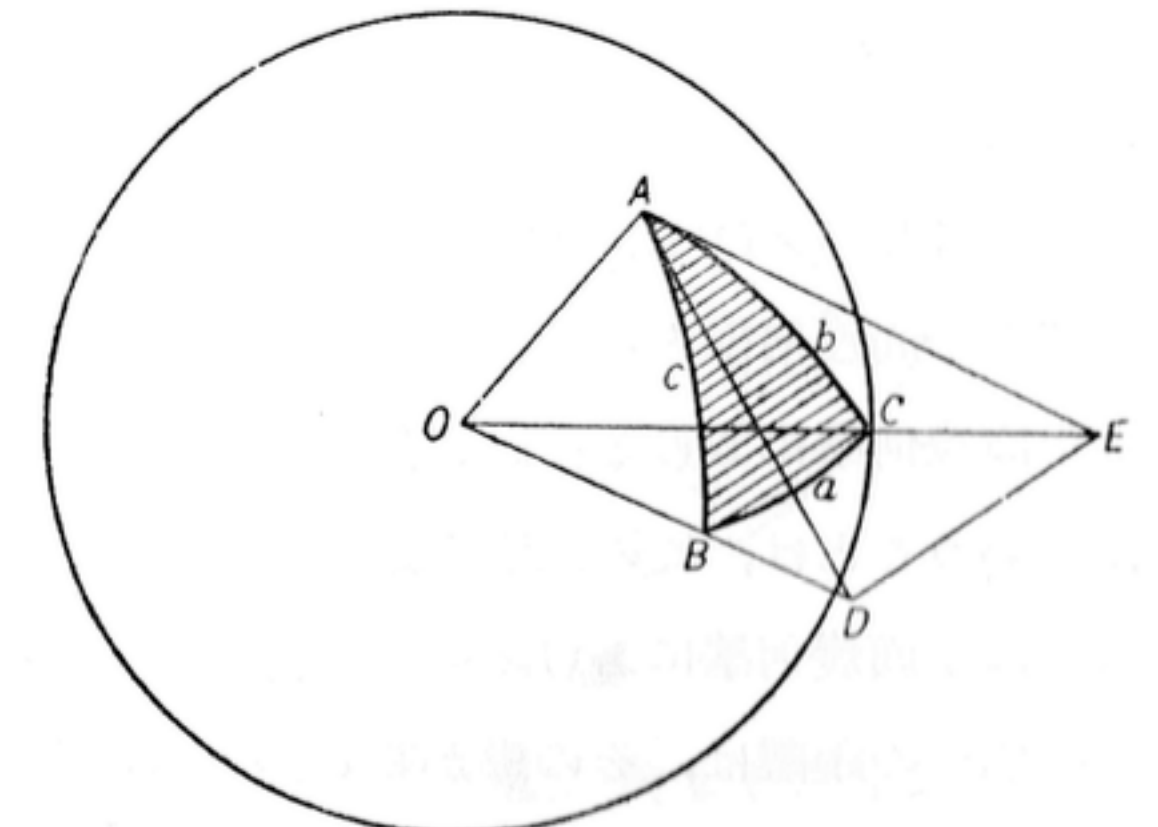
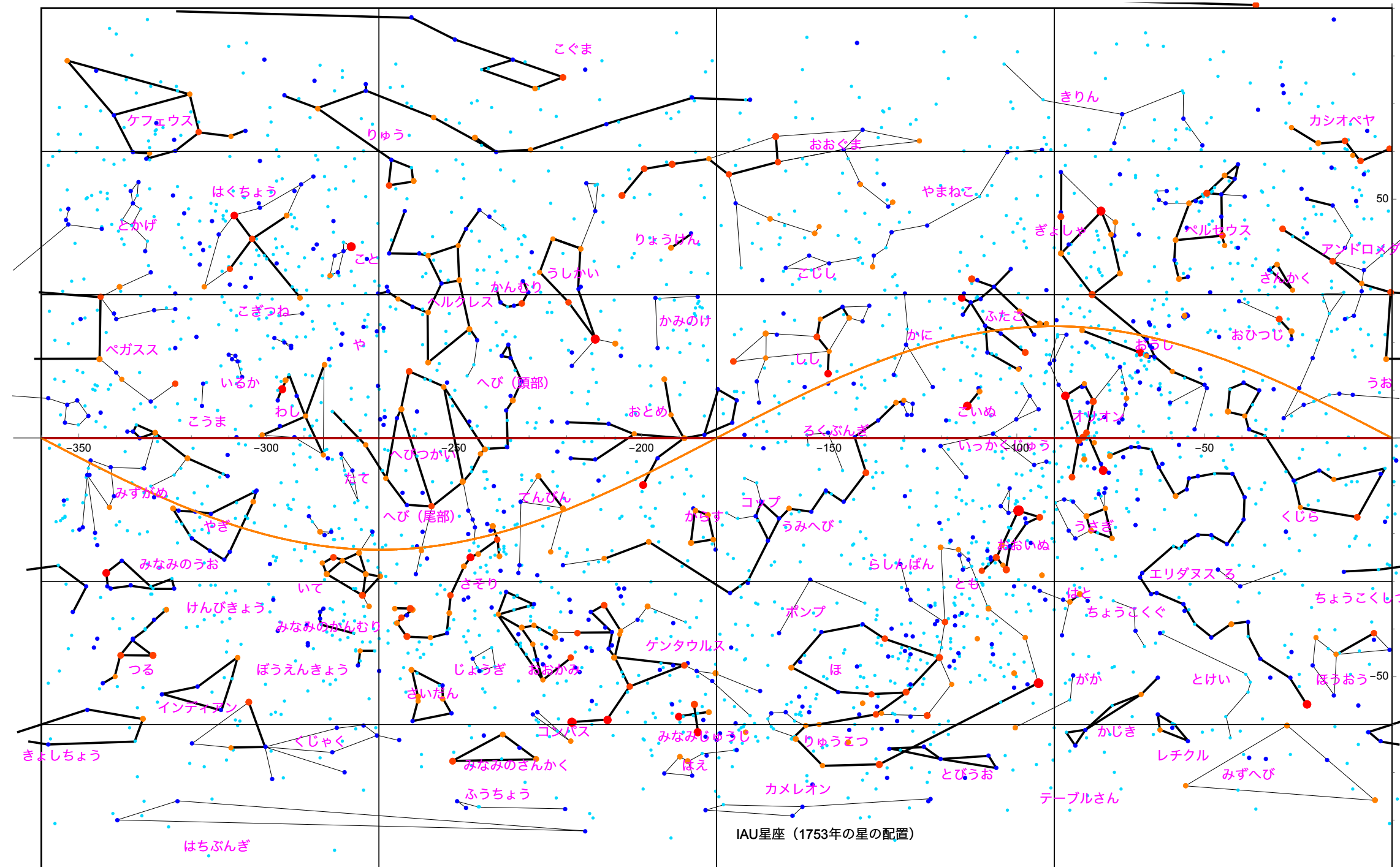
中根元圭『八線表算法解義』
(1727頃)

三角法・球面三角法は天文学で必要とされた

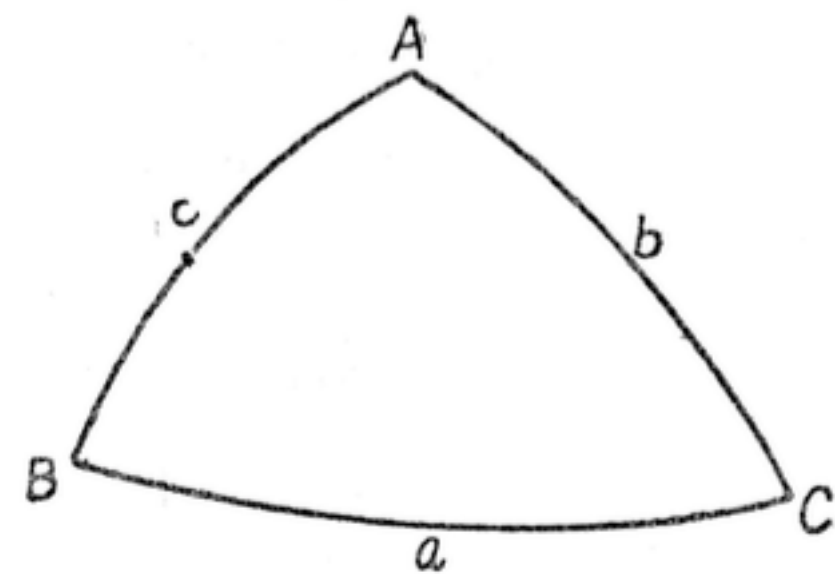
渡邊敏夫『数理天文学』（恒星社厚生閣，1959）



第 3 3 圖



第 2 圖

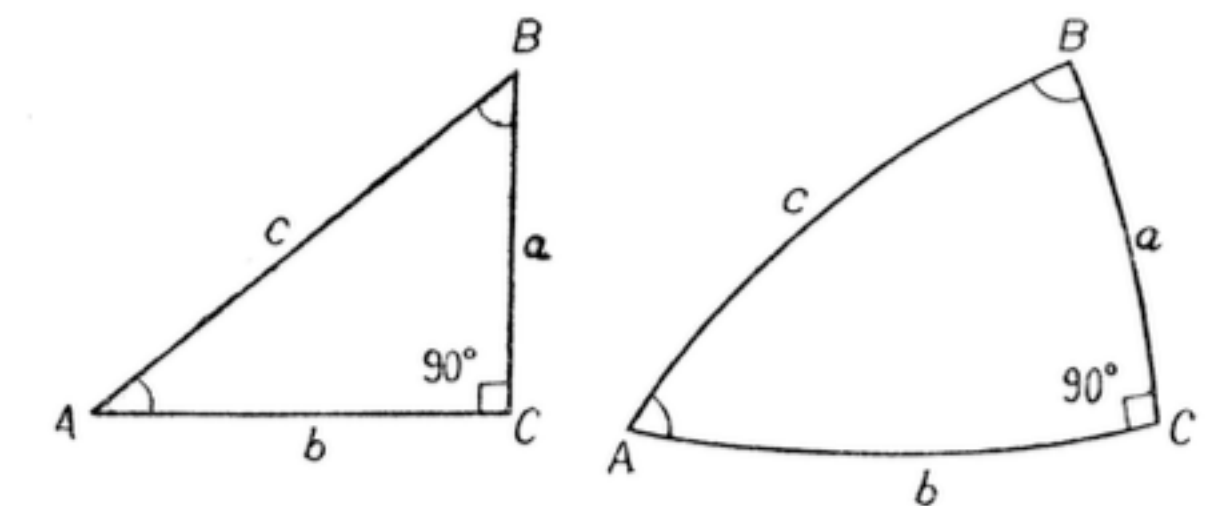


第 3 圖

$$\left. \begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \\ \cos b &= \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C \end{aligned} \right\} \quad (A)$$

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c} \quad (B)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin a \sin B &= \sin b \sin A \\ \sin a \cos B &= \sin c \cos b - \cos c \sin b \cos A \\ \cos a &= \cos c \cos b + \sin c \sin b \cos A \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$



第 5 圖

平面直角三角形

$$\sin A = \frac{a}{c}, \quad \sin B = \frac{b}{c}$$

$$\cos A = \frac{b}{c}, \quad \cos B = \frac{a}{c}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{a}{b}, \quad \operatorname{tg} B = \frac{b}{a}$$

$$\sin A = \cos B, \quad \sin B = \cos A$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$1 = \cot A \cot B$$

球面直角三角形

$$\sin A = \frac{\sin a}{\sin c}, \quad \sin B = \frac{\sin b}{\sin c}$$

$$\cos A = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} c}, \quad \cos B = \frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} c}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{tg} a}{\sin b}, \quad \operatorname{tg} B = \frac{\operatorname{tg} b}{\sin a}$$

$$\sin A = \frac{\cos B}{\cos b}, \quad \sin B = \frac{\cos A}{\cos a}$$

$$\cos c = \cos a \cos b$$

$$\cos c = \cot A \cot B$$

天文学史の中の日本：和算家の動機を探る

0. 自己紹介など

1. 天文学の歴史

2. 三角関数の歴史

3. 太陰太陽暦の要素

4. 関孝和の授時暦研究

5. まとめと展望

1. 天文学の歴史

- 1.1. 地中海世界における天文学の形成：バビロニアからヘレニズムへ
- 1.2. インドへの伝播とその独自化
- 1.3. 中国における独自の展開と外来知識の受容
- 1.4. 中国とインドの二十八宿・ナクシャトラをめぐる起源論争

南方熊楠の「東洋の星座」 論考はどこまで正しいか

南方熊楠顕彰館
MINAKATA KUMAGUSU ARCHIVES

2026年夏期特別企画展

南方熊楠顕彰館開館20周年記念

天文学への関心

南方熊楠と

2026
7/11

土

2026
9/21

月

開館時間 10時～17時（最終入館 16時30分）

休館日 毎週月曜日、祝日の翌平日、9/15(火)、9/16(水)
※7/20(月)、9/21(月)は開館

観覧料 無料
※南方熊楠邸は有料（一般 350円・高校生以下無料）

展示内容

I 東洋と西洋の天文学

II 『ネイチャー』における天文学議論

III 「東洋の星座」とその他の天文学への関心

IV 「東洋の星座」はどのように評価できるか

V 天文文化学の展開

熊楠が紹介した「東洋の星座」をミニプラネタリウムで再現します。

夏休み子ども講座
「星空観測会～熊楠が見た夏の星に行こう！～」

日時:2026年8月13日(木) 19:00～21:00
会場:中辺路多目的グラウンド
対象:小学生(保護者同伴)
定員:20名(事前申込制)
講師:古屋 昌美氏
(向日市天文館/さじアストロパーク)

※申込方法等、詳細は裏面をご確認ください。

熊楠をもっと知ろうシリーズ第68回 講演会
「『東洋の星座』を読み解く
～南方熊楠の『ネイチャー』デビュー作をめぐる謎～」

日時:2026年9月5日(土) 14:00～16:00
会場:南方熊楠顕彰館
定員:50名(申込不要・先着)
講師:井村 誠氏(大阪工業大学教授)
工藤 哲朗氏(国立国会図書館司書)
志村 真幸氏(慶應義塾大学准教授)
松居 竜五氏(龍谷大学教授)

〒646-0035 和歌山県田辺市中屋敷町36番地
南方熊楠顕彰館
MINAKATA KUMAGUSU ARCHIVES
TEL: 0739-26-9909 URL: <https://www.minakata.org>

中国星座を説明するプラネタリウム 田辺市初のプラネタリウム

Observatory, Cambridge, September 12.

P.S.—Sir Gabriel Stokes, after reading the above, writes: “I would ask whether in an orthochromatic plate the blue and violet are impressed more feebly than the rays which are visually the brightest. It may be so, but I do not happen to know whether it is.”

The Constellations of the Far East.

WITH regard to the questions asked by “M. A. B.” about the grouping of stars into constellations (*NATURE*, August 17), I venture to answer the last two, which the limited knowledge of an Oriental may partly meet, hoping thereby to interest some of your readers.

I do not consider that each race necessarily relies on its own plan in the fabrication of constellations. The Coreans and Anamese are said to be still adhering to the Chinese system, and till lately the Japanese were doing so. It is strange to find the latter, replete with so peculiar mythology, on which the national claim for high ancestry rests, possessing very few vernacular constellations.

Undoubtedly the Chinese system is of peculiar aspect. A name is given to a “Seat,” which is sometimes a single star, but in general a group of stars, varying in number from two to twenty or thirty; and in one group, the Imperial Bodyguards, they amount to forty-five. Occasionally the same stars are at once named collectively and individually; thus, the first seven stars of Ursa Major are grouped into Peh-tau or the North Ladle, of which the scoop consists of Shu α , Siuen β , Ki γ , and Kiuen δ , and the handle of Yuh-hang ϵ , Kai-yang ζ , and Yau-Kwang η . With Polaris as the centre, the heavens are radiantly divided into the twenty-eight “Inns” of unequal breadth, each division being denominated after its typical constellation besides enclosing numerous Seats subordinate to the

body grows on the earth, and its spirit is perfected.” Consequently, various worldly facts and acts copied the Chinese attention, not excepting some forgotten, remind us of their past existence by stellar and constellar names fashioned after them resemblances or analogies.

This association of the heavenly and worldly is made, a few examples will suffice to show. The new, though apparently separate, formed but one man an archer could perform well without an assistant; that of the supposed impossibility of one's pound- attendant to the mortar, the Mortar was distinct. Imitating the civil institutions of old times, and the Emperor of Emperors, and his Empress, &c., constitute “Ché-wi Palace,” with thirty- Seats, mostly named after officials. Besides, “Imperial Thrones” are established, one of which is with seventeen dependents, chiefly with the names in “Tai-wi Palace,” while the other, amidst “Emporium” has its seventeen subjects, named market buildings, and measures.

Regarding the applications of the plan, the following to have been observed:

e.g. the Five Princes, Four Councillors. *e.g.* the Squire Captain, set apart from the

e.g. the Canopy, Celestial Coin, Ascending Ser-

of positions, *e.g.* the Deep Water, Celestial estial Pier, entirely and partly in, and along the (the milky-way).

of the Compass, *e.g.* the South Gate, North

e.g. Excrementum.

and attributes resorted to for modelling the stars ons may be classified as follows:—

1. Heavenly Bodies, *e.g.* the sun, moon, milky-way. 2. Geological phenomena, *e.g.* thunder and lightning. 3. Physical Divisions, *e.g.* the field, tumuli, park,

Divisions, *e.g.* Tsin (a province), Chang-sha (a

Divisions, *e.g.* the dog, wolf, fowl, fish, snapping-turtle.

(6) Agricultural Products, *e.g.* bran, hay, gourd, cereals.

(7) Parts of Body, *e.g.* the tongue, penis.

(8) Human Actions, *e.g.* the cry, weep, slander, punish- ment.

(9) Family Relations, *e.g.* the son, grandson, adult, old man.

(10) Occupations, *e.g.* the farmer, weaving-woman.

(11) Buildings and Departments, *e.g.* the castle, granary, kitchen.

(12) Implements, Furniture, &c, *e.g.* the lock, drum, bell, bed, ship.

(13) Titles and Officials, *e.g.* the feudatory, ministers, generals.

(14) Heroes, *e.g.* Fu-yeh, Tsau-fu.

(15) Philosophical and Theological Notions, *e.g.* positiveness, virtue, prodigy, fates, fortune, wrong, &c.

As far as I could expound, the system implies certain pecu- liarities. First, it preserves some abstract notions, thus point- ing the way towards investigations on the early Chinese specu- lations. Secondly, portions of the system severally harmonise with the conditions of the Chinese social system that existed for many centuries before the dawn of the Han dynasty (*circa* 200 B.C.), when it seems certain that the nomenclature was well-nigh finished. In the third place, I may mention that after careful revisions of the whole list containing more than three hundred names of the Seats, I have found but two that have had any reference to the sea, viz., “South Sea” and “East Sea,” the rather vague notions of old usage indicating some uncivil- ised territories; and with this one exception there occur no names of marine beings such as Cetus, Delphinus, and Cancer. This fact probably justifies a historical theory that locates the cradle of Chinese civilisation on a land distant from the seas.

I do not know precisely what system is current among the Indians of the present day; but assuredly at least once they made use of their own plan, and named out the heavens into

NATURE

[OCTOBER 5, 1893]

writings of the North. The equality of number of the divisions in the Chinese and Indian systems is striking; but evidence favours the belief in their sporadic growths and analogous de- velopment. The Chinese records of the typical constellations date farther back than the epoch of their intercourse with the Indians; in fact, the Indian constellations, as is obvious from their mythic apotheoses and the articles of sacrifice, including such abomination to the Buddhist as blood and bird's-flesh, are essentially of Brahmanical type, and thus proclaim their priority in existence to the event of the Buddhist mission to China, which marks the era of the mutual acquaintance of the two nations.

When we see in the old Chinese works on Indian names, those of the Indian typical constellations, such as Rivata, Kamphilla, &c., not literally interpreted, but merely identified with those of the Chinese, such as Shi, Fang, &c., every two divisions of corresponding order seem to have had extents almost coinciding in the two systems.

Twan Chin-shi (*circa* 800 A.D.), a Chinese Pliny, in his “Miscellanies” has left us an extract from Indian records, registering the objects with which the Indians used to associate the forms of some typical constellations of their own. Of the Chinese typical constellations, the original resemblances or analogies can still be traced, through their names and characters, with the help of the descriptive remarks in cases of difficulty. Replying upon these authorities, I will now proceed to compare the cited objects of alleged resemblances or analogies, in order to see whether and how the fancies of the two nations converge into or diverge from one another, in the establishment of one most conspicuous, and thence typical constellation, out of the stars scattered over a division almost identical in the two systems.

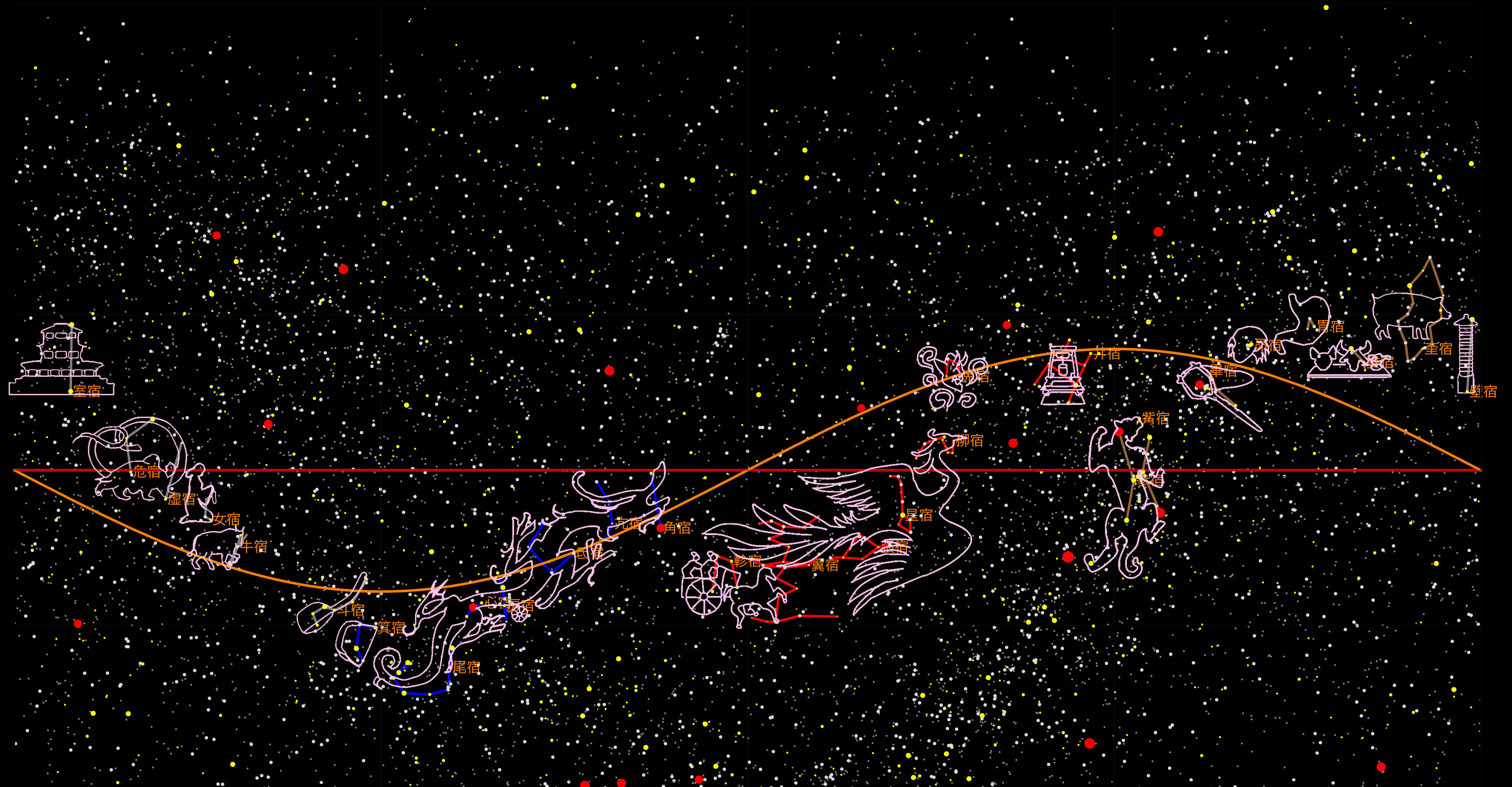
Chinese names.	Remarks.	Objects of Indian fancy.
1. Niu (Taurus). 2. Wi (the Tail). 3. Liú (the Willow).	The bull with horns. Curved, with a tip bent, like the willow (twig). In Chinese astrology, this is the patron of the snakes.	The head of a bull. The tail of scorpion. The serpent.
4. Wei (the Stomach).	The legs of a vessel for cooking.	Same.
5. Su (the Horn of Scops). 6. Ki (the Winnowing fan). 7. Tsing (the Well). 8. Kwei (the unsettled).	 Its character, combined with that for “foot,” forms one for “kneel- ing,” and its original hieroglyphic repre- sents “one kneel- ing”; hence it is probably of analo- gous plan with Her- cules (kneeling). The coffin (with corpse).	The head of deer (with antlers). The horns of cattle. A footprint. The dimple of woman.
9. Kwei (the Ghost). 10. Pih (the Handle-net). 11. Sing (the Star). 12. Fang (the Screen).	The hook.	The Saint's Breast. A hat. The river-bank. Beads of head-dress.

It appears from the above comparisons that sometimes quite analogous or even identical plans might sporadically grow among distinct nations, probably due to the pronounced readi- ness to be grouped afforded by the stars of not very different brightness and relatively situated in a manner which at once suggests a definite outline.

In conclusion, I should be inclined to state that the peculiarity, in cases where it exists, can no doubt be of great value to students of sociology, as it may help to some extent towards the attainment of various important discoveries. For instance, a Chinese constellation, Nü, or the Woman, is described as very much simulating Ki, or the Winnowing Fan; and this might be closely connected with the frequent occurrence in Chinese works of a figurative phrase, “to serve the fan and broom” in the sense of “getting married.” On the other hand, as to the merit of its use for ascertaining the race-affinity, my opinion must be somewhat negative, for, while in-

<https://www.minakata.org/2026-summer-exh/>

8



二十八宿それぞれに距星（きょせい）が定められている

儀象考成（2000年の星の位置）

図版制作：大阪工業大学 文化表現部の学生さん

28星宿の起源論争

Hindu Asterism

Arab Mansil

中国28星宿

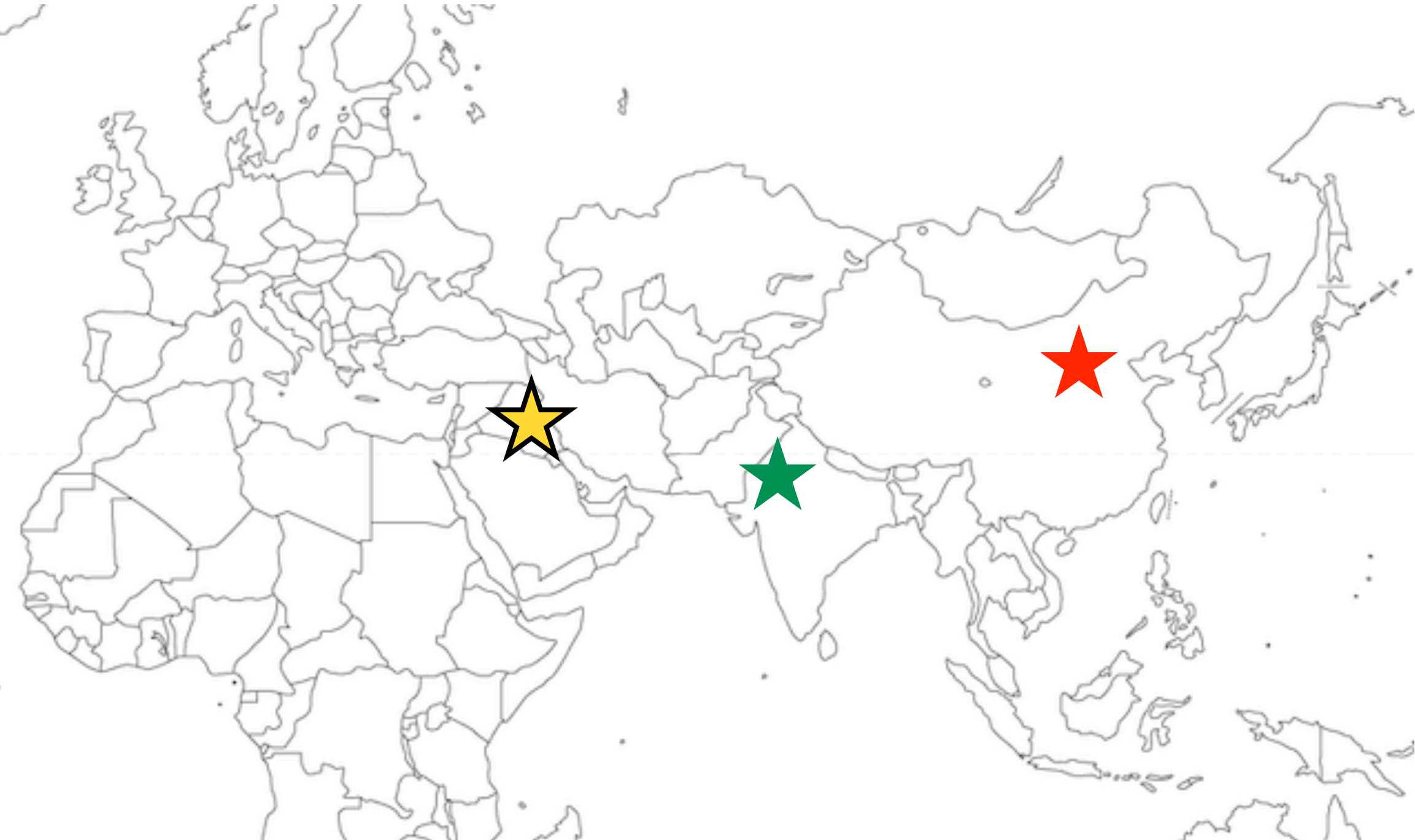


表 11: 春分点の変遷：二十八宿と西洋十二宮の対照表

推定年代	二十八宿	ナクシャトラ	西洋十二宮	歴史的・天文学的背景
前 3000 年頃	畢宿 (19)	ローヒニー	おうし座	古代シュメール・エジプト初期文明
前 2300 年頃	昴宿 (18)	クリッティカー (当時の 1)	おうし座	インドのヴェーダ時代 昴が起点に
前 1400 年頃	胃宿 (17)	バラニー	おひつじ座	中期ヴェーダ時代
前 500 年頃	婁宿 (16)	アシュヴィニー (当時の 1)	おひつじ座	ギリシャ占星術の体系化, 春分点＝ 羊宮 0 度, ナクシャトラ 27 宿に
西暦 400 年頃	奎宿 (15)	レーヴァティー	うお座	
現在	壁/室 (14/13)	バードラパダー	うお座	現在
西暦 2600 年頃	危宿 (12)	シャタビシャジュ	みずがめ座	将来

202	NATURE	[DECEMBER 28, 1893]
Hindu Asterism.	Arab Mansil.	Chinese Sieu.
1. Açvini (The two gods) β and γ Arietis	1. ash-Sharatân (The two signs) β and γ Arietis	1. Mao η Tauri
2. Bharani (Carrying away) 35, 39, and 41 Arietis	2. al-Buṣṭain (The little belly) 35, 39, and 41 Arietis	2. Pi ε Tauri
3. Kṛttikâ (Has been explained as matting ; doubtful) η Tauri, &c. (Pleiades)	3. ath-Thuraiyâ (Probably "the cluster") η Tauri, &c. (Pleiades)	3. Tse λ Orionis
4. Rohini (Red) α, θ, γ, δ, ε Tauri	4. ad-Dabarân ("The follower" of the Plei- ades) α, θ, γ, δ, ε Tauri	4. Tsan δ Orionis
5. Mṛgaçiras (Head of deer) λ, φ¹, φ² Orionis	5. al-Hak'ah (The circle of hairs) λ, φ¹, φ² Orionis	5. Tsing (A well) μ Geminorum
6. Ârdrâ (Damp) α Orionis	6. al-Han'ah (Apparently "the wishing As- terism") η, μ, ν, γ, ξ Geminorum	6. Kuei θ Cancri
7. Punarvasu (Twice bright) β, α Geminorum	7. adh-Dhirâ' (The arm) β, α Geminorum	7. Lieu (The willow) δ Hydræ
8. Pushya (Auspicious) θ, δ, γ Cancri	8. an-Nathrah ("The point between lip and nostrils" of Leo) γ, δ Cancri, and Præsepe	8. Sing (A star) α Hydræ
9. Âçleshâ (Embracing, serpents) ε, δ, σ, η, ρ Hydræ	9. al-Tarf ("The eyes" of Leo) ξ Cancri, λ Leonis	9. Chang ν¹ Hydræ
10. Maghâ (The strong ?) α, η, γ, ζ, μ, ε Leonis	10. aj-Jabhah (The forehead) α, η, γ, ζ Leonis	10. Y α Crateris
11. Pūrva Phalgunî (Grey) δ, θ Leonis	11. az-Zubrah (The shoulder) δ, θ Leonis	11. Chin γ Corvi
12. Uttara Phalgunî β, 93 Leonis	12. aṣ-Sarfah ("The change" of weather) β Leonis	12. Kio (A horn) α Virginis
13. Hasta (Hard) δ, γ, ε, α, β Corvi	13. al-Auwâ ("The howler," sometimes con- ceived as a dog barking round Virgo) β, η, γ, δ, ε Virginis	13. Kang (Overbearing, 奎) ε Virginis
14. Citrâ (Beautiful) α Virginis	14. as-Simâk (The prop) α Virginis	14. Ti (A foundation) α² Libræ
15. Svâtî α Bootis	15. al-Ghafr (Of uncertain sense) ι, κ, λ Virginis	15. Fang (Room, dwelling, 房) π Scorpionis
16. Viçâkhâ (Fork) ι, γ, β, α Libræ	16. az-Zubânân ("The two claws" of the scorpion) α, β Libræ	16. Sin (The heart) σ Scorpionis
17. Anurâdhâ (Blissful) δ, β, π Scorpionis	17. al-Iklîl (The crown) β, δ, π Scorpionis	17. Uei (High) μ² Scorpionis
18. Jyeshthâ (The best) α, σ, τ Scorpionis	18. al-Ḳalb (The heart) α Scorpionis	18. Ki γ² Sagittarii
19. Mûla (Root) λ, ν, κ, ι, θ, η, ζ, μ, ε Scorpionis	19. ash-Shaulah ("The sting" of the scorpion) λ, ν Scorpionis	19. Teu φ Sagittarii
20. Pūrva-Ashâdhâ (Unconquered) δ, ε Sagittarii	20. an-Na'aim (The ostriches) γ², δ, ε, η, φ, σ, τ, ζ Sagittarii	20. Nieu β Capricorni
21. Uttara-Ashâdhâ (Unconquered) σ, ζ Sagittarii	21. al-Baldah (The hairless space between the eyebrows) N of π Sagittarii	21. Nû ε Aquarii
22. Abhijit (Victorious) α, ε, ζ Lyræ	22. Sa'd adh-Dhâbiḥ (Sa'd (luck) the sacrificer) α, β Capricorni	22. Hiu β Aquarii
23. Çravana (Lame) α, β, γ Aquilæ	23. Sa'd Bula' ("Greedy Sa'd," because the larger star seems to swallow the smaller) ε, μ, ν Aquarii	23. Goei α Aquarii
24. Çravishthâ (Most glorious) β, α, γ, δ Delphini	24. Sa'd as-Sûûd ("The luck of lucks" = spe- cially lucky star β, ξ Aquarii	24. Che α Pegasi
25. Çatabhishaj (?) λ Aquarii, &c.	25. Sa'd al-Akhbiyah ("Sa'd with the tents") α, γ, ζ, η Aquarii	25. Pi γ Pegasi
26. Pūrva-Bhâdrapadâ (Having ox feet) α, β Pegasi	26. al-Fargh al-Mukḍim (The front lip of the bucket) α, β Pegasi	26. Koei ζ Andromedæ
27. Uttara-Bhâdrapadâ (Having ox feet) γ Pegasi, α Andromedæ	27. al-Fargh al-Mukhir (The hinder lip of the bucket) γ Pegasi, α Andromedæ	27. Leu β Arietis
28. Revatî (The rich) ζ Piscium, &c.	28. Batn al-Hût (The fish's belly) β Andromedæ, &c.	28. Oei 35 Arietis

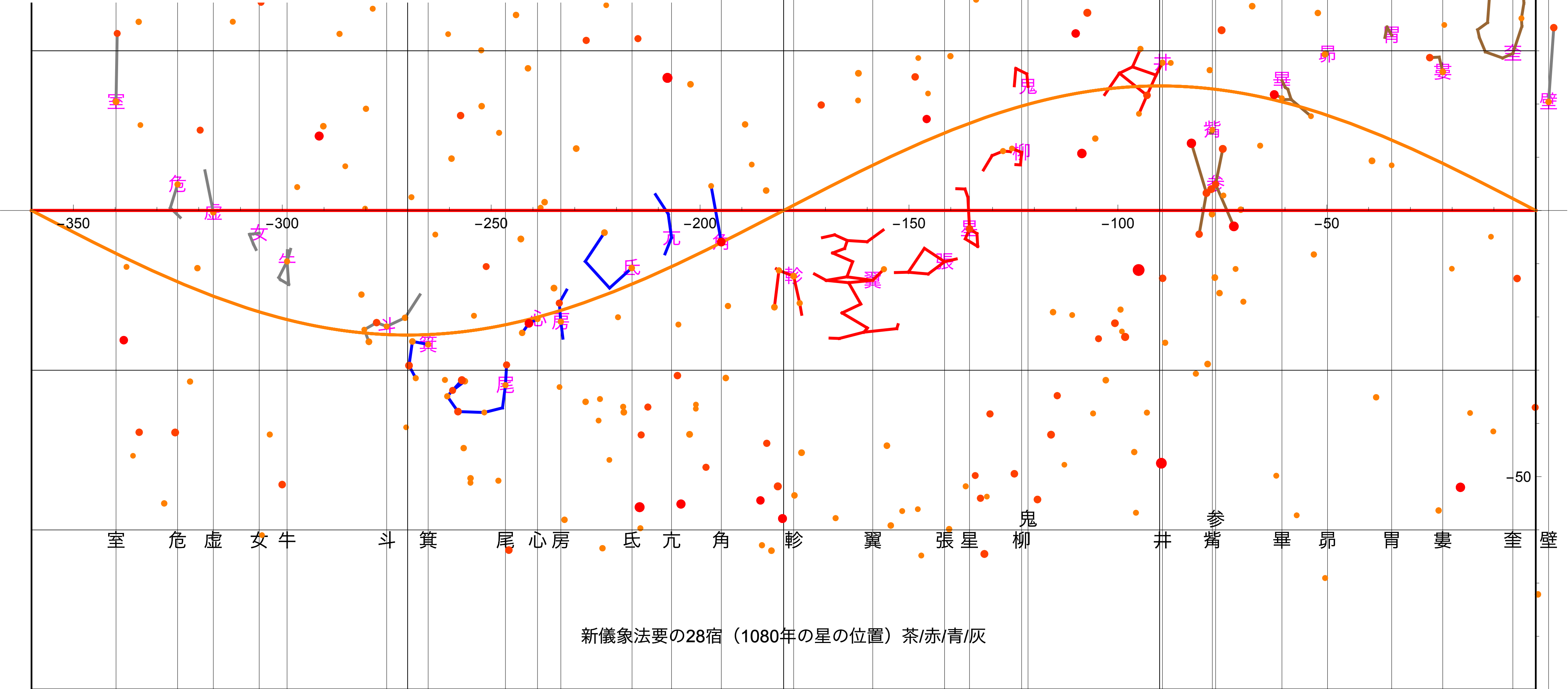
NO. 1261, VOL. 49]

J. N. Lockyer, Nature 49 (1893) p199-203

中国28星宿(宋代)

表 10: 中国とインドの二十八宿における体系の比較

比較項目	中国（二十八宿）	インド（ナクシャトラ）
起点（第1番）	角宿（龍の角）	昴宿（プレアデス）
起点の根拠	春の訪れを告げる東方の星	春分点の位置（春分の日）の太陽の位置）
宿の数	28宿で固定	28宿 あるいは等間隔 27宿
分類方法	四神に7宿ずつ	3宿ずつのグループ化
主な目的	暦の作成・政治・農業	個人の宿命・性格診断・儀礼
日本への影響	暦道（江戸時代の渋川春海など）	宿曜道（空海が伝えた密教占星術）

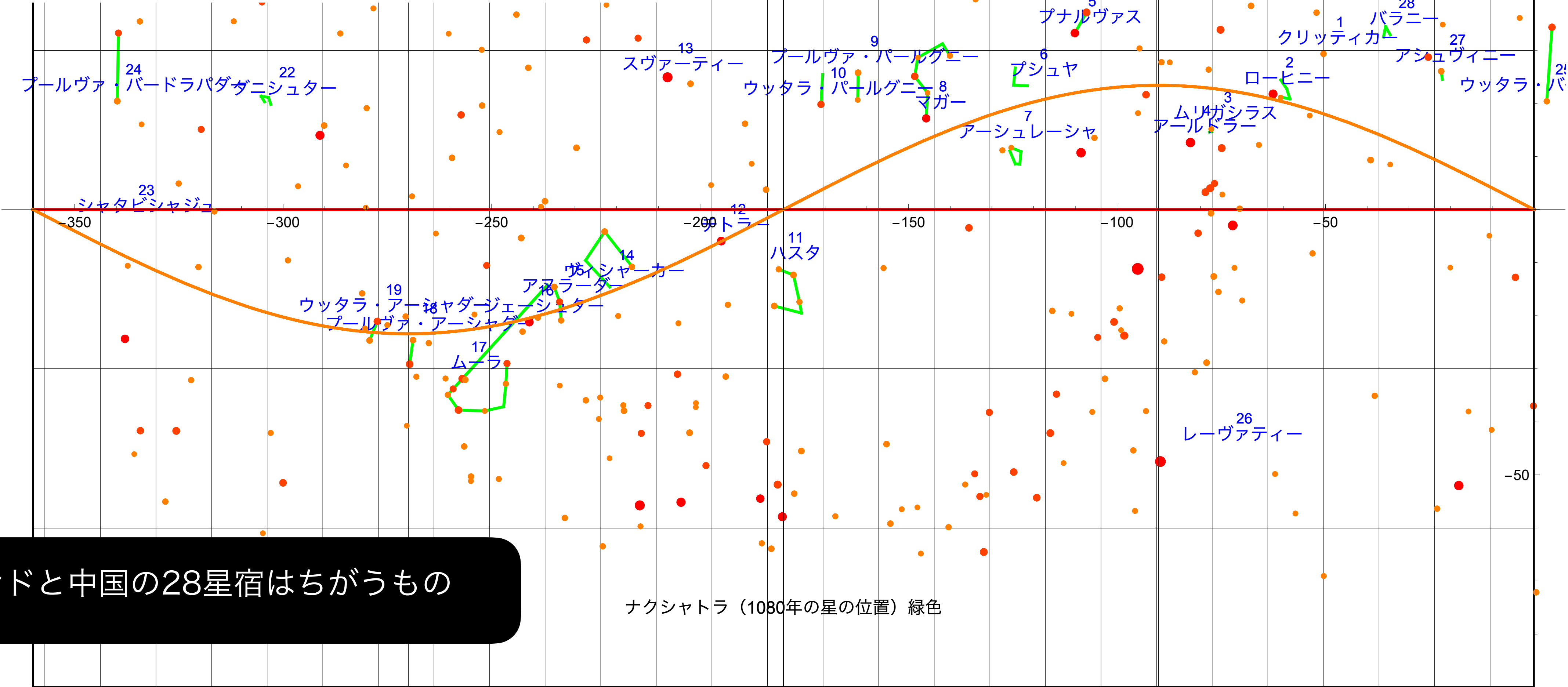


新儀象法要の28宿（1080年の星の位置）茶/赤/青/灰

インド・ナクシャトラ(1080年での星の位置)

表 10: 中国とインドの二十八宿における体系の比較

比較項目	中国（二十八宿）	インド（ナクシャトラ）
起点（第1番）	角宿（龍の角）	昴宿（プレアデス）
起点の根拠	春の訪れを告げる東方の星	春分点の位置（春分の日太陽の位置）
宿の数	28宿で固定	28宿 あるいは等間隔 27宿
分類方法	四神に7宿ずつ	3宿ずつのグループ化
主な目的	暦の作成・政治・農業	個人の宿命・性格診断・儀礼
日本への影響	暦道（江戸時代の渋川春海など）	宿曜道（空海が伝えた密教占星術）



インドと中国の28星宿はちがうもの

28星宿の起源論争

中国とインドは同時期発生の独立のものか？

表 10: 中国とインドの二十八宿における体系の比較

比較項目	中国（二十八宿）	インド（ナクシャトラ）
起点（第 1 番）	角宿（龍の角）	昴宿（プレアデス）
起点の根拠	春の訪れを告げる東方の星	春分点の位置（春分の日 of 太陽の位置）
宿の数	28 宿で固定	28 宿 あるいは等間隔 27 宿
分類方法	四神に 7 宿ずつ	3 宿ずつのグループ化
主な目的	暦の作成・政治・農業	個人の宿命・性格診断・儀礼
日本への影響	暦道（江戸時代の渋川春海など）	宿曜道（空海が伝えた密教占星術）

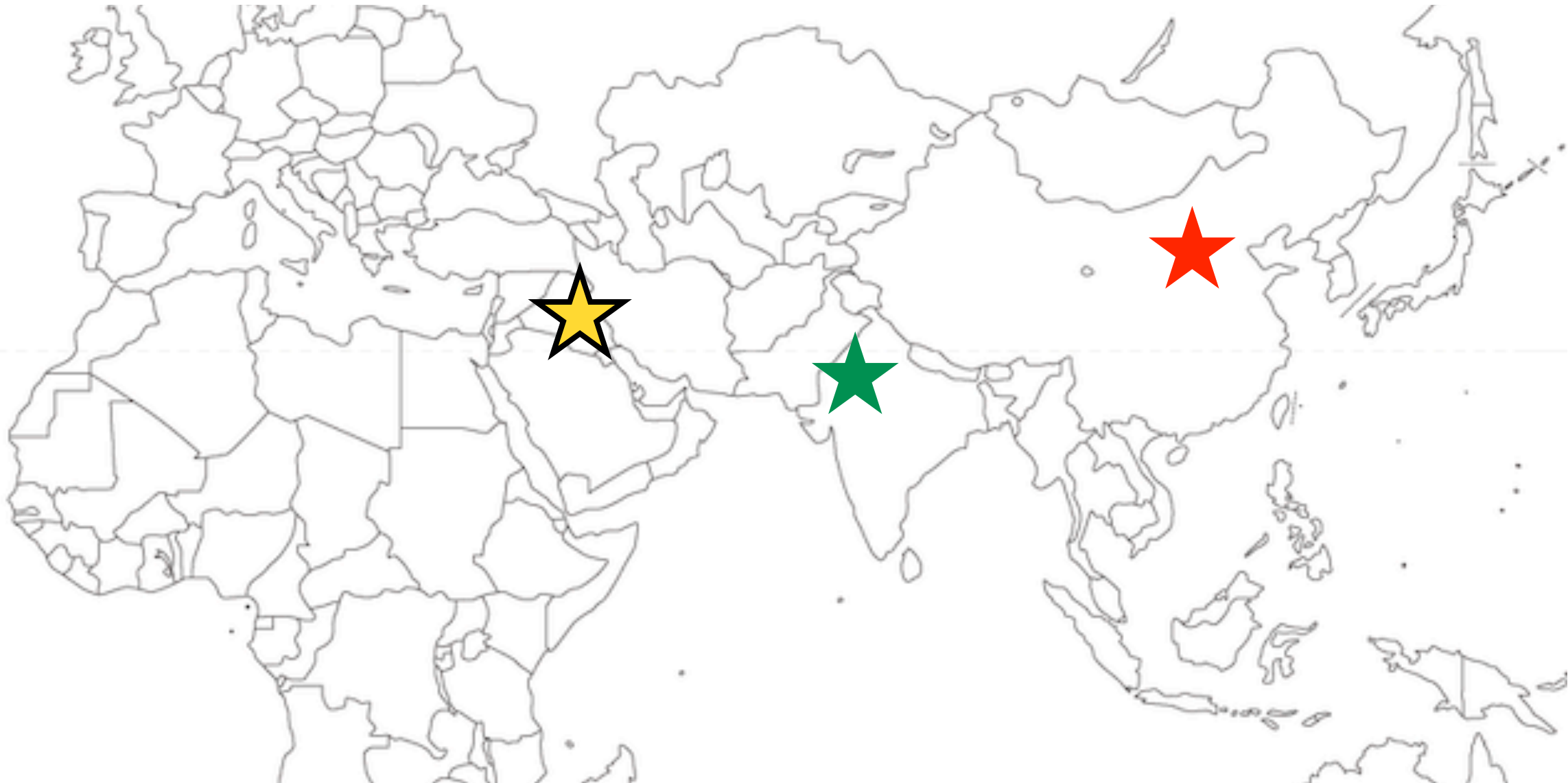
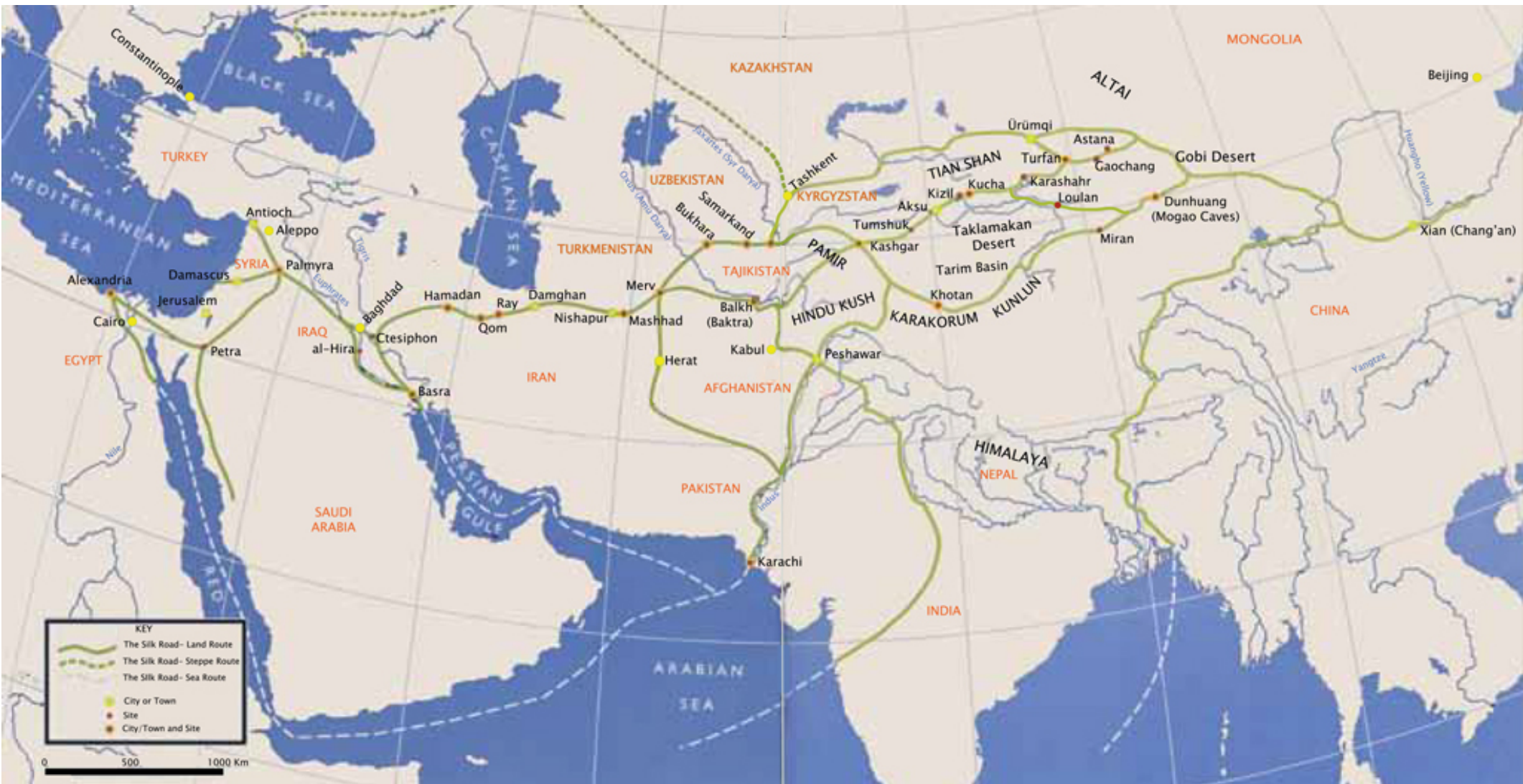


表 11: 春分点の変遷：二十八宿と西洋十二宮の対照表

推定年代	二十八宿	ナクシャトラ	西洋十二宮	歴史的・天文学的背景
前 3000 年頃	畢宿 (19)	ローヒニー	おうし座	古代シュメール・エジプト初期文明
前 2300 年頃	昴宿 (18)	クリッティカー (当時の 1)	おうし座	インドのヴェーダ時代 昴が起点に
前 1400 年頃	胃宿 (17)	バラニー	おひつじ座	中期ヴェーダ時代
前 500 年頃	婁宿 (16)	アシュヴィニー (当時の 1)	おひつじ座	ギリシャ占星術の体系化, 春分点 = 羊宮 0 度, ナクシャトラ 27 宿に
西暦 400 年頃	奎宿 (15)	レーヴァティー	うお座	
現在	壁/室 (14/13)	バードラパダー	うお座	現在
西暦 2600 年頃	危宿 (12)	シャタビシャジュ	みずがめ座	将来



シルクロードは, 前150年頃から

天文学はバビロニアでの楔形文字の記録に辿ることができる

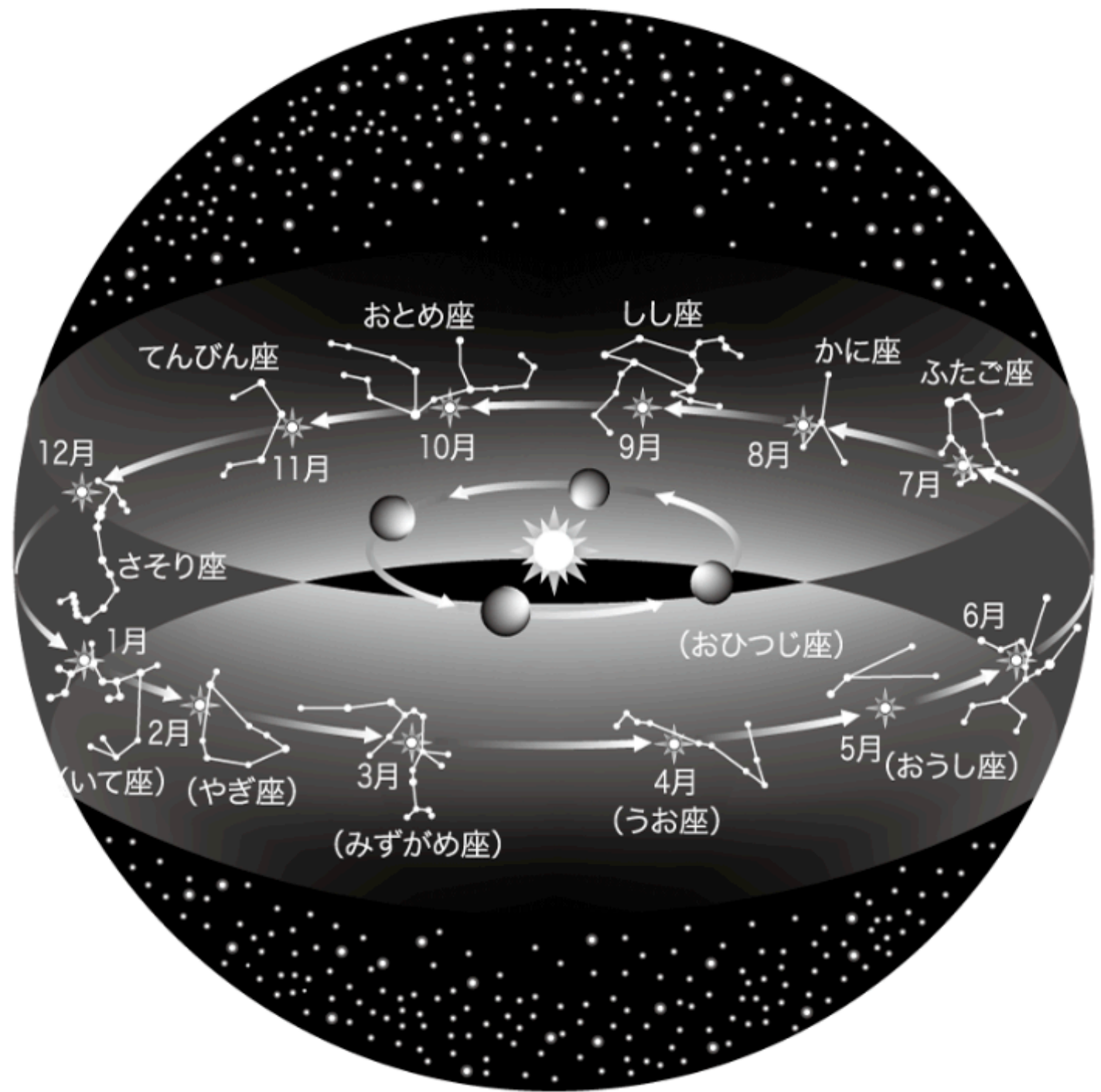
★ 『バビロン天文日誌(Babylonian astronomical diaries)』 前652年～前61年
太陽の通り道に12星座が命名. 占星術に使われる. 「関数的天文学」
一周360度, 黄道12宮星座, 太陰太陽暦, 5惑星の存在



★ エジプト:ナイル川の氾濫予測
1年を36分割, 曜日の制定

表 1: バビロニアで十二宮が生まれた

バビロニア十二宮の意味	
おひつじ	雇われ人
おうし	天の雄牛
ふたご	大きな双子
かに	蟹
しし	ライオン
おとめ	溝
てんびん	天秤 (複数形)
さそり	蠍
いて	不明
やぎ	山羊魚
みずがめ	偉大なもの
うお	尾 (複数形)



<https://astro-dic.jp/zodiac/>

★ ギリシャ：天体運動の解明, 占星術の発展 神話と結びついた星座
大地, 地球の概念：プラトン「地球と天球」
プラトンの弟子, エウドクソス(前4c前半)は, 同心球宇宙を考え出す.
同心球宇宙論は, 占星術に理論的な根拠を与えた

前432年「メトン周期(19年間に7回の閏月)」 ◀◀◀ バビロニアの方が50年はやい
◀◀◀ 中国の方がさらに100年はやい



表 2: ギリシャでは座標を用いて黄道十二宮が定義された

度	黄道十二宮		記号
0-30	牡羊宮	Aries	♈
30-60	牡牛宮	Taurus	♉
60-90	双子宮	Gemini	♊
90-120	蟹宮	Cancer	♋
120-150	獅子宮	Leo	♌
150-180	乙女宮	Virgo	♍
180-210	天秤宮	Libra	♎
210-240	蠍宮	Scorpio	♏
240-270	射手宮	Sagittarius	♐
270-300	山羊宮	Capricorn	♑
300-330	水瓶宮	Aquarius	♒
330-360	魚宮	Pisces	♓

★ ヒッパルコス(Hipparchus, 前190頃-前120頃) 歳差を発見
カエサル, 前45年に, 1年を365.25日とするユリウス暦を導入

★ プトレマイオス(83頃-168頃)『アルマゲスト』として天文学書を完成
惑星の順行逆行運動を離心円と周転円を用いて説明する地球中心説
三角関数sinの元になる「弦」についての数表を1度ごとに作成

数式と幾何学で説明する天文学の確立

ギリシャで天文「学」に ▶▶ ヘレニズムで文化の融合 ▶▶ ローマで「観測＋理論」完成

- ★ ギリシャ：天体運動の解明, 占星術の発展 神話と結びついた星座
大地, 地球の概念：プラトン「地球と天球」
プラトンの弟子, エウドクソス(前4c前半)は, 同心球宇宙を考え出す.
同心球宇宙論は, 占星術に理論的な根拠を与えた

前432年「メトン周期(19年間に7回の閏月)」 ◀◀◀ バビロニアの方が50年はやい
◀◀◀ 中国の方がさらに100年はやい

「幾何学的天文学」

★ BC330 アレクサンドロスの帝国

ヘレニズム世界：ギリシャ文化＋メソポタミア文化＋エジプト文化が融合
メソポタミアの関数天文学とギリシャの幾何学的天文学を融合させ,
惑星の位置推定の天文学が発展

- ★ ヒッパルコス(Hipparchus, 前190頃-前120頃) 歳差を発見
カエサル, 前45年に, 1年を365.25日とするユリウス暦を導入

- ★ プトレマイオス(83頃-168頃)『アルマゲスト』として天文学書を完成
惑星の順行逆行運動を離心円と周転円を用いて説明する地球中心説
三角関数sinの元になる「弦」についての数表を1度ごとに作成

数式と幾何学で説明する天文学の確立

★ 西暦50年頃に, 貿易風「ヒッパロスの風」が発見. 地中海の商人がインドと交流はじめる
ギリシャの占星術と天文学はインドに伝えられた

ヒッパルコスの影響はあるが,
プトレマイオスの影響はない



バビロニア天文学・ギリシャ天文学は インドへ

★ 西暦50年頃に、貿易風「ヒッパロスの風」が発見. 地中海の商人がインドと交流はじめる
ギリシャの占星術と天文学はインドに伝えられた

★ 150年頃『ヤヴァナ・ジャータカ(西方の誕生占い)』
ヘレニズム占星術が惑星の動きを重要視していることを知り、
インドで流行

★ 『アールヤバティーヤ』(499年)
ヘレニズム天文学のインド化完成

表 3: Pingree (1978) によるインド天文学の時代区分。(矢野 [5] をまとめたもの)

時代区分	年代	概略
ヴェーダ時代	前 1000 年 –前 400 年	まだ暦法体系はなく、天文学書もない。27 あるいは 28 の星宿 (nakṣatra) はあるが、単に星という程度の意味だが、『アタルヴァ・ヴェーダ』や『タイッティリーヤ・サンヒター』では月の運行と結び付けられている。数え始めはクリッティカーであることは共通。
バビロニア要素の時代	前 400 年 –後 200 年	前 400 年頃にラガダ (Lagadha) によって著された『リグ・ヴェーダ』系の暦法書の時代。5 太陽年をひとつの周期 (yuga) として、そこに 2 回の閏月を入れる。5 年=1830 恒星日=62 朔望月=1860 ティティ, 昼夜の長さの比が最大 3:2 という数値はバビロニアのもの。
ギリシャ・バビロニア 両要素並立の時代	西暦 200 年 –400 年	『ヤヴァナ・ジャータカ』により、バビロニア天文学がギリシャ経由で伝わった。 <u>ヴァラーハミヒラ</u> の『五天文学書綱要』では 1 年の長さを 365;14,48 日とするが、これはヒッパルコスの 1 回帰年と同じ。
ギリシャ要素の時代	西暦 400 年 –1600 年	アールヤバタの『アールヤバティーヤ』(499 年)にてインドの数理天文学が完成した。
イスラム要素の時代	西暦 1600 年 –1800 年	ムガル帝国がインドを支配するようになり、イスラームで発展した天文学を受け入れるようになった。カマラーカラ『シッダーンタ・タットヴァヴィヴェカ』(1658), ジャシンハによる天文台建設, ジャガンナータによる『アルマゲスト』のアラビア語からサンスクリット語への翻訳 (1732 年)。

- *ヒッパルコスの1年の長さ(365;14,48 日, 60進法表記)
- *ヒッパルコスの座標系(極黄経・極黄緯)
- *ヒッパルコスの歳差
- *三角法と正弦表
- *2種類の周転円を用いた惑星モデル
- *球面三角法をノーモン(日時計)とアナレンマによって解く方法
- *日月食の計算法とその図示
- *惑星運動のパラメータの基本的なデータ
- *惑星の緯度決定のためのモデル
- *惑星の距離を求める基本理論

ヒッパルコスの影響はあるが、
プトレマイオスの影響はない

二十八星宿の成立

表 5: 中国二十八宿の成立と歴史的変遷

段階	時期（推定）	主な特徴・証拠
萌芽期	前 1000 年以前	『詩経』や殷代の甲骨文に一部の星宿名（火・箕・斗など）が登場。農業暦としての利用が始まる。
形成期	前 8–6 世紀頃	春秋時代。赤道付近の星を 28 の区画に分ける体系化が進む。 天文学的な計算からこの時期の成立を推す説が多い。
確立期	前 5 世紀	戦国時代。曾侯乙墓の漆箱（前 433 年頃）に全 28 宿名が記されている。
理論化期	前 2 世紀頃	前漢時代。『史記』天官書や『淮南子』にて、四神や五行思想と完全に統合される。
普及期	前後以降	暦法（太初暦など）に組み込まれ、国家的な天文観測の標準体系として定着。

天文観測 + 暦学に対する国家的な取り組み

表 7: 『漢書』律暦志と『晋書』天文志の比較。■は、音 + 欠

比較項目	『漢書』律暦志	『晋書』天文志
成立年代	後漢（1 世紀後半）	唐代（7 世紀中頃）
編者	班固（実質は劉■ ^{りゅうきん} の説を継承）	李淳風ら（太宗の命による撰）
主な記述対象	暦法、度量衡、音楽（十二律）	天体構造、星座、観測記録、占星術
天文学的理論	三統暦（律暦合一・数理的宇宙論）	三家説（渾天・蓋天・宣夜説）の整理
観測データの性質	暦の正当性を示す理論的数値が中心	日食・客星・流星などの具体的実測録
執筆の背景	王朝の正統性と「天の理」の理論化	漢・魏以来の天文学知見の集大成・体系化
特筆すべき特徴	天文と人間社会の制度を数理で結ぶ	観測器具（渾天儀等）の詳細な記録

日本に伝えられ, 使われる
儀鳳暦 697
大衍暦 764
宣明暦 862

占星術関連經典 3世紀から インド▶▶中国 陸路

表 12: インド天文・占星術関連經典の時代と特徴。■は、目+候

書名	成立/漢訳時代	訳者・著者	主な特徴占術的・天文学的内容
まとうが 摩登伽經	3 世紀 (呉)	じくりつえん しけん 竺律炎・支謙	最古級の伝承。二十八宿の音写や、各宿の形状・供養法を記す。日月五惑星が曜日の順に記載 (西洋の概念?)
しゃずかん 舎頭諫經	4 世紀 (西晋)	じくほうご 竺法護 (ダルマラクシャ, 239-316)	インド天文学の導入。宿の度数や影の長さ (日時計) など、具体的な天文学的数値
大集經	6 世紀 (北凉-)	どんむせん 曇無讖 (385-433) ほか	仏教的世界観。須弥山を中心とした宇宙観の中に、星宿や十二宮を配置。「月蔵分」は婁宿から、「日蔵分」は胃宿から記載がはじまる (数世紀前の伝承を伝えているからか)。
くしゅう 九執曆 (開元占經の一部)	718 年 (唐)	くどんしった 瞿曇悉達	インド暦法の直訳。インドの天文暦法「シッダーンタ」を導入。ヴァラーハミヒラの『五天文学綱要』(6c 中), プラフマグプタの『カンダカードヤカ』(665) と共通点多い。十二宮のサインや正弦関数も含む。
ぼんてん ほら くよう 梵天火羅九曜	8-9 世紀頃	いちぎょう 一行 (683-727) ほか	密教的占星術。「九曜 (七曜+羅■・計都)」への供養法や、図像的な吉凶判断を重視。
すくよう 宿曜經	759 年/781 年	ふくう 不空 (704-774) / 楊景風	宿曜道の根本經典。二十七宿・十二宮・七曜を統合。中国に七曜をもたらす。空海が日本へ持ち込み、日本の占星術の主流となった。

矢野道雄『星占いの文化交流史』(勁草書房, 2004) をまとめたもの

シルクロードを辿った
中国僧の旅のルート



山折哲雄監修『図解でわかる14 歳から知るインド・中国の宗教と文化』(太田出版, 2024)

法顕 (5 世紀前半) 陸路
玄奘 (602?-664) 陸路
義浄 (635-713) 海路

天文学史の中の日本：和算家の動機を探る

0. 自己紹介など

1. 天文学の歴史

2. 三角関数の歴史

3. 太陰太陽暦の要素

4. 関孝和の授時暦研究

5. まとめと展望

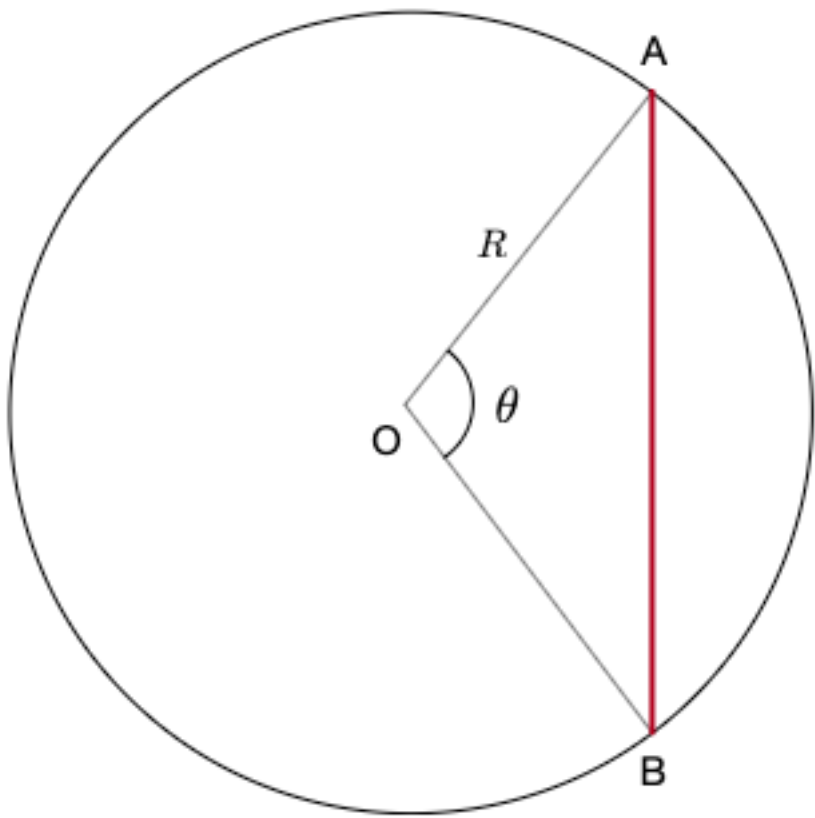
2. 三角関数の歴史

- 2.1. プトレマイオスの弦の表
- 2.2. インドにおける受容と独自の展開
- 2.3. イスラーム世界における 6 つの三角関数の整備
- 2.4. ヨーロッパにおける精緻化と独立した学問分野化
- 2.5. イエズス会宣教師による中国への伝播
- 2.6. 日本における二つの経路の邂逅

「三角法は、ギリシャで生まれ、インドで育ち、アラビアで発展」

プトレマイオス『Almagest』の三角関数表への道

ヒッパルコス(BC190頃-BC120頃)



$$R \operatorname{crd} 60^\circ = R$$

$$R \operatorname{crd} 90^\circ = \sqrt{2}R$$

図 3.1: 角度 θ と弦 (chord) AB .

弦の定義と三平方の定理から

$$R \operatorname{crd} (180^\circ - \theta) = \sqrt{(2R)^2 - (R \operatorname{crd} \theta)^2}$$

の補角の関係が導かれる. また, 半角の公式

$$R \operatorname{crd} \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ (2R)^2 - 2R \sqrt{(2R)^2 - (R \operatorname{crd} \theta)^2} \right\}}$$

が導かれる. この関係は, ヒッパルコスも導いていた

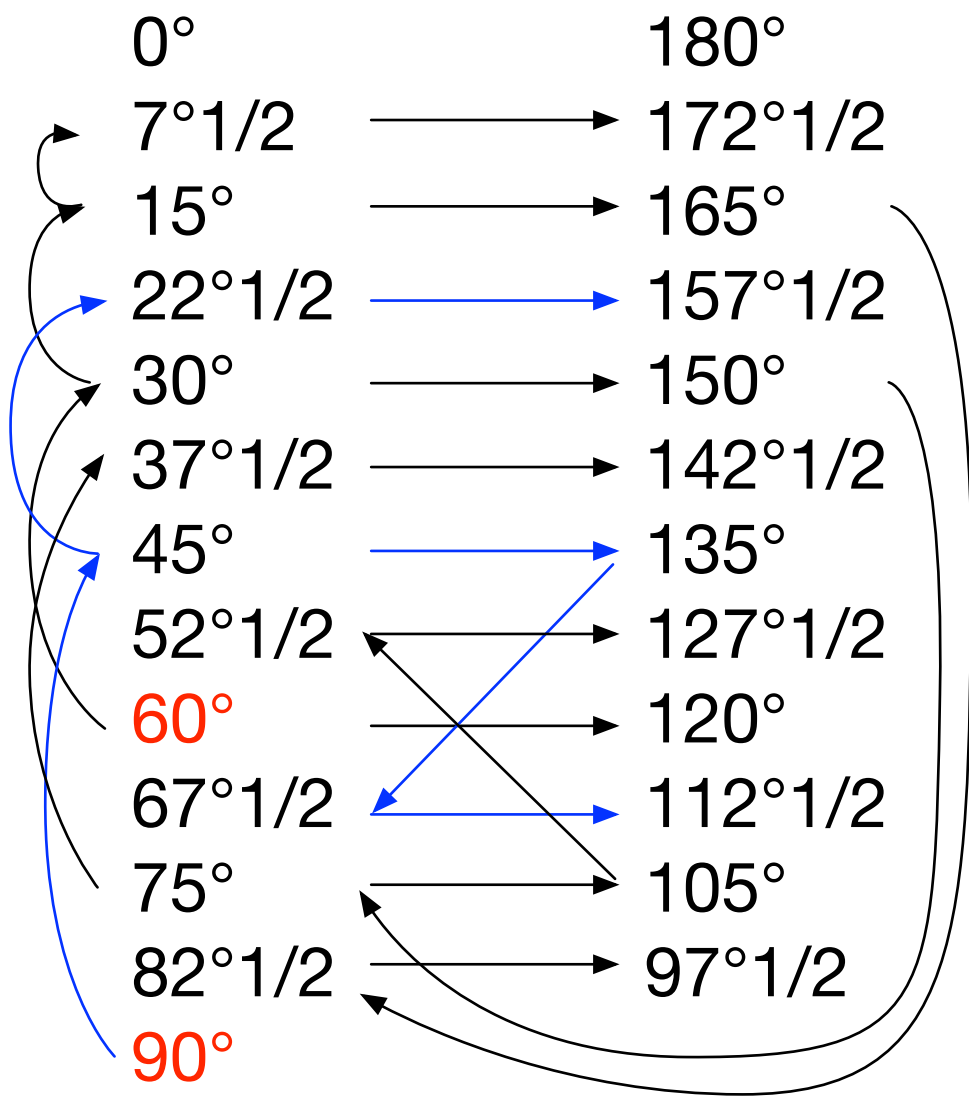


図 3.2: 60° と 90° の弦の値と, 補角の関係と半角の公式が既知であれば, 24 の角度の値での数表が作成できる.

- 36°, 54°の弦を求める ▶▶▶ 6°刻みの表ができる
- 半角の定理 ▶▶▶ 3°刻みの表ができる
- 半角の定理 ▶▶▶ 1.5°刻みの表ができる
- 半角の定理 ▶▶▶ 0.75°刻みの表ができる

$$\frac{\sin 0.75^\circ}{0.75^\circ} < \frac{\sin 1^\circ}{1^\circ} < \frac{\sin 1.5^\circ}{1.5^\circ}$$

の関係から間の $\sin 1^\circ$ を求めるなどを繰り返し

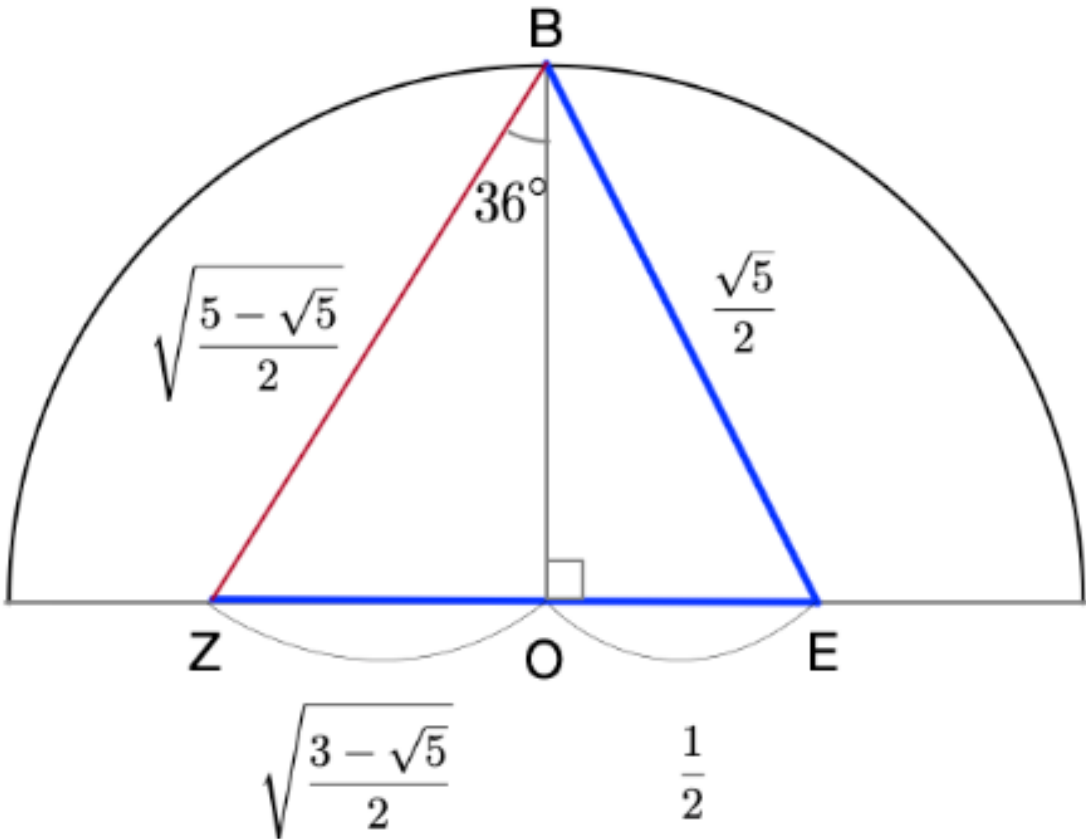


図 3.3: $\sin 36^\circ, \sin 54^\circ$ を求める図.

プトレマイオス『Almagest』の三角関数表

半径R=60としたときのCrdの表

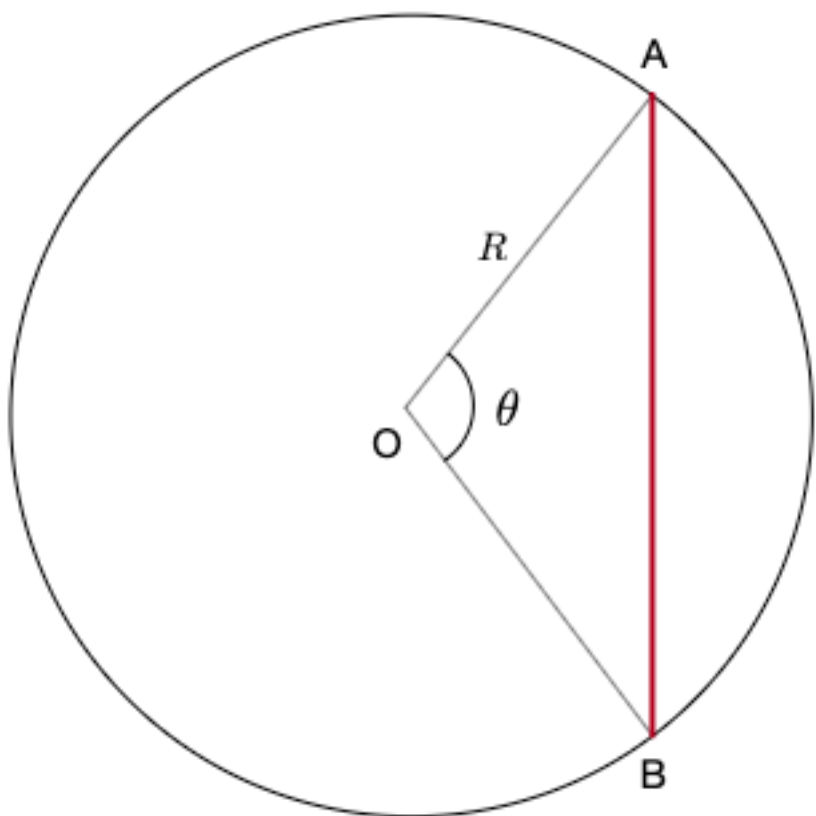


図 3.1: 角度 θ と弦 (chord) AB .

表 3.1: Mathematica にて再現したアルmageストの三角関数表 (部分)

degree	Chord	Sixties	degree	Chord	Sixties	degree	Chord	Sixties
0°30	0 ; 31, 25	0 ; 1, 2, 50	30.	31 ; 3, 30	0 ; 1, 0, 37	40.	41 ; 2, 33	0 ; 0, 58, 57
1.	1 ; 2, 50	0 ; 1, 2, 50	30°30	31 ; 33, 49	0 ; 1, 0, 33	40°30	41 ; 32, 3	0 ; 0, 58, 51
1°30	1 ; 34, 15	0 ; 1, 2, 49	31.	32 ; 4, 7	0 ; 1, 0, 28	41.	42 ; 1, 30	0 ; 0, 58, 45
2.	2 ; 5, 39	0 ; 1, 2, 49	31°30	32 ; 34, 22	0 ; 1, 0, 24	41°30	42 ; 30, 54	0 ; 0, 58, 39
2°30	2 ; 37, 4	0 ; 1, 2, 49	32.	33 ; 4, 35	0 ; 1, 0, 19	42.	43 ; 0, 15	0 ; 0, 58, 34
3.	3 ; 8, 28	0 ; 1, 2, 48	32°30	33 ; 34, 46	0 ; 1, 0, 15	42°30	43 ; 29, 33	0 ; 0, 58, 28
3°30	3 ; 39, 53	0 ; 1, 2, 48	33.	34 ; 4, 55	0 ; 1, 0, 10	43.	43 ; 58, 49	0 ; 0, 58, 22
4.	4 ; 11, 17	0 ; 1, 2, 47	33°30	34 ; 35, 1	0 ; 1, 0, 5	43°30	44 ; 28, 1	0 ; 0, 58, 15
4°30	4 ; 42, 40	0 ; 1, 2, 46	34.	35 ; 5, 5	0 ; 1, 0, 0	44.	44 ; 57, 10	0 ; 0, 58, 9
5.	5 ; 14, 4	0 ; 1, 2, 46	34°30	35 ; 35, 6	0 ; 0, 59, 55	44°30	45 ; 26, 16	0 ; 0, 58, 3
5°30	5 ; 45, 27	0 ; 1, 2, 45	35	36 ; 5, 5	0 ; 0, 59, 50	45	45 ; 55, 10	0 ; 0, 57, 57
6.	6 ; 16, 49	0 ; 1, 2, 44						
6°30	6 ; 48, 11	0 ; 1, 2, 43						
7.	7 ; 19, 33	0 ; 1, 2, 42						
7°30	7 ; 50, 54	0 ; 1, 2, 41						
8.	8 ; 22, 15	0 ; 1, 2, 40						
8°30	8 ; 53, 35	0 ; 1, 2, 38						
9.	9 ; 24, 54	0 ; 1, 2, 37						
9°30	9 ; 56, 13	0 ; 1, 2, 36						
10.	10 ; 27, 31	0 ; 1, 2, 34						

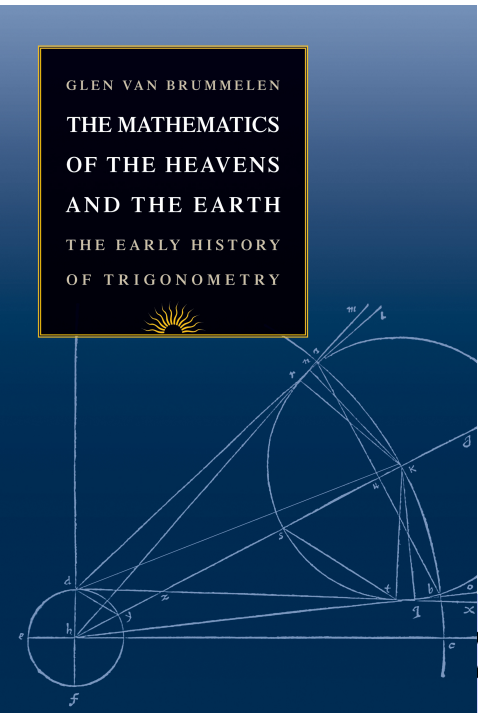
$$R \text{ crd } 90^\circ = \sqrt{2}R = 84.85281374$$
$$= 84 + \frac{51}{60} + \frac{10}{60^2} + \frac{8}{60^3} + \dots$$

となる場合, 84;51,10,8 などとして表記する.

LIBER I

Arcu	Chordarum	trigefimag	Arcu	Chordarum	trigefimag
partes m	partes m 2'	m 2' 3"	partes m	partes m 2'	m 2' 3"
0 30	0 31 25	1 2 50	23 0	23 55 27	1 1 33
1 0	1 2 50	1 2 50	23 30	24 26 13	1 1 30
1 30	1 34 15	1 2 50	24 0	24 56 58	1 1 26
2 0	2 5 40	1 2 48	24 30	25 27 41	1 1 22
2 30	2 37 4	1 2 48	25 0	25 58 22	1 1 19
3 0	3 8 28	1 2 47	25 30	26 29 1	1 1 15
3 30	3 39 53	1 2 47	26 0	26 59 38	1 1 11
4 0	4 11 16	1 2 46	26 30	27 30 14	1 1 8
4 30	4 42 40	1 2 45	27 0	28 0 48	1 1 4
5 0	5 14 4	1 2 44	27 30	28 31 20	1 1 0
5 30	5 45 27	1 2 43	28 0	29 1 50	0 1 0 56
6 0	6 16 49	1 2 42	28 30	29 32 18	0 1 0 52
6 30	6 48 11	1 2 41	29 0	30 2 44	0 1 0 48
7 0	7 19 33	1 2 40	29 30	30 33 8	0 1 0 44
7 30	7 50 54	1 2 39	30 0	31 3 30	0 1 0 40
8 0	8 22 15	1 2 38	30 30	31 33 50	0 1 0 35
8 30	8 53 35	1 2 37	31 0	32 4 8	0 1 0 31
9 0	9 24 51	1 2 36	31 30	32 34 22	0 1 0 27
9 30	9 56 13	1 2 35	32 0	33 4 35	0 1 0 22
10 0	10 27 32	1 2 34	32 30	33 34 46	0 1 0 17
10 30	10 58 49	1 2 33	33 0	34 4 55	0 1 0 12
11 0	11 30 5	1 2 32	33 30	34 35 1	0 1 0 8
11 30	12 1 21	1 2 31	34 0	35 5 5	0 1 0 3
12 0	12 32 36	1 2 30	34 30	35 35 6	0 0 59 57
12 30	13 3 50	1 2 29	35 0	36 5 5	0 0 59 52
13 0	13 35 4	1 2 28	35 30	36 35 1	0 0 59 48
13 30	14 6 16	1 2 27	36 0	37 4 55	0 0 59 43
14 0	14 37 27	1 2 26	36 30	37 34 47	0 0 59 38
14 30	15 8 38	1 2 25	37 0	38 4 36	0 0 59 32
15 0	15 39 47	1 2 24	37 30	38 34 22	0 0 59 27
15 30	16 10 56	1 2 23	38 0	39 4 5	0 0 59 22
16 0	16 42 3	1 2 22	38 30	39 33 46	0 0 59 16
16 30	17 13 9	1 2 21	39 0	40 3 25	0 0 59 11
17 0	17 44 14	1 2 20	39 30	40 33 0	0 0 59 5
17 30	18 15 17	1 2 19	40 0	41 2 33	0 0 59 0
18 0	18 46 19	1 2 18	40 30	41 32 3	0 0 58 54
18 30	19 17 21	1 2 17	41 0	42 1 30	0 0 58 48
19 0	19 48 21	1 2 16	41 30	42 30 54	0 0 58 42
19 30	20 19 19	1 2 15	42 0	43 0 15	0 0 58 36
20 0	20 50 16	1 2 14	42 30	43 29 33	0 0 58 31
20 30	21 21 12	1 2 13	43 0	44 28 1	0 0 58 25
21 0	21 52 6	1 2 12	43 30	44 57 10	0 0 58 18
21 30	22 22 58	1 2 11	44 0	45 26 16	0 0 58 12
22 0	22 53 49	1 2 10	44 30	45 55 19	0 0 58 6
22 30	23 24 39	1 2 9	45 0	46 24 16	0 0 58 0

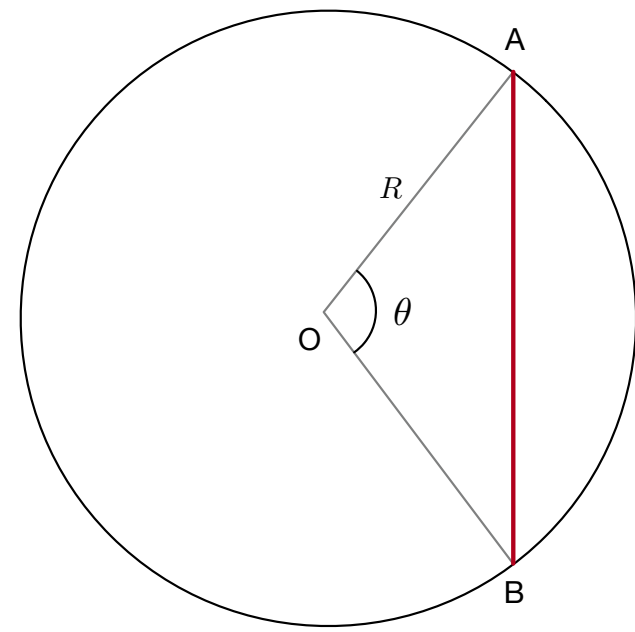
Figure 2.24 The first page of the chord table in Ptolemy's *Almagest*, George of Trebizond's edition (1528) (courtesy of the Burndy Library)



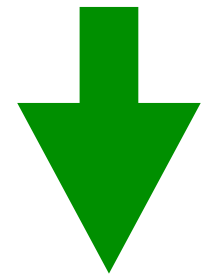
Glen van Brummelen, *The Mathematics of the Heavens and the Earth* (Princeton Univ. Press, 2009).

プトレマイオス著, 藪内清訳『アルmageスト』 (恒星社, 1993)

インドで正弦が登場(5cにはあった)

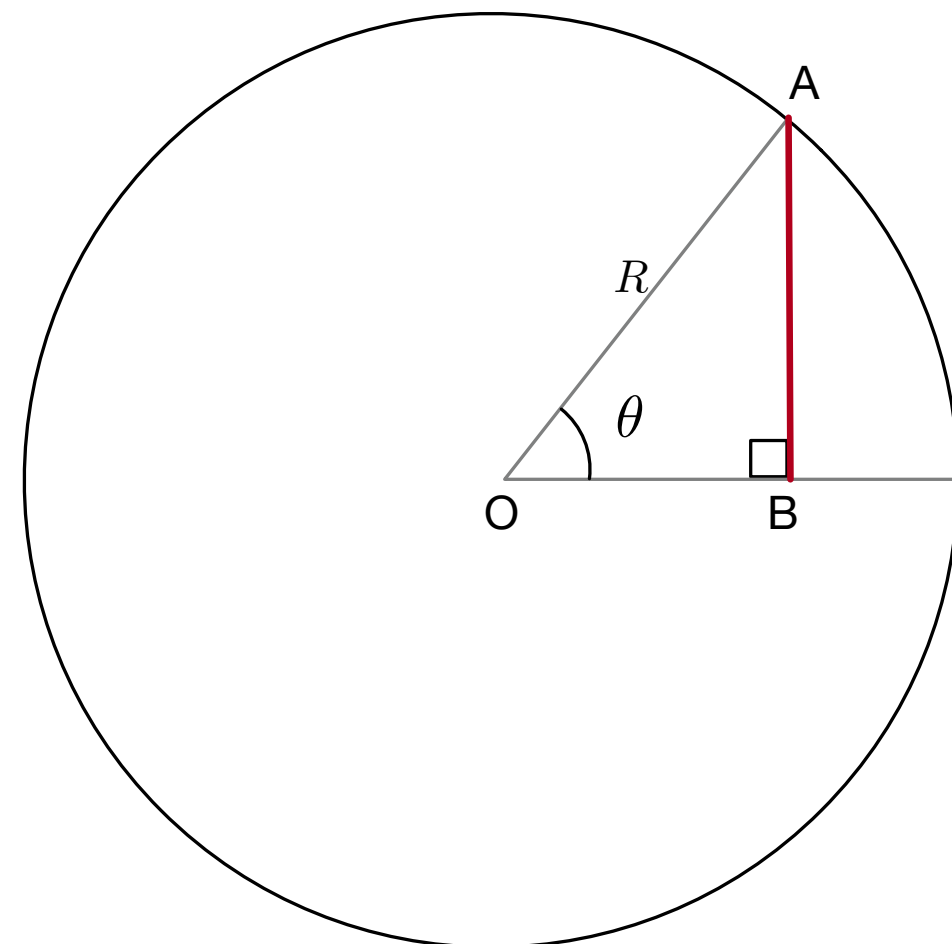


弦 chord



5c インドで長さ半分の正弦に

12c 余弦, 正矢, 余矢



アールヤバタ (Āryabhata, 476-) は、著書『アールヤバティーヤ (Āryabhatīya)』にて、半径 $R = 3438$ とした正弦表を示している。ヒッパルコスの計算方法と同様で、 $R \sin 90^\circ = R$, $R \sin 30^\circ = R/2$ および余角の関係式

$$R \sin(90^\circ - \theta) = \sqrt{R^2 - (R \sin \theta)^2} \quad (11)$$

と半角公式

$$R \sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\left(\frac{R - R \sin(90^\circ - \theta)}{2}\right)^2 + \left(\frac{R \sin \theta}{2}\right)^2} \quad (12)$$

を用いることで 24 の角度について数表を作成した (図

ブラフマグプタ (Brahmagupta, 598-665) は『ブラーフマスプタ・シッダーンタ (Brāhmasphuṭa-siddhānta)』にて、「^{せいし}正矢」(versed sine, Utkramajyā)

$$R \text{ vers } \theta = R - R \sin(90^\circ - \theta) \quad (13)$$

も定義した。正矢を用いると計算式が簡単になる。例えば、半角公式 (12) は

$$R \sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{(R \sin \theta)^2 + (R \text{ vers } \theta)^2}{4}} \quad (14)$$

7c 正矢が登場

12c 余弦, 余矢が登場

12 世紀になると、パースカラ 2 世 (Bhāskara II, 1114-1185) が「角度」を用いて正弦・正矢を定義しなおし、同時に「余弦」(cosine, kotijyā), 「^{よし}余矢」(covered sine, koty-utkramajyā) を新たに導入した。図 3.4 の記号を用いると、

$$\text{正弦} \quad AB = R \sin \theta, \quad (15)$$

$$\text{余弦} \quad AE = BO = R \cos \theta = R \sin(90^\circ - \theta), \quad (16)$$

$$\text{正矢} \quad BC = R \text{ vers } \theta = R - R \cos \theta, \quad (17)$$

$$\text{余矢} \quad DE = R \text{ covers } \theta = R - R \sin \theta \quad (18)$$

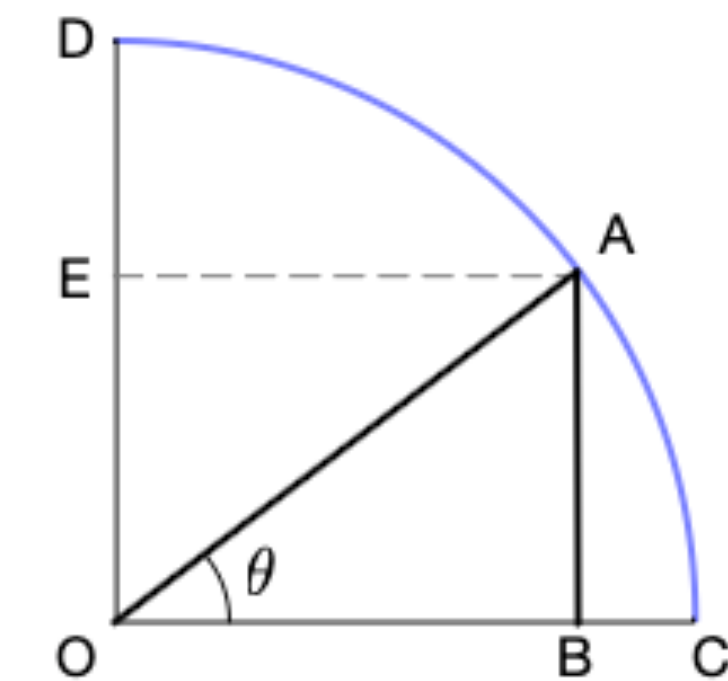
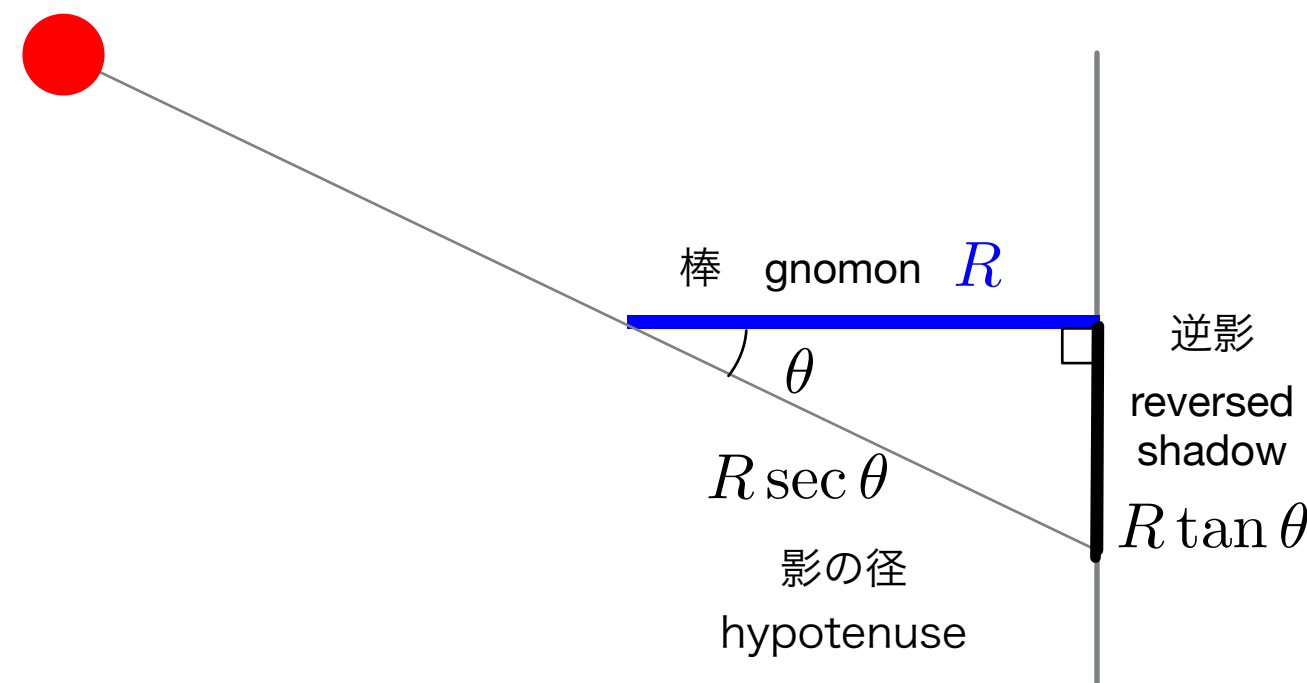
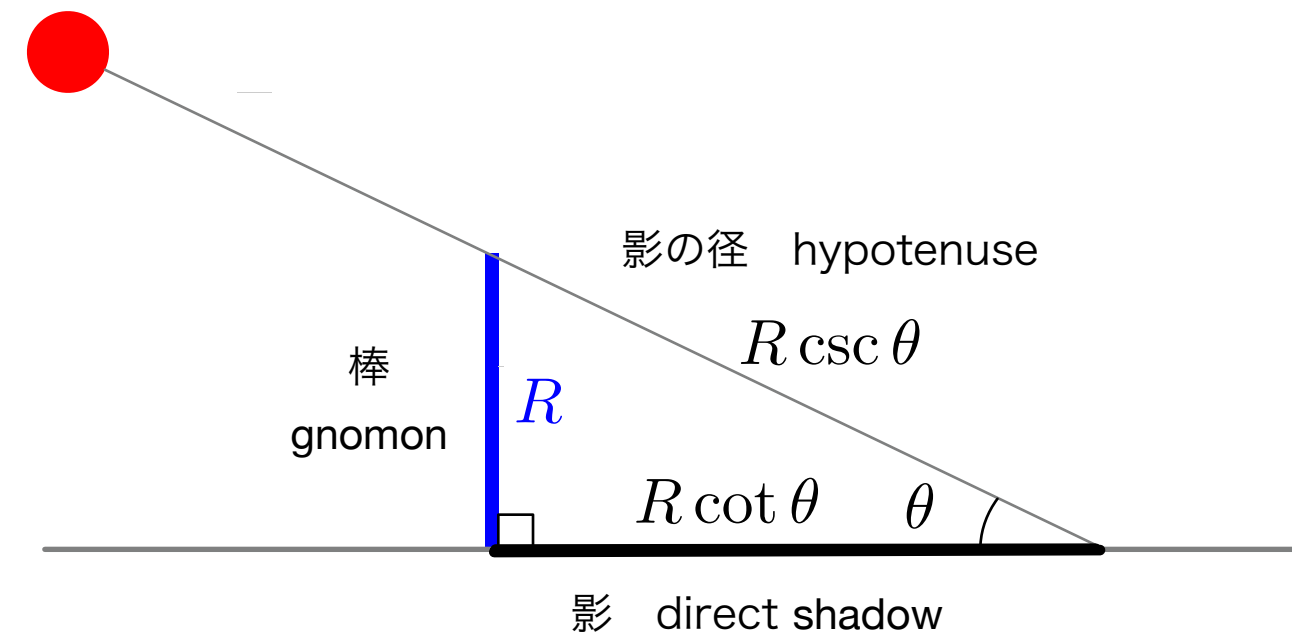


図 3.4: パースカラ 2 世による 4 つの三角関数の定義

イスラームで三角法が発展した

理由1: 日時計の影の長さ

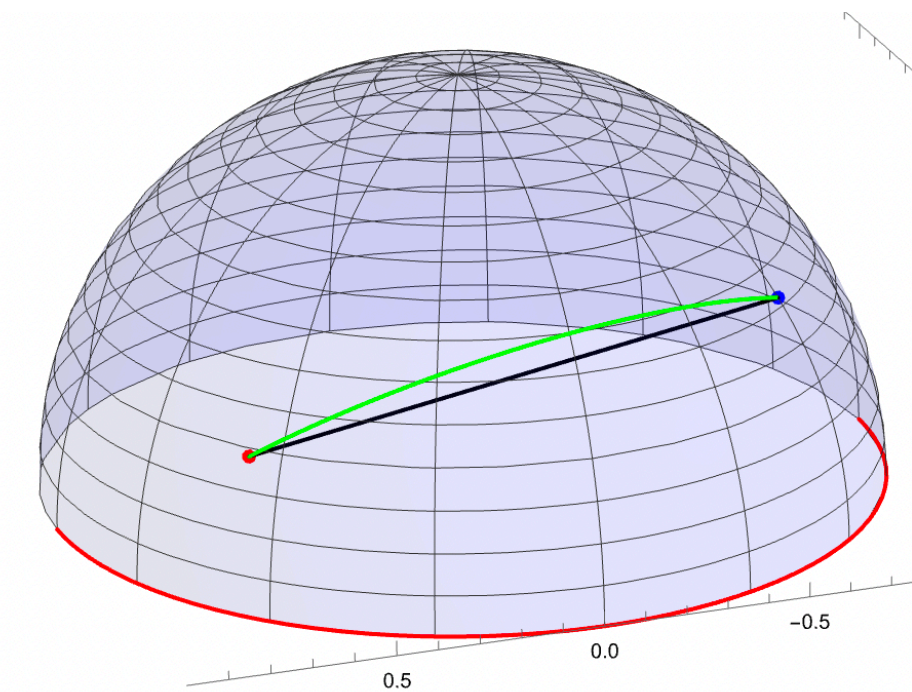
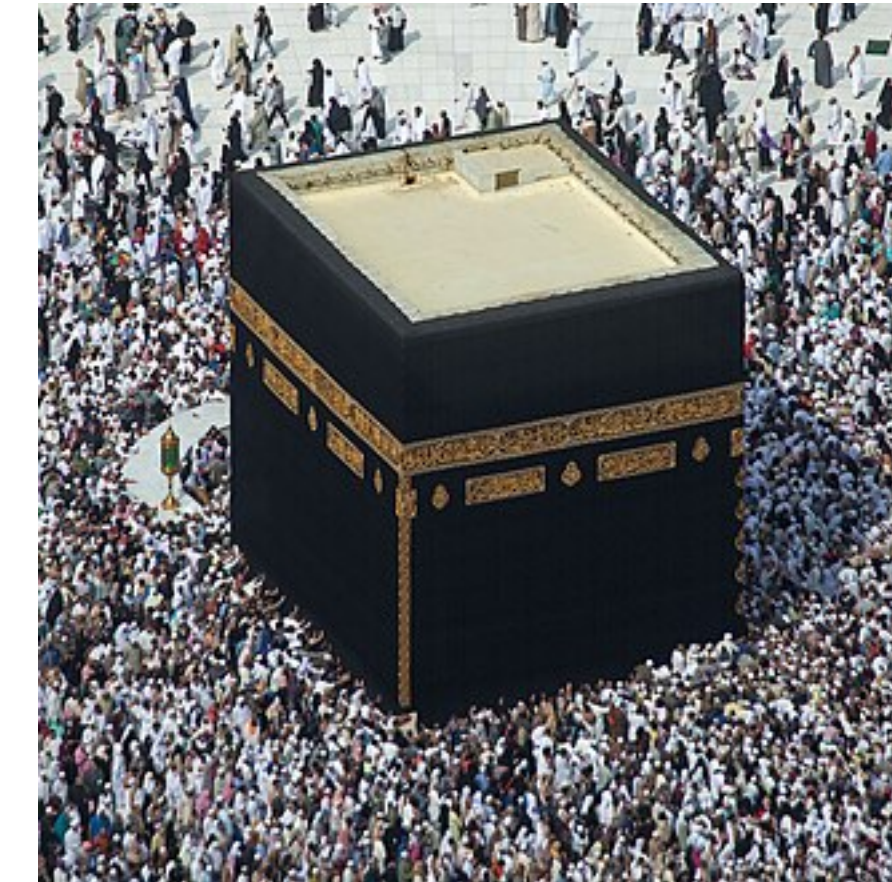
影の長さ・影の径から
tan, cot, sec, csc



理由2: Qibla(キブラ) = メッカにあるカアバ神殿の方角



MeccaN = 21.4225 Degree;
MeccaE = 39.8236 Degree;



バッテリー(850-909)
地表面での方向を考える

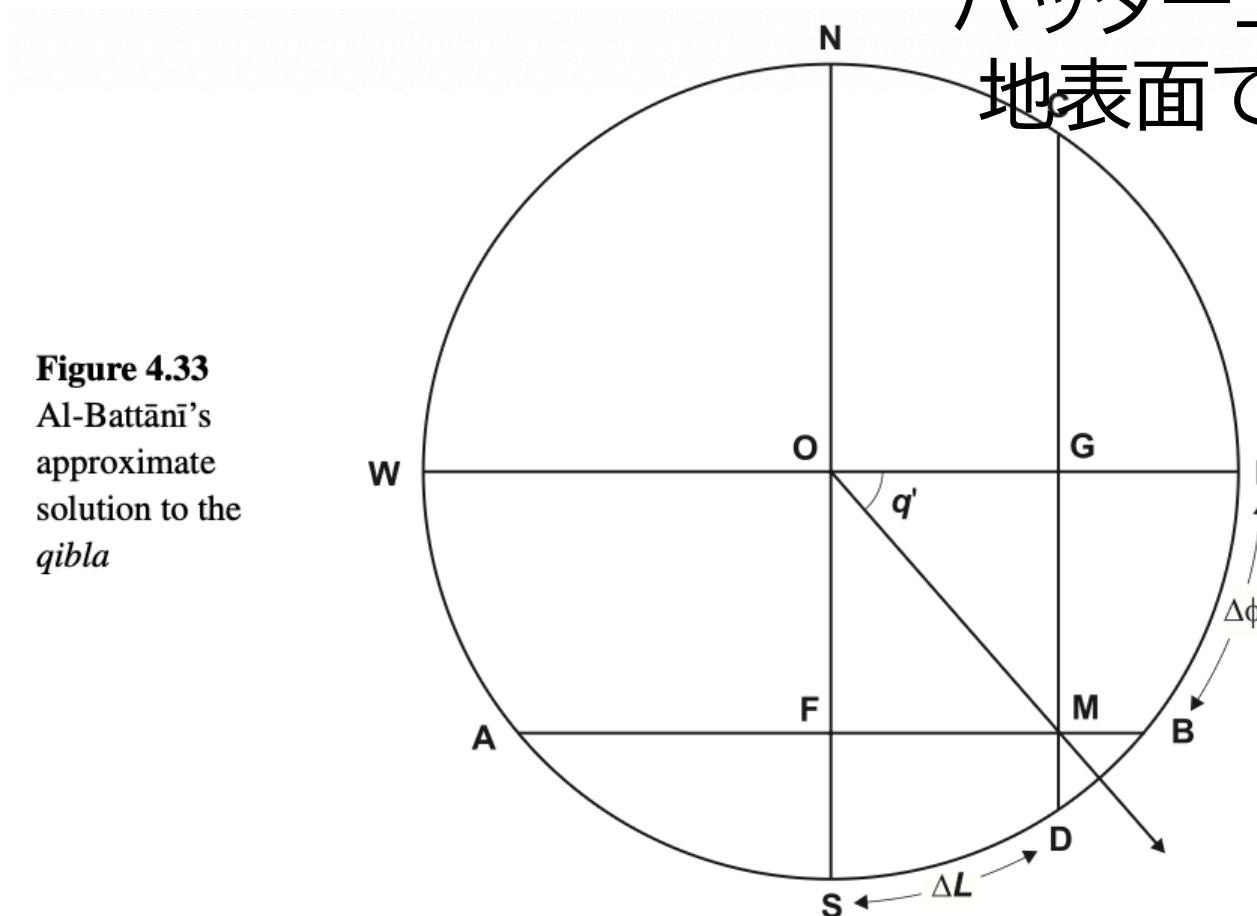


Figure 4.33
Al-Battānī's
approximate
solution to the
qibla

ナイリージー(875-940)
天頂方向の違いを考える

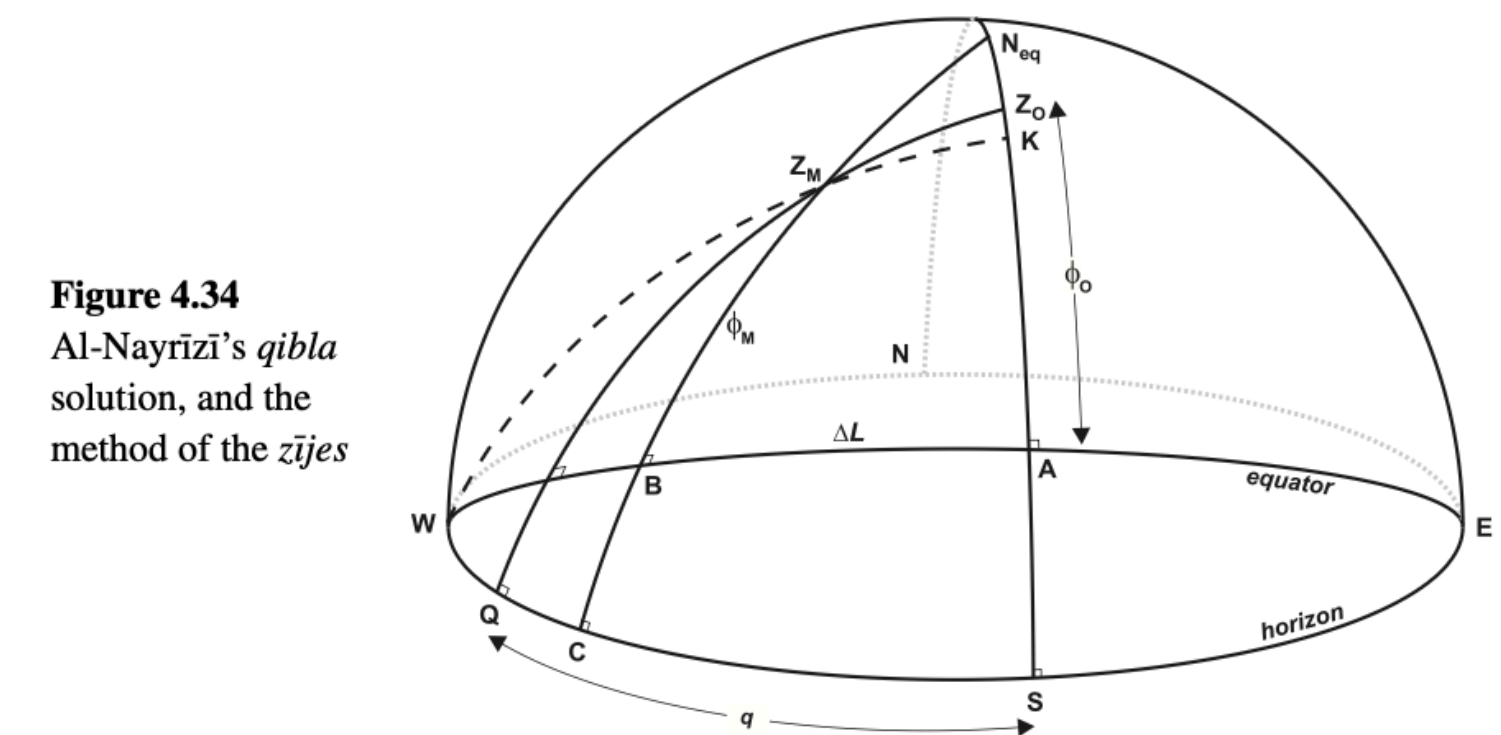
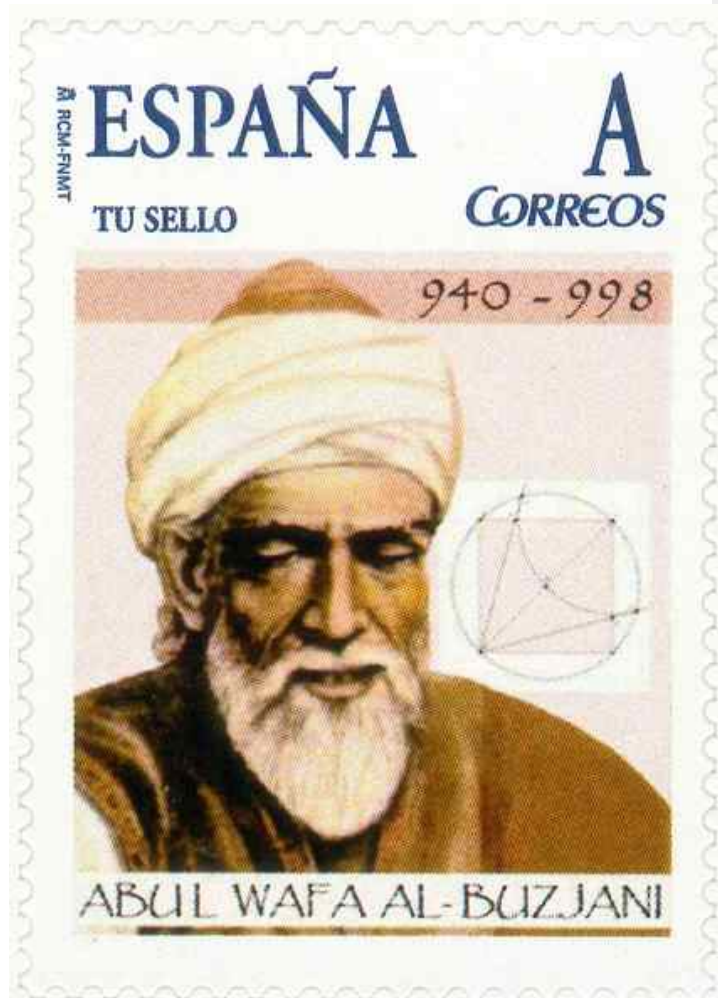
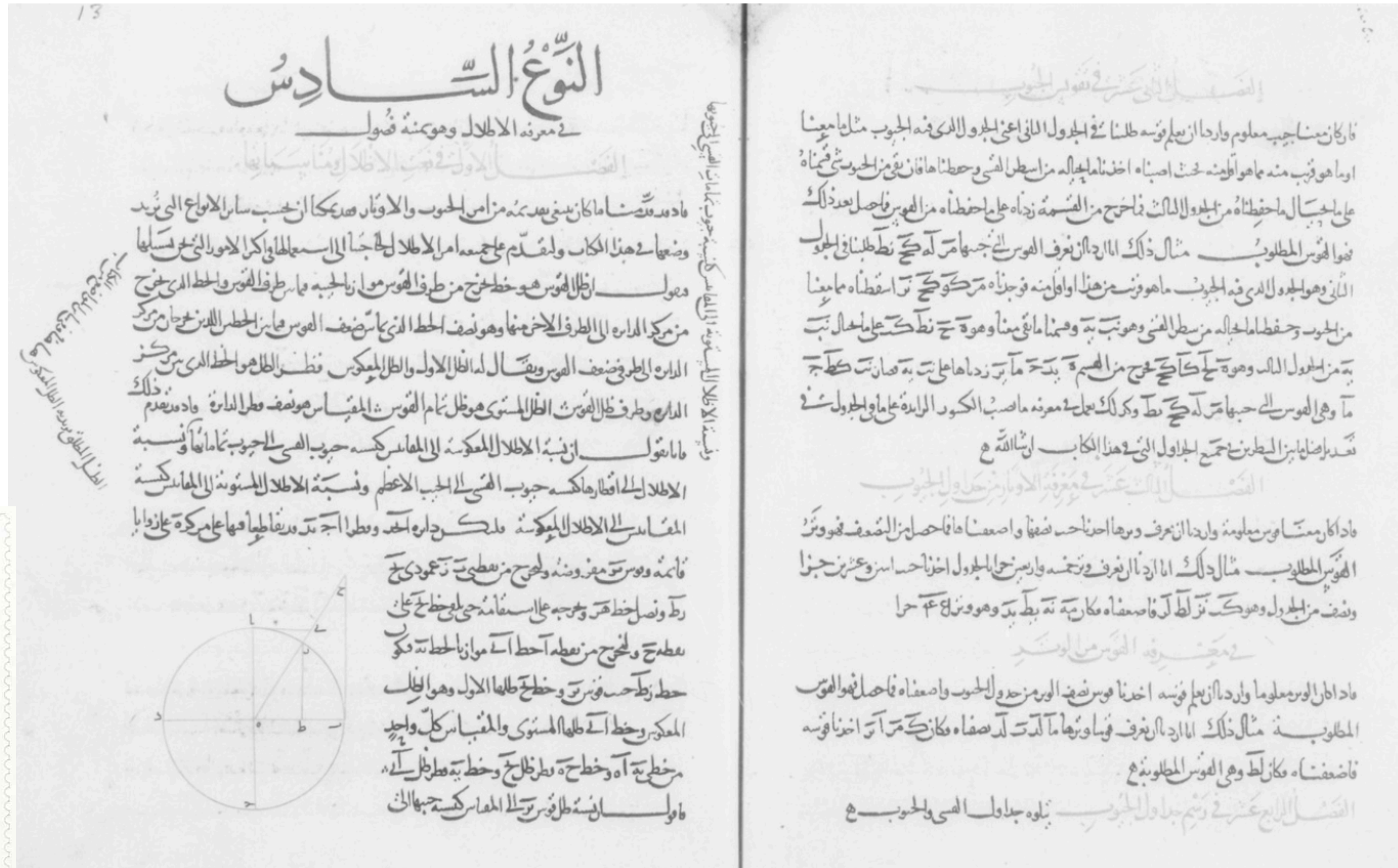


Figure 4.34
Al-Nayrizī's qibla
solution, and the
method of the zījes



12c ルネサンス イスラム文化がヨーロッパに伝わる

- ★ ヒッパルコス(BC190頃-BC120頃)
- ★ プトレマイオス(83頃-168頃) 『アルマゲスト』(2c)

- ★ ヴァラーハミヒラ (505-587)
- ★ ブラフマグプタ (598-665)
- ★ バースカラ2世 (1114-1185)

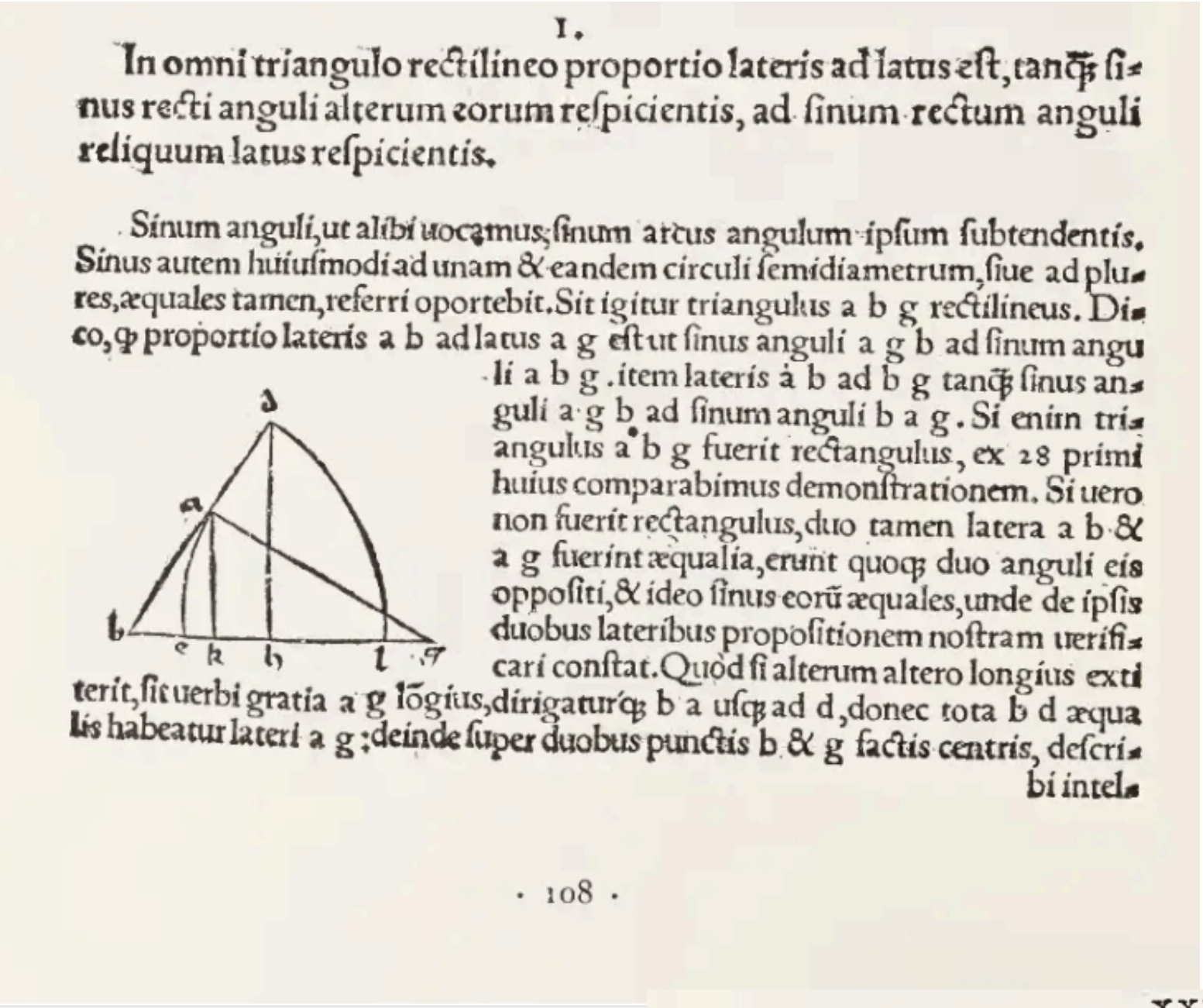
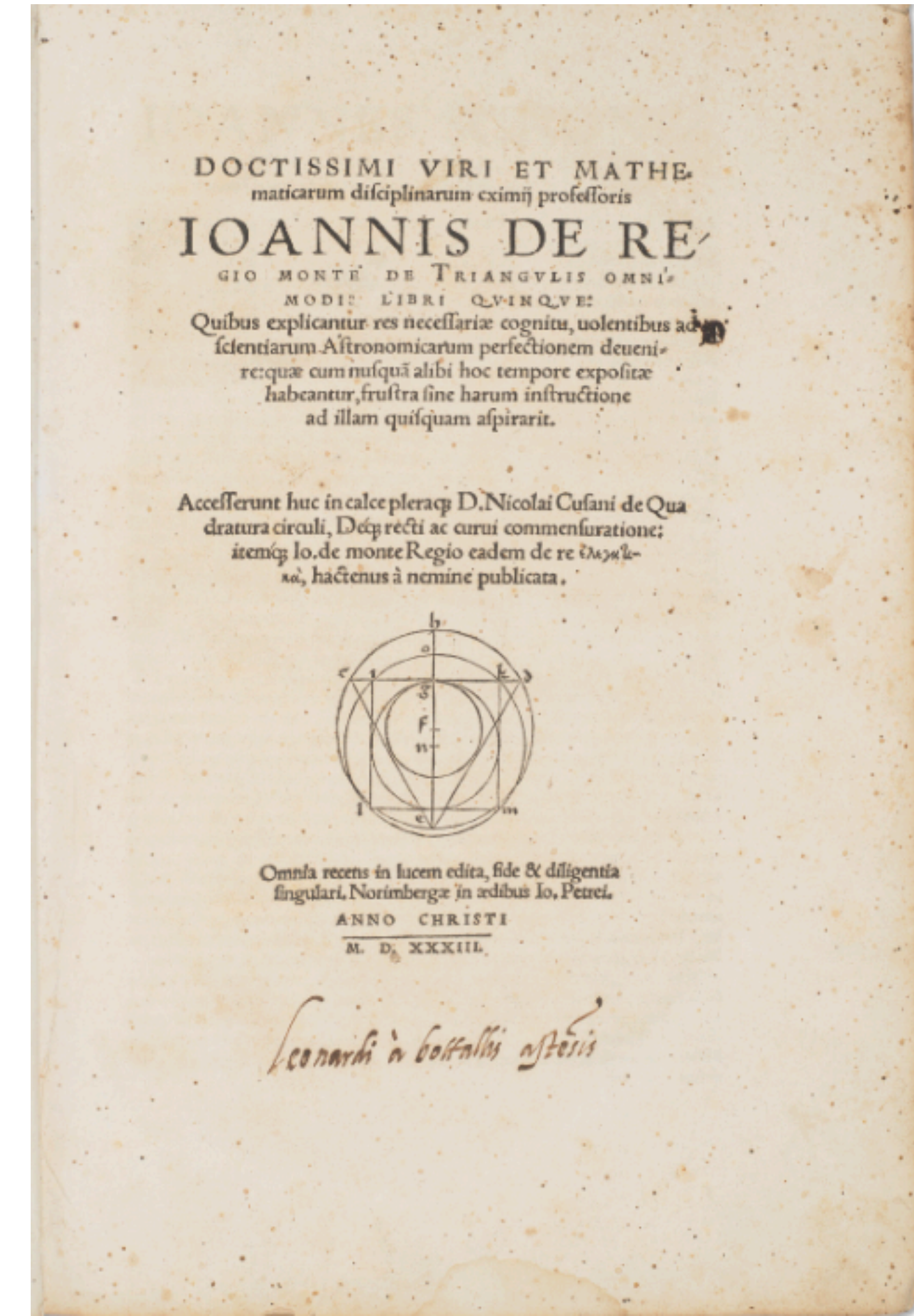
- ★ ハバシュ (? -864頃)
- ★ アル=フワーリズミー (780-850)
- ★ アル・バッターニー (853-929)
- ★ アブル・ワフアー (940-998)
- ★ アル=ビールーニー (973--1048)
- ★ トゥースイー (1201-1274)

- ★ レギオモンタヌス (1436-1476)
- ★ レティクス (1514-1574)
- ★ ピティスクス (1561-1613)

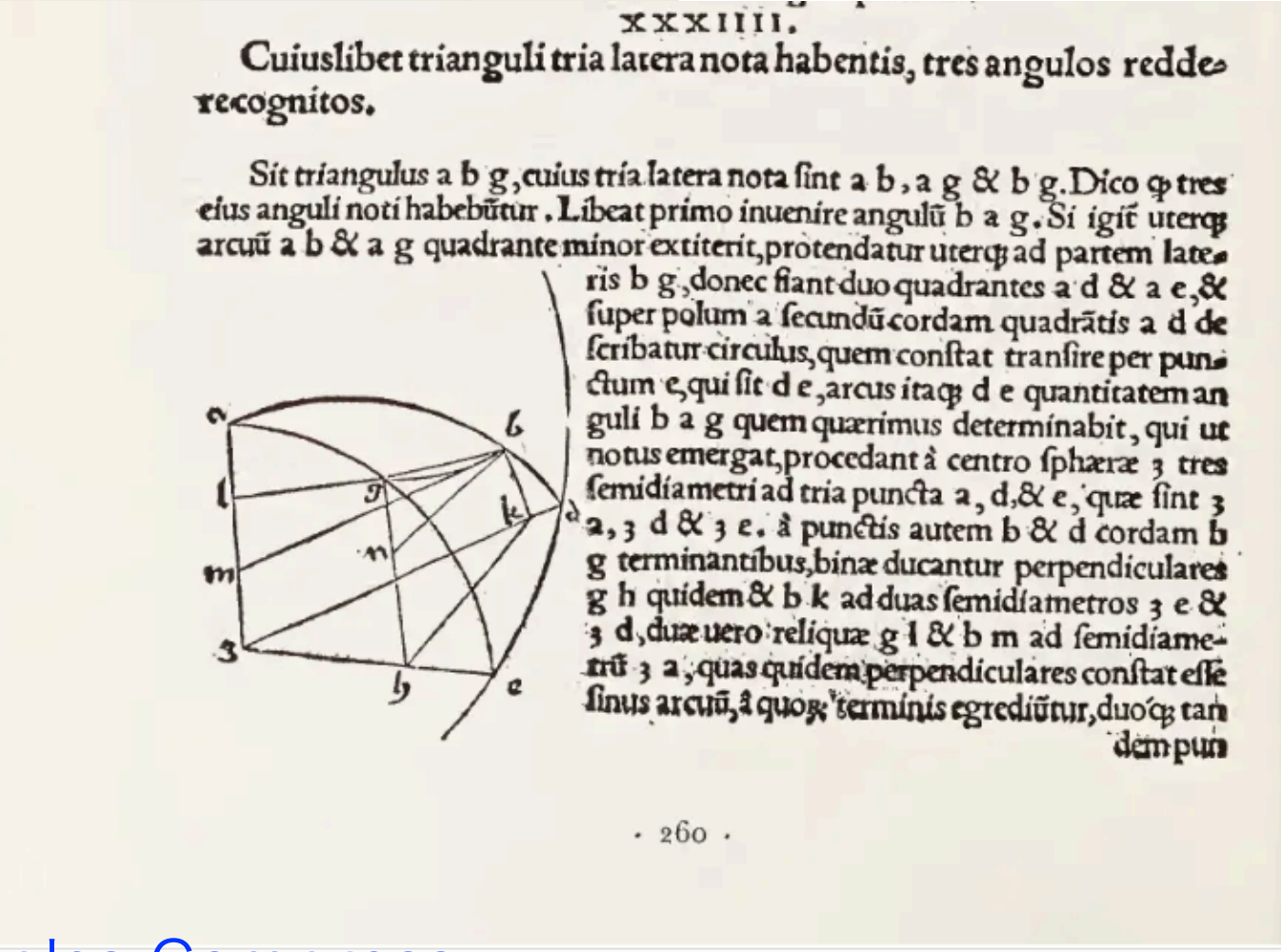


レギオモンタヌス『De Triangulis Omnimodis』 1533

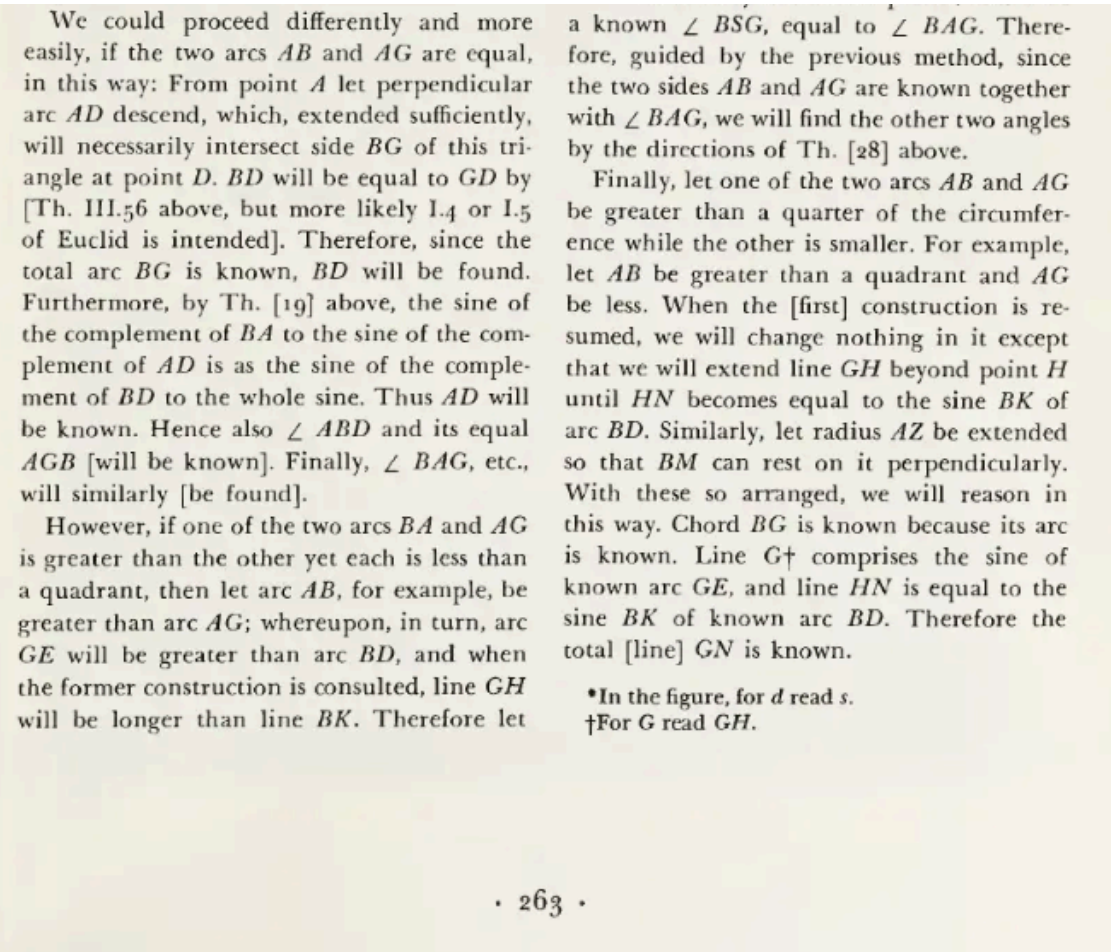
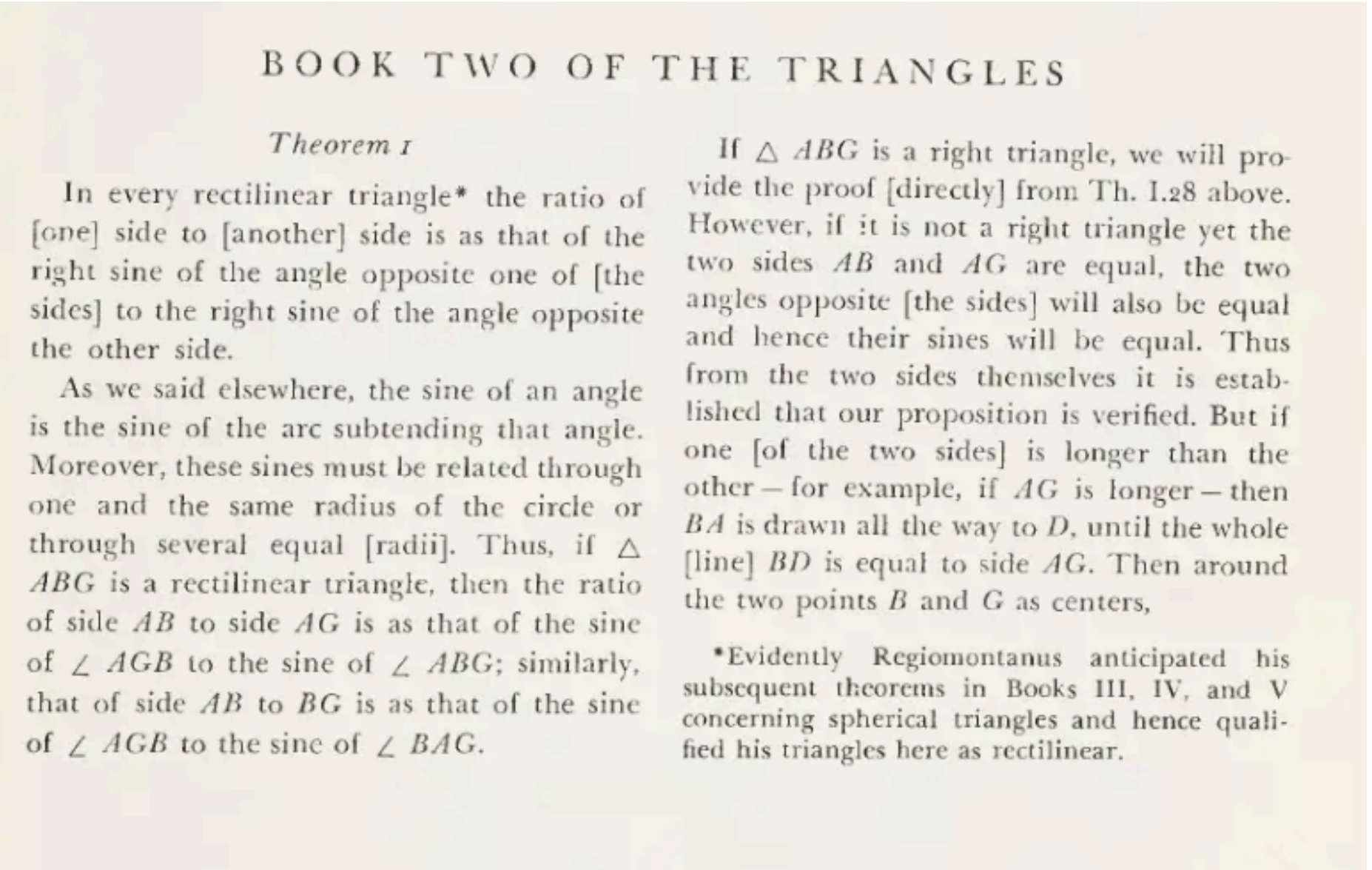
Regiomontanus『De Triangulis Omnimodis』



• 108 •



• 260 •

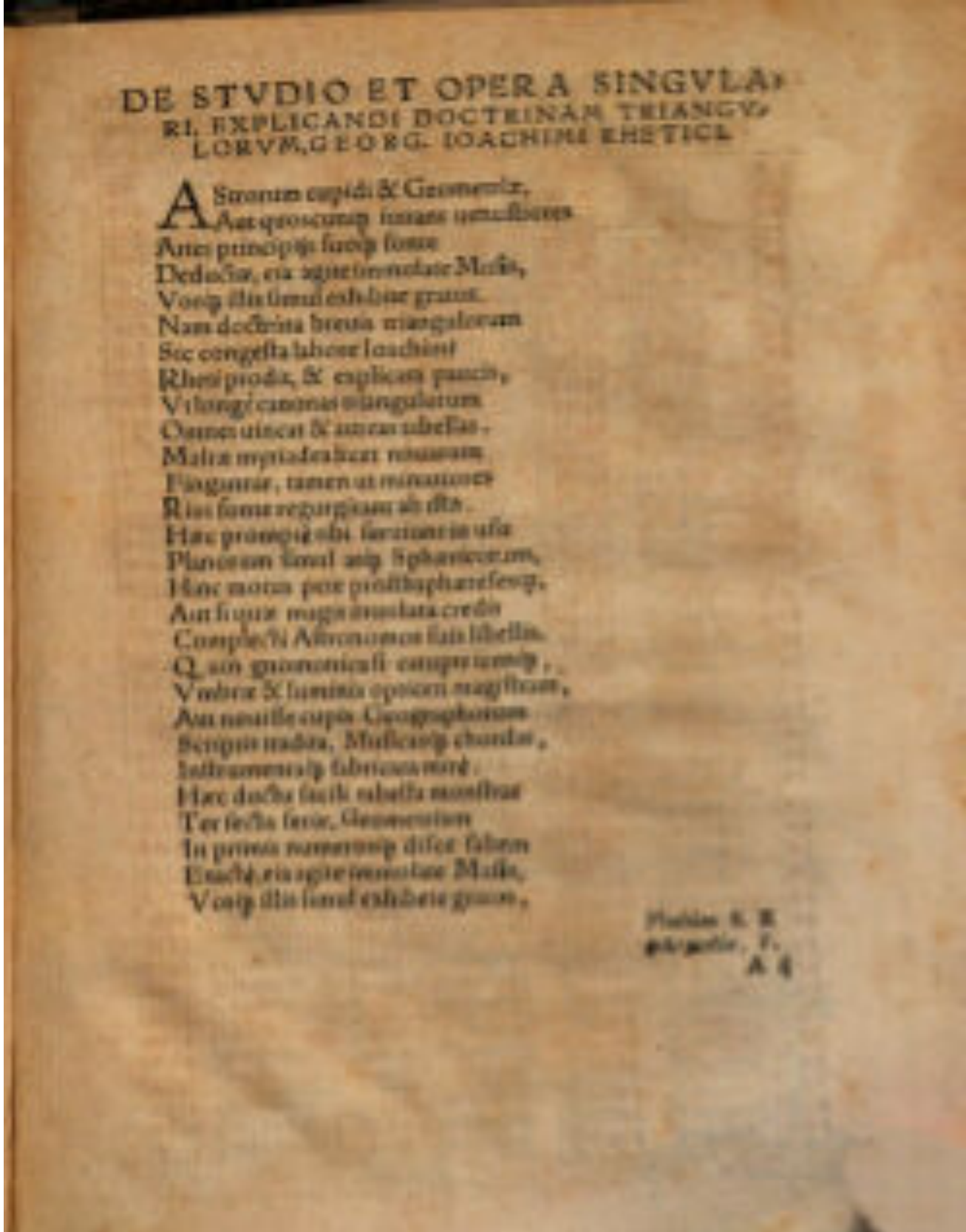


• 263 •

レティクス『三角形理論のカノン』1551

Rheticus『Canon doctrinaetriangulorum』

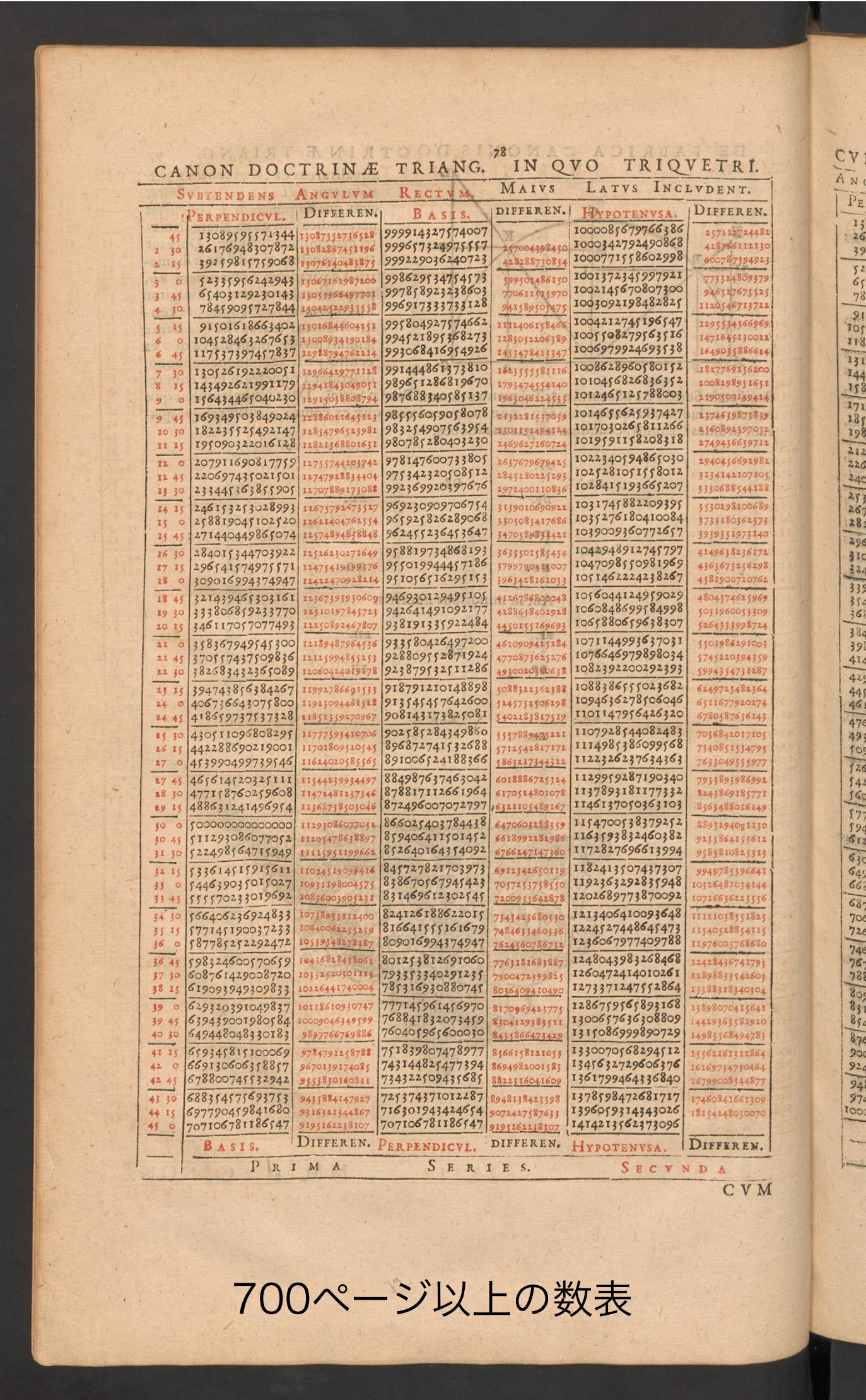
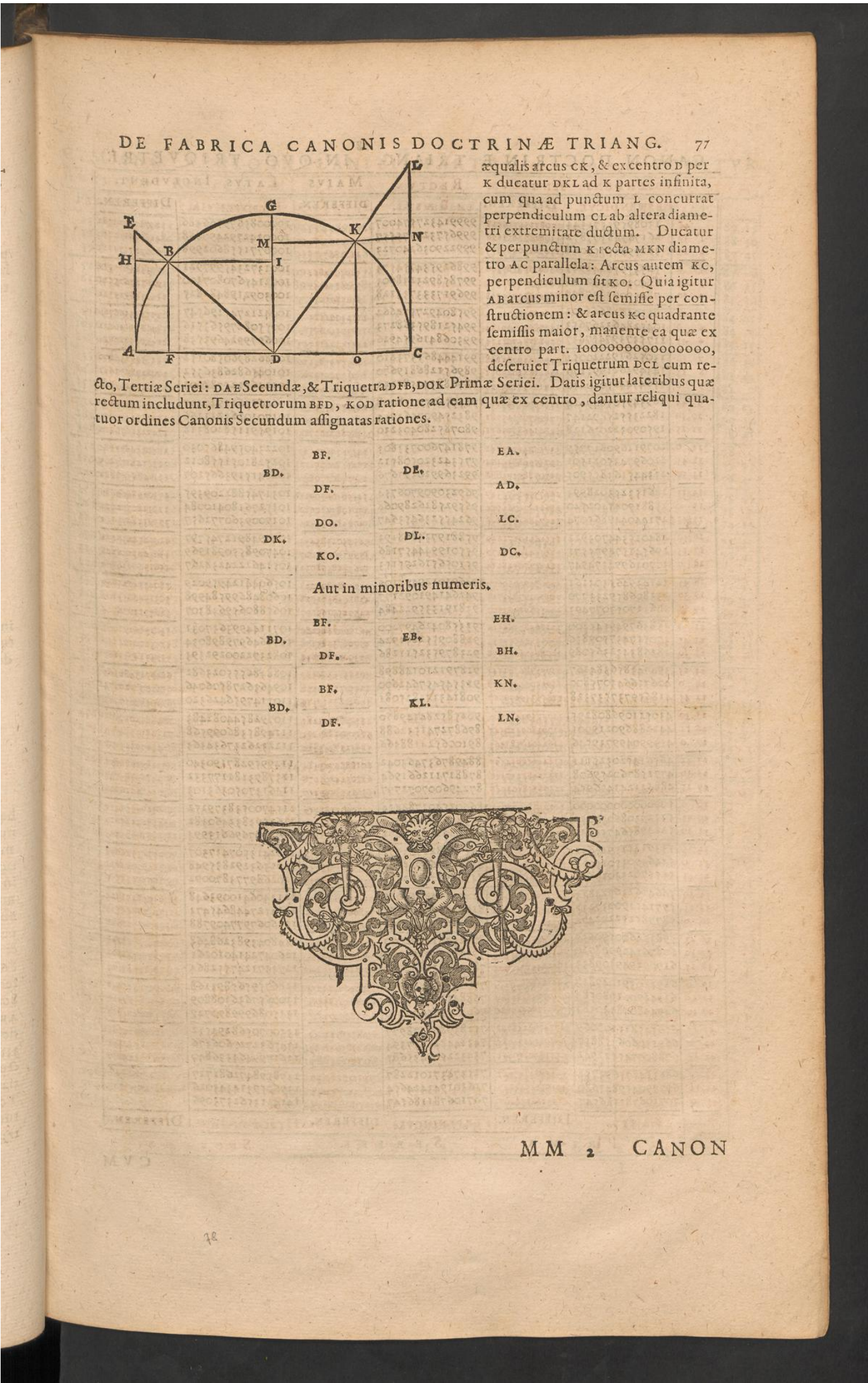
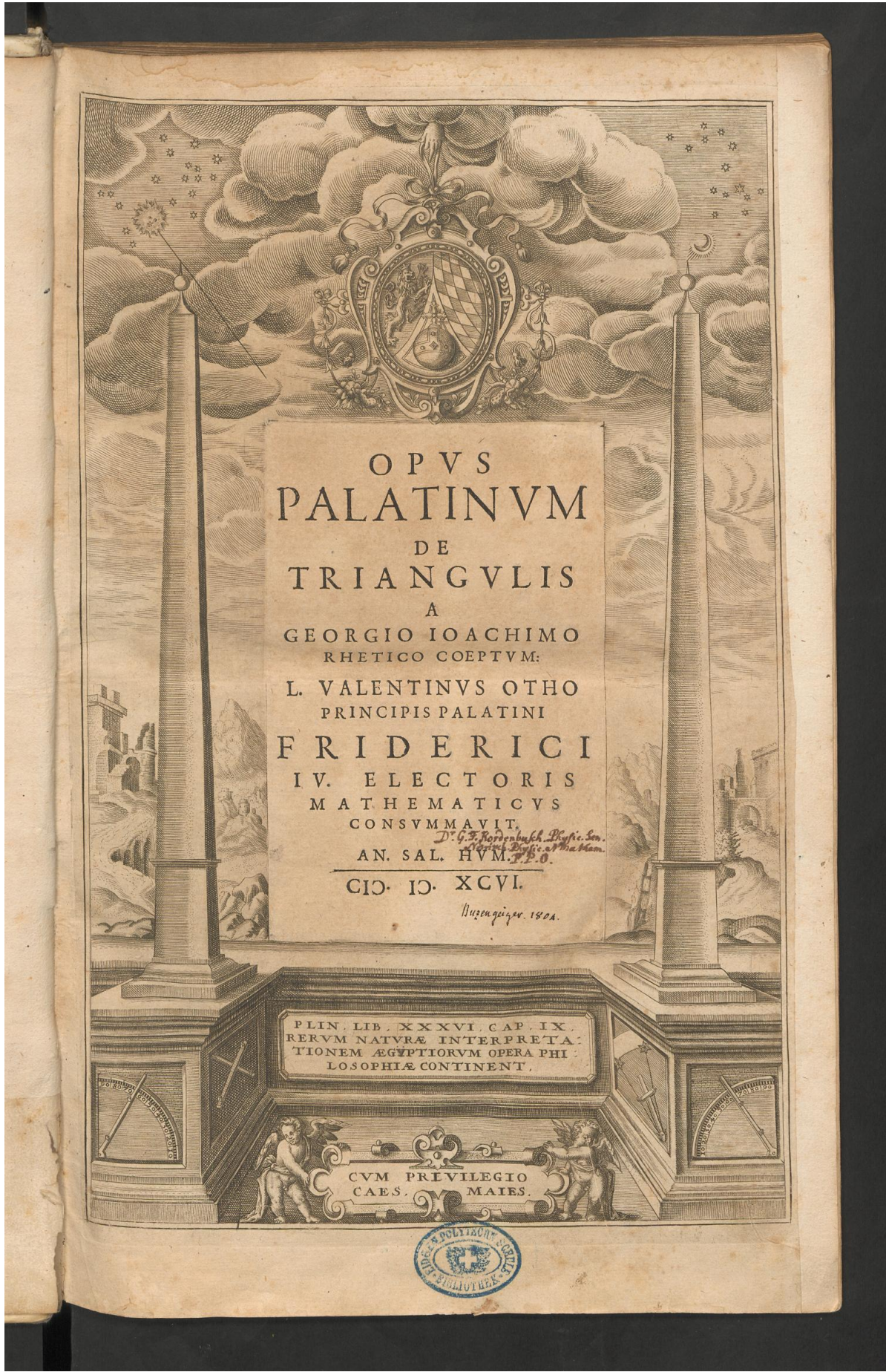
10秒角間隔で8桁の精度を持つ
6種類の三角関数

The image shows a table of trigonometric values from the book. The table is organized into columns for different trigonometric functions: Sine, Cosine, Tangent, and Secant. The rows represent angles in degrees, ranging from 0 to 90. The values are given in decimal form, with 8 digits of precision. The table is titled 'CANON DOCTRINAE TRIANGVLORVM IN QVO TRIQVETRI'.

<https://viewer.onb.ac.at/10A7F06F/>

レティクス 『すべての三角形について』 1596
Rheticus 『Opus Palatinum de triangulis)』

10秒角間隔で8桁の精度を持つ
6種類の三角関数



<https://www.e-rara.ch/zut/doi/10.3931/e-rara-9112>

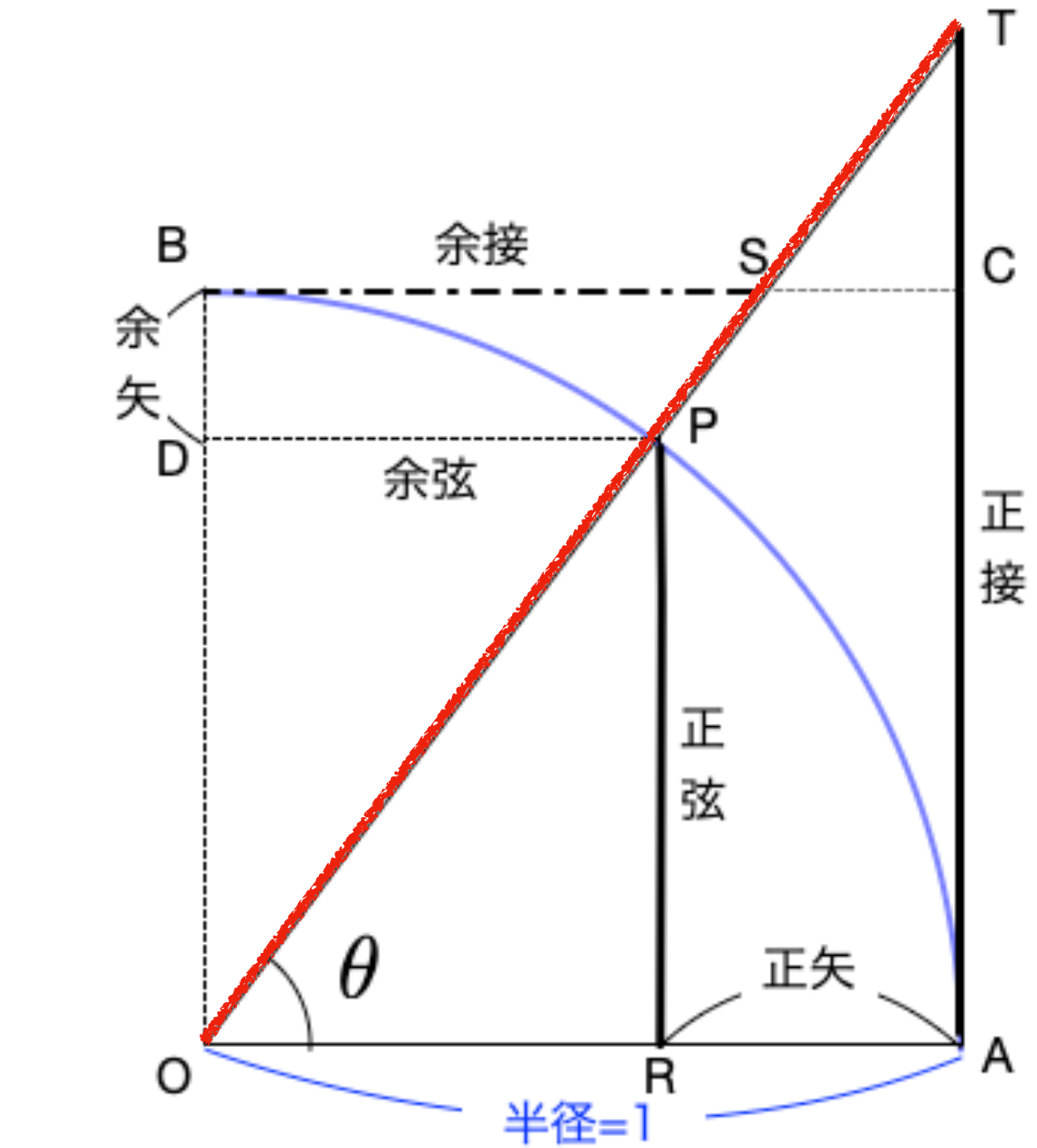
ピティスキス『三角法』1612

Pitiscus (1561-1613) 『Trigonometriae sive De dimensione triangulorum』

10秒角間隔で15桁の精度を持つ

O. Grad. O. Prim.					
Secunda	Sinus	i'	Tangens	i'	Secans
1	48	49	48	49	100000.00000.12
2	97	48	97	48	100000.00000.47
3	1.45	49	1.45	49	100000.00001.06
4	1.94	48	1.94	48	100000.00001.88
5	2.42	49	2.42	49	100000.00002.94
6	2.91	48	2.91	48	100000.00004.23
7	3.39	49	3.39	49	100000.00005.76
8	3.88	48	3.88	48	100000.00007.52
9	4.36	49	4.36	49	100000.00009.52
10	4.85	48	4.85	48	100000.00011.75
11	5.33	49	5.33	49	100000.00014.22
12	5.82	48	5.81	48	100000.00016.92
13	6.30	49	6.30	49	100000.00019.86
14	6.79	48	6.79	48	100000.00023.03
15	7.27	49	7.27	49	100000.00026.44
16	7.76	48	7.76	48	100000.00030.09
17	8.24	49	8.24	49	100000.00033.96
18	8.73	48	8.73	48	100000.00038.08
19	9.21	49	9.21	49	100000.00042.43
20	9.70	48	9.70	48	100000.00047.01
21	10.18	49	10.18	49	100000.00051.83
22	10.67	48	10.67	48	100000.00056.88
23	11.15	49	11.15	49	100000.00062.17
24	11.64	48	11.64	48	100000.00067.69
25	12.12	49	12.12	49	100000.00073.45
26	12.61	48	12.61	48	100000.00079.44
27	13.09	49	13.09	48	100000.00085.67
28	13.57	49	13.57	49	100000.00092.14
29	14.06	48	14.06	48	100000.00098.84
30	14.54	49	14.54	49	100000.00105.77

89. Grad. 59. prim.					
Secunda	Sinus	i'	Tangens	i'	Secans
59	99999.99999.88		20626480624.		20626480625.
58	99999.99999.53	35	10313240312.		10313240313.
57	99999.99999.94	59	6875493541.		6875493542.
56	99999.99998.12	82	5156620156.		5156620157.
55	99999.99997.06	106	4125296124.		4125296125.
54	99999.99995.77	129	3437746770.		3437746771.
53	99999.99994.24	153	2948640088.		2948640090.
52	99999.99992.48	176	2578310077.		2578310079.
51	99999.99990.48	200	2291831179.		2291831181.
50	99999.99988.25	223	2062648061.		2062648063.
49	99999.99985.78	247	1875134600.		1875134603.
48	99999.99983.08	270	1718873383.		1718873386.
47	99999.99980.14	294	1586652354.		1586652357.
46	99999.99976.97	317	1473320042.		1473320046.
45	99999.99973.56	341	1375098706.		1375098710.
44	99999.99969.91	365	1289155036.		1289155040.
43	99999.99966.04	387	1213322388.		1213322392.
42	99999.99961.92	412	1145915587.		1145915592.
41	99999.99957.57	435	1085604240.		1085604245.
40	99999.99952.99	458	1031324028.		1031324033.
39	99999.99948.17	482	982213360.		982213365.
38	99999.99943.12	505	937567297.		937567303.
37	99999.99937.83	529	896803503.		896803508.
36	99999.99932.31	552	859436689.		859436695.
35	99999.99926.55	576	825059221.		825059227.
34	99999.99920.55	600	793326174.		793326180.
33	99999.99914.33	622	763943722.		763943729.
32	99999.99907.86	647	736660018.		736660025.
31	99999.99901.16	670	711257948.		711257955.
30	99999.99894.23	693	687549349.		687549357.



天文学者は, sin
測量士は, tan
航海士は, sec

The third important point is the structure of trigonometric theory itself. Astronomers used mainly sines. On the other hand, surveyors used an equivalent to the tangent for their calculation, while for many navigators, whom I shall discuss later, the secant was an important function.³⁸ It was not until in the sixteenth century that these three functions, treated separately for a long time, were unified into the trigonometry, based upon a circle and a triangle inside of it, through the works of Rheticus, etc.. This unification provided a new systematic trigonometry with mathematical foundations, and all applications which had existed separately were subsequently discussed together under this new trigonometry.

N. Miura, Historia Scientiarum 30 (1986) 63-

theta = (0 + 0/60 + 30/3600) Degree;
sin = 0.00014544410535843506104
tan = 0.00014544410382007367148
sec = 1.0000000105769938358

theta = (89 + 59/60 + 30/3600) Degree;
sin = 0.99999998942300627605
tan = 6875.4934930885103259
sec = 6875.4935658105626205

https://preserver.beic.it/delivery/DeliveryManagerServlet?dps_pid=IE7526569

16c末 イエズス会宣教師 明へ ヨーロッパ科学を伝える

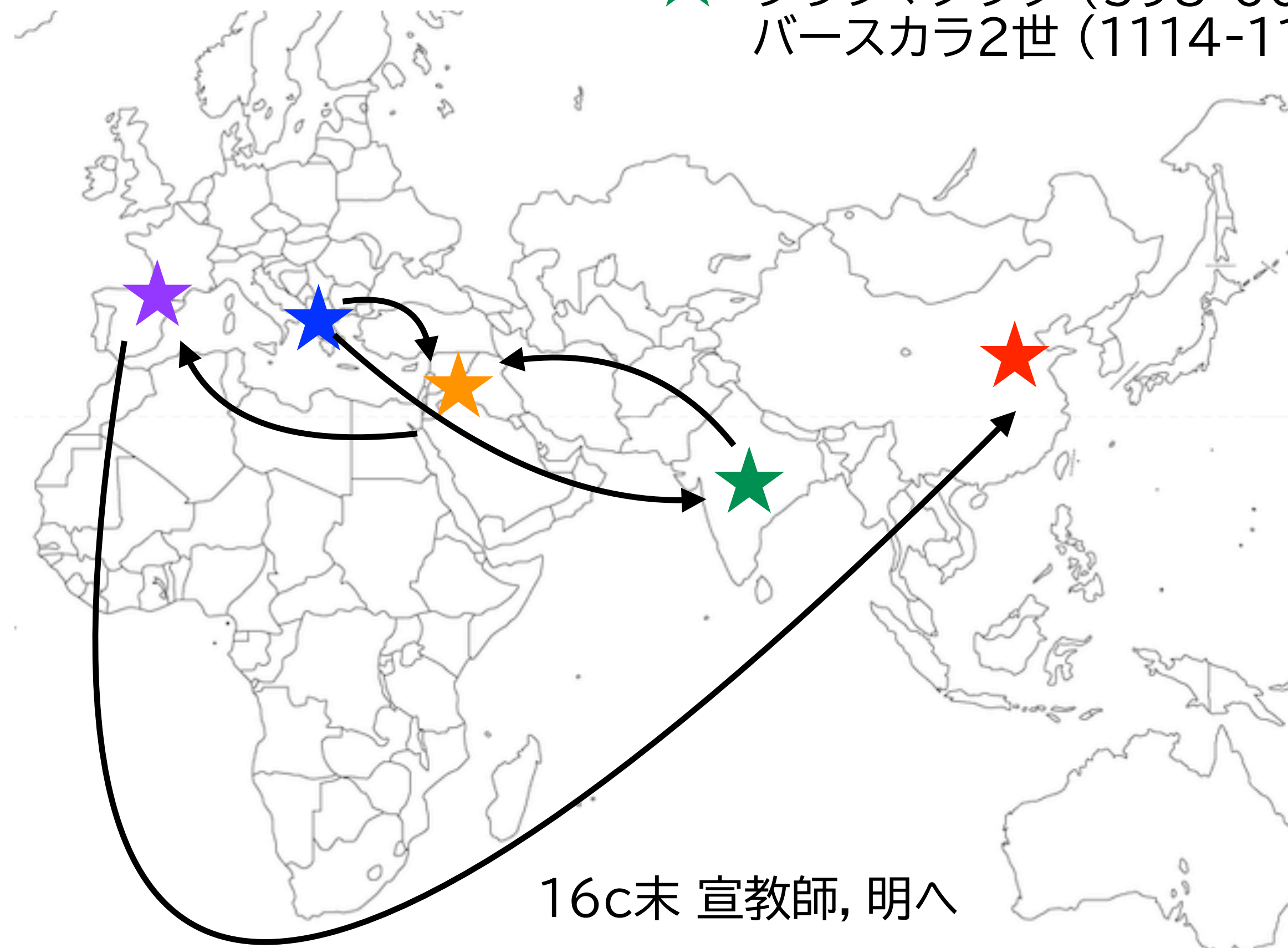
- ★ ヒッパルコス(BC190頃-BC120頃)
- ★ プトレマイオス(83頃-168頃)『アルマゲスト』(2c)

- ★ ヴァラーハミヒラ (505-587)
- ★ ブラフマグプタ (598-665)
- ★ バースカラ2世 (1114-1185)

- ★ ハバシュ (? -864頃)
- ★ アル=フワーリズミー (780-850)
- ★ アル・バッターニー (853-929)
- ★ アブル・ワフアー (940-998)
- ★ アル=ビールーニー (973--1048)
- ★ トゥースイー (1201-1274)

- ★ レギオモンタヌス (1436-1476)
- ★ レティクス (1514-1574)
- ★ ピティスクス (1561-1613)

- ★ アダム・シャルル
- ★ 徐光啓『崇禎曆書』(1634)
- ★ 梅文鼎『曆算全書』(1723)



16c末 宣教師, 明へ

宣教師がヨーロッパから持ってきた本は？

Christoph Clavius

表 1.3.1 漢訳書とクラヴィウス著作の利用

クラヴィウスの著作	漢語著作の成立	漢語著作タイトル	著者/翻訳者
『エウクレイデス原論 (Euclidis elementorum)』 1574 年	1607 年	『幾何原本』	マテオ・リッチ, 徐光啓
『アストロラビウム (Astrolabium)』 1593 年	1607 年	『渾蓋通憲図説』	マテオ・リッチ, 李之藻
『实用幾何 (Geometrica practica)』 1604 年	1608 年	『測量法義』	マテオ・リッチ, 徐光啓
『サクロボスコ天球論註解 (In sphaeram Ioannis de Sacro Bosco commentarius)』 1570 年	1608 年	『乾坤体義』	マテオ・リッチ, 李之藻
『实用算術要綱 (Epitome arithmeticae practicae)』 1583 年	1614 年	『同文算指』	マテオ・リッチ, 李之藻
『サクロボスコ天球論註解 (In sphaeram Ioannis de Sacro Bosco commentarius)』 1570 年	1614 年	『圓容較義』	マテオ・リッチ, 李之藻
『实用幾何 (Geometria practica)』 1604 年	1631 年	『測量全義』	ジャコモ・ロー

グレゴリオ暦をつくった
宣教師 M.Ricci の教師



表 B.2: ルネサンスのヨーロッパでの三角法の発展.

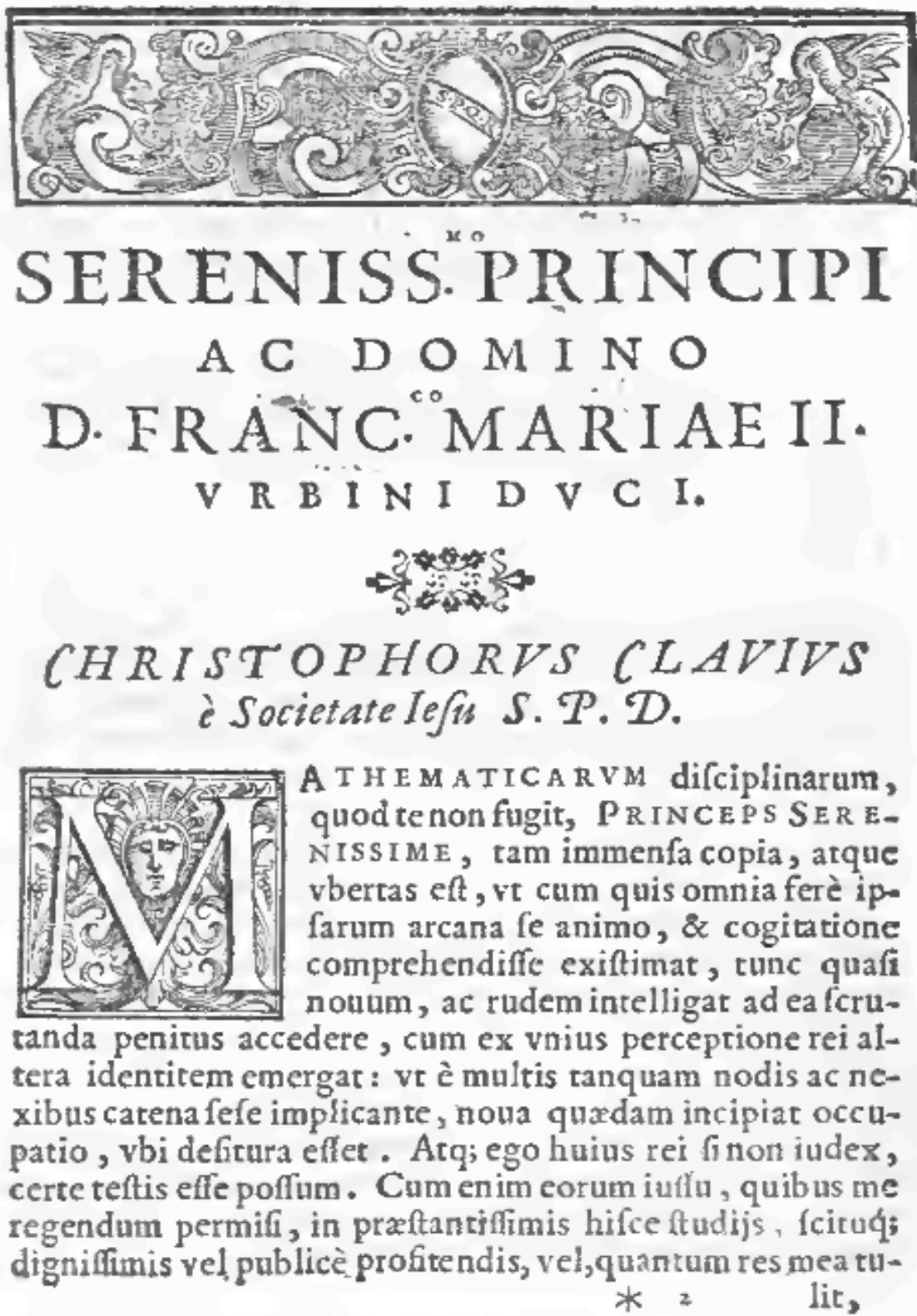
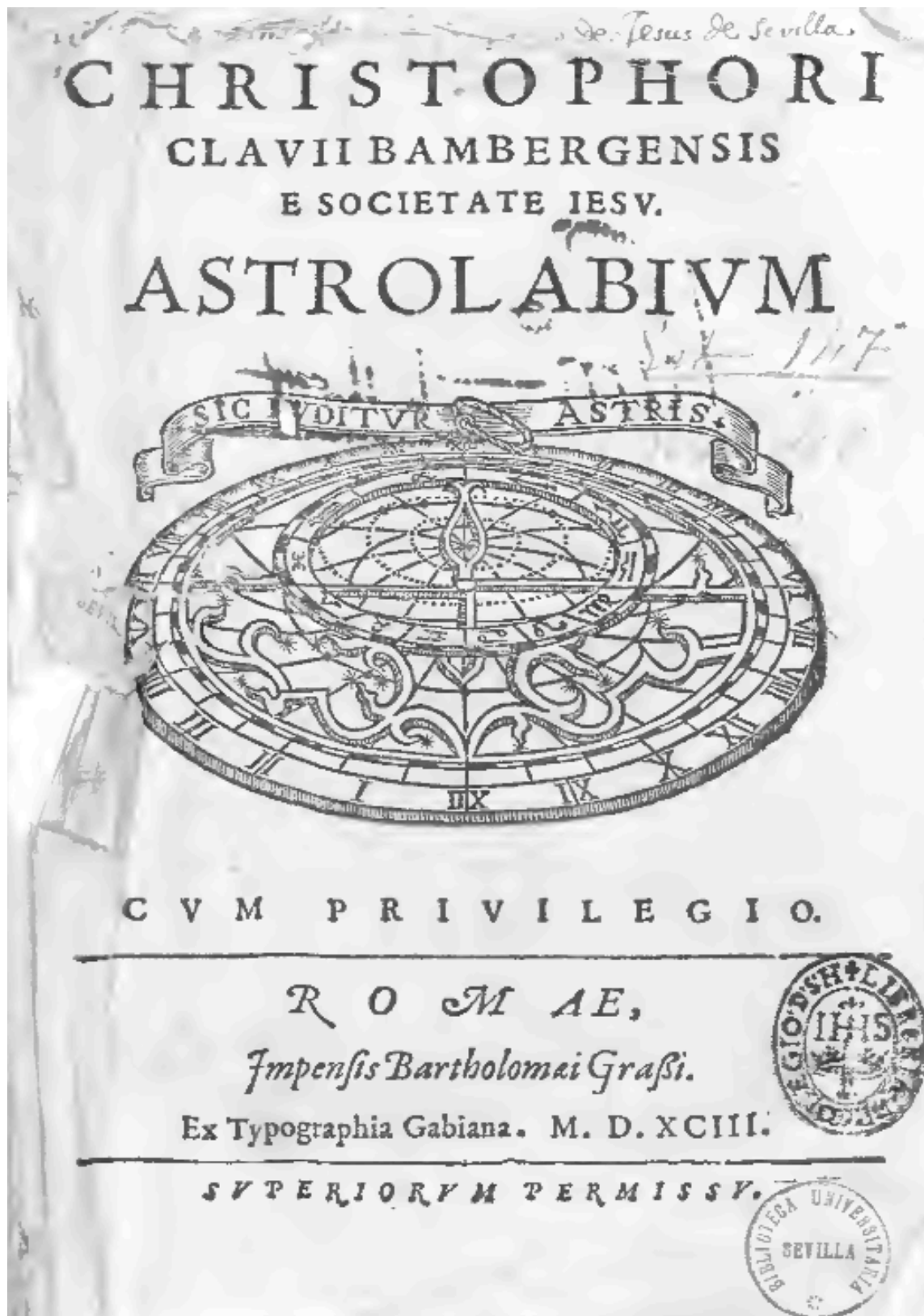
名前生没年	代表著書と数学的な貢献	三角関数表
レギオモンタヌス 1436-1476 (Regiomontanus; Johannes Müller)	『すべての三角形について (De Triangulis Omnimodis)』 (1464, 刊行は 1533 年) 三角法を天文学から独立した分野にした. 正弦を用いた. 正弦定理, 球面余弦定理を示した.	半径 60000 の sin
コペルニクス 1473-1543 (Nicolaus Copernicus)	『天球の回転について (De revolutionibus orbium coelestium)』 (1543) 球面三角法を詳述して, 地動説を提案.	半径 10^5 , 10 分角ごとの正弦表
レティクス 1514-1574 (Georg Joachim Rheticus)	『三角形理論のカノン (Canon doctrinaetriangulorum)』 (1551) 『三角法 (Opus Palatinum de triangulis)』 (1596) 三角関数を「円の弦」ではなく「直角三角形の辺の比」として初めて定義.	半径 10^4 , 10 秒角ごと. 6 種の三角関数
ヴィエト 1540-1603 (François Viète) ピティスクス 1561-1613 (Bartholomäus Pitiscus)	『数学的表 (Canon mathematicus)』 (1579) 和積の公式, n 倍角公式 『三角法 (Trigonometria)』 (1595) 『数学宝典 (The-saurus Mathematicus)』 (1613) Trigonometry という用語を創案. 和積の公式 (prosthaphaeresis, プロスタパエレシス) を用いて表計算. レティクスの遺稿を整理・修正し普及させた.	半径 10^5 , 1 分角ごと. 6 種の三角関数 半径 10^{15} , 10 秒角ごと, sin, tan, sec
ステヴィン 1548-1620 (Simon Stevin)	『三角法 (De Driehouckhandel)』 (1605) 十進小数の記法を考案し, 三角関数の値を小数で扱う. 測量への応用を詳述.	sin, tan, sec



B. Pitiscus

Christoph Clavius, Astrolabium (1593)

<https://archive.org/details/ARes43405>



196 T A B V L A Gradus Quadrantis pro sinibus					
	0	1	2	3	4
0	0000	174524	348995	52330	69765
1	2909	177433	351002	526265	70047
2	5818	180341	354809	529170	703369
3	8727	183250	357716	532075	706270
4	11636	186158	360623	534980	709172
5	14544	189066	363531	537884	712073
6	17453	191975	366437	540789	714975
7	20362	194883	369344	543694	717876
8	23271	197792	372251	546598	720777
9	26180	200700	375158	549503	723678
10	29088	203608	378064	552407	726579
11	31997	206517	380971	555312	729480
12	34906	209425	383878	558216	732381
13	37815	212333	386785	561120	735282
14	40724	215241	389692	564023	738183
15	43632	218149	392598	566928	741084
16	46541	221057	395505	569832	743985
17	49450	223965	398412	572736	746886
18	52359	226873	401318	575640	749787
19	55268	229781	404225	578544	752688
20	58177	232689	407131	581448	755588
21	61086	235597	410038	584352	758489
22	63995	238505	412944	587256	761389
23	66904	241413	415851	590160	764290
24	69813	244321	418757	593064	767190
25	72721	247229	421663	595967	770090
26	75630	250137	424570	598871	772991
27	78539	253045	427476	601775	775892
28	81448	255953	430382	604678	778793
29	84357	258861	433288	607582	781694
30	87265	261769	436194	610485	784595
Gradus Quadrantis pro sinibus rectis					

S I N V V M. rectis arcuum eiusdem Quadrantis					
	0	1	2	3	4
0	87265	261769	436194	610485	784595
1	90174	264677	439100	613389	787491
2	93083	267585	442006	616292	790391
3	95992	270493	444912	619196	793291
4	98901	273401	447818	622099	796191
5	101809	276308	450724	624902	799090
6	104718	279216	453630	627905	801990
7	107627	282124	456536	630808	804889
8	110536	285032	459442	633711	807789
9	113445	287940	462348	636614	810688
10	116353	290847	465253	639517	813587
11	119262	293755	468159	642420	816486
12	122171	296663	471065	645323	819385
13	125079	299570	473970	648226	822284
14	127988	302478	476876	651129	825183
15	130896	305385	479781	654031	828082
16	133805	308293	482687	656934	830981
17	136714	311200	485592	659837	833880
18	139622	314108	488498	662739	836778
19	142531	317015	491403	665642	839677
20	145439	319922	494308	668544	842576
21	148348	322830	497214	671447	845474
22	151257	325737	500119	674349	848372
23	154165	328645	503024	677251	851271
24	157074	331552	505929	680153	854169
25	159982	334459	508834	683055	857067
26	162891	337367	511740	685957	859965
27	165799	340274	514645	688859	862863
28	168708	343181	517550	691761	865762
29	171616	346088	520455	694663	868660
30	174524	348995	523360	697565	871559
complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.					

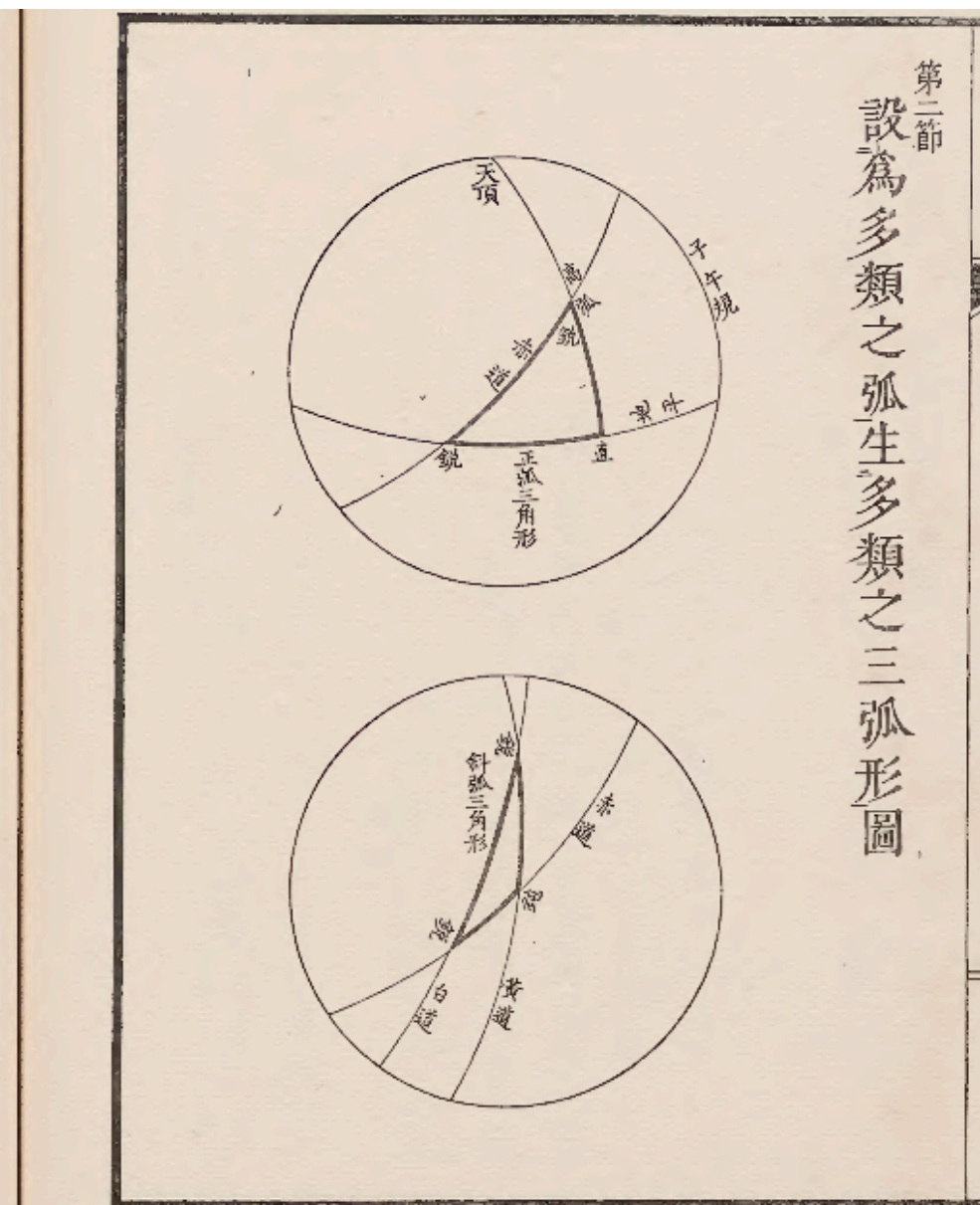
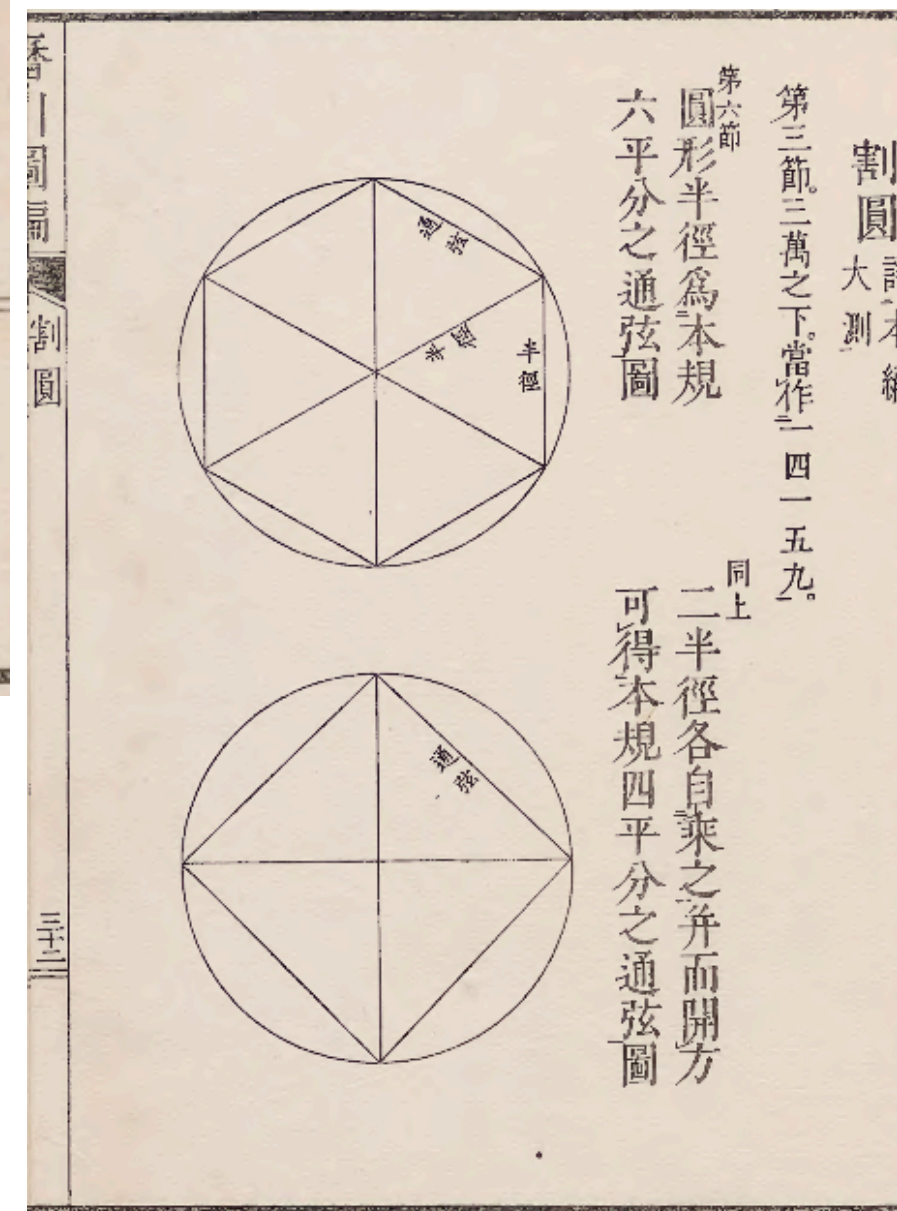
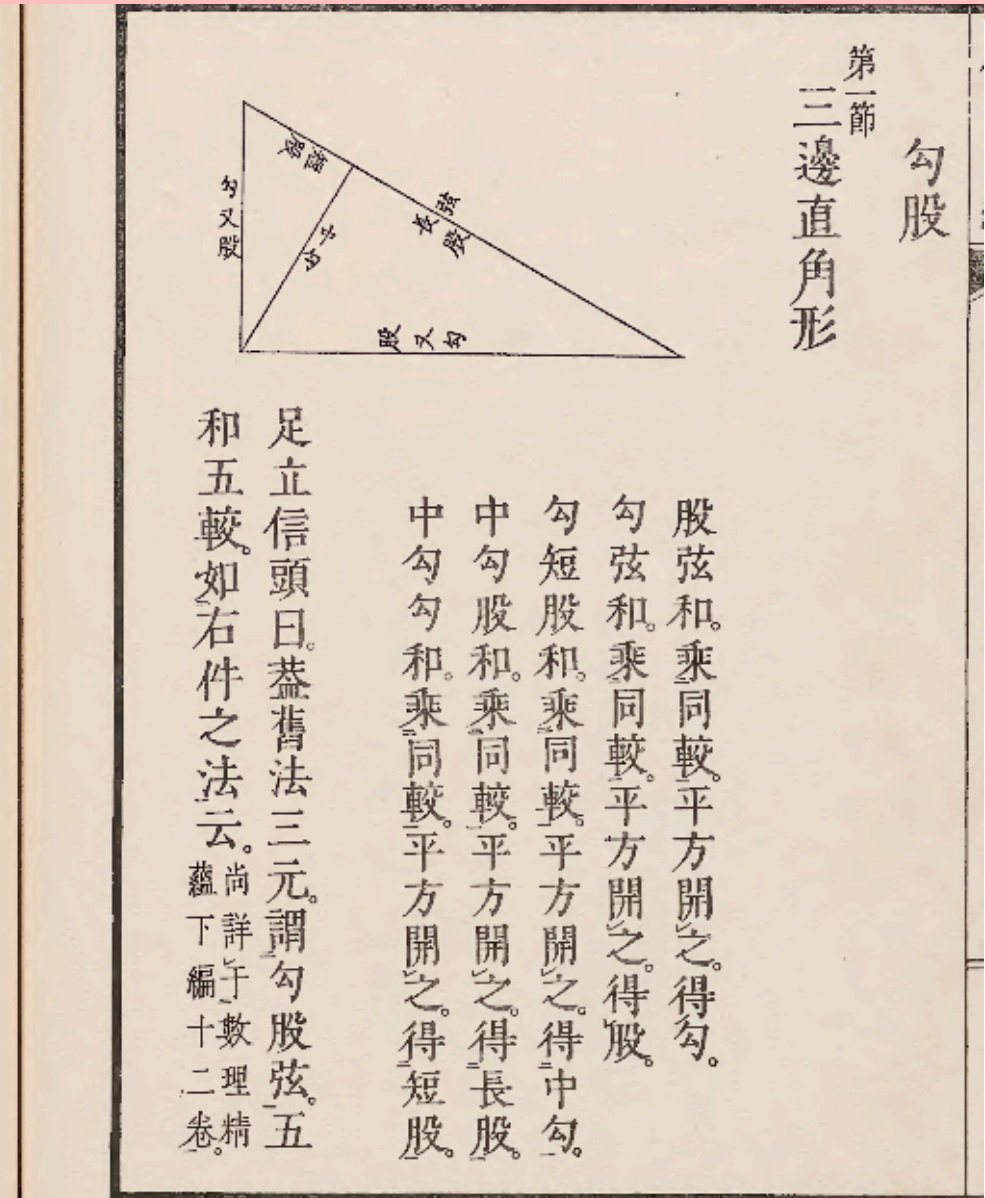
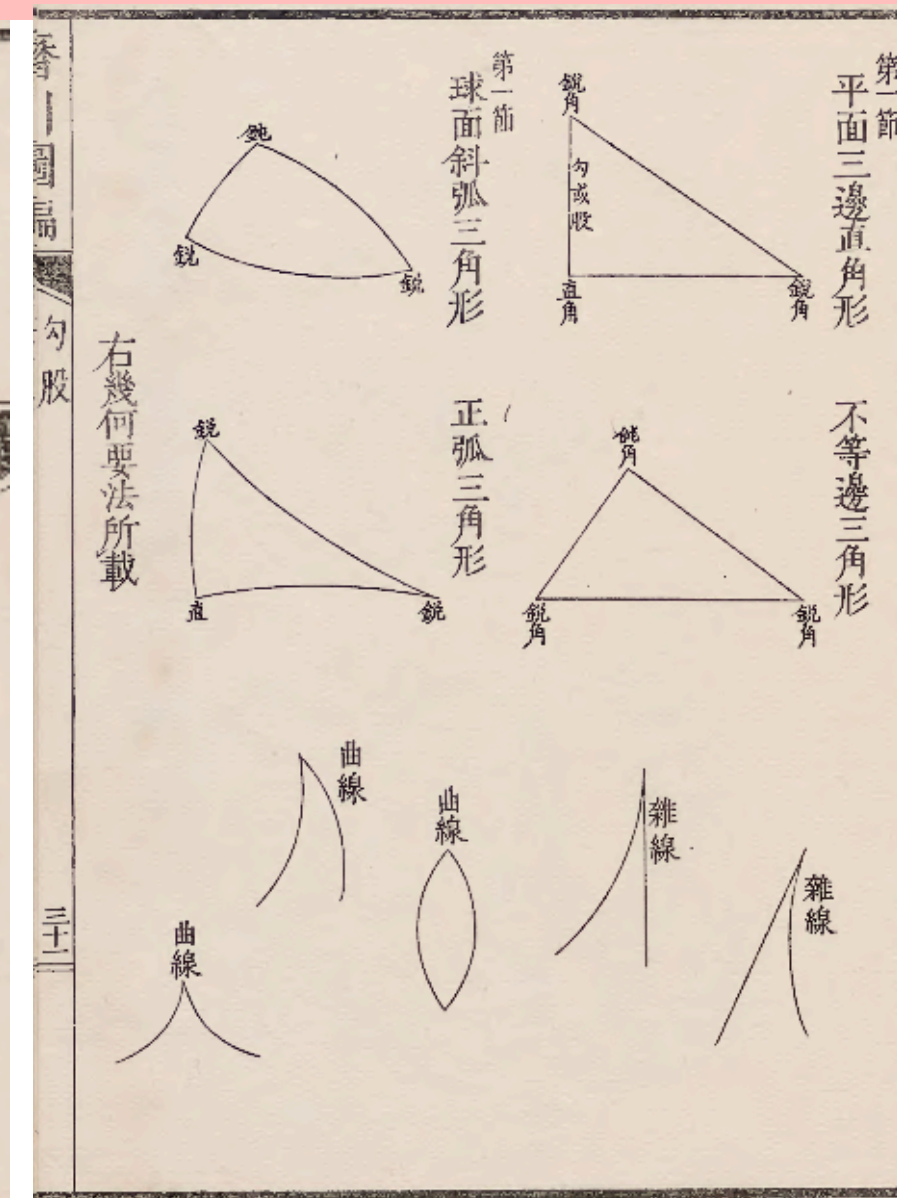
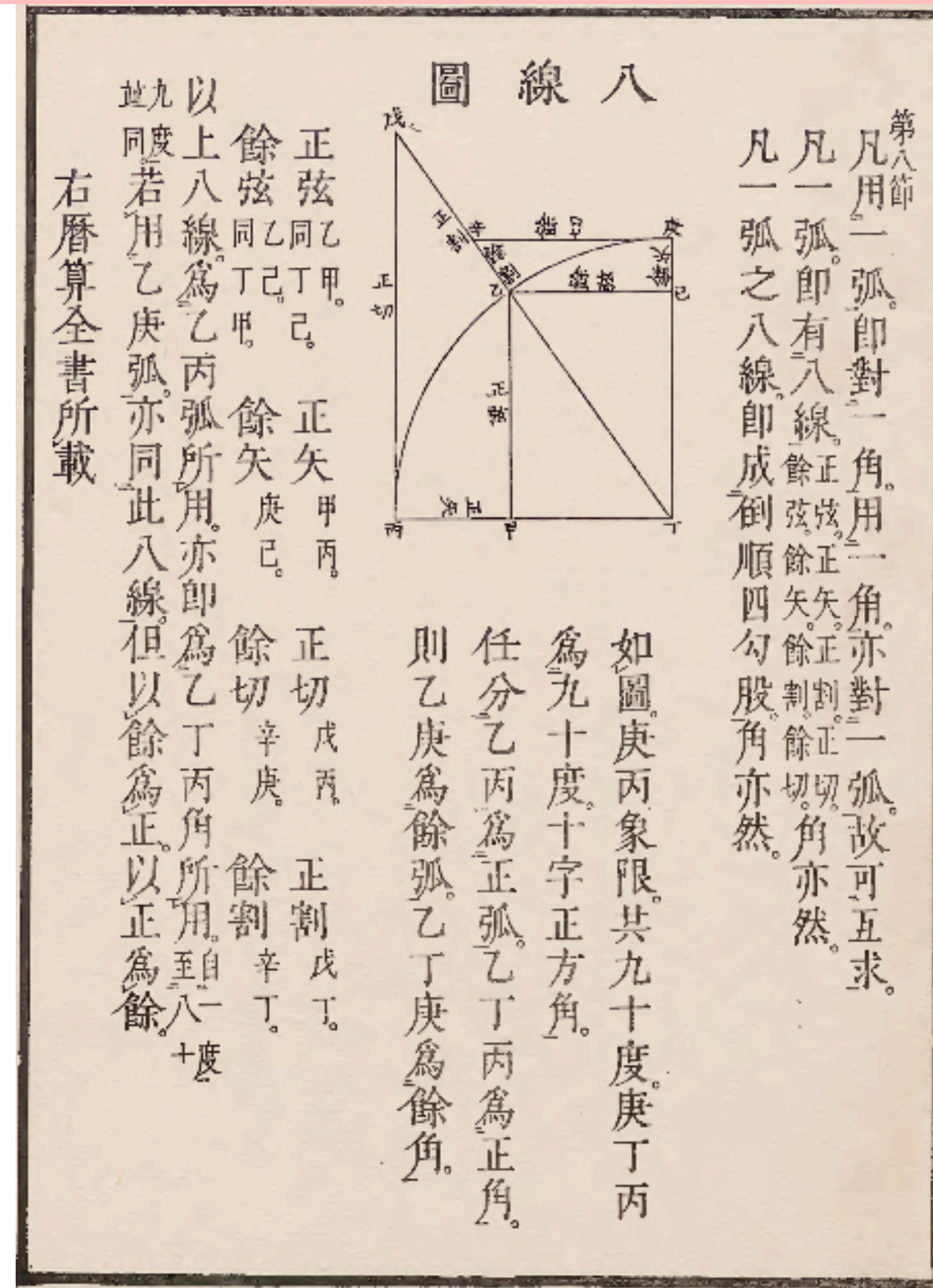
アストロラーベの構造，幾何学的な設計原理，および使用法（時刻の測定、星の位置計算、測量など）を詳細に解説した書。

7桁の正弦表

徐光啓『崇禎曆書』（1634） 曆引図編より

<https://www.digital.archives.go.jp/file/1076421.html>
<https://kokusho.nijl.ac.jp/biblio/100240353/1?ln=ja>

中国，明代末（1631-1634年）に徐光啓（1562--1633）・李子藻らがイエズス会宣教師 アダム・シャル(Johann Adam Schall von Bell, 湯若望, 1591--1666)らの協力のもと、西洋暦法に基づく135巻からなる暦法書。清代における新暦編纂の重要な参考書となった。



徐光啓の肖像

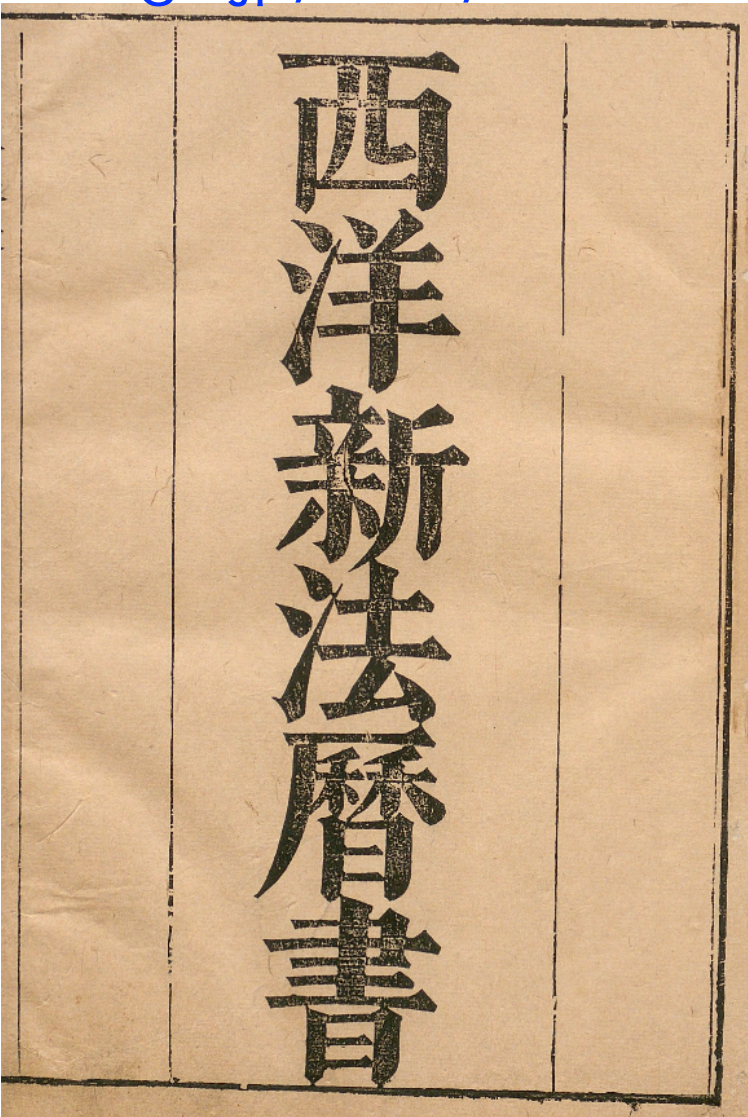
李迪 (編著), 大竹茂雄, 陸 人瑞 (共訳) 『中国の数学通史』 (森北出版, 2002) より

	線割餘	線切餘	弦餘
〇六	〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇
九五	二八六四七七三	九六四七七三	九九九九
八五	八四三七八八一	九一三七八八一	九九九九
七七	四七五一九五四	〇三五一九五四	九九九九
六五	九八六三四九五	〇三六三四九五	九九九九
五四	〇六九四四七五	七七八四四七五	九九九九
五四	九〇八五九二七	一二七五九二七	九九九九
三五	二〇七〇一一九	〇〇六〇一一九	九九九九
二五	三七八一七九二	七五七一七九二	九九九九
一五	〇三二七七九一	九九〇七九九一	九九九九
〇五	六一五七七三四	一七三七七七三	九九九九
九四	七九二二五二八	七三一二五二八	九九九九
八四	八四九七四六二	〇七三七七四六	九九九九
七四	九六二四四六二	〇八四四四六二	九九九九
六四	二〇四五五四二	八九一五五四二	九九九九
五四	五八三八一九二	六六一八一九二	九九九九
四四	五九九五八四一	二六七五八四一	九九九九
三四	二二一二二〇二	五七八一二〇二	九九九九
二四	〇八六八九〇九	九一四八九〇九	九九九九
〇四	六九四三九〇八	〇二二三九〇八	九九九九
九三	一三八八八一七	〇四五八八一七	九九九九
八三	五二三〇七三六	九一〇〇七三六	九九九九
七三	八三三六二六五	八〇九五二六五	九九九九
六三	七三三八四九四	一〇五六四九四	九九九九
五三	一六四二三四一	二一七三二三四	九九九九
五四	八〇一一五七三	五四七〇五七三	九九九九
四三	九二二二二三二	一五八一二三二	九九九九
三三	六二五二三七一	四三一二三七一	九九九九
二三	三〇六七七二二	六九三七七二二	九九九九
一三	〇四四四五八一	八一〇四五八一	九九九九
〇三	二〇三九五四一	五六八八五四一	九九九九
九八	線割正	線切正	弦正

八線表全圖

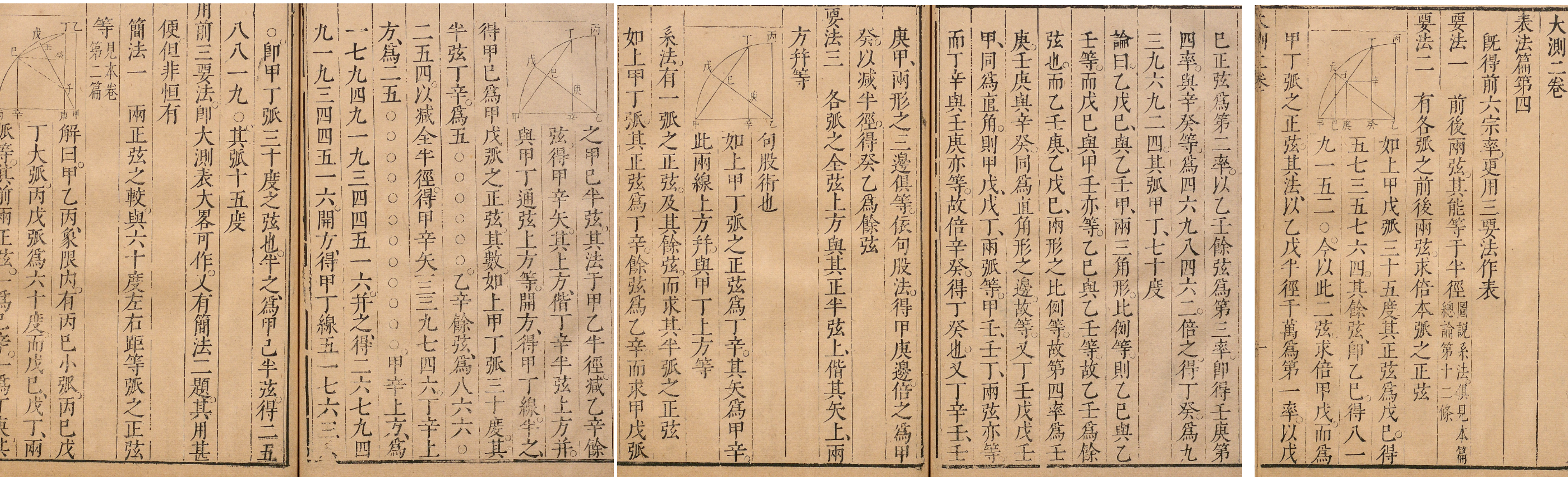
出入時刻可定晝夜長短時刻可定日月交食貞會
視會相距時刻本論
右用法略舉一二他川甚廣各見本法中
其造法見太測諸篇

四造日晷用切線割線可減多圈多線倍省工力
五測天量地俱以割圓八線爲本
六圓線與直線異類也亘古迄今未有相通之比例此
割圓八種本是直線其原出于圓線其用之也可令
異類之線相比相似所差極微故曆家推筭以爲準
準無能含置也
七球面上大小圈最難得其比例因此諸線可相比相
準不失分秒
八地平上用此諸線可定諸方相距之里差可定太陽



	余割	余切	余弦	正割	正切	正弦	0度
89;60							0;0
89;59							0;1
89;58							0;2
89;31							0;29
89;30							0;30
89度	正割	正切	正弦	余割	余切	余弦	

	1/ sin theta	1/ tan theta	cos theta	1/ cos theta	tan theta	sin theta	
90	#DIV/0!	#DIV/0!	1.00000000	1.00000000	0.00000000	0.00000000	0
85	11.47371325	11.43005230	0.99619470	1.00381984	0.08748866	0.08715574	5
80	5.75877048	5.67128182	0.98480775	1.01542661	0.17632698	0.17364818	10
75	3.86370331	3.73205081	0.96592583	1.03527618	0.26794919	0.25881905	15
70	2.92380440	2.74747742	0.93969262	1.06417777	0.36397023	0.34202014	20
65	2.36620158	2.14450692	0.90630779	1.10337792	0.46630766	0.42261826	25
60	2.00000000	1.73205081	0.86602540	1.15470054	0.57735027	0.50000000	30
55	1.74344680	1.42814801	0.81915204	1.22077459	0.70020754	0.57357644	35
50	1.55572383	1.19175359	0.76604444	1.30540729	0.83909963	0.64278761	40
45	1.41421356	1.00000000	0.70710678	1.41421356	1.00000000	0.70710678	45
	1/ cos theta	tan theta	sin theta	1/ sin theta	1/ tan theta	cos theta	



要法1

（原文）前後兩弦其能等于半径
 （書き下し）前後の兩弦，其の能は半径に等し。
 円において、ある弧の正弦と余弦（前後兩弦）を二乗して足したものは、半径の二乗（単位円なら1）に等しい。すなわち、

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad (7)$$

要法2

（原文）有各弧之前後兩弦求倍本弧之正弦
 （書き下し）各弧の前後の兩弦有りて、本弧を倍する正弦を求む
 ある角（弧）の正弦と余弦が分かっているときに、その2倍の角（倍本弧）の正弦は、

$$\sin 2\theta = (2 \sin \theta) \cos \theta. \quad (\text{倍角の公式}) \quad (8)$$

要法3

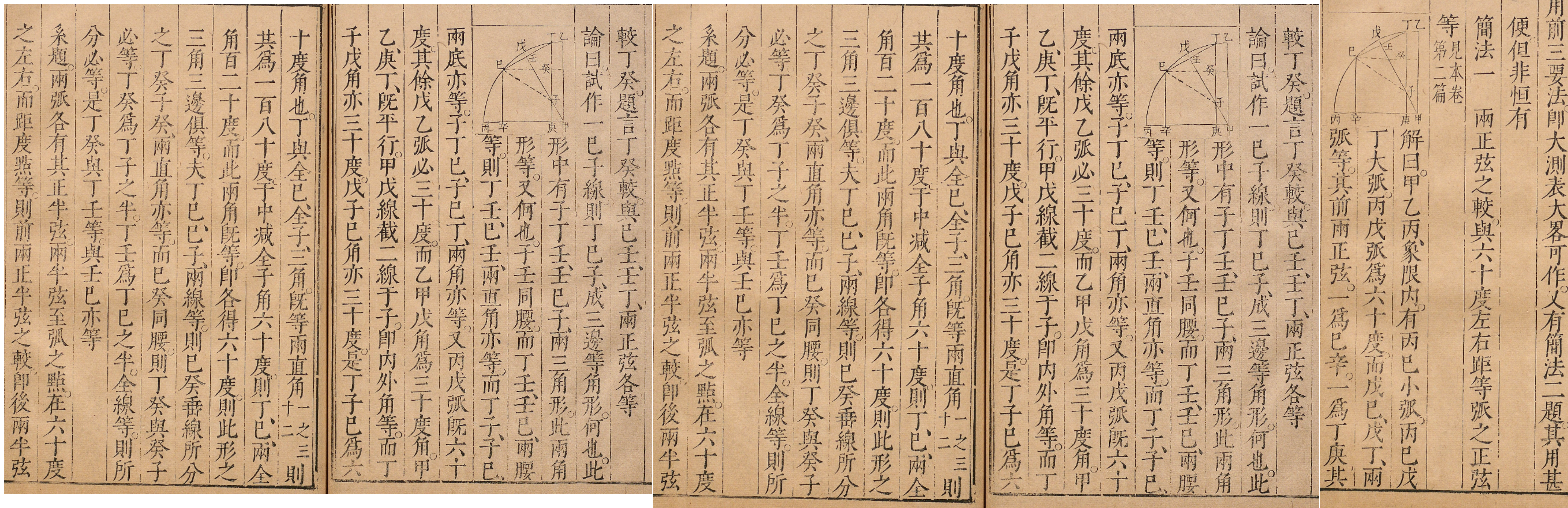
（原文）有各弧之前後兩弦求倍本弧之正弦
 （書き下し）各弧の全弦の上方は、其の正半弦の上と、其の矢の上とに偕にあり。兩方并すれば等し。

$$(2 \sin \theta)^2 = (\sin 2\theta)^2 + (1 - \cos 2\theta)^2. \quad (9)$$

これは、半角の公式と等価である。

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \quad (10)$$





簡法 1

（原文）両正弦之較。與六十度左右距等弧之正弦等

（書き下し）両正弦の較は、六十度の左右に距等しき弧の正弦に等し。

$$\sin(60^\circ + A) - \sin(60^\circ - A) = \sin A \quad (11)$$



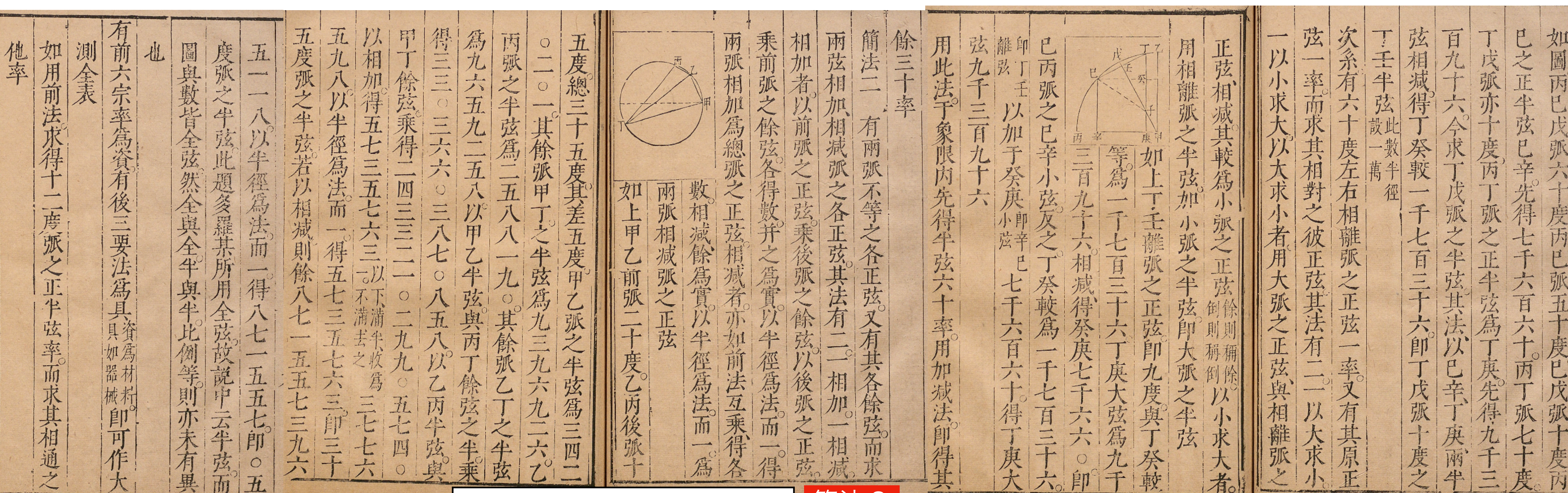
徐光啓『崇禎曆書』(1634)

大測 二卷

国立公文書館

<https://www.digital.archives.go.jp/file/1084335>

<https://www.digital.archives.go.jp/item/593655>



これは加法定理を説明している。

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

(書き下し) 不等なる兩弧の各正弦有り。又、其の各余弦有り。而して兩弦相い加え、相い減ずる弧の各正弦を求む。其の法に二有り。一に相い加うる、一に相い減ずるなり。

相い加うるは、前弧の正弦を以て後弧の余弦を乗じ、後弧の正弦を以て前弧の余弦を乗ず。各々数を得、之を併せて実と為す。半径を以て法と為して、之を一にすれば、兩弧相い加えて總弧と為るの正弦を得。

相い減ずるは、亦前法の如く互いに乗じ、各々の数を得。相い減じ、余りを実と為す。半径を以て法と為せば、兩弧相い減ずる弧の正弦と為る。

簡法 2

(原文) 有兩弧不等之各正弦。又有其各餘弦。而求兩弦相加、相減弧之各正弦。其法有二。一相加。一相減。相加者。以前弧之正弦。乘後弧之餘弦。以後弧之正弦。乘前弧之餘弦。各得數。并之為實。以半径為法。而一。得兩弧相加為總弧之正弦。相減者。亦如前法互乘、得各數。相減、餘為實。以半径為法。為兩弧相減弧之正弦

16c末 イエズス会宣教師 明へ ヨーロッパ科学を伝える

- ★ ヒッパルコス(BC190頃-BC120頃)
- ★ プトレマイオス(83頃-168頃)『アルマゲスト』(2c)

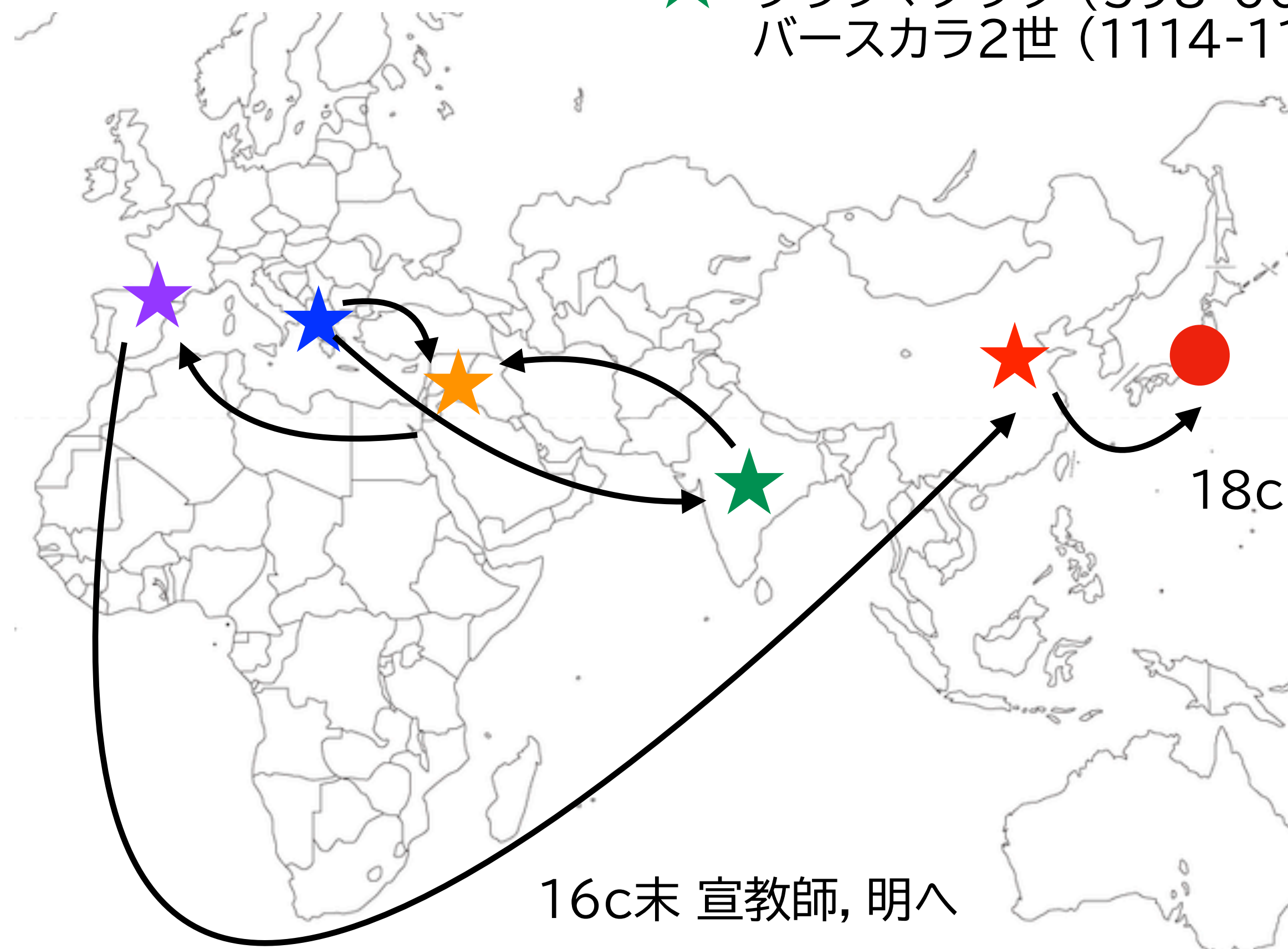
- ★ ヴァラーハミヒラ (505-587)
- ★ ブラフマグプタ (598-665)
- ★ バースカラ2世 (1114-1185)

- ★ ハバシュ (? -864頃)
- ★ アル=フワーリズミー (780-850)
- ★ アル・バッターニー (853-929)
- ★ アブル・ワフアー (940-998)
- ★ アル=ビールーニー (973--1048)
- ★ トゥースイー (1201-1274)

- ★ レギオモンタヌス (1436-1476)
- ★ レティクス (1514-1574)
- ★ ピティスクス (1561-1613)

- ★ アダム・シャルル
- ★ 徐光啓『崇禎曆書』(1634)
- ★ 梅文鼎『曆算全書』(1723)

- 中根元圭『八線表算法解義』(1727頃)
- 建部賢弘『算曆雑考』(1722?)

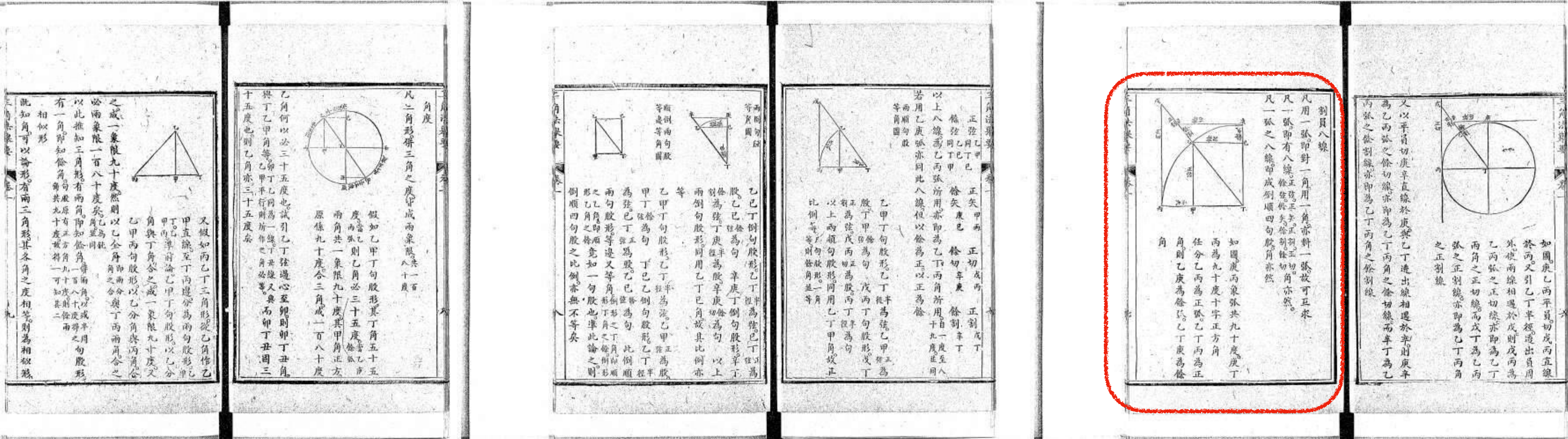


18cはじめ 中国書, 日本へ

16c末 宣教師, 明へ

梅文鼎『曆算全書』(1723)

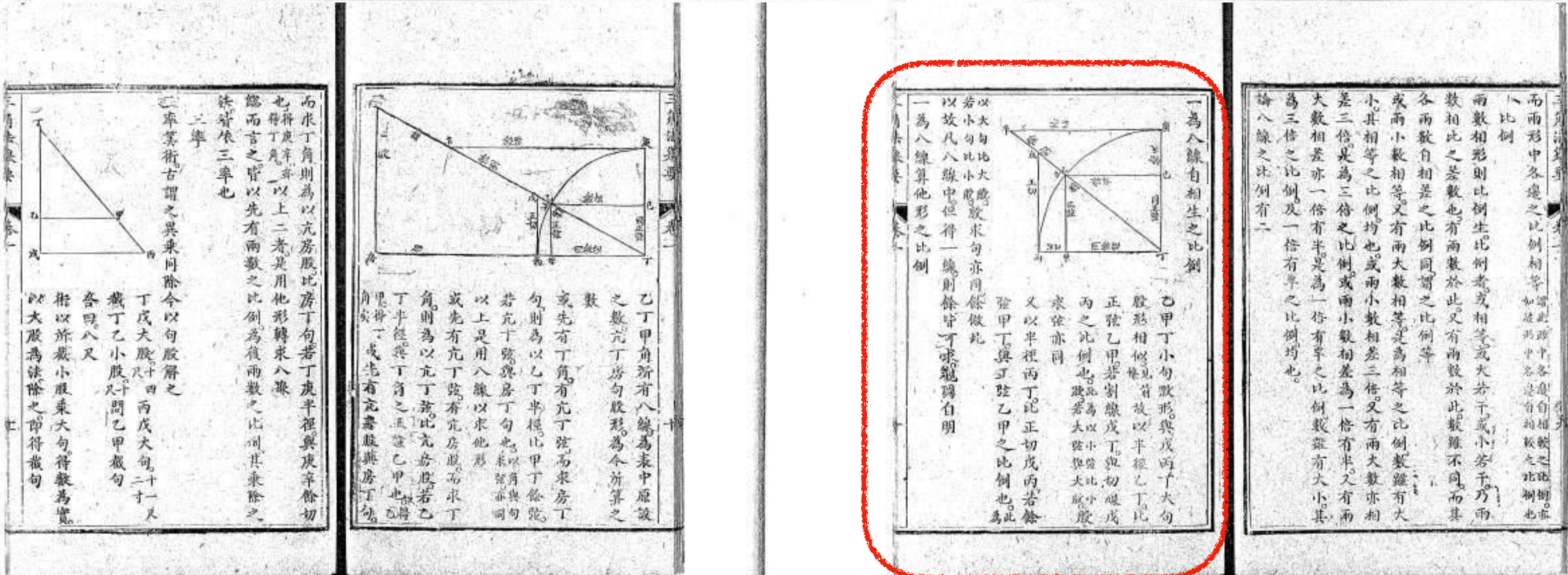
<https://kokusho.nijl.ac.jp/biblio/100238563/1?ln=ja>



中国，清代初期の学者梅文鼎
(1633-1721)が1723年に著した，
曆学（天文学）と数学に関する著作をまとめた75巻の書。



梅文鼎の肖像



中野元圭, 八線の研究に着手 しかし, 八線表がなかった.....

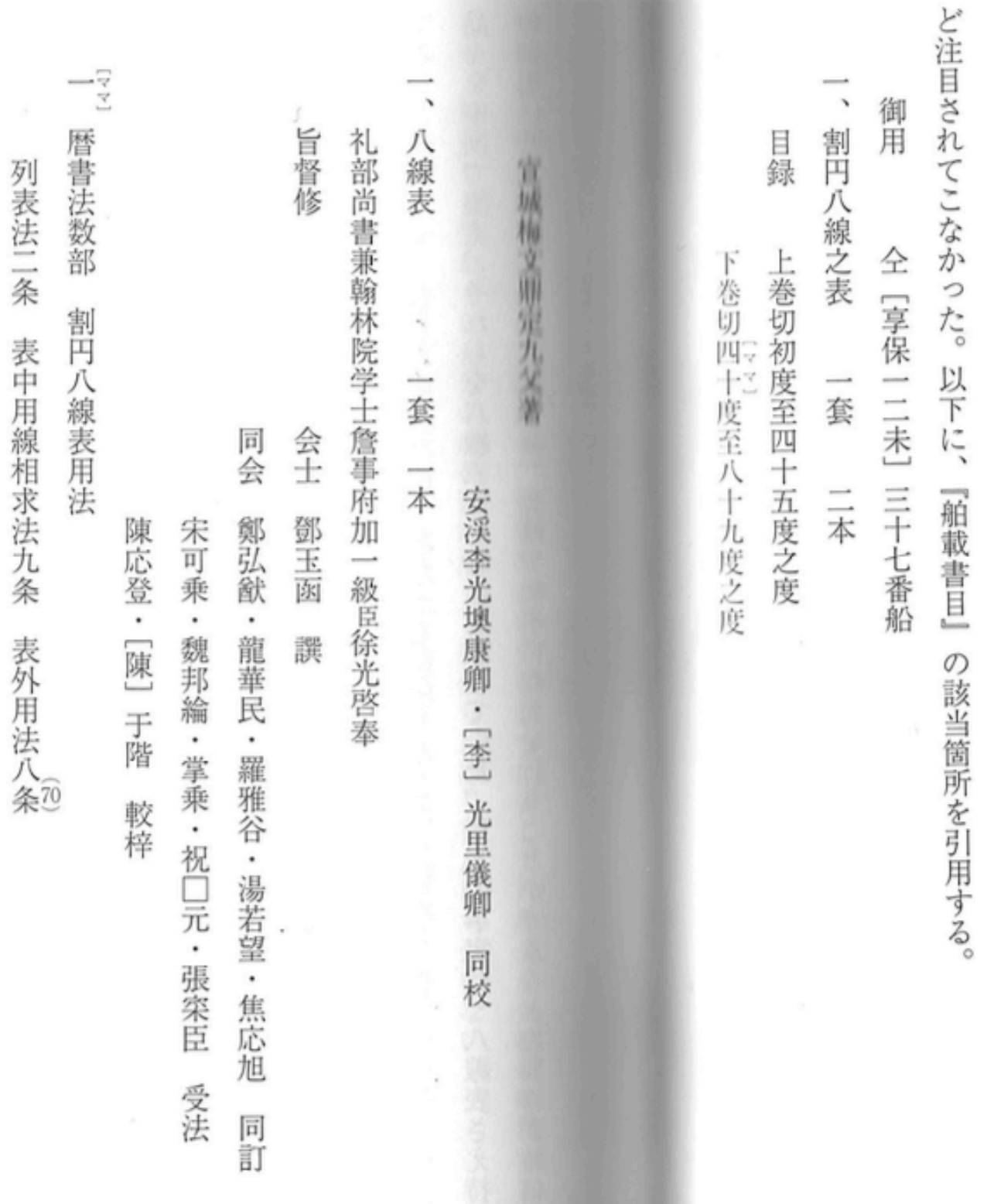
「御用本」として緊急取り寄せ

1723年版

1724年版

	雍正元年版総目	雍正二年版総目
1	法原 平三角舉要五卷即三角法舉要	法原 平三角舉要五卷
2	勾股闡微四卷	勾股闡微四卷首卷楊著
3	弧三角舉要五卷	弧三角舉要五卷
4	環中黍尺六卷	環中黍尺五卷
5	壘堵測量二卷	壘堵測量二卷
6	方圓幕積一卷	方圓幕積一卷
7	幾何補編五卷	幾何補編五卷
8	解割圓之根一卷	解八線之根楊著
9	法数 割圓八線之表一卷 統出	法数 割圓八線之表二卷
10	曆學 曆學疑問三卷	曆学 曆學疑問三卷
11	曆學疑問補二卷	曆学 曆學疑問補二卷
12	交會管見一卷	交會管見一卷
13	交食蒙求三卷 日食 月食	交食蒙求三卷 日食 月食
14	揆日候星紀要一卷	揆日候星紀要一卷
15	歲周地度合巧一卷	歲周地度合巧一卷
16	冬至巧一卷	春秋以來冬至巧一卷
17	諸方日軌高度表一卷	諸方節氣加時日軌高度表一卷
18	五星紀要一卷	五星要略一卷
19	火星本法一卷	火星本法一卷
20	七政細草補註一卷	七政細草補註一卷
21	二銘補註一卷	仰儀簡儀二銘補註一卷
22	曆學駢枝四卷	曆學駢枝四卷
23	平立定三差解一卷	授時平立定三差解一卷
24	曆學答問一卷	曆學答問一卷
25	算學 古算演略一卷	算學 古算演略一卷
26	筆算五卷	筆算五卷
27	籌算七卷	籌算七卷
28	度算釋例二卷	度算釋例二卷
29	方程論六卷	方程論六卷
30	少廣拾遺一卷 跋	少廣拾遺一卷

表3 兼濟堂纂刻梅勿庵先生曆算全書の總目の比較



第四章 徳川吉宗の数理科学書収集と長崎聖堂（平岡）

表1 八線表の舶載・受入記録の食い違い

日時	『舶載書目』	『幕府書物方日記』
享保12年 (1727) 4月25日		(A)「割円八線之表」写本1冊到着、建部賢弘に貸し出し。附属の「刻本之手本」とともに同年10月8日納庫
同年 10月14日	(1)「割円八線之表」2冊舶載 (2)「八線表」1冊舶載	
同年 10月26日		(B)「割円八線之表」2冊到着、田沼主殿預けとされる。享保18年5月16日納庫
享保13年 (1728) 3月17日		(C)「割円勾股八線表」刊本1冊納庫 (参考)「割円八線互求法」写本1冊

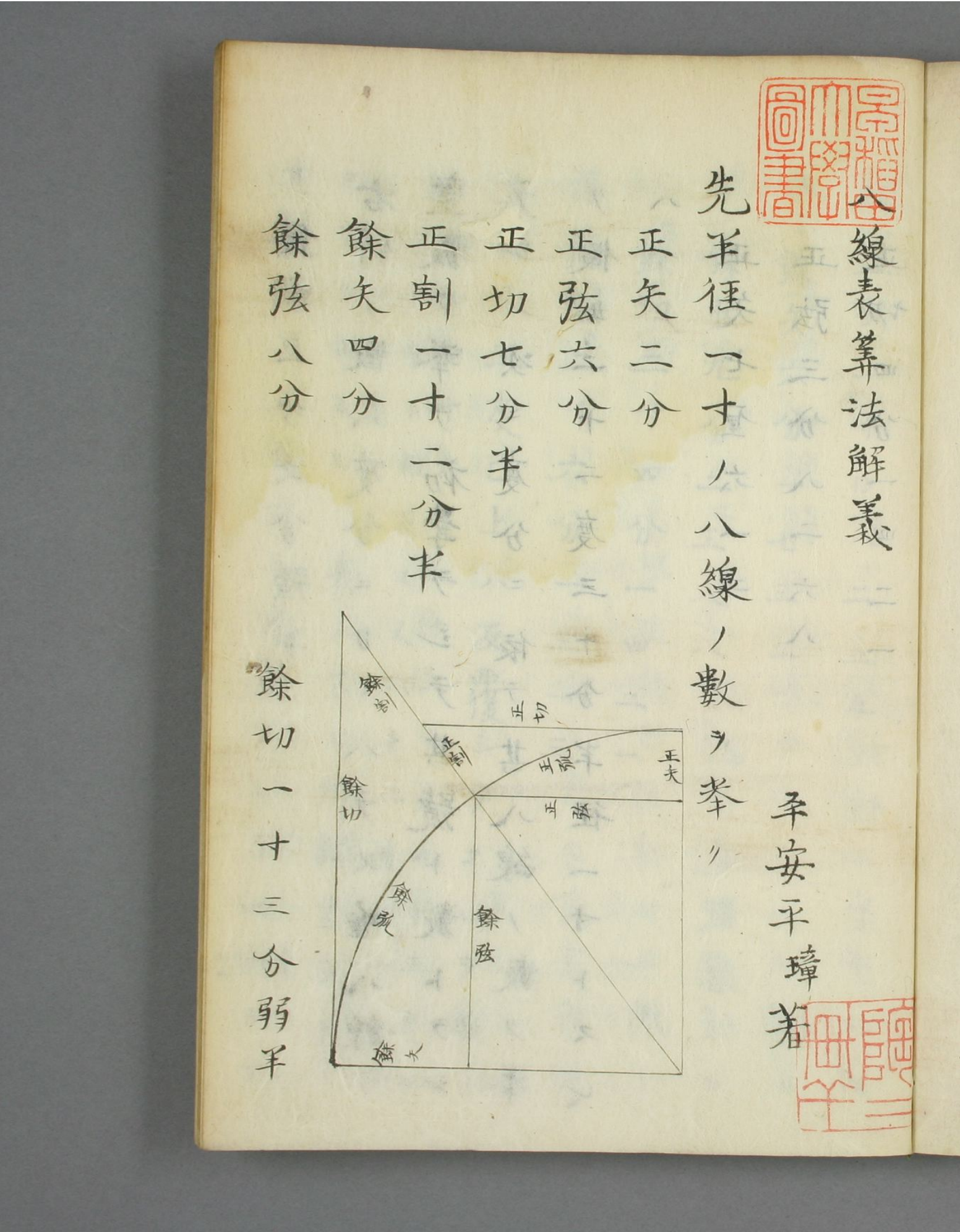
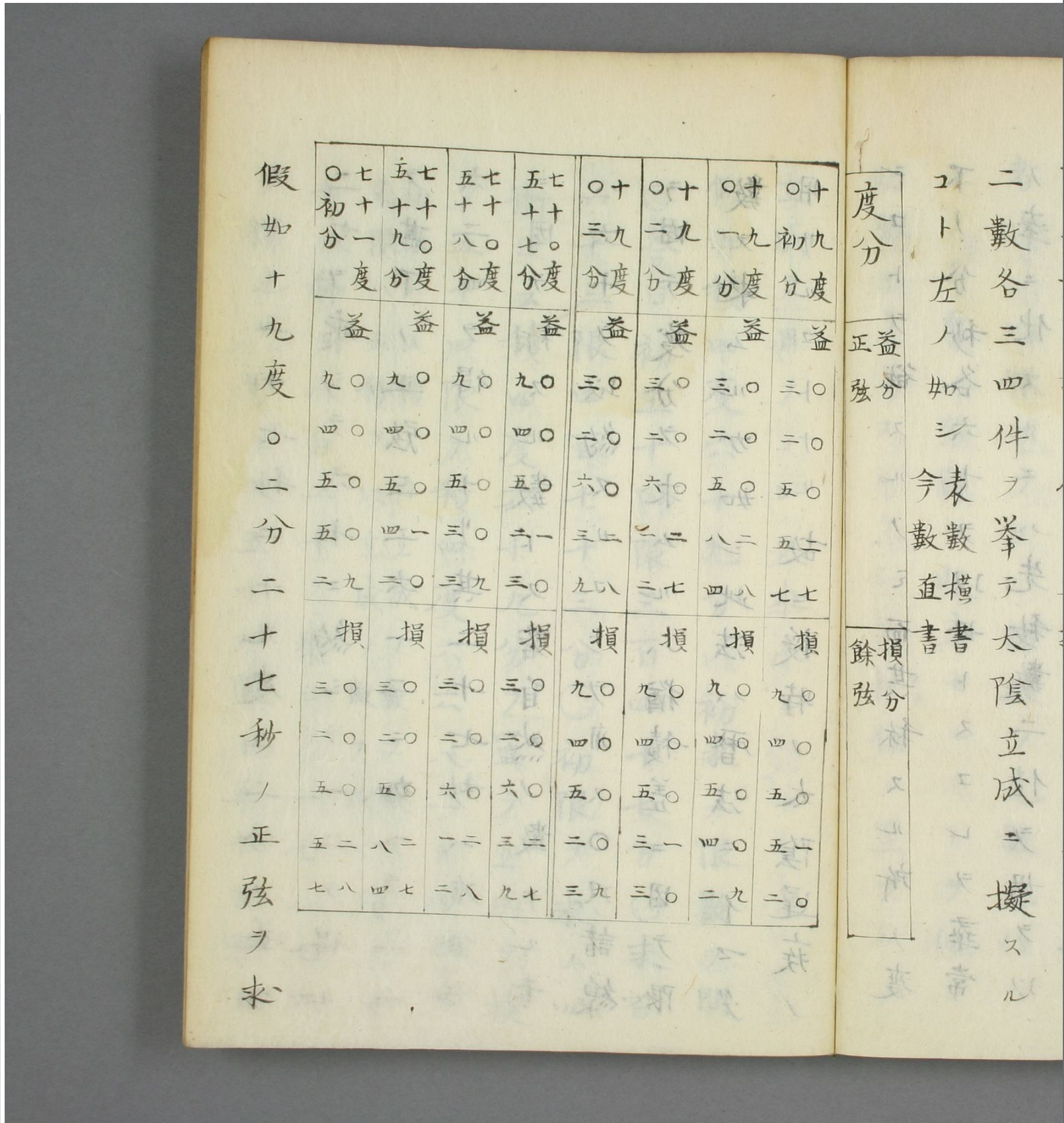


小林龍彦, 科学史研究41 (2002) p26.

平岡隆二「徳川吉宗の数理科学書収集と長崎聖堂」
(佐藤賢一・梅田千尋・平岡隆二 編『幕府天文方の研究』思文閣出版, 2026 所収)

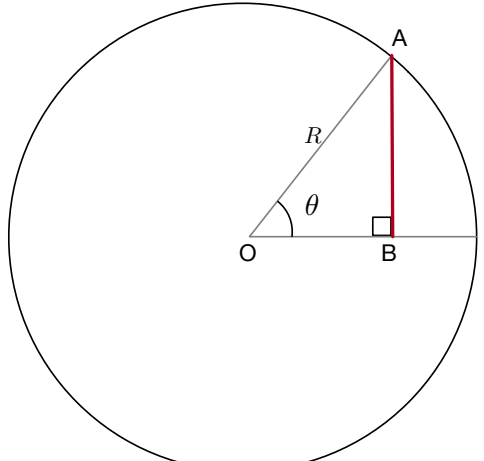
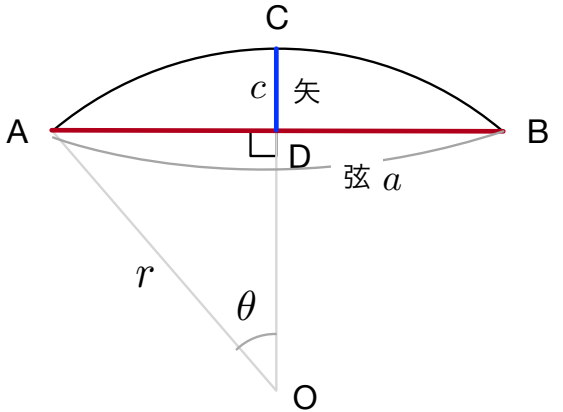
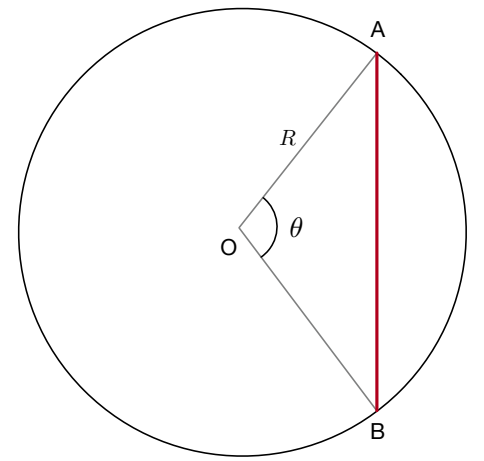
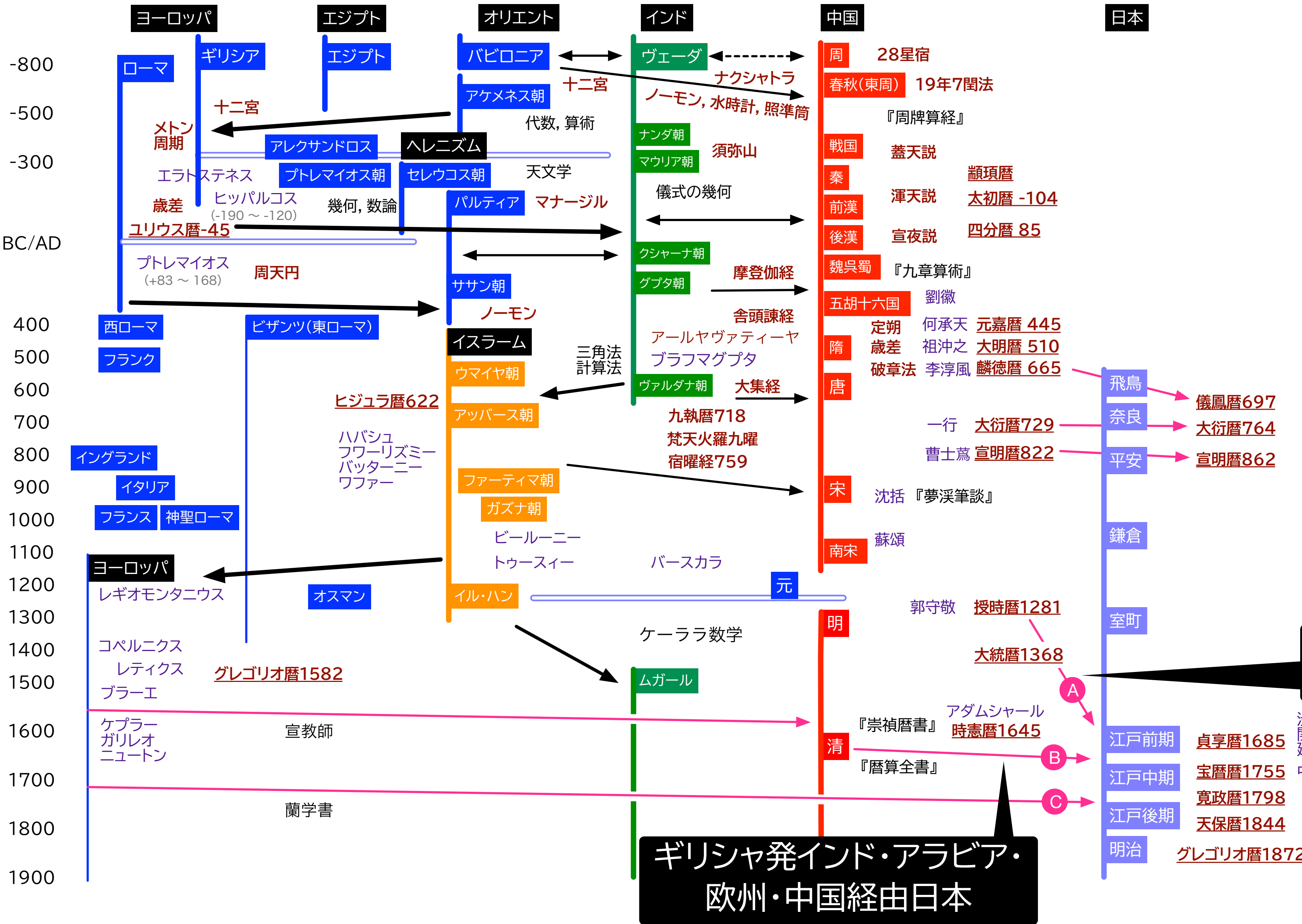
中根元圭『八線表算法解義』

コマ番号	主題	内容の概要
1	表紙	「八線表算法解義」（和算叢書）
2	書名・撰者	「八線表算法解義」 撰者名の記載
3-4	八線の定義と数値	半径・正弦・正矢・正切・正割・余弦・余矢・余切・余割の八線の関係を図示し、初学のための八線の数を手上げる
5	度分の損益表（正弦・余弦）	度分ごとの正弦・余弦・正矢・余矢等の増減（益・損）を示す数表と、直線挿入法の説明
6	太陰立成への応用	月の運行にかかわる積差数を求める計算例（初限・末限の積の差）
7	矢弦の問題（一）	径矢・弦・背（弓形）を相互に求める術と例題
8	矢弦の問題（二）	正弦の差・実の計算を伴う矢弦の例題
9	背弦・夜分の計算	矢弦背を用いた計算、および夜分（時刻）を求める問題
10	乗除・円周率の術	見（乗除）の術、円周率にかかわる数値計算
11	弦の相乗と授時曆	弦を相乗して実となす法、授時曆にもとづく夜分の計算
12	北極出地・午中表影	授時曆の時日、京師（都）の北極出地（緯度）を求める例題、午中の表影を求める図
13	冬至の表影・倒影の図	冬至における午中表影の計算、「倒影の図」
14	内外度・黄赤道差	黄道・赤道の内外度、黄赤道差の計算
15	黄道積度（図）	黄道の積度を求める計算と扇形の図（黄道・赤道・小正弦等を図示）
16	白道積差	白道（月の軌道）の積差・極差にかかわる計算
17	白道・赤道の内外度	白道と赤道の内外度、極差の計算の続き
18	半天径鈴の数表	「半天径鈴」と題する数値表
19	数表（続き）	前頁数表の続き、白道・赤道にかかわる計算



https://www.wul.waseda.ac.jp/kotenseki/html/ni02/ni02_00708_0033/index.html

天文学史・数学文化交流史から俯瞰する日本の位置



ギリシャ発インド・アラビア・
欧州・中国経由日本

中国発日本

江戸前期 貞享暦1685
江戸中期 宝暦暦1755
江戸後期 寛政暦1798
明治 天保暦1844
グレゴリオ暦1872

渋川春海
関孝和
建部賢弘
中根元圭

建部賢弘『算暦雑考』 (制作年代不明)

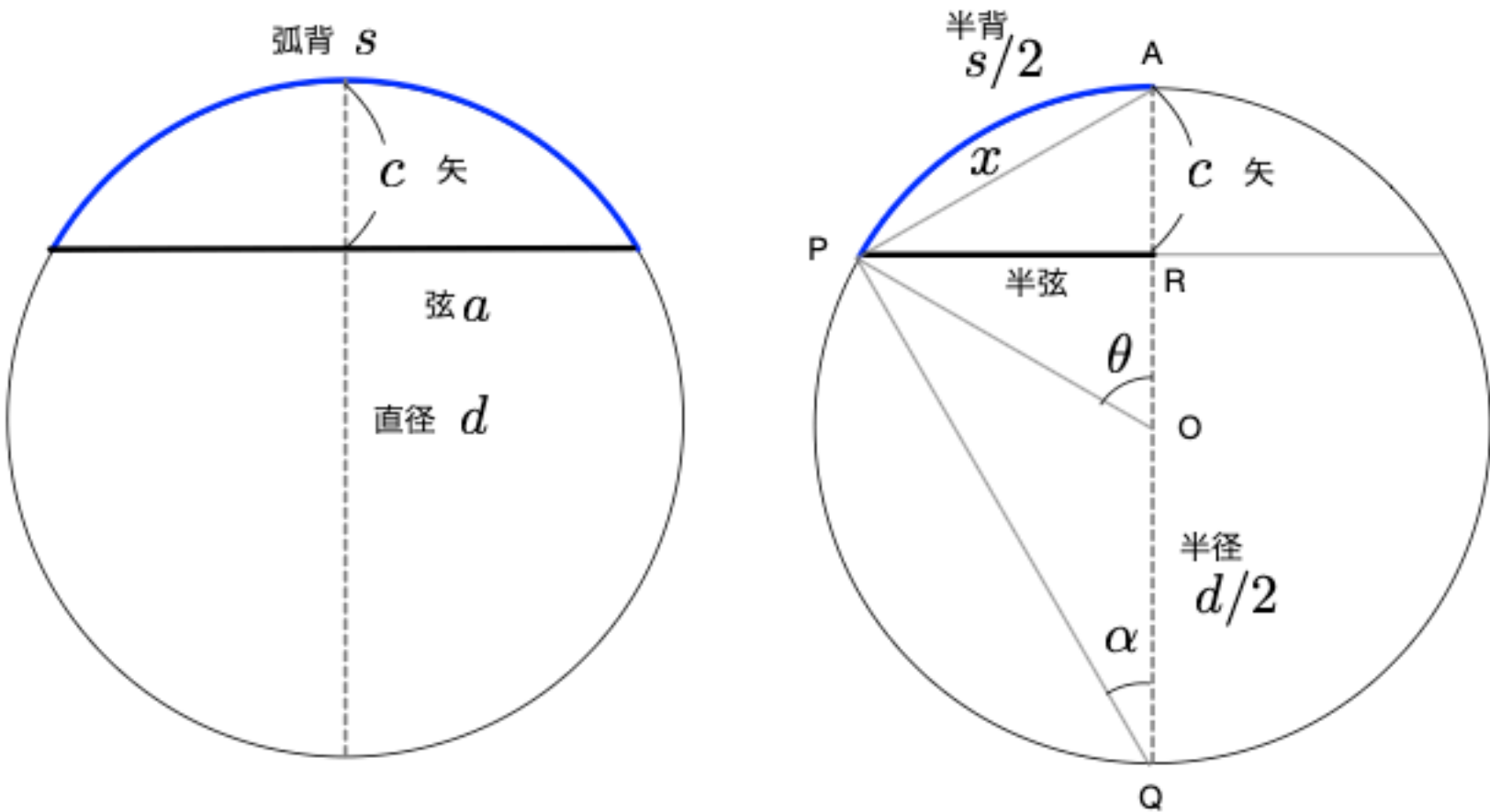


図 4.1: 建部が作成した三角関数表は、角度と半背、矢、半弦の 3 つの量の数表である。

半背，矢，半弦を角度の関数として1°から90°まで半径10寸で表にした

表 B.1: 建部賢弘の著作で円理に関わるもの [25, 26].

書名	年代	内容	備考
けんき 研幾算法 大成算経	1683 年 1711 年頃	矢と弦を与え弓形部分の面積を求める問題あり 算術，代数学（点竄術），幾何学など当時の和算を 体系化. 第 12 巻「弧率」円・弧・立円（関の『括要 算法』巻貞）	円周率は 355/113 関孝和，建部賢明，建部賢弘 の 3 人が編集
せつやく 弧背截約集	不明	円理の書. $(d \sin^{-1} \theta)^2$ の展開公式,『弧背術』『弧率』 立限弧の背幕の導出, 径と背から矢を求める元術, 径 と半背から矢を求める 捷術ほか	2005 年に発見される
弧率（弧背率）	1722 年頃	半弦表と半背表	学士院 8898, 1428
てつじゅつ 綴術算経	1722 年	探円数 円周率公式（10 角形を用いて 42 桁） 探弧数 $(\sin^{-1} \theta)^2$ の展開公式	（関は『括要算法』で $2^{17} =$ 131072 角形を用いて 12 桁の 円周率）
算暦雑考	1722 年頃?	半背，矢，半弦の表	

限数	半背	矢	半弦
十一限	九分五九九参乙六〇八八	九厘乙八六四〇六二七	九分五四〇四四八七
十限	八分七二六六四二六	七厘五九六乙二参四九	八分六八二四〇八八
九限	七分八五参九八四〇六参	六厘乙五五八二九七〇	七分八二乙七二参二五
八限	六分九八乙参乙八〇〇〇	四厘八六五九六五六二	六分九五八六五八〇四
七限	六分乙〇八六五二二参八	参厘七二六九二九四七	六分〇九参四六〇七乙七
六限	五分二参五九八七五	二厘七参九〇五二九乙	五分二二六四二参四六
五限	四分参六参参二〇乙参	乙厘九〇二六五四〇九五	四分参三七七八七乙参
四限	参分四九〇六五四八五〇	乙厘二乙七九七乙四八七	参分四八七八二二参六八
三限	二分六乙七九八参八七	六毫八五二参七二二	二分六乙六七九二七乙
二限	乙分七四五参二九二五	参毫〇四五八六四四九〇	乙分七四四九七五四八参
一限	八厘七二六六四二六	七絲六乙五二四〇五乙八	八厘七二六二〇参二乙



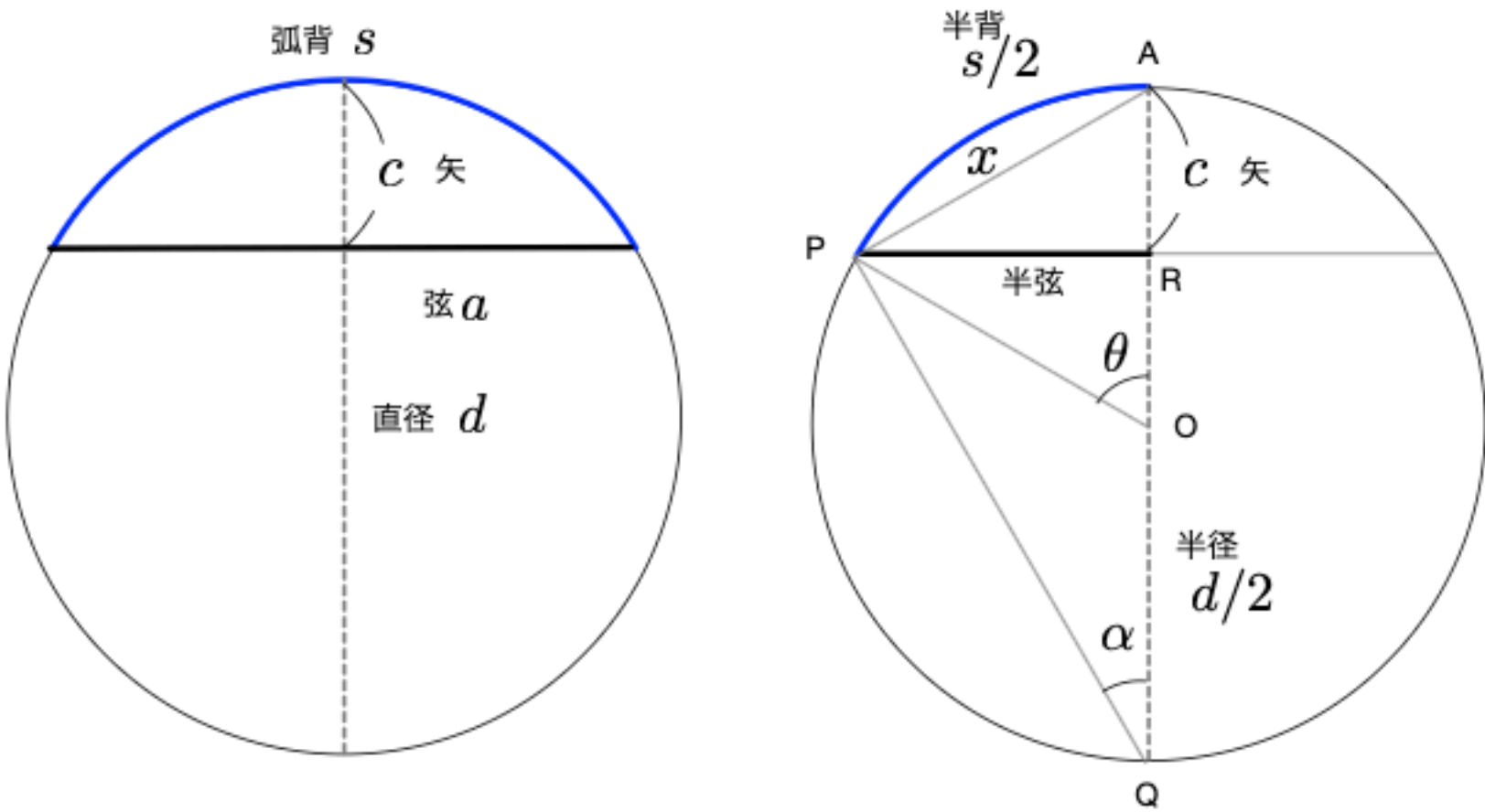


図 4.1: 建部が作成した三角関数表は、角度と半背、矢、半弦の3つの量の数表である。

「sin x」を持たない和算では・・・

$$\theta = 2 \sin^{-1} \sqrt{c/d}$$

$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2$$

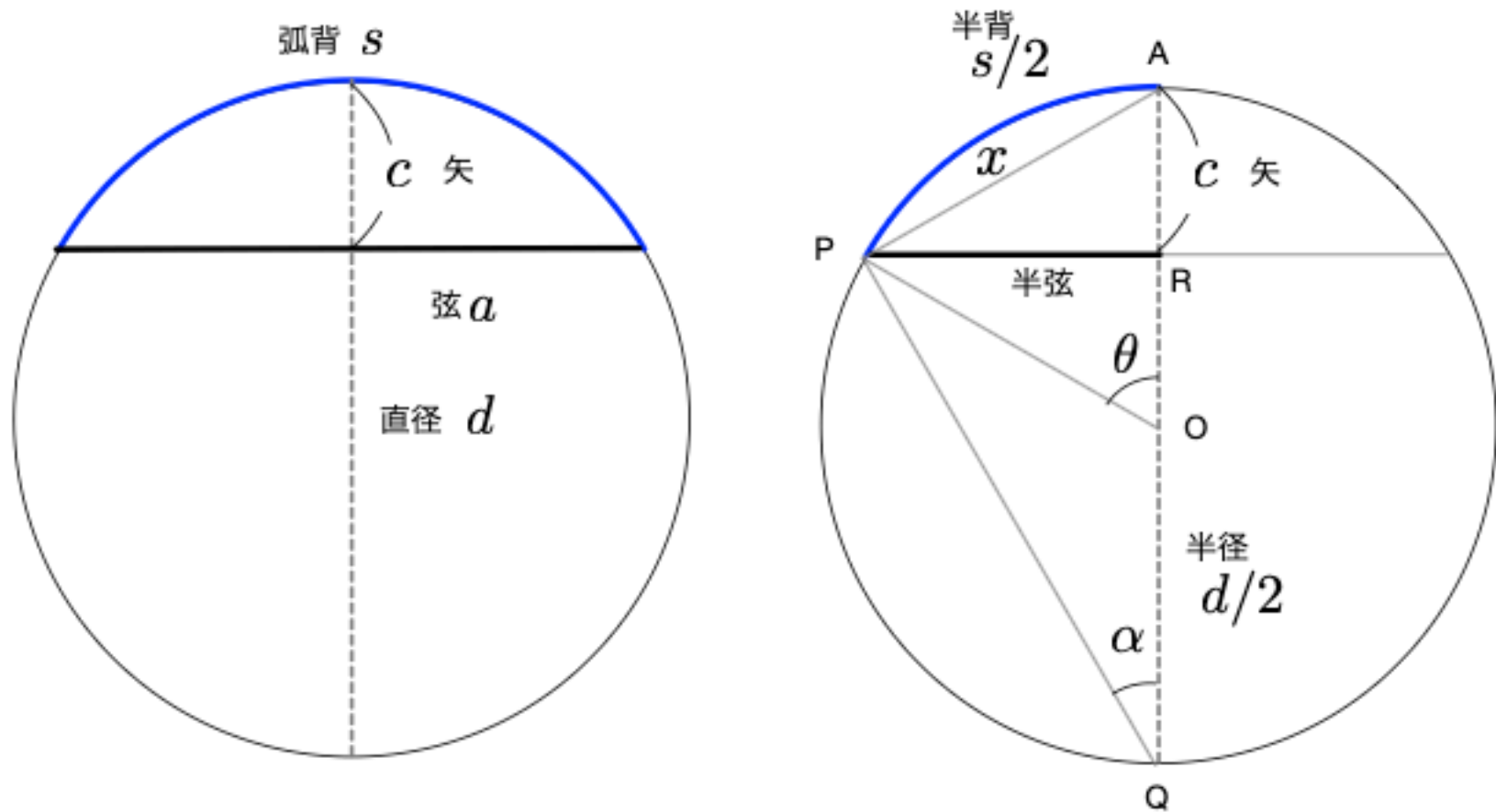
半背，矢，半弦を角度の関数として1°から90°まで半径10寸で表にした

$$\begin{aligned} \text{半背} \quad \frac{s}{2} &= \frac{d}{2} \theta, \\ \text{矢} \quad c &= r(1 - \cos \theta) = d \sin^2 \frac{\theta}{2}, \\ \text{半弦} \quad \frac{a}{2} &= \frac{d}{2} \sin \theta \end{aligned}$$

度	半背	矢	半弦
0	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000
1	0.08726646259972	0.00076152421804	0.08726203218642
2	0.17453292519943	0.00304586490452	0.17449748351251
3	0.26179938779915	0.00685232622713	0.26167978121472
4	0.34906585039887	0.01217974870088	0.34878236872063
5	0.43633231299858	0.01902650954127	0.43577871373829
6	0.52359877559830	0.02739052315863	0.52264231633827
7	0.61086523819802	0.03726924179339	0.60934671702574
8	0.69813170079773	0.04865965629215	0.69586550480033
9	0.78539816339745	0.06155829702431	0.78217232520115
10	0.87266462599716	0.07596123493896	0.86824088833465
11	0.95993108859688	0.09186408276168	0.95404497688272
12	1.04719755119660	0.10926199633097	1.03955845408880
13	1.13446401379631	0.12814967607382	1.12475527171932

十一限	十限	九限	八限	七限	六限	五限	四限	三限	二限	一限	限数
九分五九九参乙六〇八八	八分七二六六四〇二六	七分八五参九八四乙六参	六分九八乙参乙七〇〇	六分乙〇八六五二二参八	五分二参五九八七五	四分参六参参二〇乙参	参分四九〇六五四八五〇	二分六乙七九八参八七	乙分七四五参二九二五	八厘七二六六四〇二六	半背
九厘乙八六四〇六二七	七厘五九六乙二参四九	六厘乙五五八二九七〇	四厘八六五九六五六二	参厘七二六九二九四乙七	二厘七参九〇五五九乙	乙厘九〇二六五四〇九五	乙厘二乙七九七乙四八七	六毫八五二参六二二	参毫〇四五八六四四九〇	七絲六乙五二四〇二五八	矢
九分五四〇四四八八七	八分六八二四〇参四八	七分八二乙七二二参二五	六分九五八六五八〇〇四	六分〇九参四六〇七乙七	五分二二六四二参四乙六	四分参三七七七乙七参	参分四八七八二七二六八	二分六乙六七九二七二八	乙分七四四九七五四八参	八厘七二六二〇参二乙	半弦

$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2$$



• $x = a$ のまわりでの展開 (Taylor 展開)

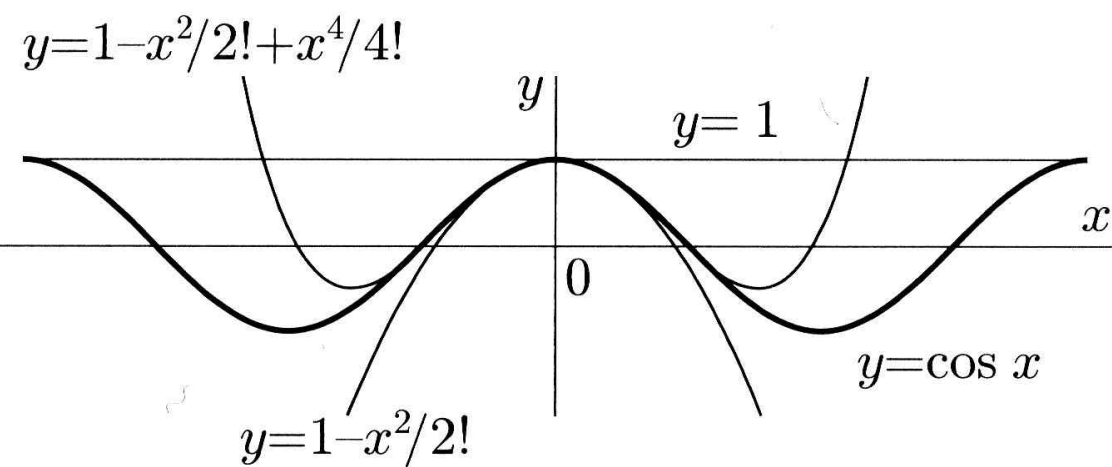
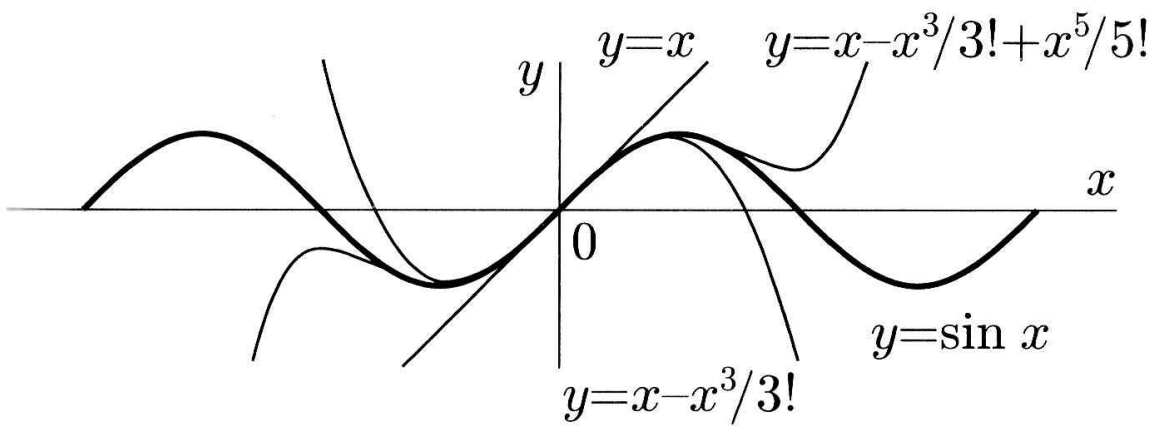
$$f(x) = f(a) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x - a)^k$$

• $x = 0$ のまわりでの展開 (Maclaurin 展開)

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$



現代人なら「arcsin x」の展開公式を知っているので

逆三角関数の展開公式は、 $|x| \ll 1$ のとき、

$$\sin^{-1} x = x + \frac{1}{2 \cdot 3} x^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} x^5 + \dots + \frac{(2k-1)!!}{(2k)!!(2k+1)} x^{2k+1} + \dots \quad (\text{A.1})$$

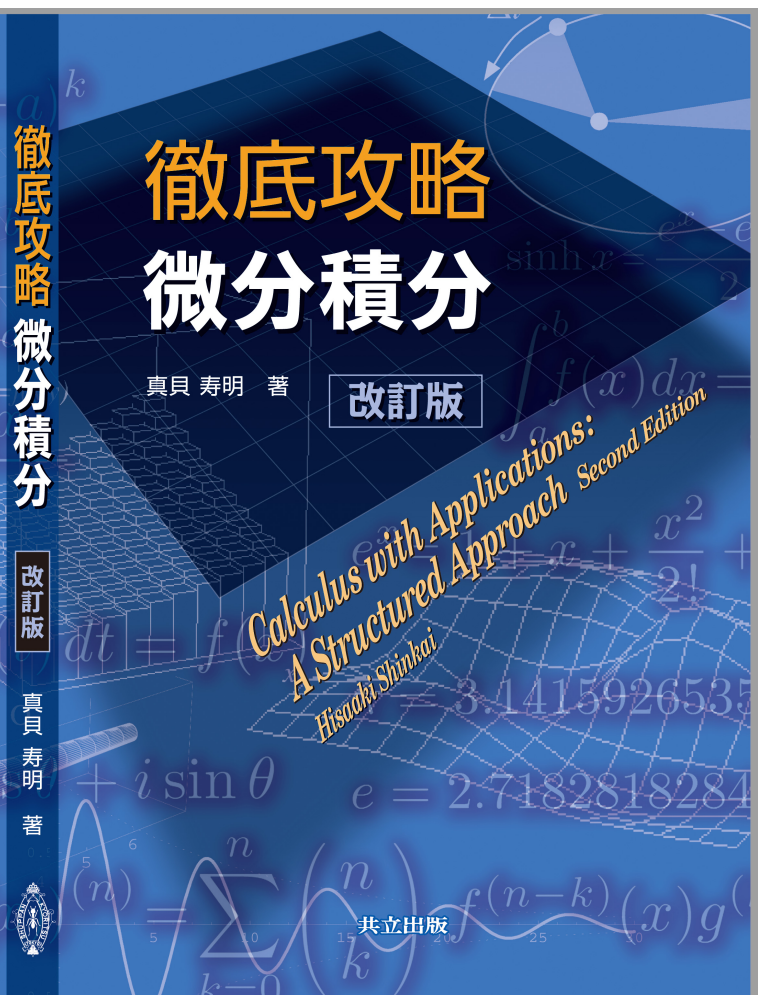
$$\cos^{-1} x = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} x \quad (\text{A.2})$$

$$= \frac{\pi}{2} - x - \frac{x^3}{6} - \frac{3}{40} x^5 - \frac{5}{112} x^7 - \frac{35}{1152} x^9 + \dots \quad (\text{A.3})$$

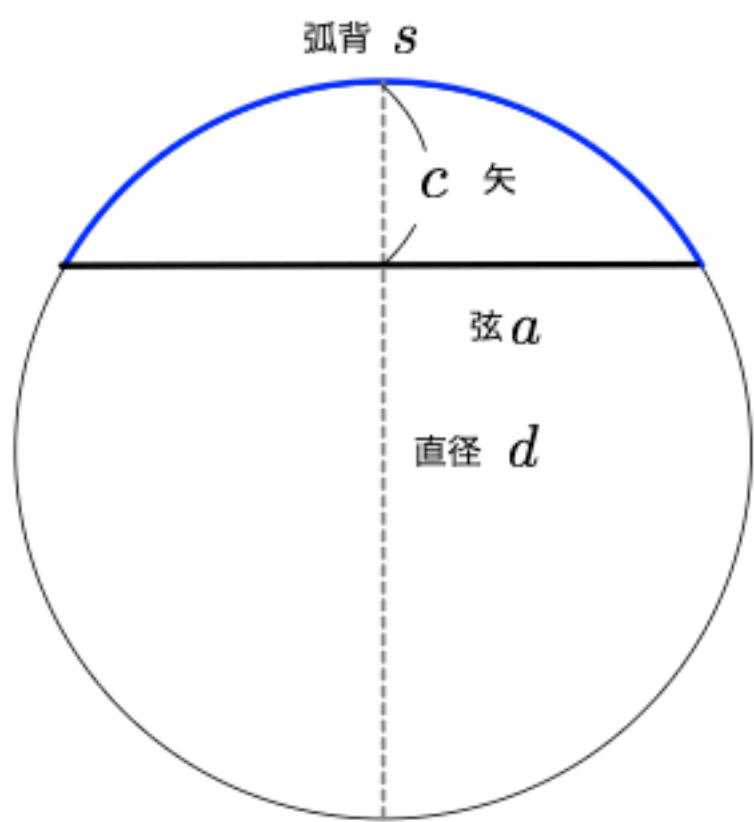
これが正解

$$f_0(c) = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2 \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} &= dc + \frac{1}{3} c^2 + \frac{8}{45} \frac{c^3}{d} + \frac{4}{35} \frac{c^4}{d^2} + \frac{128}{1575} \frac{c^5}{d^3} + \frac{128}{2079} \frac{c^6}{d^4} + \frac{1024}{21021} \frac{c^7}{d^5} + \frac{256}{6435} \frac{c^8}{d^6} + \frac{32768}{984555} \frac{c^9}{d^7} + \frac{32768}{1154725} \frac{c^{10}}{d^8} \dots (\text{A.5}) \\ &= dc + \frac{1}{3} c^2 + \frac{0.1777 \dots}{d} c^3 + \frac{0.1142856 \dots}{d^2} c^4 + \frac{0.08126984 \dots}{d^3} c^5 + \dots \end{aligned}$$



$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2$$



『算暦雑考』に記載された展開式（佐藤健一『建部賢弘の算暦雑考』，研成社，1995）は以下の 3 つである．比較のため， c で展開した式も添える．

- 「背恒術」（とりあえず簡略化した計算で値を求める方法）

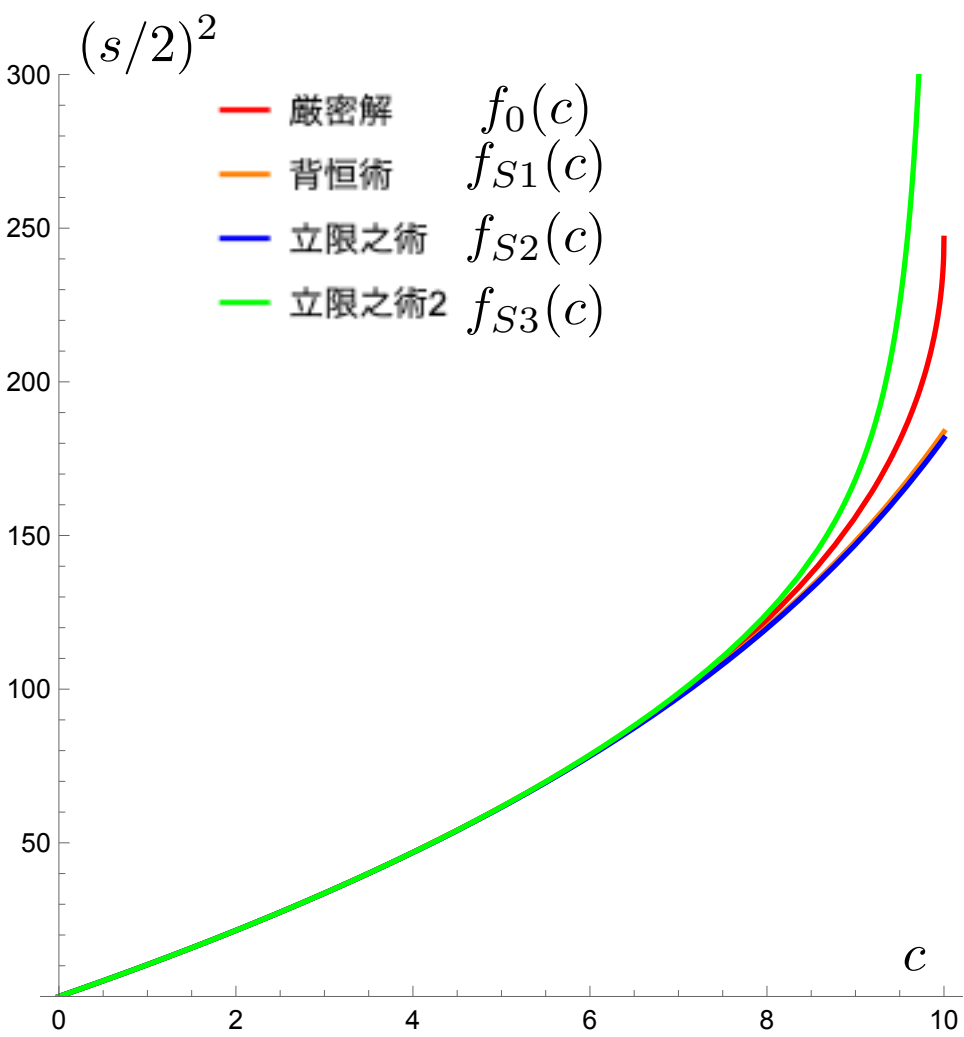
$$\begin{aligned} f_{S1}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{c^3}{d - c \times \frac{9}{14}} \times 0.18 \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{0.18}{d}c^3 + \frac{0.115714}{d^2}c^4 + \frac{0.0743878}{d^3}c^5 + \dots \end{aligned} \tag{A.6}$$

- より精密な結果を得る「立限之術」

$$\begin{aligned} f_{S2}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{\frac{c^2}{3} \times c}{d - c \times 0.632} \times 0.534 \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{0.178}{d}c^3 + \frac{0.112496}{d^2}c^4 + \frac{0.0710975}{d^3}c^5 + \dots \end{aligned} \tag{A.7}$$

- さらに「立限之術 2」

$$\begin{aligned} f_{S3}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{\frac{c^2}{3} \times c}{d - c} \times \frac{8}{15} - \frac{\frac{c^2}{3} \times c \times \frac{8}{15}}{d - c} \times \frac{c}{d - c \times \frac{13}{25}} \times 0.3573 \\ &= cd + \frac{c^2}{3} + \frac{8c^3}{45d} + \frac{0.114258c^4}{d^2} + \frac{0.0812274c^5}{d^3} + \dots \end{aligned} \tag{A.8}$$



これが正解

$$\begin{aligned} f_0(c) &= \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2 \tag{A.4} \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{8}{45} \frac{c^3}{d} + \frac{4}{35} \frac{c^4}{d^2} + \frac{128}{1575} \frac{c^5}{d^3} + \frac{128c^6}{2079d^4} + \frac{1024c^7}{21021d^5} + \frac{256c^8}{6435d^6} + \frac{32768c^9}{984555d^7} + \frac{32768c^{10}}{1154725d^8} \dots \tag{A.5} \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{0.1777\dots}{d}c^3 + \frac{0.1142856\dots}{d^2}c^4 + \frac{0.08126984\dots}{d^3}c^5 + \dots \end{aligned}$$

$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2$$

「数に盡るあり，不盡あり」(数には尽きるものと尽きないものがある)
『綴術算経』(1722)

『綴術算経』(1722) 弧数第十二に記載された展開式 (小川束訳註, 岩波文庫, 2026) は以下の 3 つである.

- 「定半背冪」(c^7 の項の係数まで厳密解と一致)

$$\begin{aligned} f_{T1}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{c^3}{d} + \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{9}{14} \frac{c^4}{d^2} + \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{9}{14} \frac{32}{45} \frac{c^5}{d^3} + \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{9}{14} \frac{32}{45} \frac{25}{33} \frac{c^6}{d^4} + \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{9}{14} \frac{32}{45} \frac{25}{33} \frac{72}{91} \frac{c^7}{d^5} \quad (\text{A.9}) \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{8c^3}{45d} + \frac{4c^4}{35d^2} + \frac{128c^5}{1575d^3} + \frac{128c^6}{2079d^4} + \frac{1024c^7}{21021d^5} + \dots \end{aligned}$$

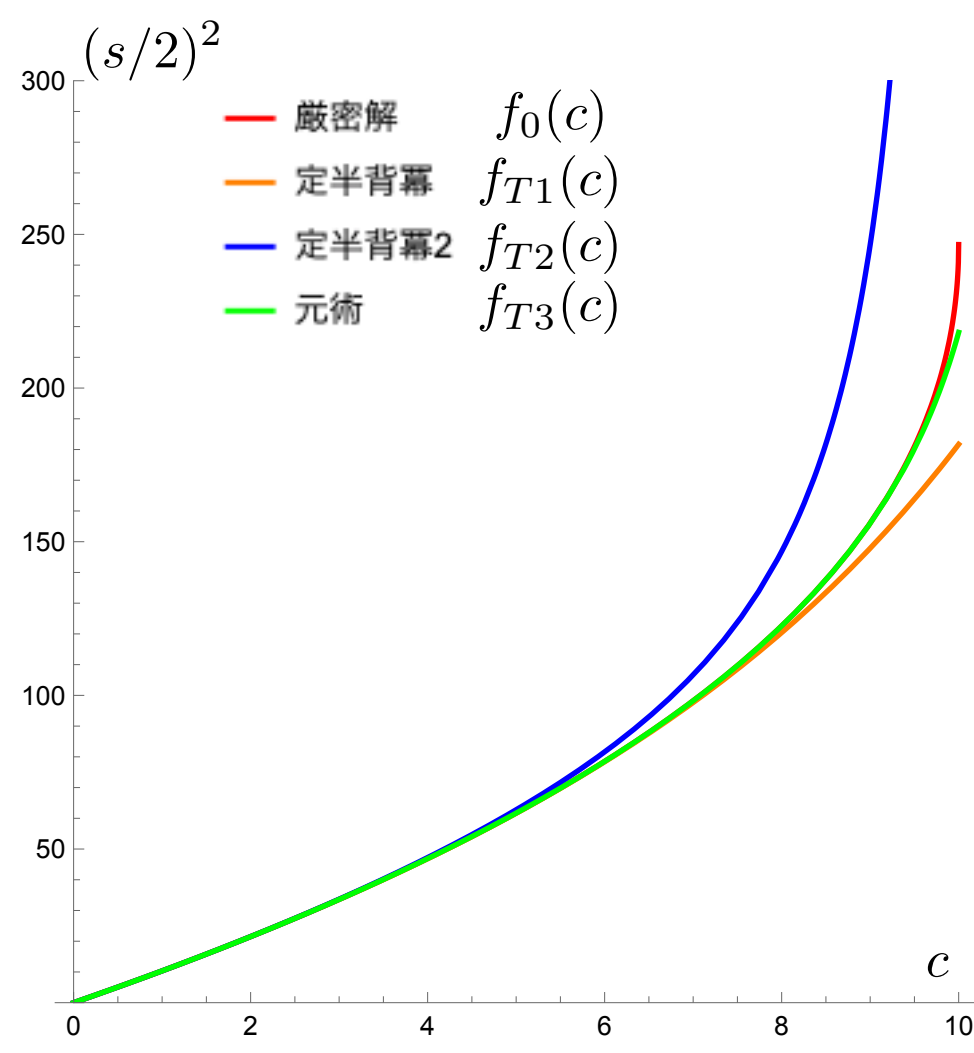
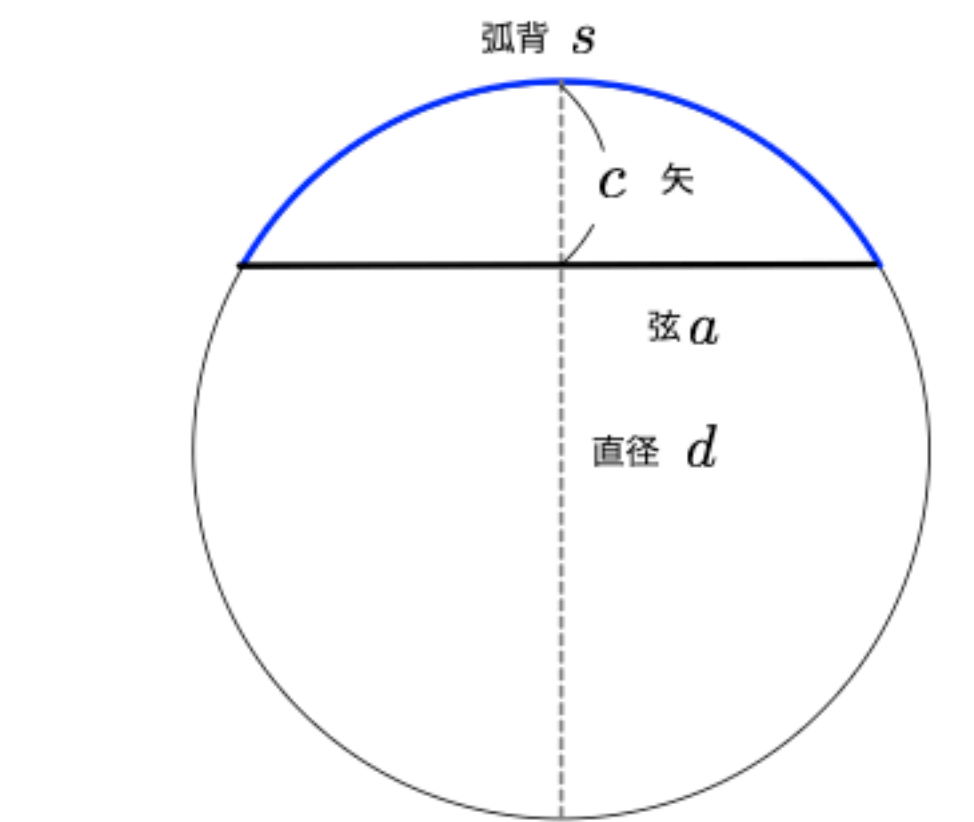
- 「定半背冪 2」(c^4 の項の係数まで厳密解と一致)

$$\begin{aligned} f_{T2}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{c^3}{d-c} - \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{5}{14} \frac{c^4}{(d-c)^2} + \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{5}{14} \frac{12}{15} \frac{c^5}{(d-c)^3} - \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{5}{14} \frac{12}{15} \frac{223}{396} \frac{c^6}{(d-c)^4} \quad (\text{A.10}) \\ &= dc + \frac{c^2}{3} + \frac{8c^3}{45d} + \frac{4c^4}{35d^2} + \frac{32c^5}{315d^3} + \frac{3464c^6}{31185d^4} + \frac{712c^7}{6237d^5} + \frac{2564c^8}{31185d^6} - \frac{416c^9}{31185d^7} - \frac{896c^{10}}{4455d^8} + \dots \end{aligned}$$

- 「元術」(c^7 の項の係数まで厳密解と一致)

$$\begin{aligned} f_{T3}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{1}{3} \frac{c^3}{d - \frac{9}{14}c} \frac{8}{15} + \frac{1}{3} \frac{c^3}{d - \frac{9}{14}c} \frac{c^2}{d^2 - \frac{1696}{1419}cd - \frac{6743008}{26176293}c^2} \frac{8}{15} \frac{43}{980} \quad (\text{A.11}) \\ &= dc + \frac{c^2}{3} + \frac{8c^3}{45d} + \frac{4c^4}{35d^2} + \frac{128c^5}{1575d^3} + \frac{128c^6}{2079d^4} + \frac{1024c^7}{21021d^5} + \frac{2655317160448c^8}{66665128605075d^6} + \dots \end{aligned}$$

Euler-Bernouilliによる逆三角関数の展開式(1737) より15年はやい!!



これが正解

$$\begin{aligned} f_0(c) &= \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2 \quad (\text{A.4}) \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{8}{45} \frac{c^3}{d} + \frac{4}{35} \frac{c^4}{d^2} + \frac{128}{1575} \frac{c^5}{d^3} + \frac{128c^6}{2079d^4} + \frac{1024c^7}{21021d^5} + \frac{256c^8}{6435d^6} + \frac{32768c^9}{984555d^7} + \frac{32768c^{10}}{1154725d^8} \dots (\text{A.5}) \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{0.1777\dots}{d} c^3 + \frac{0.1142856\dots}{d^2} c^4 + \frac{0.08126984\dots}{d^3} c^5 + \dots \end{aligned}$$

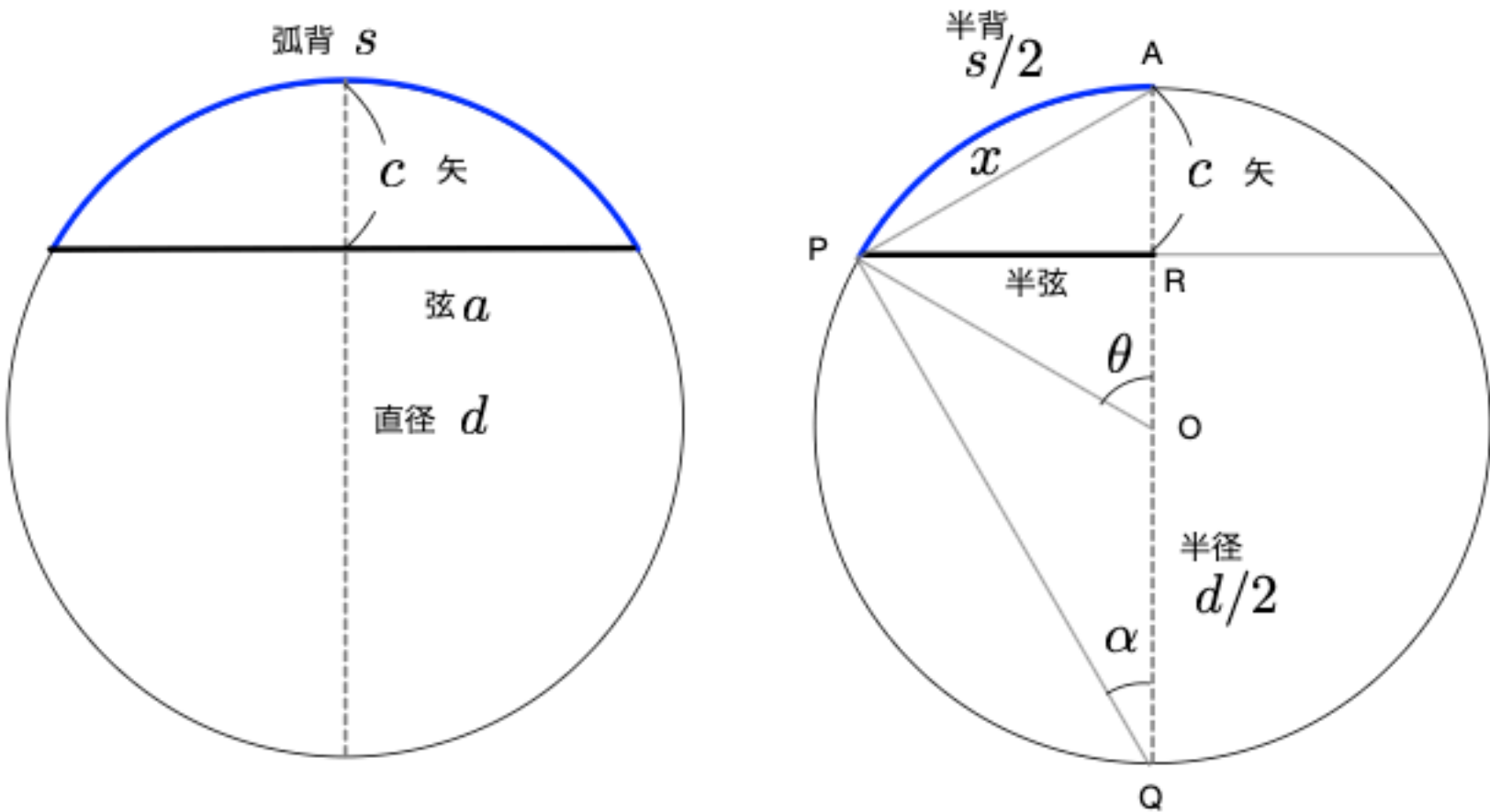


図 4.1: 建部が作成した三角関数表は、角度と半背、矢、半弦の3つの量の数表である。

展開式を求めた建部であったが・・・

高次の展開式で半背の値が得られたとしても、角度が大きくなところでは必ず収束性が悪くなる。

- これらの近似式を使わず、
- *角度を倍にしたときの弦と矢の関係式「倍術」(倍角の公式)
- *余角を利用した関係式「折術」
- *3倍の角についてなりたつ「三双術」(3倍角の公式)
- *加法定理に相当する「併接術」を開発し、三角関数表を作成した。

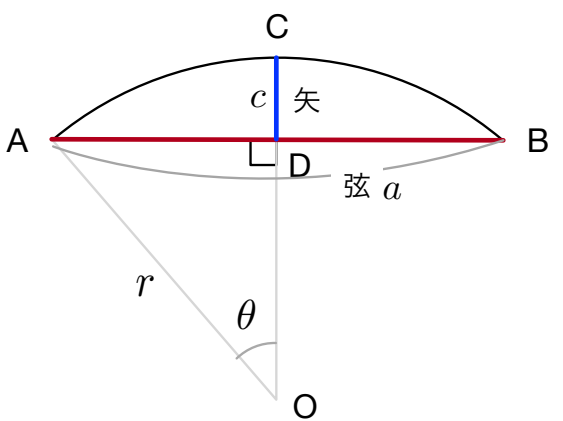
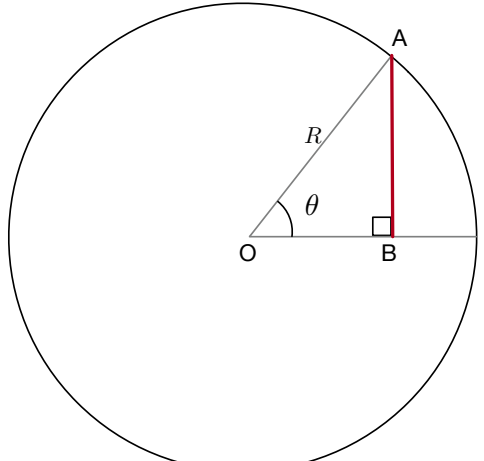
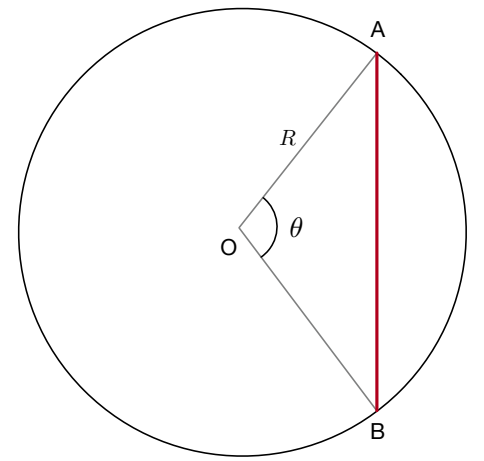
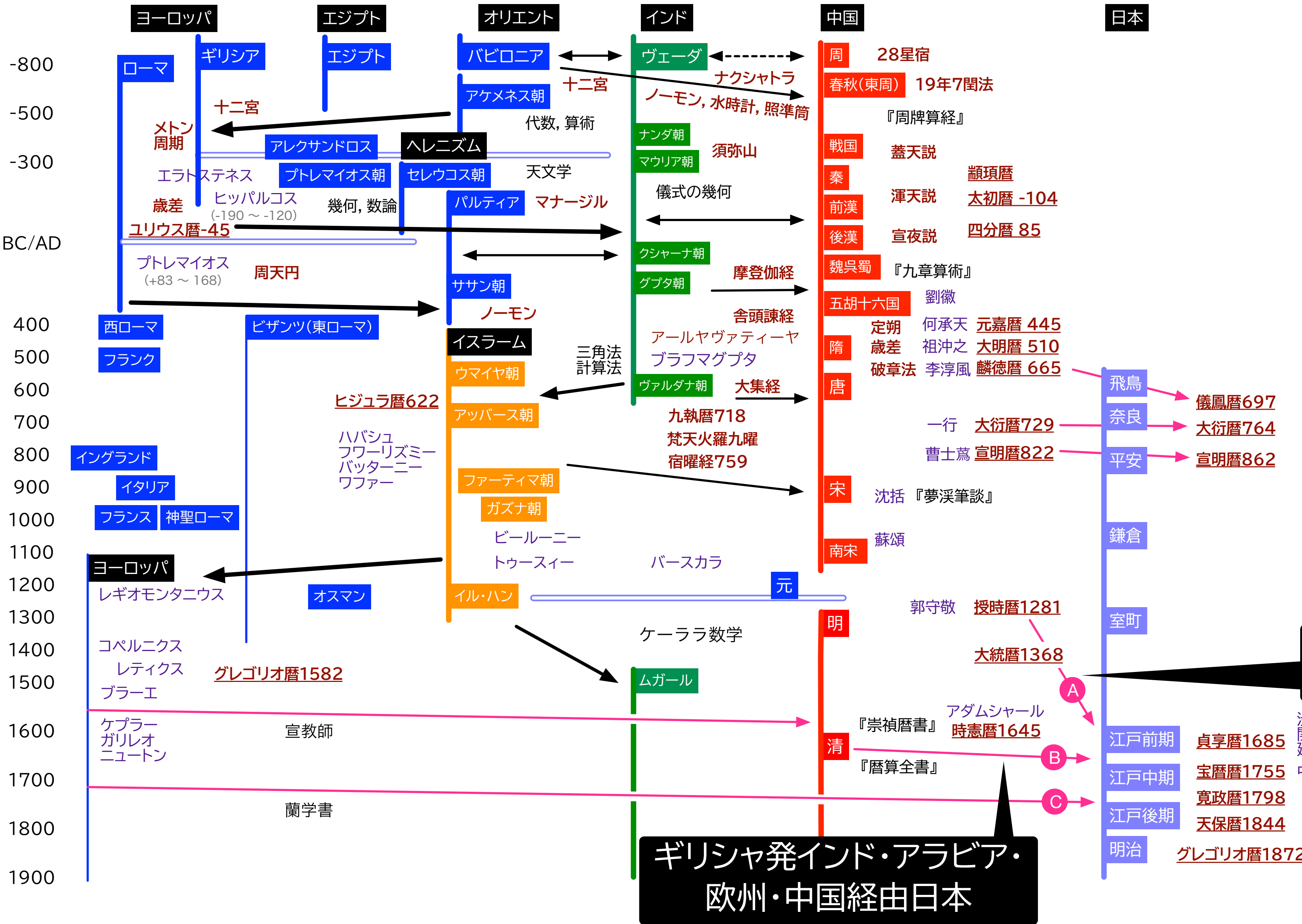
半背, 矢, 半弦を角度の関数として1°から90°まで半径10寸で表にした

半背 $\frac{s}{2} = \frac{d}{2}\theta,$
矢 $c = r(1 - \cos \theta) = d \sin^2 \frac{\theta}{2},$
半弦 $\frac{a}{2} = \frac{d}{2} \sin \theta$

十一限	十限	九限	八限	七限	六限	五限	四限	三限	二限	一限	限数
九分五九九参乙六〇八八	八分七二六六四〇六二六	七分八五参九八四乙六参	六分九八乙参乙七〇〇〇	六分乙〇八六五二二参八	五分二参五九八七五	四分参六参参二〇乙参	参分四九〇六五四八五〇	二分六乙七九八八七	乙分七四五参二九二五	八厘七二六六四〇六二六	半背
九厘乙八六四〇六二七	七厘五九六乙二参四九	六厘乙五五八二九七〇	四厘八六五九六五六二	参厘七二六九二九四七	二厘七参九〇五五九乙	乙厘九〇二六五四九五	乙厘二乙七九七乙四八七	六毫八五二参七二二	参毫〇四五八六四四九〇	七絲六乙五二四〇五八	矢
九分五四〇四四八八七	八分六八二四〇参八八	七分八二乙七二二参二五	六分九五八六五五〇四	六分〇九参四六〇七乙七	五分二二六四二参四六	四分参三七七八七乙参	参分四八七八二七二六八	二分六乙六七九二七二乙	乙分七四四九七五四八参	八厘七二六二〇参二乙	半弦

『崇禎曆書』を見た？
(そうなら、1727年以降？)

天文学史・数学文化交流史から俯瞰する日本の位置



中国発日本

ギリシャ発インド・アラビア・欧州・中国経由日本

天文学史の中の日本：和算家の動機を探る

0. 自己紹介など

1. 天文学の歴史

2. 三角関数の歴史

3. 太陰太陽暦の要素

4. 関孝和の授時暦研究

5. まとめと展望

3. 太陰太陽暦の要素

- 3.1. 章法から破章法へ：一つの周期の複数起源と精緻化
- 3.2. 平朔から定朔へ：観測にもとづく精密化
- 3.3. 補間法の改良：線形補間から3次補間へ
- 3.4. 天測の座標系と会円術
- 3.5. 暦の変遷と日本への伝播

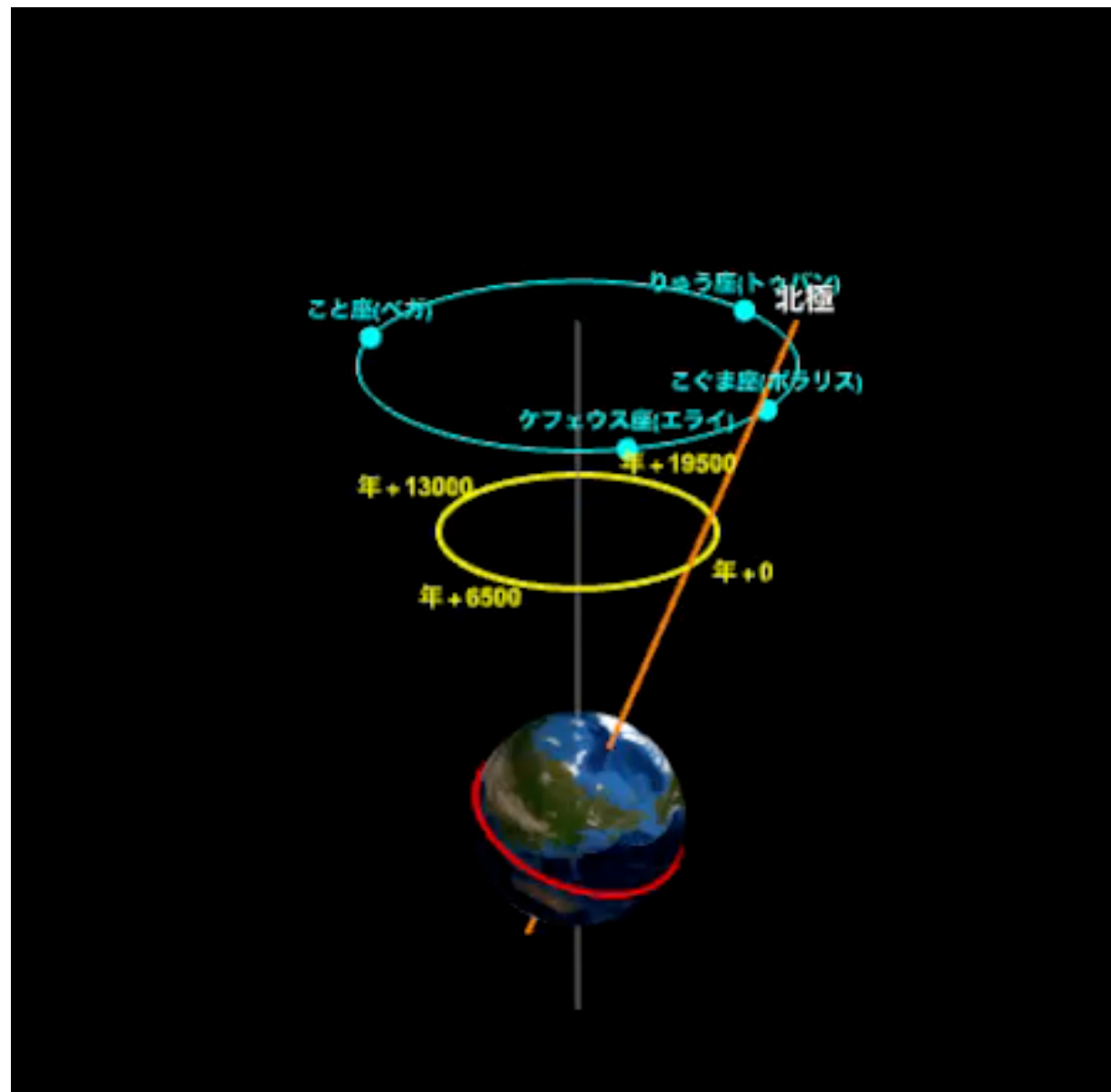
太陰太陽暦（朔望月29.53日と太陽年365.2242日のよい組み合わせ）をつくる

閏月を何回いれるか
閏月をどこに入れるか
月初めをいつにするか

章法(メトン周期19年に7回)から破章法へ
歳終置閏法から歳中置閏法へ
平朔から定朔へ

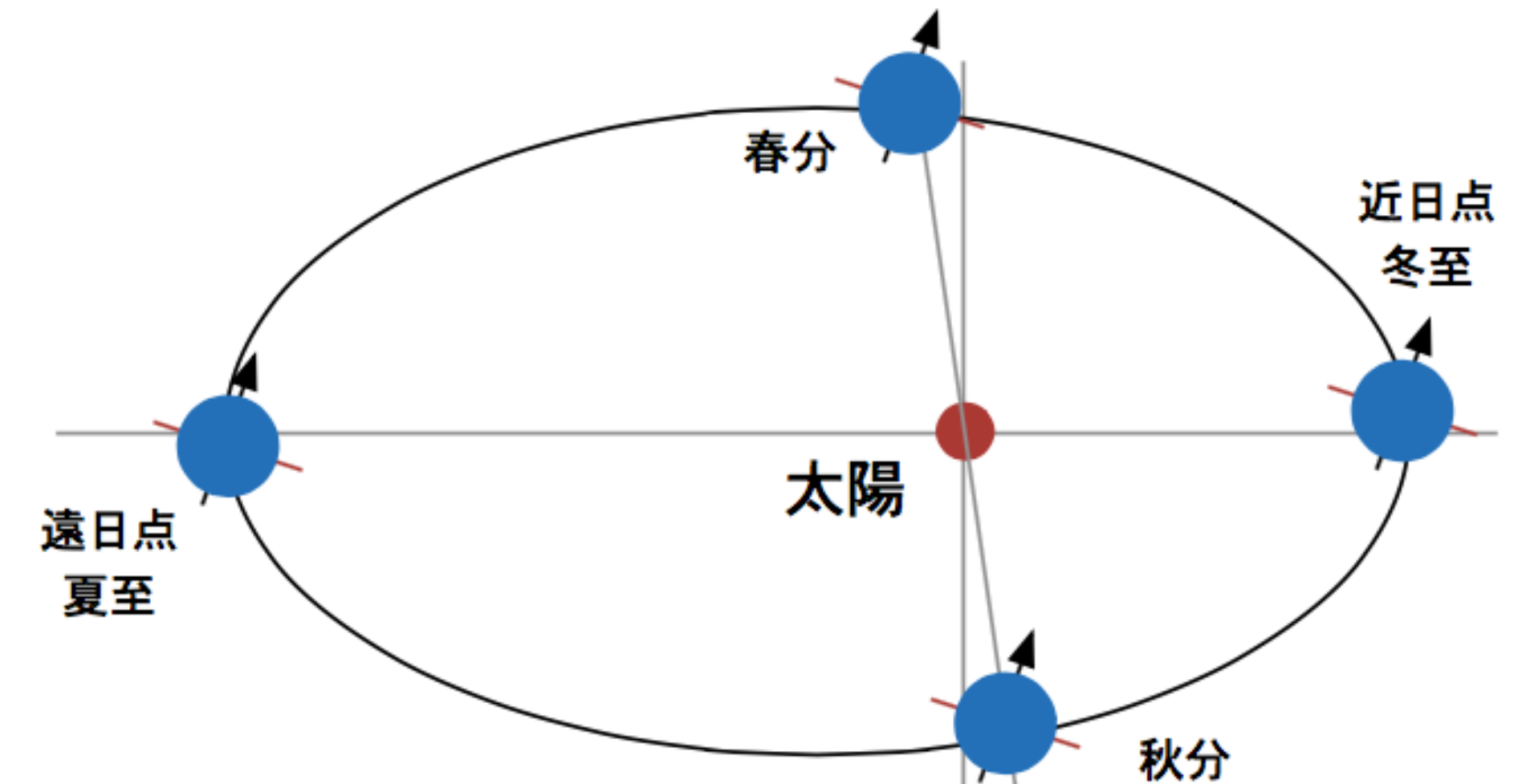
1年の長さを正確に知る
地球の歳差を知る
太陽の動きを正確に知る
月の動きを正確に知る

- ◀◀ 表(ノーマン)で冬至の瞬間を決める
- ◀◀ 星の位置の経年変化 4c虞喜
- ◀◀ 楕円軌道の概念がなかったので、
太陽運動の不等性, 日行盈縮 6c張子信
- ◀◀ 楕円軌道の概念がなかったので、
月の運動の不等性, 月行遲疾 2c劉洪



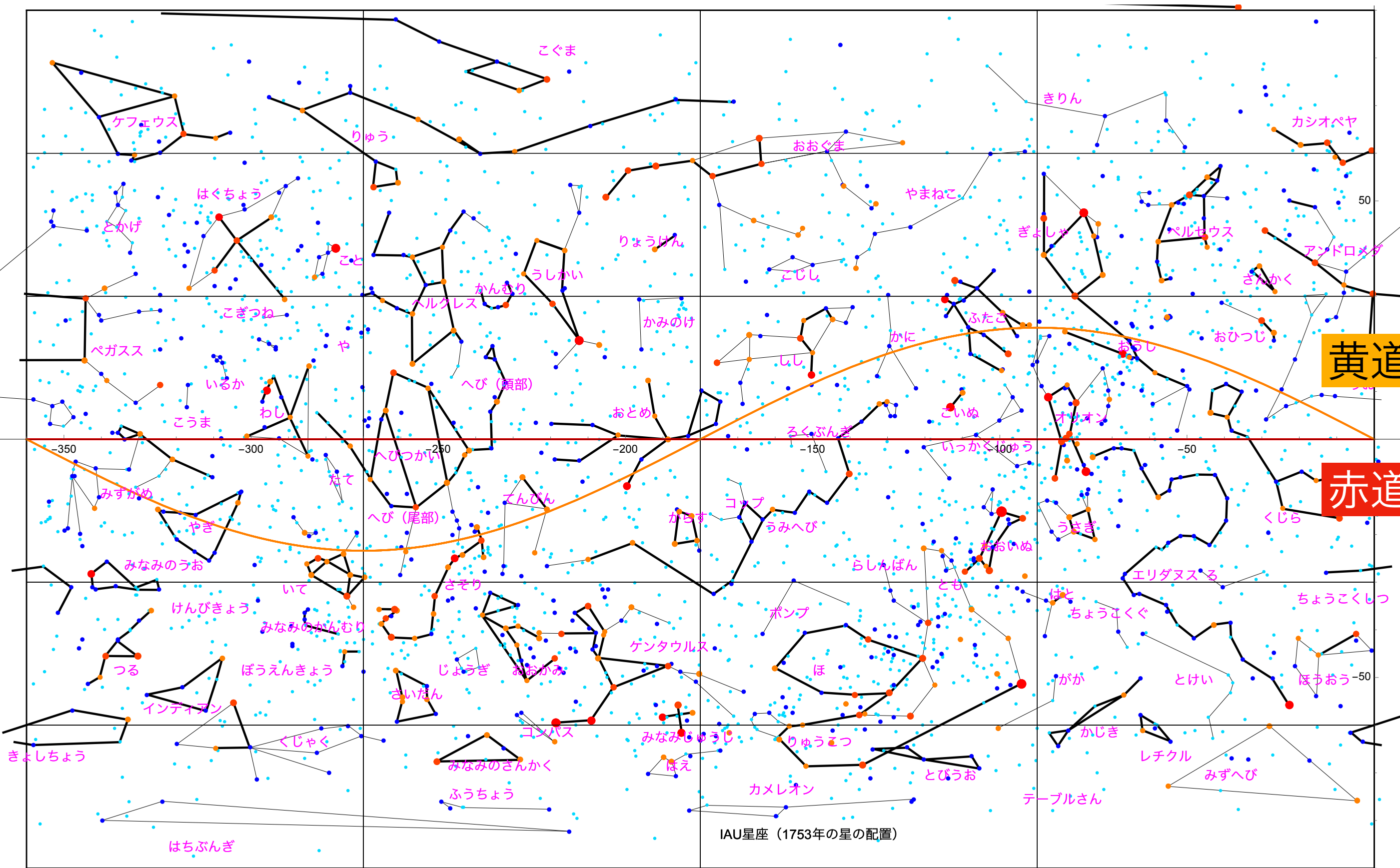
歳差

26000年周期で星の位置が変化



万有引力による惑星運動は楕円 ➡ 運動の速さは面積速度一定の法則にしたがう

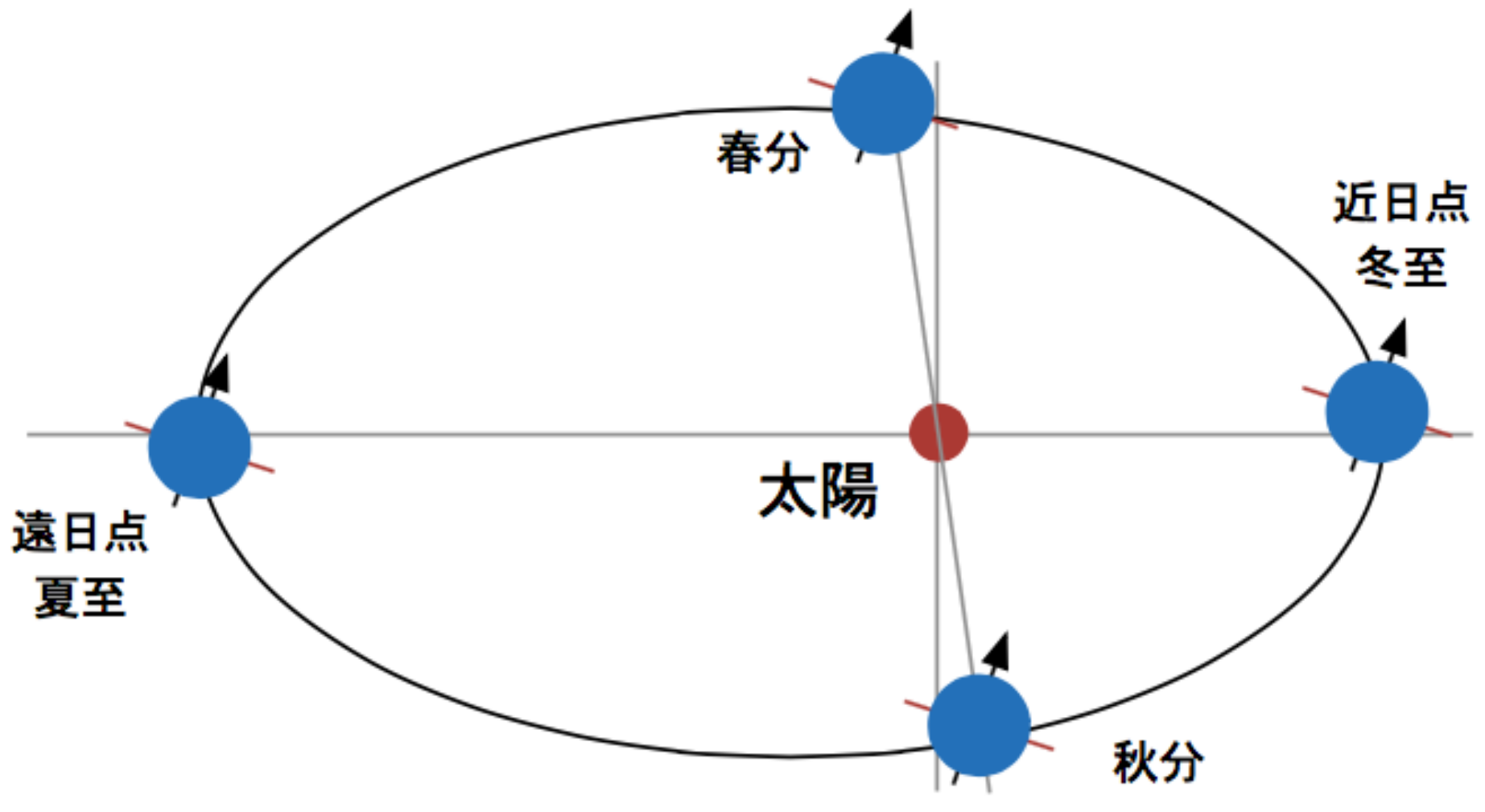
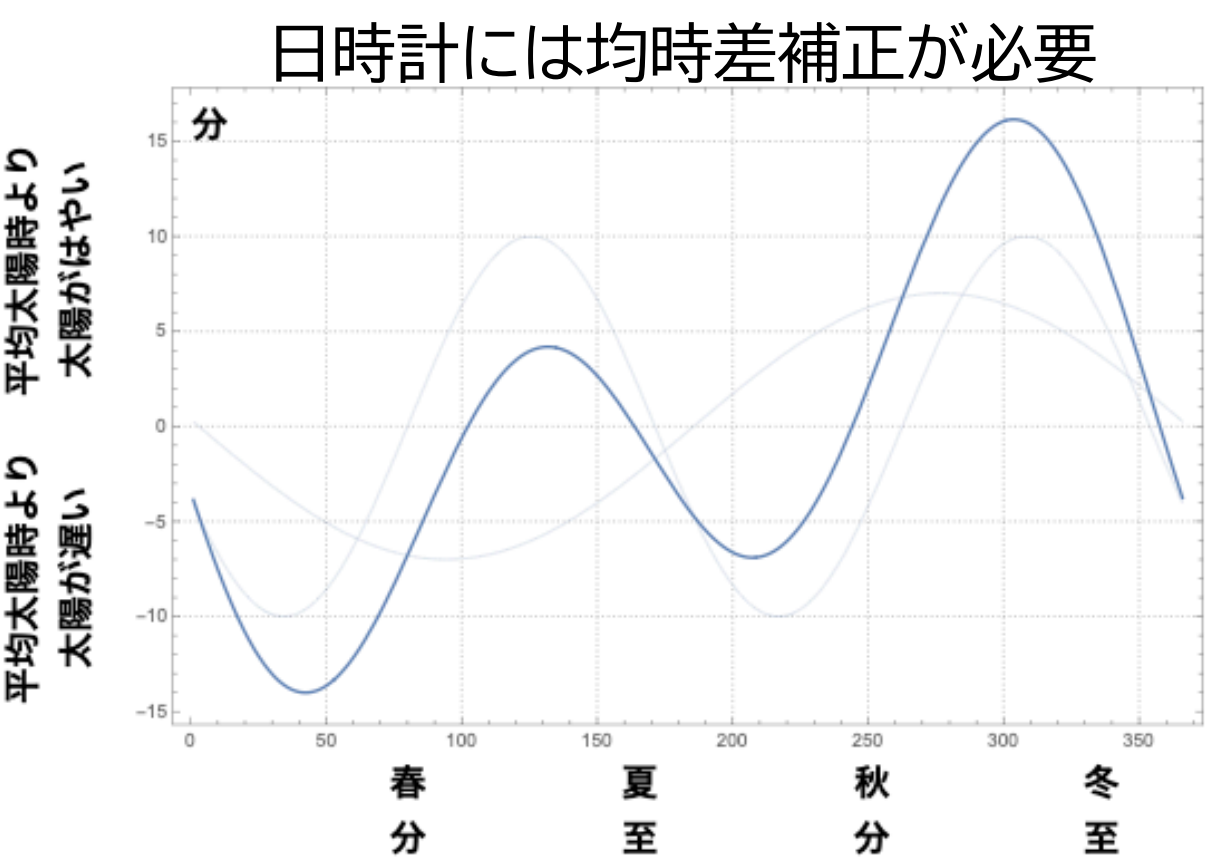
＊ 太陽が天球面上を移動する速さは季節によって違う 太陽運動の不等性, 日行盈縮



黄道 (太陽の通り道)

赤道 (北極星を極軸)

IAU星座 (1753年の星の配置)



177 日

186 日

2025/2026 年の場合,
春分の日(3/20)から秋分の日(9/23)までは 186 日
秋分の日(9/23)から春分の日(3/20)までは 177 日

表 12: 中国で使われた主な暦。 (A は山 + 而 + 頁, B は王 + 頁, C は登 + おおざと, D は言 + 斤, E は火 + 卓, F は草かんむり + 爲, G は目+候)

時代名	暦名	使い始め	終わり	作成者	特徴	日本への影響
殷・周代					太陰太陽暦の原型, 二十四節気が農耕の目安として整備	
秦–前漢	^{せんぎょく} A B 暦					
前漢	太初暦	前 104 年	84 年	C 平・落下紘ら	中国初の計算体系が整った暦. 24 節気を導入.	中国暦の基本モデルとして伝来.
前漢	三統暦		84 年	^{りゅうきん} 劉 D	食周期 135 月, 暦元を過去におく上元積年法.	
後漢	四分暦	85 年	220 年	^{へんきん} 編 D・李梵	1 年=365.25 日	日本で最初に公的に採用されたという説あり.
呉	^{けんしょう} 乾象暦	223 年	280 年	劉洪	章法 (19 年 7 閏月), 月の遅疾 (近地点移動, 黄道白道の交点の逆行) 1 年 = $365\frac{145}{589}$ = 365.2462 日, 1 朔望月 = $29\frac{773}{1457}$ = 29.53054 日.	
南朝宋	^{げんか} 元嘉暦	445 年	509 年	^{かしょうてん} 何承天	定朔の導入.	飛鳥時代に伝来し、初の公暦に.
南朝梁	^{だいめい} 大明暦	510 年	589 年	祖冲之	歳差, 破章法 (391 年 144 閏月) 1 年 = $365\frac{9589}{39491}$ (= 365.24281) 日 1 朔望月 = $29\frac{2090}{3939}$ (= 29.5303) 日	元嘉暦とともに伝来. 日本初期の暦法に多大な影響
隋	^{こうきょく} 皇極暦	–	–	^{りゅうしゃく} 劉 E	日行盈縮, 破章法 (676 年に 249 閏月), 歳差 (76.5 年で 1 度) 1 年 = 365.24454 日, 1 朔望月 = $29\frac{659}{1242}$ (= 29.53059581) 日	

中国では独自の天文暦学が発展

1年=365.2448日 とした宣明暦を
800年近く使い続けた日本では, 暦が2日ずれてしまう
▶▶ 江戸初期, 改暦の必要性が認識され,
中国の授時暦が研究された.

現在は1年=365.2422日のグレゴリオ暦を使用

唐	^{りんどく} 麟徳暦	665 年	728 年	李淳風	各計算の分母を 1340 に統一. 1 年 = 365.24478 日.	^{ぎほう} 儀鳳暦の名で 697 年から採用.
唐	^{だいえん} 大衍暦	729 年	761 年	一行	太陽の動きに基づく定気法, 月の速度変化. 1 年 = 365.2444 日. 大衍暦を簡略・修正したもの.	吉備真備が持ち帰り, 764 年から使用. 大衍暦と併用される形で伝来.
唐	五紀暦	762 年	821 年	郭献之	暦元を 660 年とした (近距法). 九曜 (日/月/五星/羅 G/計都) の位置, 1 年 = 365.2448 日.	暦博士や宿曜師が利用
唐	符天暦	–	–	^{そうし} 曹士F		
唐	宣明暦	822 年	892 年	徐昂	定朔の計算法を改良 (加減速) 1 年 = 365.2446 日.	平安〜江戸初期まで約 800 年間使われた.
元	授時暦	1281 年	1367 年	郭守敬	定朔の計算法を改良 (3 次補間). イスラーム天文観測を取り入れ. 1 年 = 365.2425 日	貞享暦 (渋川春海) 作成のモデルになった.
明	大統暦	1368 年	1644 年	(元の暦を継承)	授時暦をほぼ踏襲し、定数を一部変更.	民間暦や改暦議論に大きな影響.
清	時憲暦	1645 年	1911 年	Adam Schall ら	西洋天文学の成果を取り入れ	江戸後期の寛政暦・天保暦の理論的基礎となった.
近代	グレゴリオ暦	1912 年	現在		世界標準の太陽暦	1872 年の日本の改暦と足並みを揃える形に.

日本

1 年 = 365.2448 日

862 宣明暦

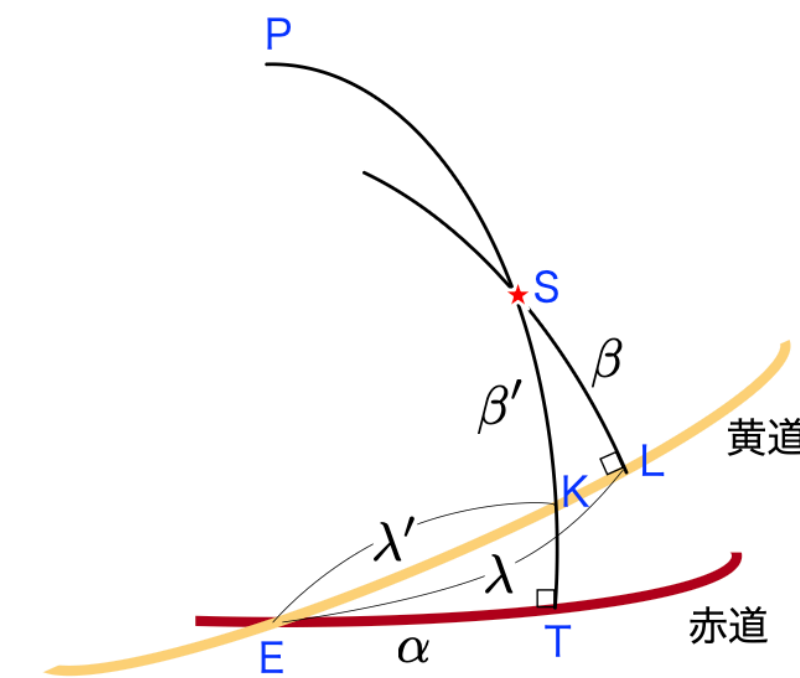
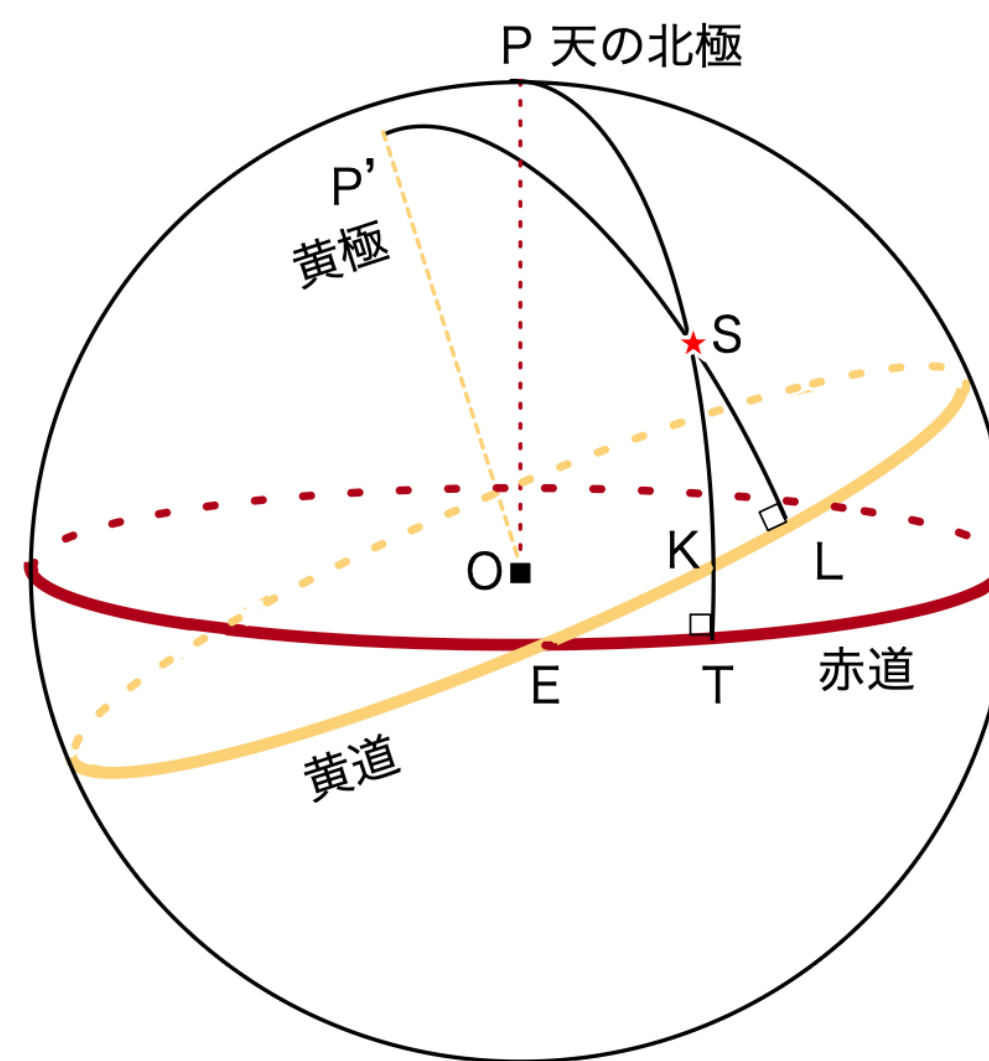
1685 貞享暦

1755 宝暦暦

1798 寛政暦

1844 天保暦

The diagram illustrates the geometry of the celestial sphere. The celestial pole is labeled **P 天の北極**. A point on the sphere is labeled **S**. The declination of point S is δ . The distance from the celestial pole P to point S is δ_0 , labeled **距星**. The right ascension of point S is α , labeled **入宿度**. The celestial equator is labeled **赤道**. The diagram also shows the **去極度** (polar distance) as the angle between the celestial pole and the point S.



渾天儀

Armillary sphere

図 6: 黄道座標系 (λ, β) と極黄道座標系 (λ', β') .

距星を基準に星Sの位置をいう

$$\text{入宿度} = \alpha - \alpha_0, \quad \text{去極度} = 90^\circ - \delta$$

赤道座標：赤經 $\alpha = \widehat{ET}$, 赤緯 $\delta = \widehat{TS}$

黄道座標：黄經 $\lambda = \widehat{EL}$ ，黄緯 $\beta = \widehat{LS}$

極黃道座標：黃經 $\lambda' = \widehat{EK}$ ，黃緯 $\beta' = \widehat{KS}$

ブラーエ以降, 現在標準

西洋

中国・インド

太陽や月の位置を表す

天測の座標系変換：現代数学では、球面三角法を使えばすぐ

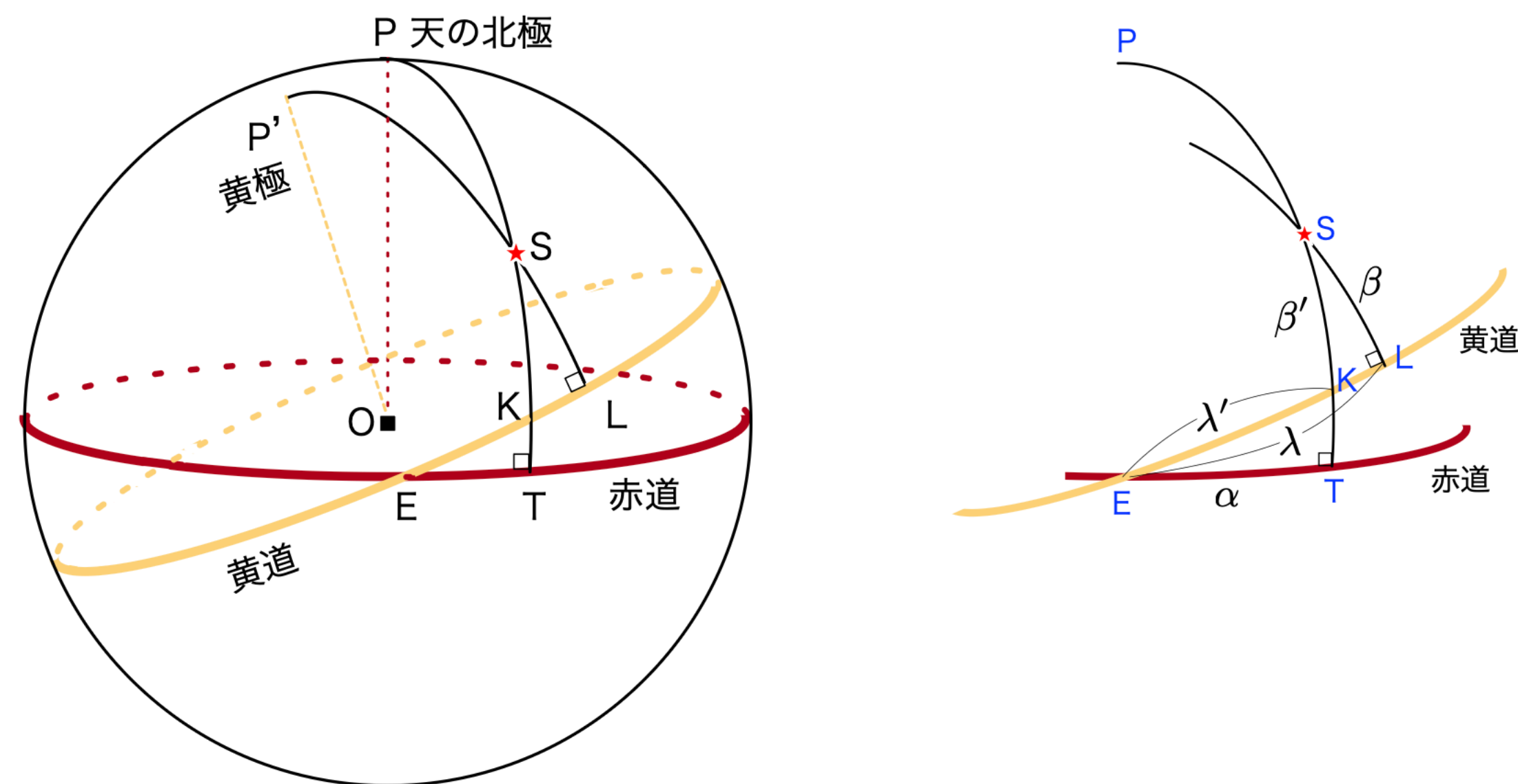


図 6: 黄道座標系 (λ, β) と極黄道座標系 (λ', β') .

赤道座標：赤経 $\alpha = \widehat{ET}$ ，赤緯 $\delta = \widehat{TS}$
黄道座標：黄経 $\lambda = \widehat{EL}$ ，黄緯 $\beta = \widehat{LS}$
極黄道座標：黄経 $\lambda' = \widehat{EK}$ ，黄緯 $\beta' = \widehat{KS}$

$$\tan \lambda' \cos \epsilon = \tan \alpha$$

表 11: 黄道座標 1 度と，赤道座標 1 度の対応.

限	赤経 α (中国度)	赤経 $\bar{\alpha}$ (現行度)	黄経 $\bar{\lambda}$ (現行度)	黄経 λ' (中国度)	$\lambda' - \alpha$
初	0	0.00	0.00	0.00	0.00
2	5	4.93	5.39	5.47	0.47
3	10	9.86	10.77	10.93	0.93
4	15	14.78	16.11	16.35	1.35
5	20	19.71	21.42	21.73	1.73
6	25	24.64	26.66	27.05	2.05
7	30	29.57	31.84	32.31	2.31
8	35	34.50	36.95	37.49	2.49
9	40	39.43	41.99	42.60	2.60
10	45	44.35	46.94	47.63	2.63
11	50	49.28	51.82	52.58	2.58
12	55	54.21	56.63	57.46	2.46
13	60	59.14	61.37	62.26	2.26
14	65	64.07	66.05	67.01	2.01
15	70	68.99	70.67	71.70	1.70
16	75	73.92	75.25	76.35	1.35
17	80	78.85	79.79	80.96	0.96
18	85	83.78	84.31	85.54	0.54
19	90	88.71	88.82	90.11	0.11
	91.3125	90.00	90.00	91.31	0.00

天測の座標系変換：会円術

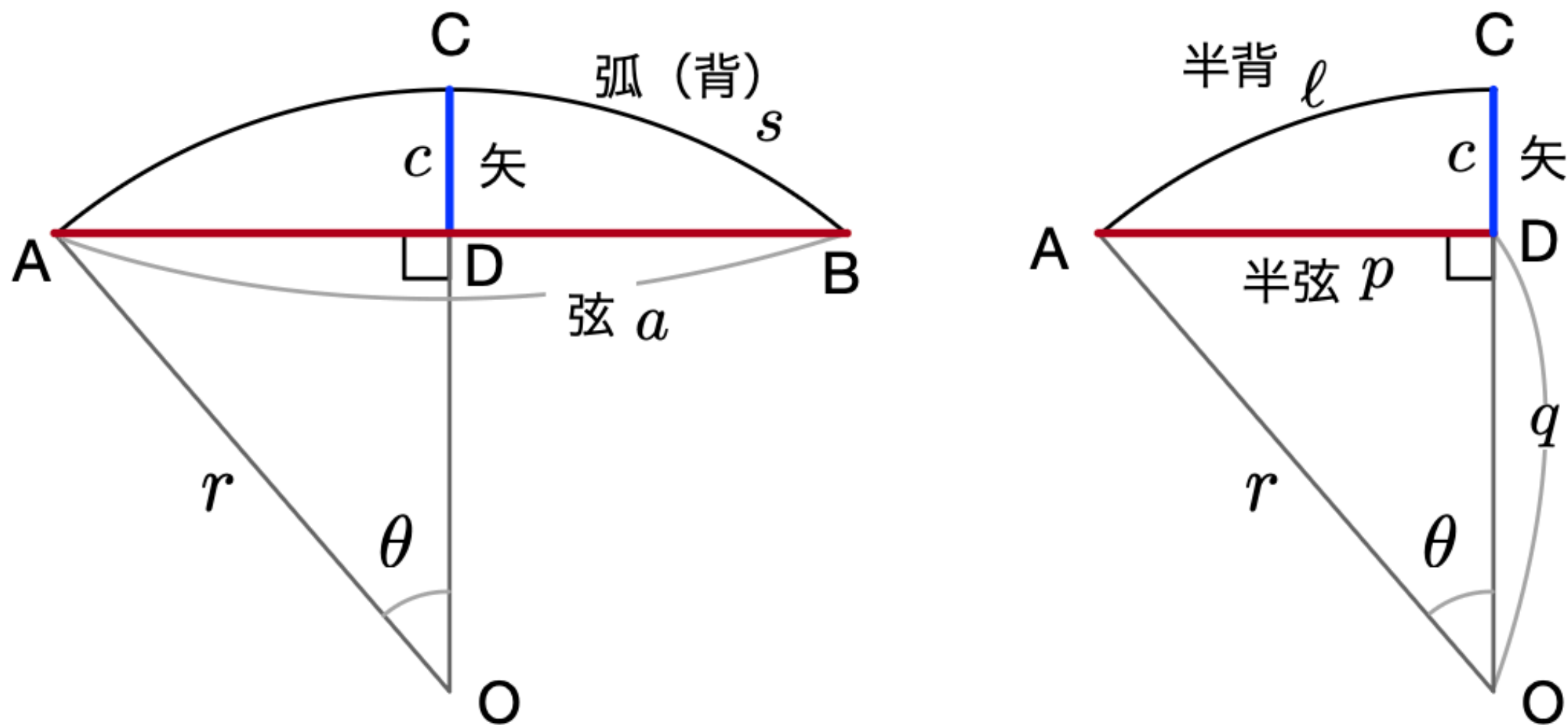


図 7: (左) 沈括『夢溪筆談』の会円術での変数定義図. (右) 半弦・半背としたときの変数定義図.

北宋時代、^{しんかつ}沈括（1031-1095）は、『^{ぼうけい}夢溪筆談』（1088）にて、弧の長さに対する「^{かいえん}会円術」を提示した. 円の直径を d , 矢 CD の長さを c , 弦 AB の長さを a とする [図 7(左)] と、弧 ACB の長さ s は

会円術 $s = \frac{2c^2}{d} + a$

とする近似式である. 図を半分にしたときの関係は、半弧（半背）を ℓ , 半弦を p として

会円術 $\ell = \frac{c^2}{d} + p$

となる.

$$\ell = \frac{c^2}{2r} + \sqrt{r^2 - q^2} = \frac{c^2}{2r} + \sqrt{c(2r - c)} \tag{12}$$

これより,

$(\ell, r) \rightarrow c$: (12) より得られる次の 4 次方程式を解く
 $c^4 + 4r(r - \ell)c^2 - 8r^3c + 4r^2\ell^2 = 0$ (13)

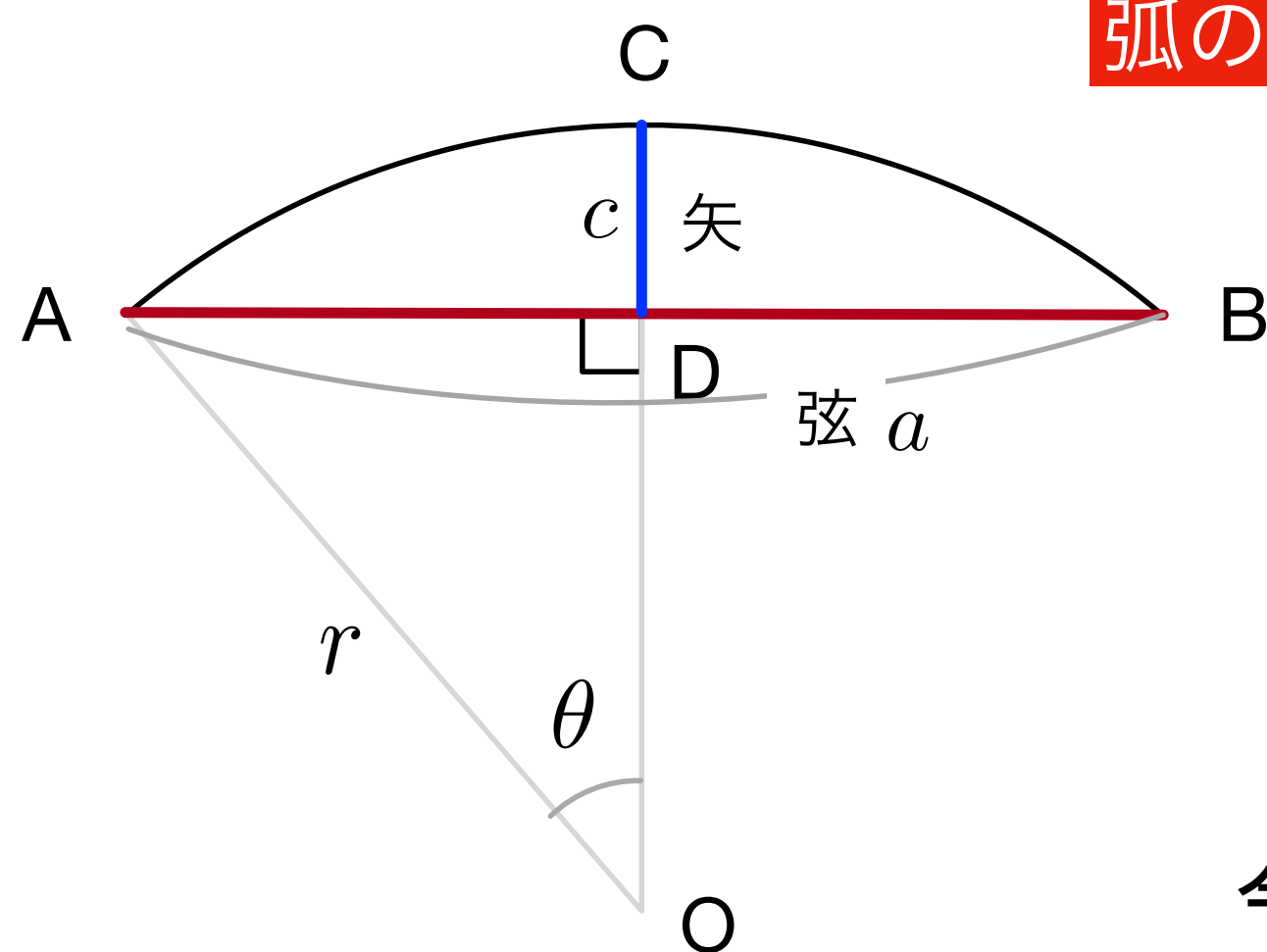
$(\ell, r) \rightarrow p$: (13) で求めた c を用いて $p = \sqrt{c(2r - c)}$ (14)

$(p, r) \rightarrow c$: $c = r - \sqrt{r^2 - p^2}$ (15)

$(p, r) \rightarrow \ell$: (15) で求めた c を用いて $\ell = \frac{c^2}{2r} + p$ (16)

$(c, r) \rightarrow p$: $p = \sqrt{c(2r - c)}$ (17)

$(c, r) \rightarrow \ell$: (17) で求めた p を用いて $\ell = \frac{c^2}{2r} + p$ (18)



弧の長さは？

「会円術」
かいえんじゅつ

$$\text{会円術} \quad s = \frac{2c^2}{d} + a$$

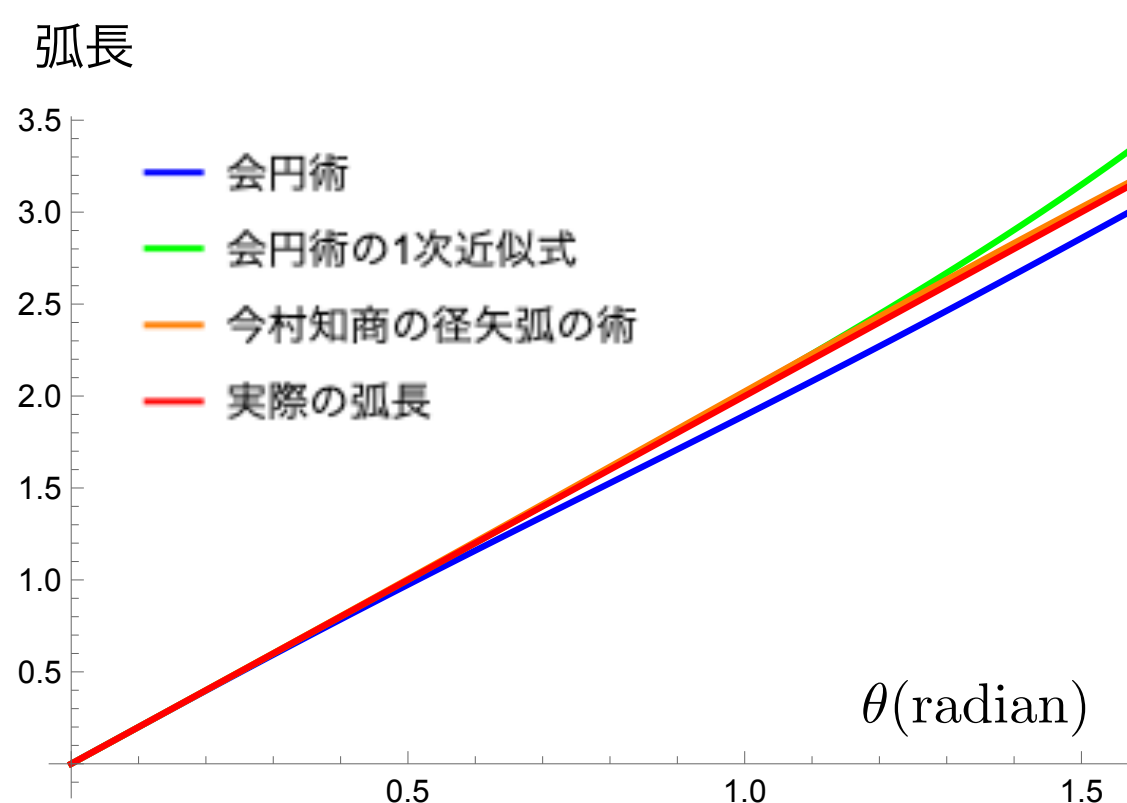
?

線形近似では導出できない

ともあき じゅがいろく
今村知商『豎亥録』
(1639)

径矢弧の術

$$s^2 = 4cd + 2c^2$$

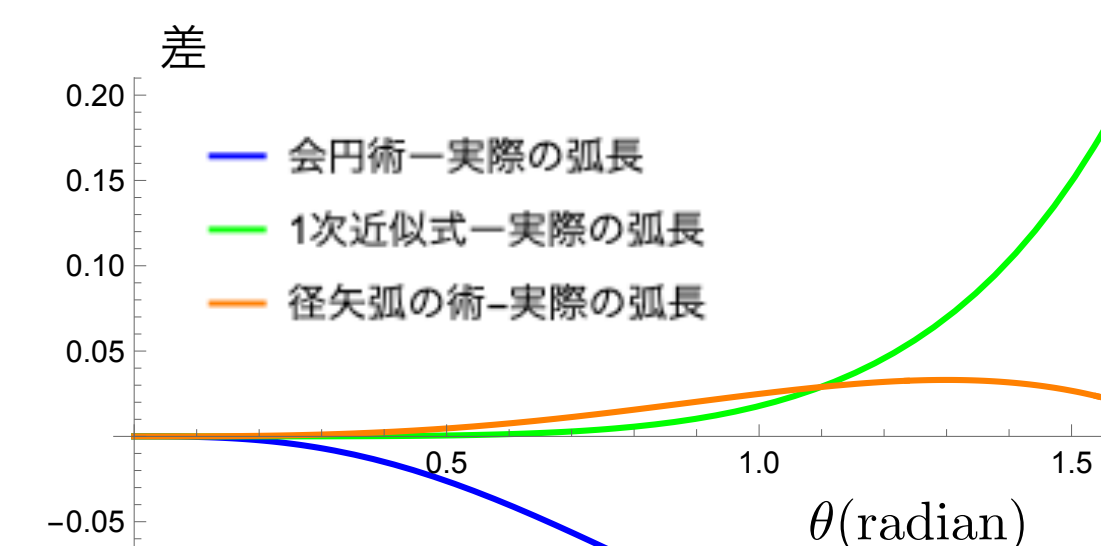


この式の有効性を見るために、実際の長さと、逆三角関数を用いた近似式とを比較してみる。半径 r は、 b, c を用いて式 (31) で表されるので、弧の長さ s は、

$$s = 2r\theta = 2r \sin^{-1} \frac{a/2}{r} \quad (35)$$

これを $r \gg a$ として近似すると

$$\begin{aligned} s &= 2r\theta \simeq 2r \left(\frac{a}{2r} + \frac{1}{6} \left(\frac{a}{2r} \right)^3 \right) \\ &= a + \frac{a^3}{24r^2} \simeq a + \frac{8c^2}{3a} \end{aligned} \quad (36)$$



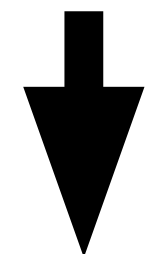
天文学史の中の日本：和算家の動機を探る

- 0. 自己紹介など
- 1. 天文学の歴史
- 2. 三角関数の歴史
- 3. 太陰太陽暦の要素
- 4. 関孝和の授時暦研究
- 5. まとめと展望

4. 関孝和の授時暦研究

- 4.1. 『関訂書』
- 4.2. 『授時発明（天文大成三条図解）』
- 4.3. 関の天文暦学研究

黄鼎『天文大成管窺輯要』（1652）全80巻，授時暦の数理をまとめる

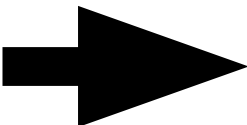


関が写本した15条のうち，天文総論をのぞく14条は，原文が明末の周述学 (?-1583?) による文章（小林博行2014）

関孝和『関訂書』（1686）

表 13: 『関訂書』に写本された『天文大成管窺輯要』の箇所とその内容。*印は『授時発明』で解説されているもの。■は，日+咎

卷之三の内	歳差	（地球の自転軸の首振り運動による）春分点の移動
	論中■差	各地で測定した正午の影の長さ
	論黄赤差*	黄道と赤道のずれ（黄赤交角）によって生じる太陽の運行のズレや補正
	論黄赤内外差*	（地球の自転軸が公転面に対して傾いていることで生じる）季節ごとの昼夜の長さや太陽の出没位置の変化
	論白与黄赤道差*	白道・赤道・黄道の対応，日月食や天体の位置を正確に予測するための幾何学
卷之四の内	天文総論之内	
卷之七の内	日月交食差	日食や月食の「計算上の予測と実際の観測とのズレ（食の時刻や規模の誤差）」
	論日度	太陽の天球面上の位置（角度）
卷之八の内	論日躔盈縮差	（地球の公転軌道が楕円であるために生じる）太陽の運動の速度変化
卷之十の内	論月度	月の天球面上の位置（角度）
	論月離遅疾差	月の天球面上の動き（月離）の速度変化
	定朔加減差	天体の平均的な動き（平均朔日＝経朔）から，太陽や月の運動の速度変化を計算し，実際の新月（定朔）の日時を求めるための補正值（加減）
卷之十二	五星常変差	5つの惑星（水星・金星・火星・木星・土星）が，規則正しい動き（常）からズレる現象やその計算（変差）
	論五星経度	5つの惑星（水星・金星・火星・木星・土星）の位置（黄経）
	論五星緯度	5つの惑星（水星・金星・火星・木星・土星）の位置（黄緯）

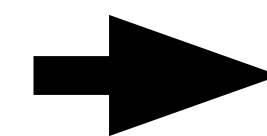


関孝和『授時発明』（1680）

観天比ニ崇天ニ但加三乗限分ニ以求合ニ於度法ニ耳。庚
 午法同ニ崇天、其黄赤差則減ニ半度ニ矣。已前四術是不過ニ
 以斜求斜之法。惟郭守敬授時用ニ弧矢接勾股之法ニ以
 求之法、以黄道半弧背立天元一以求得黄道矢自レ
 之以周天径除之得黄道半背弦差、去減黄道半弧背
 余為黄道半弧弦。又用ニ黄道矢去減周天半径余（余
 の一字天理本に欠く）為黄赤道小弦、以黄赤道大股
 乗レ之用ニ黄赤道大弦除之得黄赤（道の字を入れる）小
 股。又以黄赤道小股自レ之以黄道半弧弦自レ之相併平
 方開（之を入れる）得ニ赤道小弦。又以黄道半弧弦乗ニ
 半径所得以赤道小弦除之為ニ赤道大股、就為ニ赤道
 半弧弦。又以黄（赤の字を入れる）道小股乗ニ（黄の字を
 入れる）赤道大弦所得用ニ赤道小弦除之得ニ赤道横大
 勾、以減ニ半径余為ニ赤道横弧矢、自レ之如ニ半径而一
 得ニ赤道半背弦差、去加赤道半弧弦為ニ赤道半弧背。用
 （内と訂正）減ニ黄道度余得ニ黄赤道差二度三十分八十五
 秒。稍減ニ於庚午。是術循弧宛転実与ニ天道脗合、最
 為ニ微妙。可謂冠ニ絶古今ニ矣。

論ニ黄赤内外差ニ
 赤道横ニ絡天腹ニ黄道出入内外、冬至出ニ赤道南夏至入ニ
 赤道北、其出入各二十四度、其差有漸、是謂ニ黄赤内外
 差。

辺岡崇玄立ニ相減相乗之法ニ以求之、計下ニ至加時已来
 至ニ其日昏後夜半ニ日数及分、冬至後為息、夏至後為消。
 如ニ一象限已下為初、已上反減ニ二至限余為末。令ニ
 自相乗進ニ二位ニ以消息法千六百六十七半ニ除為分、副



関孝和『授時発明』
(1680)

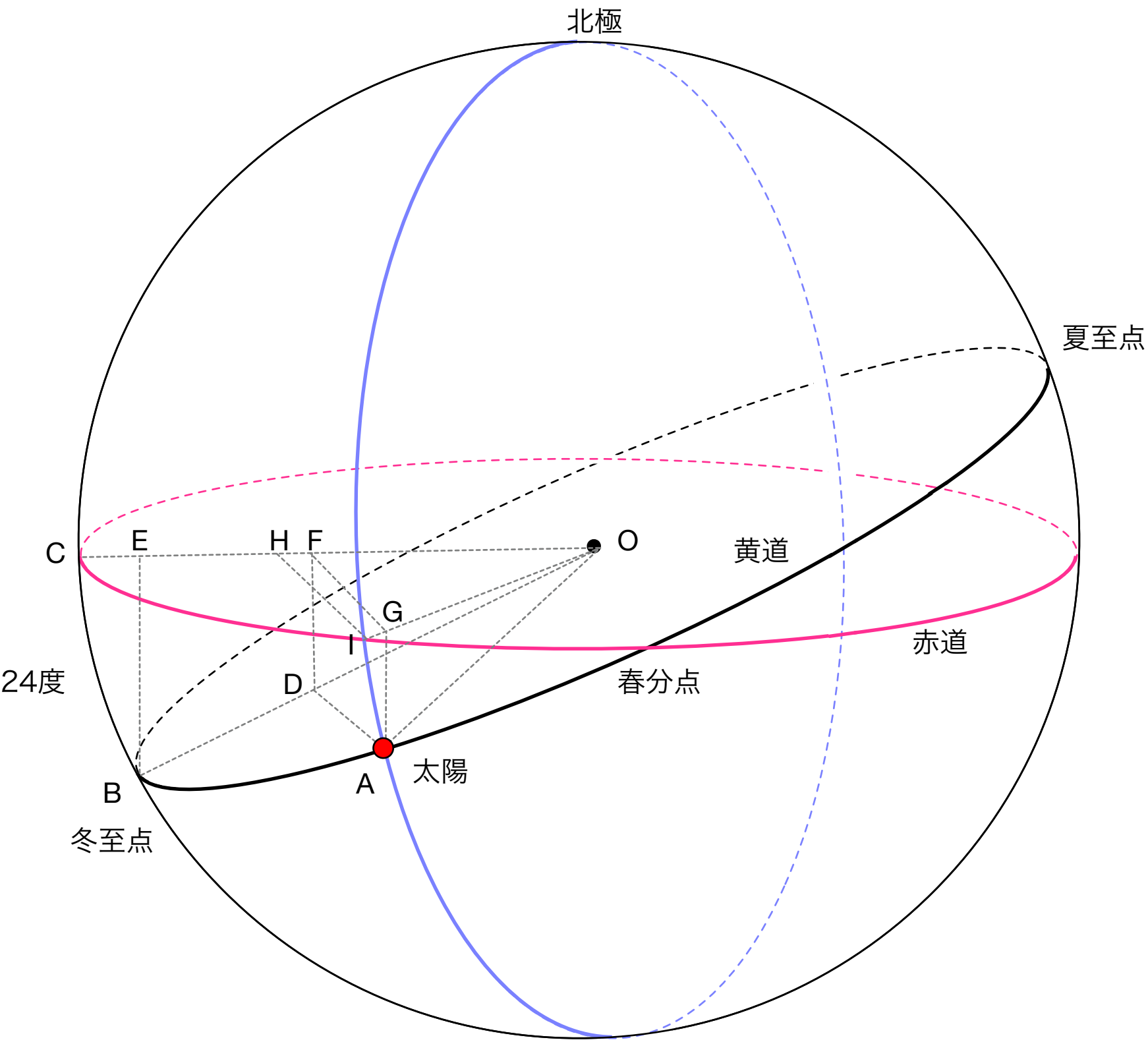
黄赤道の差

弧BAを観測したとき、弧CIの長さとの差はいくつか？

表 14: 関孝和全集『授時発明』の「黄赤道の差」の計算. 書き下し文は岩波本 [22] のもの.

	『授時発明』読み下し文	解説	備考
1.	たとへば 仮如、黄道の半弧背四十五度を以てこれを求む。 天元の一を立て黄道の矢と為す。 これを自して天径に因る黄道半弧背弦の差と為す。 左に寄す。 黄道半弧背を列し、天径一百二十一度太を以てこれに乗じて得る内、左に寄せたるを減じて、余りこれを自して、天径幂に因る黄道半弧弦幂と為す。 再び寄す。 天径を列し、内、黄道の矢を減じて、余りを黄道の矢を以てこれに乘じ、黄道半弧弦幂と為す。 天径幂を以てこれに相乗して得る数と再び寄せたるとを相消して開方の式を得る。 以て三乗の方にこれを開き、黄道の矢一十七度三十二分五十三秒を得る。	黄道の弧の長さ（半弧背 BA）を $\ell = 45^\#$ とする。 求めたい「黄道の矢 BD」を x と置く。 x を 2 乗して、直径 d で割った値は、黄道半弧背弦 (AD, 長さ p_1) との差 $\ell - p_1$ と等しくなる. $\frac{x^2}{d} = \ell - p_1$ $x^2 = d(\ell - p_1)$ とする。 ℓ に対して、$d = 121.75^\#$ を乗じ、先の x^2 を減じ、その差を 2 乗して d^2 で割る式の値は、p_1^2 となる. $(d\ell - x^2)^2/d^2 = p_1^2$ $(d\ell - x^2)^2 = d^2 p_1^2$ (式 1) d に対して x との差をとり、x をかけた値は、p_1^2 と等しくなる. $p_1^2 = x(d - x)$ d^2 を両辺にかけて $d^2 p_1^2 = d^2 x(d - x)$ とする. 先に得た (式 1) と等しいと置く (相消す). $(d\ell - x^2)^2 = d^2 x(d - x)$ これより、解くべき式が得られる。 この 4 次方程式を解くと、実数解として $x = 17.3253^\#$ を得る. 黄道の矢 BD が求められた。	太陽が黄道の位置 A（弧 BA の長さ ℓ）にある. これに対応する赤道の弧の長さ CI を求めるのが目的. (天元術による変数立て) 会円術の式 (I3) $\ell - p = \frac{x^2}{d}$ を適用. 太は 3/4. 円の幾何学的性質（方べきの定理）を適用. 半弦の 2 乗は「矢」と「直径から矢を引いた残り」の積に等しい. 以下の 4 次方程式が導かれる. $x^4 + (d^2 - 2d\ell)x^2 - d^3x + (d\ell)^2 = 0$ 「三乗の方」とは 4 次方程式 (最高次が x^4) のこと.

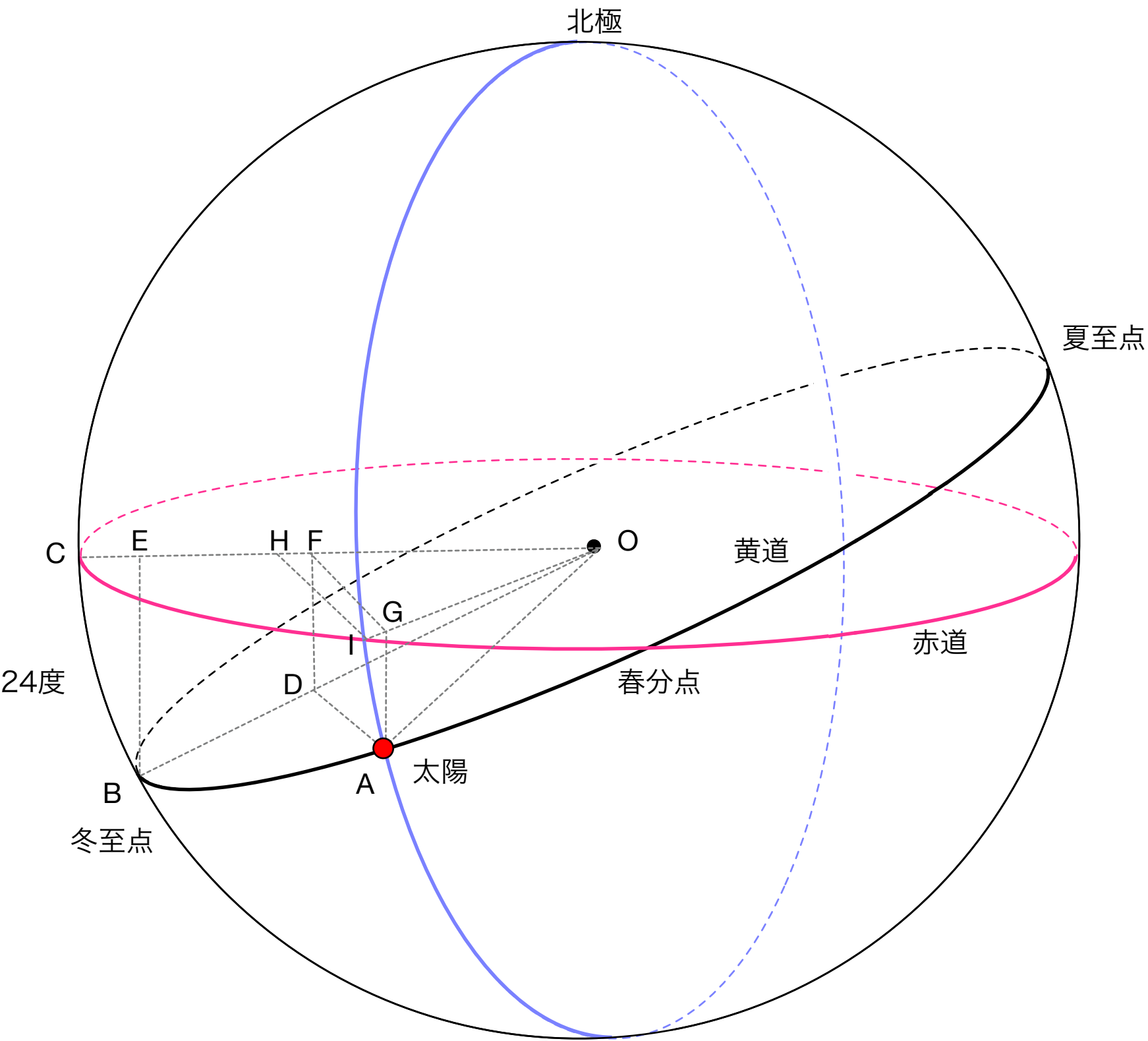
BD=x として求める
BDを矢, ADが半弦, 弧AB既知より会円術を用いる



2.	黄道の矢を列し、これを自乗して得る数を実と為す。天径を以てこれを除し、黄道の半弧背弦の差二度四十六分を得る。	x^2 を d で割り、 $\ell - p_1$ を得る。 $\ell - p_1 = 2.46^\#$ を得る。	
3.	黄道の半弧背弦の差を以て黄道の半弧背を減じて、余り四十二度五十四分を黄道の半弧弦と為す。	$\ell = \ell$ の両辺から $\ell - p_1 = 2.46^\#$ を減じることで、 $p_1 = 42.54^\#$ を得る。	$p_1 = \ell - 2.46 = 42.54^\#$ を得る。
4.	黄道の矢を以て天の半径六十零度八十七分半を減じ、余り四十三度五十四分半を黄赤道の小弦と為す。	半径 $r = d/2 = 60.875^\#$ より、矢 x を引き、余りを黄赤道の小弦 (DO, 長さ q_1) が得られる $q_1 = r - x = 43.545^\#$ 。	ここで黄道面上での話が終わる。
5.	黄赤道の小弦を列し、黄赤道の大股五十六度零六分半（二至出入する赤道の内外二十三度九十分を以て半弧背と為す。術に依りて黄赤道の大弧矢四度八十一分を求め得て、これを以て天の半径を減ずるの余りなり）を以てこれに相乗して得る数を実と為す。黄赤道の大弦六十零度八十七分半を以てこれを除し、黄赤道の小股四十零度零九分を得る。	（夏至または冬至のとき、黄道と赤道の間は $23.90^\#$ の弧の長さ BC がある。先の術をここでも用いて、黄赤道の大弧矢 (CE, 長さ x_0) を $x_0 = 4.81^\#$ と求め、天の半径 r から x_0 を引いた余りで得られる $r - x_0 = 56.065^\#$ を黄赤道の大股 (EO, 長さ q_0) とする。) 黄赤道の小弦 (DO) q_1 と、黄赤道の大股 q_0 を乗じたものを黄赤道の半径 $r = 60.875^\#$ で割ることで、黄赤道の小股 (FO, 長さ ω) $\omega = 40.09^\#$ を得る。	夏至または冬至のとき、原点と黄道面と赤道面で囲まれる円弧の話になる。三角形 OEB と三角形 OFD の相似を用いて、黄赤道の小股 (FO, 長さ ω) を求める。
6.	黄赤道の小股を列し、これを自乗して得る数と、黄道の半弧弦これを自乗して得る数とを二位相併せて共に得る数を実と為す。平方にこれを開き、赤道の小弦五十八度四十五分三十秒を得る。	黄赤道の小股 (FO, ω) の 2 乗と黄道の半弧弦 (AD) を 2 乗して加えた数を実とする。平方にこれを開き、赤道の小弦 (GO) $= \sqrt{(\text{小股 (FO)})^2 + (\text{黄道半弧弦 (AD)})^2}$ $= \sqrt{40.09^2 + 42.54^2} \approx 58.455^\#$	三角形 OFG に三平方の定理を適用。AD=GF を用いている。
7.	黄道の半弧弦を列し、天の半径を以てこれに相乗して得る数を実と為す。赤道の小弦を以てこれを除し、赤道の大股四十四度三十零分四十三秒を得る。就いて赤道の半弧弦と為す。	$\frac{\text{黄道の半弧弦 (GF)} \times \text{天の半径 (OI)}}{\text{赤道の小弦 (OG)}}$ を計算することによって、赤道の半弧弦 (IH) を得る。 $44.3043^\#$ となる。この弦 IH(長さ p_3) が求められたので、弧 IC (長さ a) が求められることになる。	三角形 OGF と三角形 OIH が相似なので、OG : GF = OI : IH。
8.	黄赤道の小股を列し、黄赤道の大弦を以てこれに相乗して得る数を実と為す。赤道の小弦を以てこれを除し、赤道の横の大鉤四十一度七十五分を得る。	$\frac{\text{黄赤道の小股 OF}_{(40.09)} \times \text{大弦 OI}_{(60.875)}}{\text{赤道の小弦 OG}_{(58.455)}}$ より、赤道の大鉤 OH を得る。 $41.75^\#$ 。	三角形 OGF と三角形 OIH が相似なので、OF : OG = OH : OI。

弧BAを観測したとき、弧CIの長さとの差はいくつか？

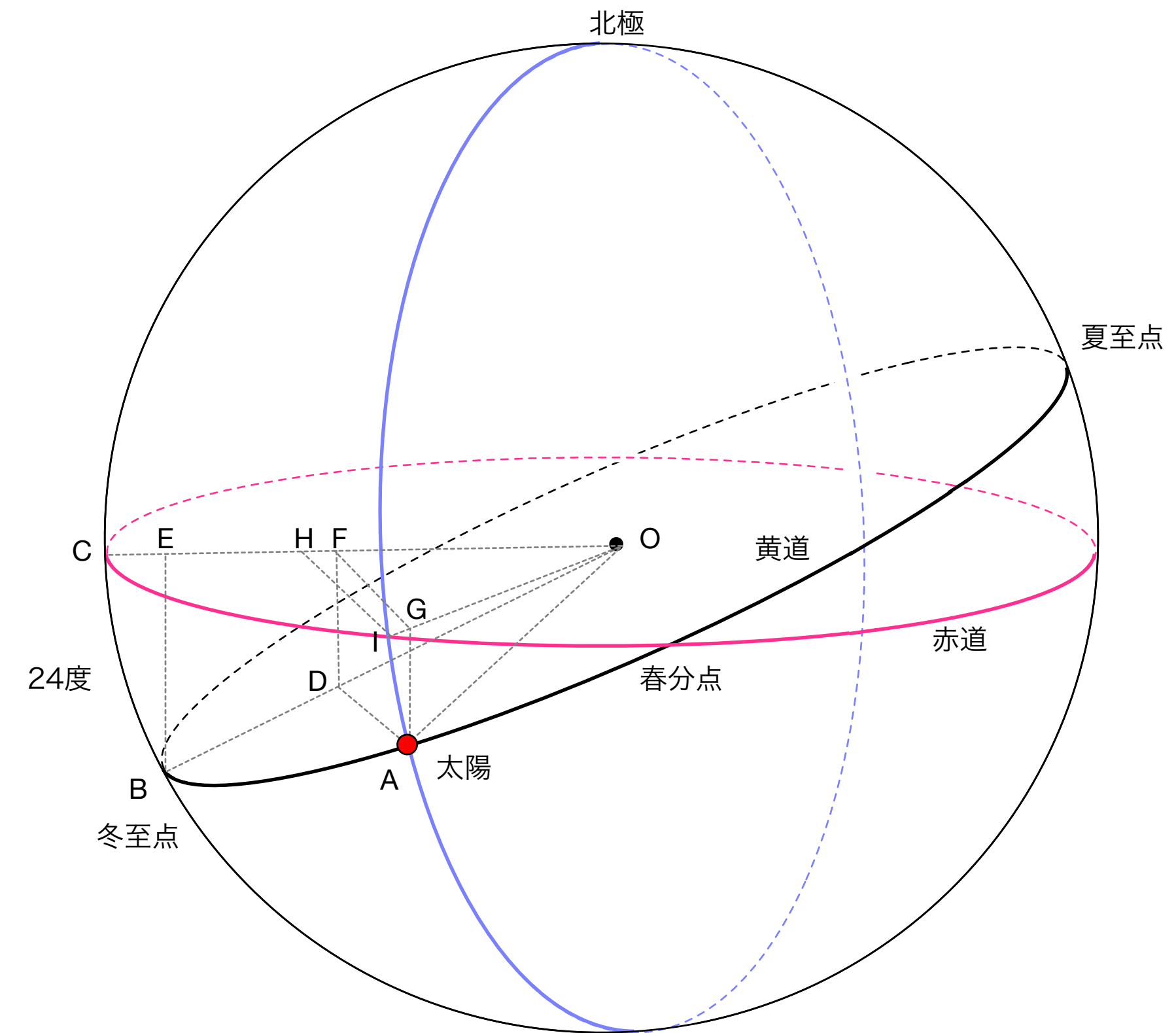
DBがわかったので、DOがわかる
同様にして、弧BC24度から、CEを求め、EOの長さがわかる
三角形OEBと三角形OFDは相似、FOがわかる。
DA=FGとして三角形OGFに三平方の定理を使ってOGを求める。
三角形OGFと三角形OIHは、相似、IHがわかる。OHもわかる



弧BAを観測したとき、弧CIの長さとの差はいくつか？

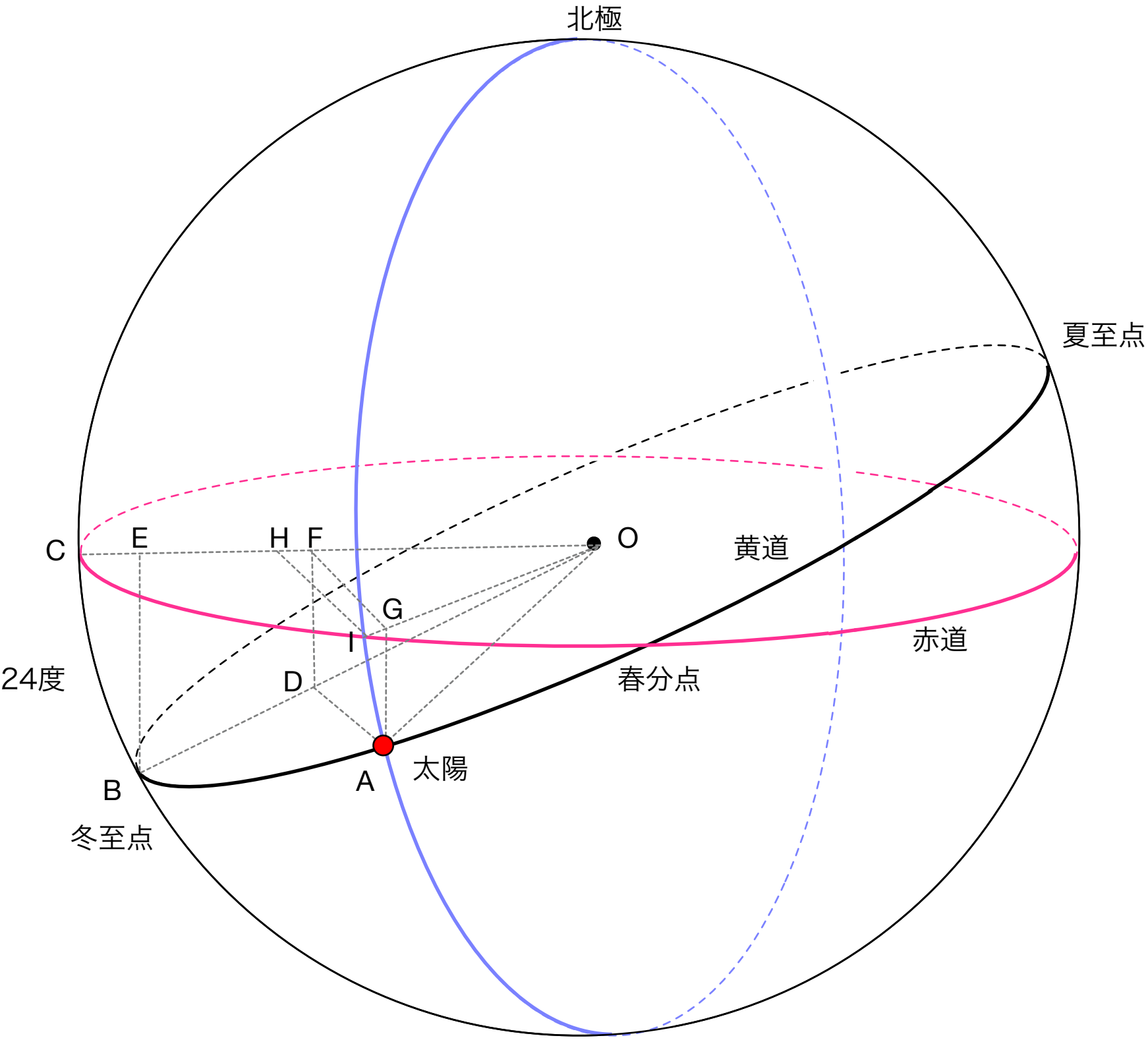
9.	赤道の横の大鉤を以て天の半径を減じ、余り一十九度一十二分半を赤道の横の弧矢と為す。	赤道面での弧 OIC にて、弧矢 (CH) を求める。 (半径)-(大鉤 OH)=(弧矢 CH)= 19.125 [#]	赤道面の OIC にて、会円術を適用する準備。
10.	赤道の横の弧矢を列し、これを自乗して得る数を実と為す。天径の如く而も一にして、赤道の半弧背弦の差三度零四十二秒を得る。	$CH^2/\text{直径} = 3.0042^{\#}$ となる。これは、弧 IC (長さ a) - 弦 IH (長さ p_3) に等しい。	会円術を適用。 $a - p_3 = CH^2/d$
11.	赤道の半弧弦に去加して赤道の半弧背と為す (去は当に以て作るべし)。赤道の半弧背弦の差を以て赤道の半弧弦を加入して、赤道の半弧背四十七度三十零分八十五秒を得る (余はこれに倣へ)。図に云く (朱を以て経を見、墨を以て緯を見る)	得られた値 $3.0042^{\#}$ に、弦 IH (長さ $p_3 = 44.3043^{\#}$) を加えることで、弧 CI (長さ a) が求められる。 $47.3085^{\#}$	これにより、「黄道上で冬至点から 45 度の位置にある太陽は、赤道上では $47.3085^{\#}$ の位置にあたる」
12.	赤道の半弧背を列し、内、黄道の半弧背を減じて、余り二度三十零分八十五秒を黄赤道の極差と為す。	黄道との差は、 $2.3085^{\#}$ となる。	
13.	やや 稍庚午より減ず。この術、循弧宛転、実まことに天道と ふんごう 合す。 (た は、月 + 勿 + 口) 最も微妙為り。古今に冠絶すと謂ふべし。	(赤道の値が) わずかに庚午の値から減じられる。この算法は、曲線を巧みに扱い、実に天体の運行 (天道) とぴたり合致している。極めて精密で奥深い。古今に比類なき優れた術であると言うべきだろう。	

CHとIHがわかるので、会円術を用いて
CIがわかる.



	『授時発明』読み下し文	解説	備考
1.	^{たとへば} 仮如、黄道の半弧背四十五度を以てこれを求む。前術に依りて、黄道の矢一十七度三十三分を得る。赤道の小弦五十八度四十五分三十秒を求め到り、以て天の半径を減じて、余り二度四十二分二十秒を赤道の大小弦の差と為す。又た、黄赤道の小弧の矢と為す。又た、内外の矢と為す。	例えば、黄道の半弧背 (BA) を $\ell = 45^\#$ とする。先の術により、黄道の矢 (DB) $x = 17.33^\#$ となる。また、赤道の小弦 (GO) $p = 58.4530^\#$ となる。GO を天の半径 (IO) r から引くことにより、赤道の大小弦の差 (GI) $2.4220^\#$ が得られる。これを、黄赤道の小弧の矢とも、内外の矢とも呼ぶ。	DB, GO の長さは、「黄赤道の差」の解釈で得られているもの。
2.	天の半径を列し、内、黄道の矢を減じて、余り四十三度五十四分半、黄赤道の小弦と為す。	天の半径から、黄道の矢 DB (x) を減じて、 $43.545^\#$ となる。黄赤道の小弦 DO とする。	
3.	黄赤道の小弦を列し、二至黄赤道の内外の半弧弦二十三度七十一分三十秒（黄赤道の大弧の矢四度八十一分を置きこれを自し、天径の如く而も一にして、半背弦の差一十九分を得、以て内外の極差二十三度九十零分三十秒を減じた余りなり）を以てこれに乗じて得る数を実と為す。黄赤道の大弦を以てこれを除し、一十六度九十六分二十三秒を得、黄赤道の小弧弦と為す。又た、黄赤道の小鉤と為す。	黄赤道の小弦 DO に対し、二至黄赤道の内外の半弧弦 (BE) $23.7130^\#$ （その求め方は、黄赤道の大弧の矢 (CE) $4.81^\#$ を 2 乗し、天の直径で割り、半背弦の差 $0.19^\#$ を得て、これより求められる内外の極差 BC $23.9030^\#$ を減じた余りである）に、これに乗じて得る数を分子（実）とする。黄赤道の小弦 DO × 半弧弦 BE / 黄赤道の大弦 r より $16.9623^\#$ を得、黄赤道の小弧弦 DF とする。また、黄赤道の小鉤ともいう。	半弧弦 (BE) を求める箇所は、会円術を用いている。その後は、三角形の相似を用いて、 $BE:BO = DF:DO$ より DF を求めている。「天径の如く而も一にして」は「直径で割る」。
4.	黄赤道の小弧の矢を列し、これを自して得る数を実と為し、天径を以てこれを除し、半弧背弦の差四分八十二秒を得る。	黄赤道の小弧の矢 (GI) を 2 乗し、天径 d で割り、半弧背弦の差 (弧 AI − 弦 AG) $0.0482^\#$ を得る。	会円術。
5.	半弧背弦の差を以て黄赤道の小弧弦に加入して一十七度零一分零五秒を得て、黄赤道内外の度と為す。又た、黄赤道の小弧半背と為す（余はこれに倣へ）。	半弧背弦の差に、黄赤道の小弧弦 (FD) を加え、 $17.0105^\#$ を得て、黄赤道内外の度 (弧 AI)，あるいは、黄赤道の小弧半背とする。これで、冬至のときとの南中高度の差が計算できる。	$FD=GA$ を用いている。
6.	冬至の前後の二象の盈初、縮末は黄赤道の内外の度を以て象限九十一度三十一分四十三秒を加へ、黄道極を去るの度及び分秒と為す。夏至の前後の二象の縮初、盈末は黄赤道の内外の度を以て象限を減じて、余りを黄道極を去るの度及び分秒と為す。	冬至の前の ^{えいしょ} 盈初から冬至の後の ^{しくまつ} 縮末までは、太陽の位置の、黄道極を去るの度及び分秒（去極度、天の北極からの角度）は、「 $91.3143^\# + \text{弧 AI}$ 」によって、夏至の前後は「 $91.3143^\# - \text{弧 AI}$ 」によって与えられる。	

弧BAを観測したとき、弧AIの長さはいくつか？



	『授時発明』読み下し文	解説	備考
1.	天の半径を列し、自乗して得る数を実と為す。矢六度を以てこれを除し、股弦の和六百一十七度六十二分を得る。矢六度を加へて大円径六百二十三度六十二分を得る。	天の半径を2乗した数を分子（実）とする。これを矢である6 [#] で割り、股（底辺）と弦（斜辺）の和として617.62 [#] を得る。これに矢の6 [#] を加えると、大円の直径である623.62 [#] を得る。	天の半径 $r = 60.875^{\#}$ を用いている。
2.	大股五十六度零六分半を列し実と為す。大鈎二十三度七十一分を以てこれを除して、二度三十六分四十六秒を得る。就いて秒を分に整へ、二度三十七分を得て度差と為す。	大股 (OE) 56.065 [#] を分子（実）とする。大鈎 (CE) 23.71 [#] でこれを割ると、2.3646 [#] を得る。これについて、秒の単位を四捨五入（または切り上げ）して分に揃え、2.37 [#] として、これを「度差」とする。	股は直角三角形の底辺、鈎（勾）は直角三角形の高さ。黄道と赤道がなす角度を θ として、 $1/\tan \theta$ を「度差」とする。
3.	容闊を列し、度差二度三十六分四十六秒を以てこれに乗じて、一十三度四十七分八十二秒を得て、容半長と為す。	容闊 (MN) の長さ 5.7 [#] に、先ほどの度差 2.3646 [#] をこれに乗じて、13.4782 [#] を得る。これを「容半長」(XN) とする。	容闊 (MN) の求め方は、図 5 [b] 参照。
4.	大弦六十零度八十七分半を列し、小鈎五度七十分を以てこれに乗じて、得る数を実と為す。大鈎二十三度七十一分を以てこれを除し、小弦一十四度六十三分四十秒を得る。又た、白道と赤道との正交より黄赤道の正交に距る半弧弦と為す。	大弦 (OC) 60.875 [#] を並べ、小鈎 (MN) 5.70 [#] を乗じて、得られた数を分子（実）とする。これを大鈎 (CE) 23.71 [#] で割ると、小弦 (YM) 14.6340 [#] を得る。また、これは「白道と赤道の交点（正交）」M から「黄道と赤道の交点」X までの距離の半弧弦にあたる。	直角三角形の相似比、大弦 OC : 大鈎 CE = 小弦 YM : 小鈎 MN
5.	小弦を列し、これを自して得る数、以て天の半径の冪を減じ、余りを実と為す。平方にこれを開き五十九度零九分を得て、これを以て天の半径を減じ、余り一度七十八分を小矢と為す。これを自して、天径の如く而も一にして、半背弦の差二分六十秒を得る。小弦を加入して半弧背一十四度六十六分を得て、白赤道の正交より黄赤道の正交に距る極数と為す。 図に云く	小弦 YM を2乗する。天の半径 OM の2乗（冪）からこの値を引き算し、残った数を分子（実）とする。この平方根を求めると OY 59.09 [#] を得る。天の半径 OX からこれを引き算し、残りの 1.78 [#] を小矢 (YX) とする。この小矢 YX を2乗し、天の直径で割ると、半背弦の差（弧の長さと弦の長さの差 MX - MY）である 0.0260 [#] を得る。これに小弦（14.6340 [#] ）を足し合わせることで、半弧背 MX として 14.66 [#] を得る。これが白赤道の交点から黄赤道の交点に距る「極数（天文学的な計算の基準値）」MX となる。	「天径の如くにして一にする」は直径で割るという意味。

MXの長さはいくつか？

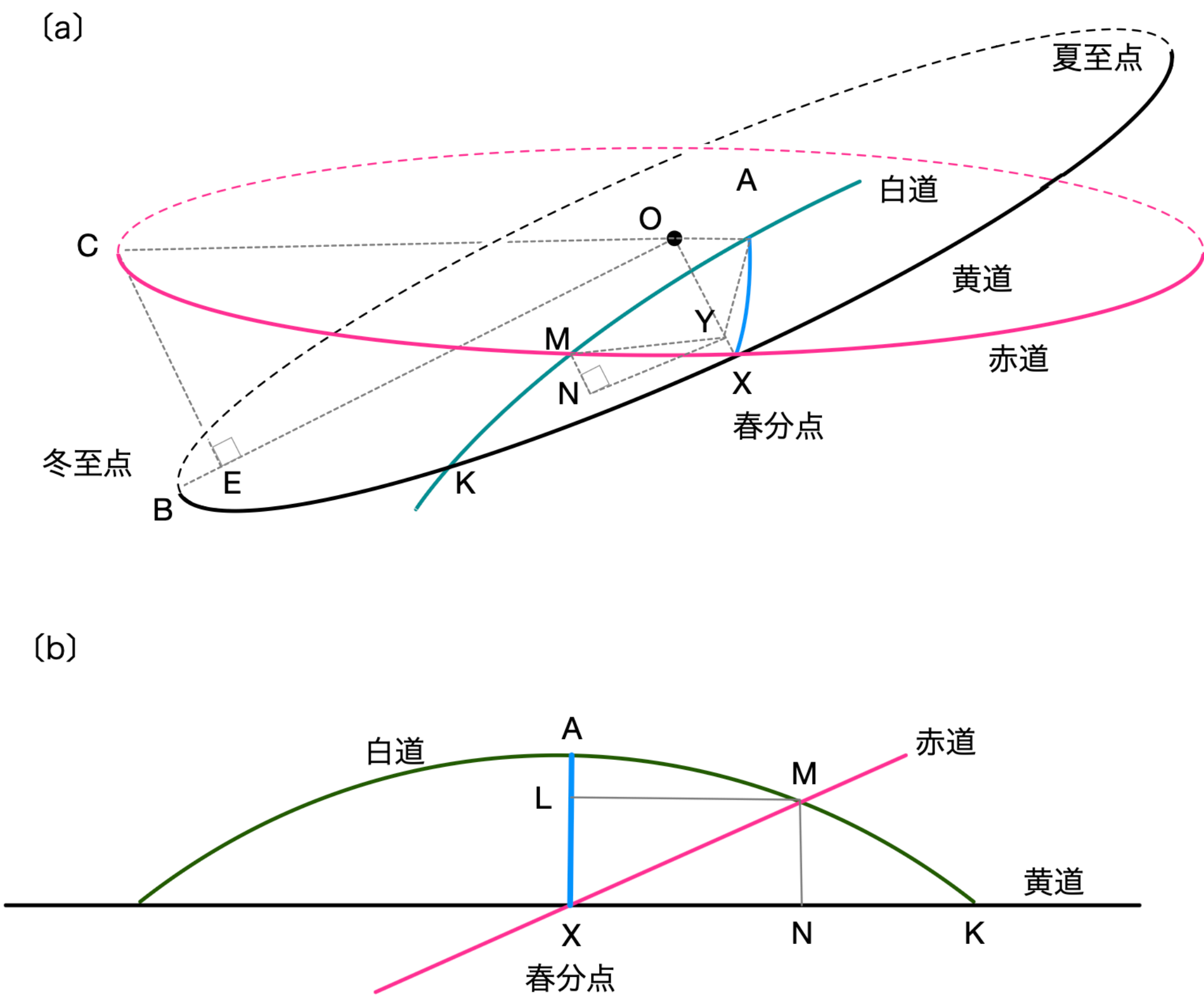


図 5: [a] 白道（月の通り道）と黄道（太陽の通り道）、天の赤道の配置の例。図の見易さを優先して白道と黄道の角度は広くとっている。白道と黄道との開き（弧 AX）が春分点 X から測ったときに最大角（6[#]）であることを仮定した図。弧 MX を求めるのが目的であるが、この図の配置の場合に弧 MX は最大の長さになる。[b] 中心 O にいる観測者から見た図。白道が黄道よりずれている部分（弧 KAK'）を大円の一部分と見なすと、その大円の半径は、AX を矢とし、OX を弦とする関係から求められる（表 4 の段落 1）。赤道と黄道のなす角が 24[#] であることを用いると、AX が 6[#] に対して、MN（容闊と呼ぶ、表 4 の段落 3）が 5.7[#]、XN（容半長）が 13.4782[#] となる。

白道は18.6年周期で歳差を起こす

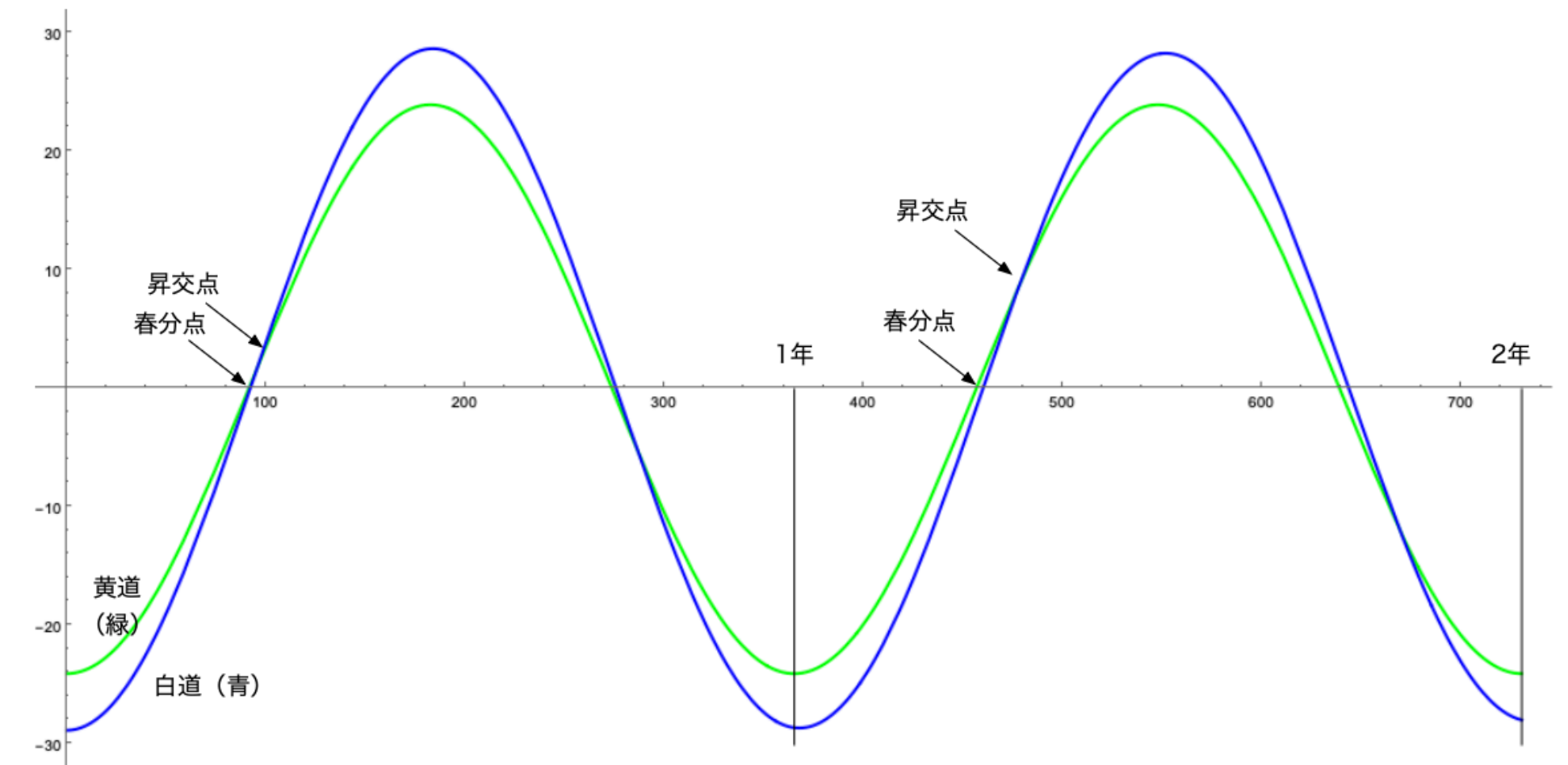
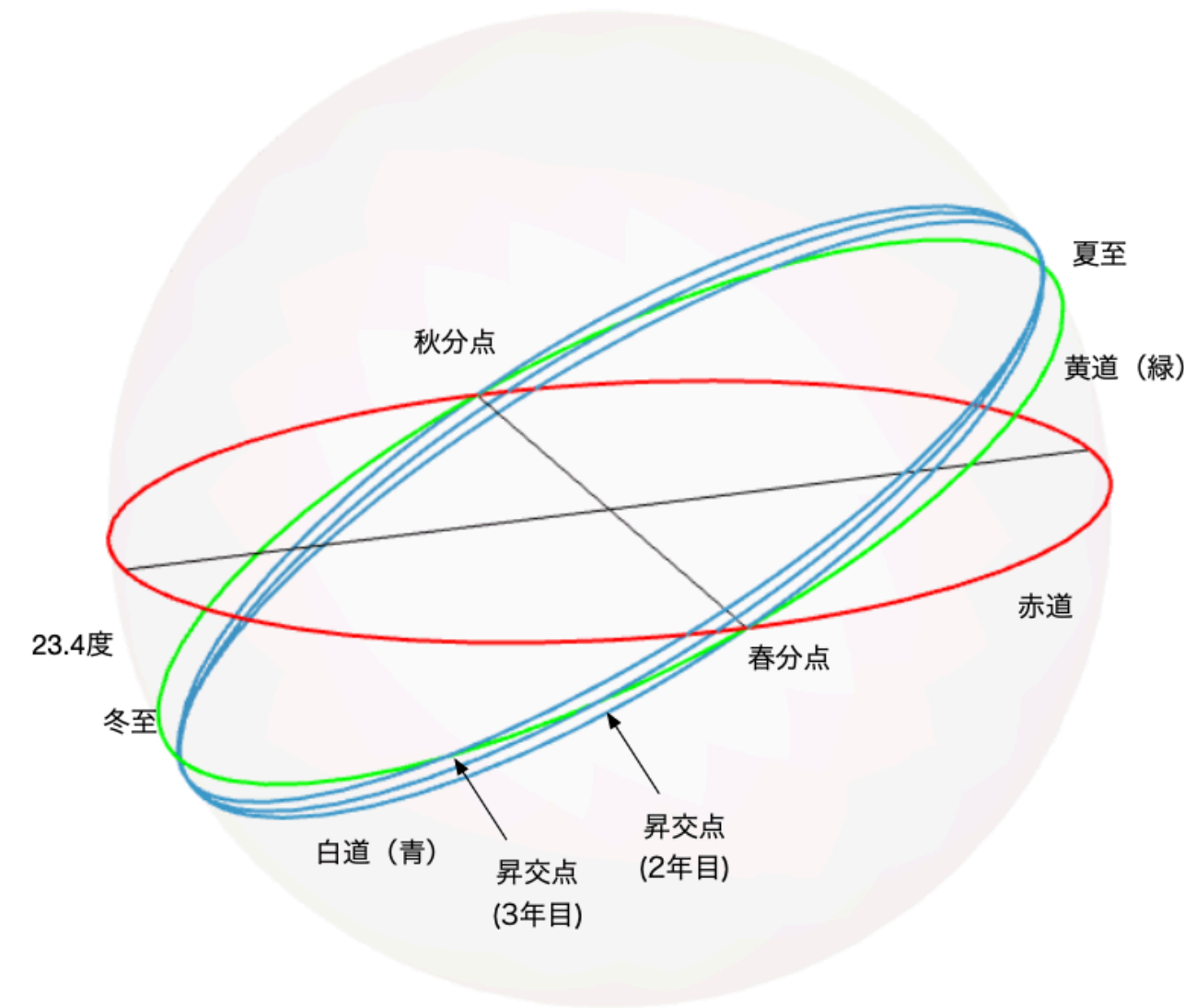
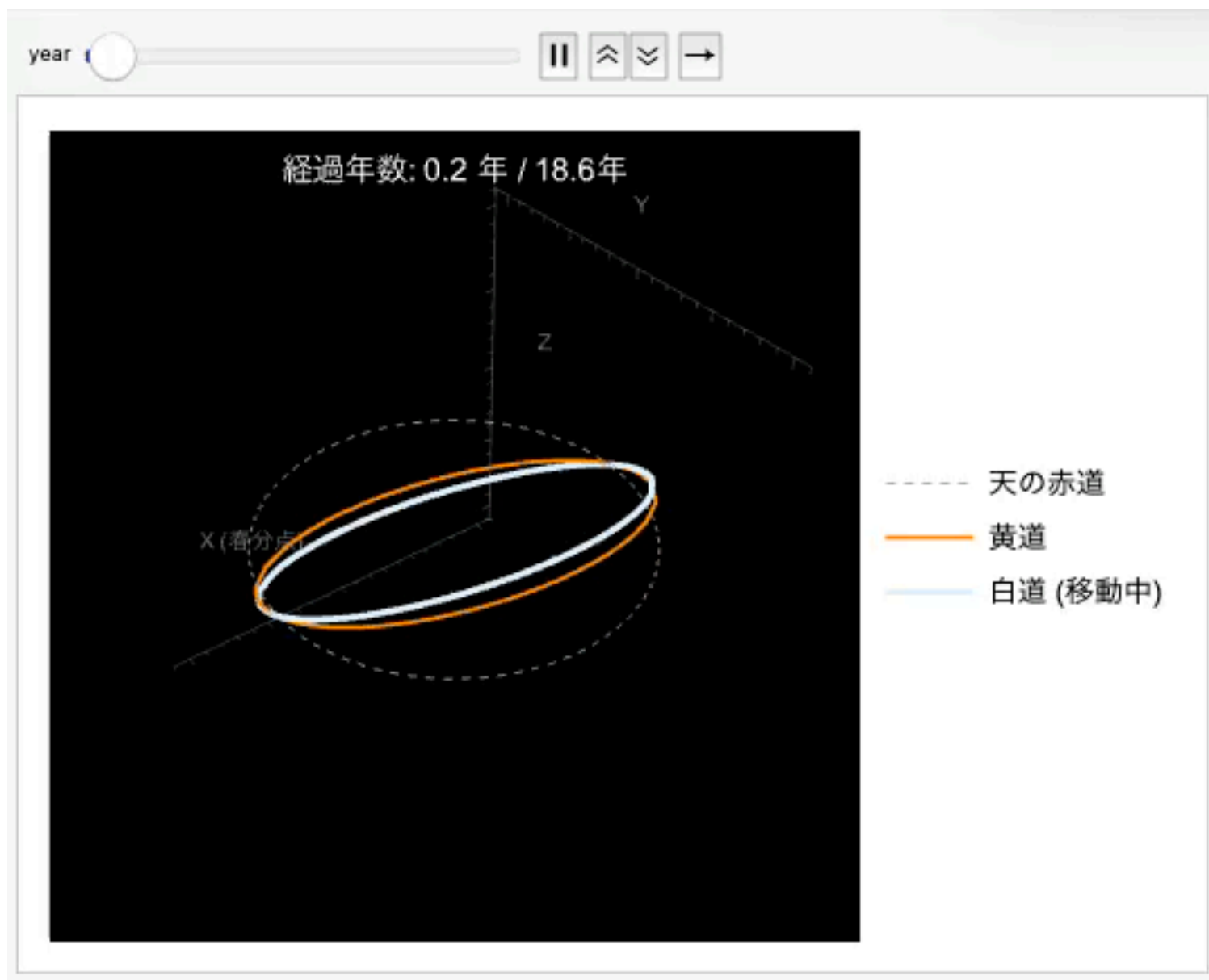


図 6: (左) 天球面上の赤道，黄道（太陽の通り道），白道（月の通り道）を描いたもの．月は，冬至のときに最も南側にいるもの，として，3 年分を描いた．（月は 1 恒星月＝27.3 日で周回する．）(右) 黄道と白道の赤道面からの上下を日数（黄道上を動く太陽位置）を横軸に，赤道面からのずれの角度を縦軸に 2 年分描いたもの． 左の図と同様に，白道は冬至の位置に最も南側にいるものとして描いた．昇交点や降交点は，毎年ずれてゆき，18.6 年で 1 周する．この図の場合，1 年目の昇交点は，春分点から 4.19 日ずれているが，2 年目は 21.5 日になる．

	『授時発明』読み下し文	解説	備考
9.	蓋し白道の二交に斜有り、直有り、陰陽二曆に内有り、外有り。直なるものは密にして狭く、斜なるものは疎 そ にして闊 ひろ し。その差も亦た、従ひて異なる。 旧法、白道の交周、差を以て黄道を損益して、変じて白道と為す。斜を以て斜を求む。己れが臆見 まか に任ずるに過ぎざるのみ。若思立渾を用いて比量し、白道と黄赤道の正交との東西相距 へだ たる極差一十四度三分度の二を得る。 擬して以て法と為し、逐月每交二十八宿の度分をす。実 まこと に天体円転の妙を得たること、最も精詳 た 為り。	そもそも、白道が他の軌道と交わる二つの交点には、斜めに交わる部分と、直角に交わる部分があり、陰曆・陽曆の二つの地点（または軌道の北側と南側）には、内側に入り込む部分と、外側へ出る部分がある。直角に交わる部分は両者の軌道は密で範囲が狭く、斜めに交わる部分は疎で範囲が広い。そのため、それらのズレ（差）もまた、それぞれ異なってくる。 従来の古い方法では、白道が交差する周期のズレ（差）を用いて黄道の度数を足し引き（損益）し、それを変形させて白道の度数としていた。これは斜めのデータから別の斜めのデータを求めようとするものであり、作り手の単なる思い込み（臆見）に任せているに過ぎなかった。そこで私は、「立渾（立体的な天球模型・渾天儀）」を用いて実際に天体の運行を比較・計測し、白道と黄道・赤道が直交（正交）する位置から東西に最も離れる最大のズレ（極差）が「14 度と 3 分の 2（約 14.67 [#] ）」であることを突き止めた。 これを基準として新しい計算規則（法）を定め、毎月、月が交差するごとに二十八宿を通過する度分を細かく算出した。これこそが、誠に天体が円を画いて美しく回転する仕組み（円転の妙）の本質を捉えたものであり、最も精密で詳細なものである。	段落 9 は、字下げのない文のみ（天文大成の本文のみ）。

- 「黄赤道の差を論す」「黄赤内外の差を論す」「白道と黄赤道の差を論す」と題された全3章のうち、はじめの2章については、関が完全にその理論を理解していたことがわかる。
- ただし、授時曆で使われていた弧の長さを求める数学は、会円術と呼ばれる近似式にすぎず、観測と対比させて検討するには、より高度な数学が必要となることが実感されたことと考えられる。
- また、「白道と黄赤道の差を論す」については、元にした『天文大成管窺輯要』の記載自体が現象論的であり、その論理を追う関の考察にも数秘術的で理解し難い部分があった。

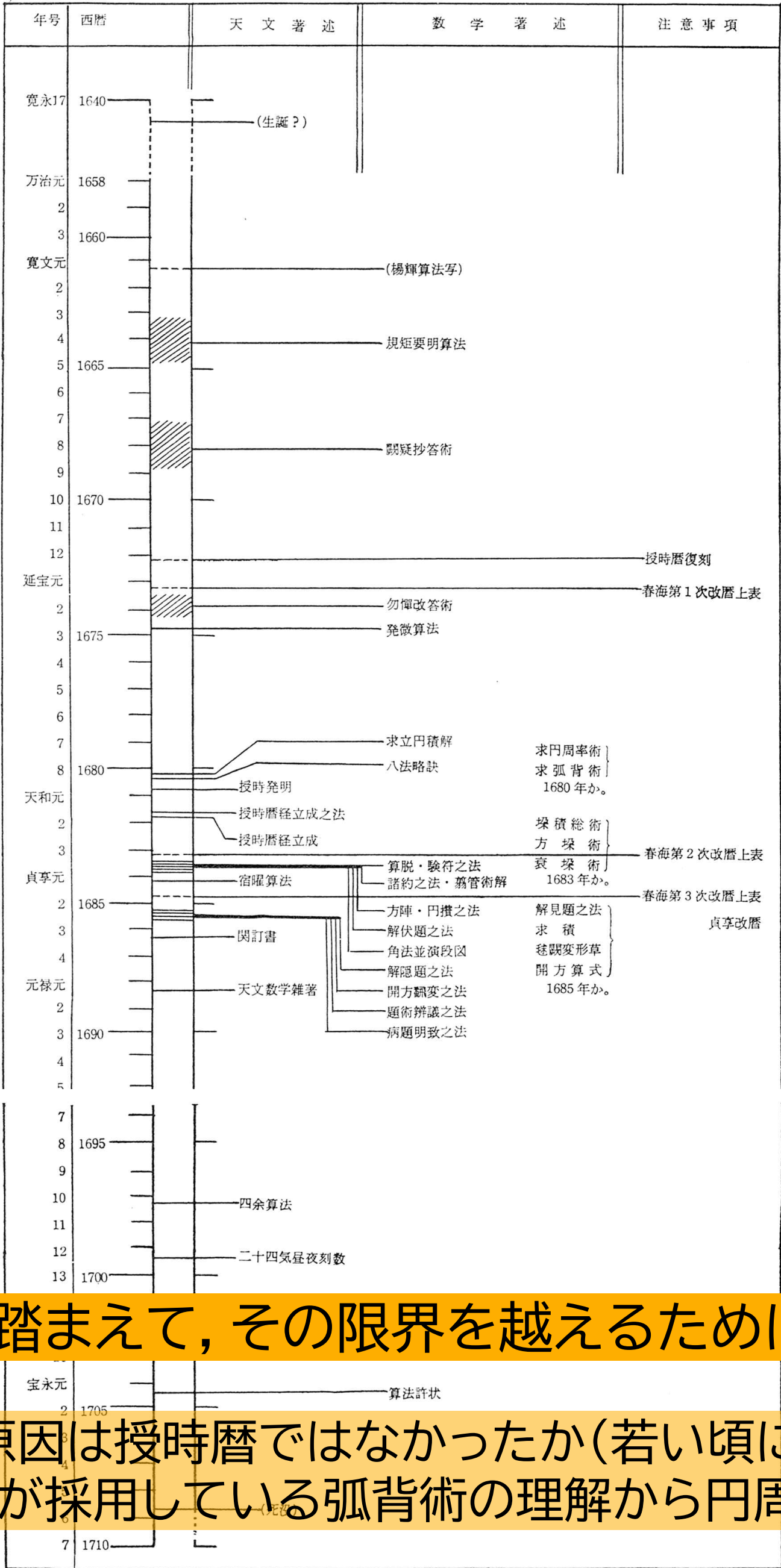
『授時発明』読み下し文	解説
延宝八庚申歳九月下弦後晨、東方に彗星見ゆ。光芒西を指し長さ三十許度。二十七日（癸未）に至りても猶見ゆ。二十八日（甲申）に至りて晨伏、見えず。九月二十九日（乙酉）合伏、房初度。十月朔（丙戌）昏西方に唯光芒見ゆ。二日（丁亥）夕、星体見ゆ。光芒東を指し長さ五十許度。十一月二十七日（壬午）彗徐して室北星に没さんと欲す。適合距合五十七日。積行一百一十度。十二月望後、光芒、星体共に没して見えず。室宿を越へず。	延宝 8 年（1680 年）庚申の年の 9 月、下弦の月が過ぎた後の夜明け（晨）、東の空に彗星が現れた。その光芒（彗星の尾）は西の方向を指しており、長さは 30 [#] ほどであった。9 月 27 日（癸未）になっても、彗星はなおも見えていた。9 月 28 日（甲申）になると、朝方に太陽に近づきすぎて見えなくなった（晨伏）。9 月 29 日（乙酉）には、太陽と完全に重なった（合伏）。その位置は房宿の最初の度数であった。10 月 1 日（丙戌）の夕方（昏）、西の空に尾の光だけが見えた。10 月 2 日（丁亥）の夕方、彗星の本体（核）が見えた。その光芒は今度は東の方向を指しており、長さは 50 [#] ほどもあった。11 月 27 日（壬午）、彗星は移動し、室宿の北側にある星の付近で消え去ろうとしていた。これらを合わせると、最初に見えてから見えなくなるまでの期間（距合）はちょうど 57 日間であり、その間に移動した角度（積行）は 110 [#] に及んだ。12 月の満月（望）が過ぎた後、光芒も本体も共に消えて見えなくなった。彗星が室宿を越えて進むことはなかった。 この彗星のことを「金星」だと言う者がいるが、それは間違いである。金星は 6 月 30 日（丁亥）に、朝の東の空で太陽に近づきすぎて見えなくなった（晨伏）。このときの太陽は縮（秋分から冬至に向かう軌道区間）の 31.873 [#] 金星は 8 月 10 日（丙寅）に、太陽と完全に重なった（合伏）。このときの太陽は縮の 79.5123 [#] 金星は閏 8 月 19 日（乙巳）に、「夕方の明星」として現れ、太陽から急速に離れていく動きを始めた（夕疾初）。このときの太陽は縮の 127.1523 [#] 金星の夕方の急速な離脱動きは、10 月 12 日（丁酉）に終わりを迎えた（夕疾末）。このときの太陽は盈（春分から夏至に向かう軌道区間）」の 7.5635 [#] 金星は 12 月 1 日（丙戌）に、夕方の空で次にやや速い速度で動く期間に入った（夕次疾初）。このときの太陽は盈の 66.2375 [#]
或いは右の彗星を以て金星と為すはこれにあらず。	
金星晨伏六月三十日丁亥　入縮三十一度八七三	
合伏八月十日丙寅　入縮七十九度五一二三	
夕疾初閏八月十九日乙巳　入縮百二十七度一五二三	
夕疾末十月十二日丁酉　入盈七度五六三五	
夕次疾初十二月朔日丙戌　入盈六十六度二三七五	

関孝和の著述年表

平山諦，下平和夫，広瀬秀雄 編
『関孝和全集』（大阪教育図書，1974）

1680 『授時発明』
1681 『授時暦経立成之法』
1686 『関訂書』
1689 『天文数学雑著』

関孝和著述年表



関孝和

円理の創始，級数展開の研究

▶建部賢弘

円理弧背術・正弦表の作成

▶中根元圭

授時暦研究

▶中根彦循

開方盈朒

▶千葉歳胤

蝕算活法

▶安島直円

弧背術

▶間重富

弧矢索隠

関や建部は、授時暦の数理を踏まえて、その限界を越えるために、円理の創始や級数展開の研究に向かった、と考えられる。

関が円理を始める直接の原因は授時暦ではなかったか(若い頃に村松重清の方法で π の計算を行い、授時暦の研究によって弧弦矢の関係に開眼、また授時暦が採用している弧背術の理解から円周率計算の別方法に到達したのではないか) 広瀬(1973)

天文学史の中の日本：和算家の動機を探る

- ★ 天文学は、バビロニア・エジプト・ギリシャ・インド・中国を起源として生まれた。文化交流によって、影響を及ぼしたものもあるし、影響を受けなかったものもある。
- ★ 天文学のツールとしての三角関数の歴史も同様である。ギリシャからインドへ、そしてイスラムを経由してヨーロッパへ、という主経路のほか、中国では、独自の近似式を用いた球面上の幾何学の扱いが行われた。
- ★ 両者は異なる数学文化伝播ルートとして、1720年代に日本で邂逅する。それが、中根元圭と建部賢弘の全く異なる三角関数表の由来である。
- ★ 和算家が天文暦学に興味を持つ動機は、17世紀後半の改暦に向けた授時暦研究であった。関孝和の著作には、授時暦の数理を丹念に追う努力が見られるが、限界も垣間見られる。
- ★ 関や建部は、授時暦の数理を踏まえて、その限界を越えるために、円理の創始や級数展開の研究に向かった、と考えられる。

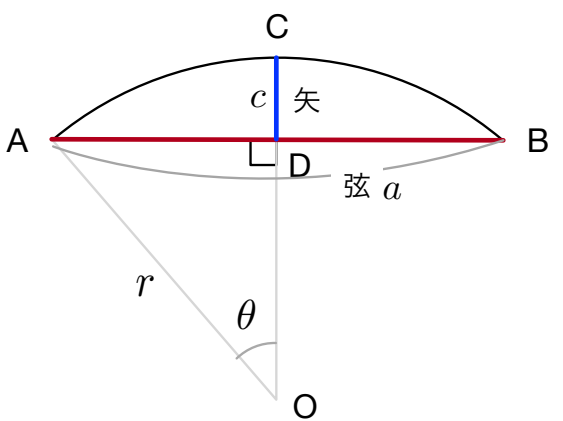
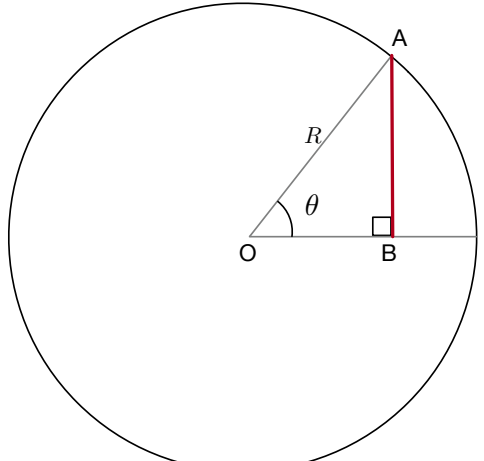
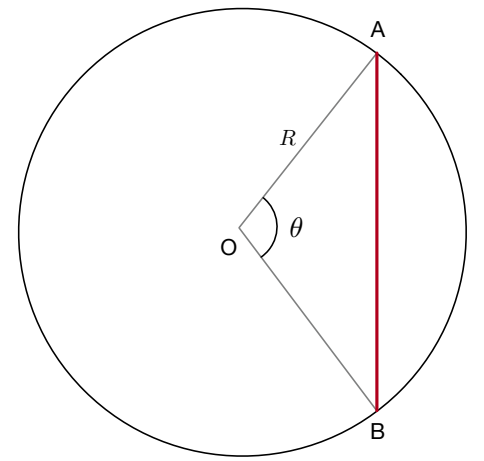
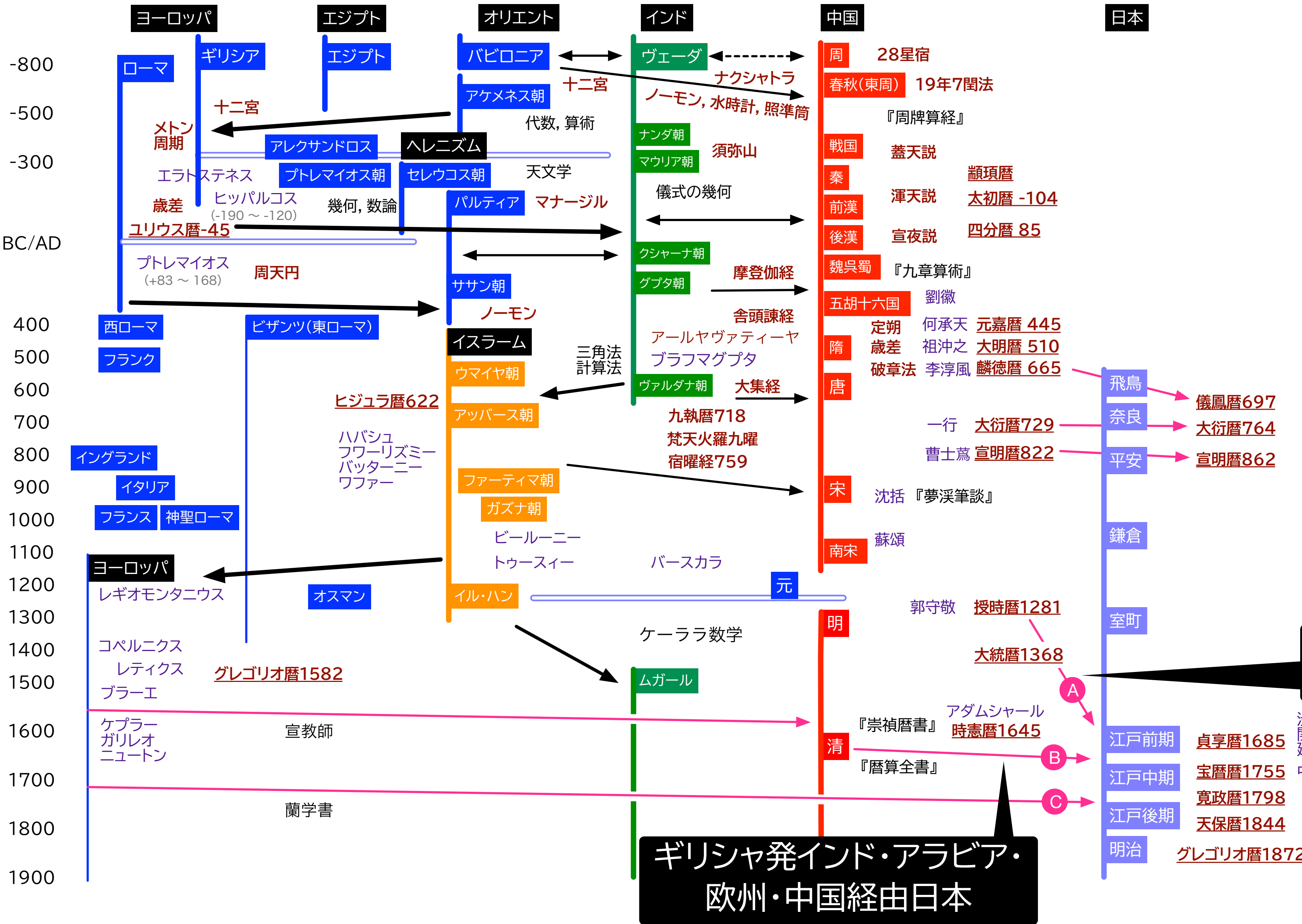
https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/Viewgraphs/20260726_MathHistory_shinkai_slide.pdf このスライド

https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/Viewgraphs/20260726_MathHistory_shinkai_print.pdf 配布プリント

三角法の伝播：江戸前期に存在した2つの三角関数表 https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/Papers/202606_Trigonometry.pdf

関孝和『授時発明(天文大成三条図解)』解説 https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/Papers/202607_SekiJujiHatumei.pdf

天文学史・数学文化交流史から俯瞰する日本の位置



中国発日本

ギリシャ発インド・アラビア・欧州・中国經由日本

渋川春海
関孝和
建部賢弘
中根元圭
B麻田剛立 vs C志筑忠雄