

関と建部の天文暦学

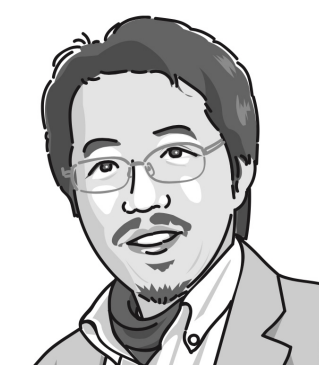
0. 授時暦の位置付け

1. 関孝和の暦学研究

『授時発明』(1680)

2. 建部賢弘の暦学研究

『算暦雑考』(1720年代)



真貝寿明(大阪工業大学 情報科学部)

hisaaki.shinkai@oit.ac.jp

<https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/>

Print (pdf)



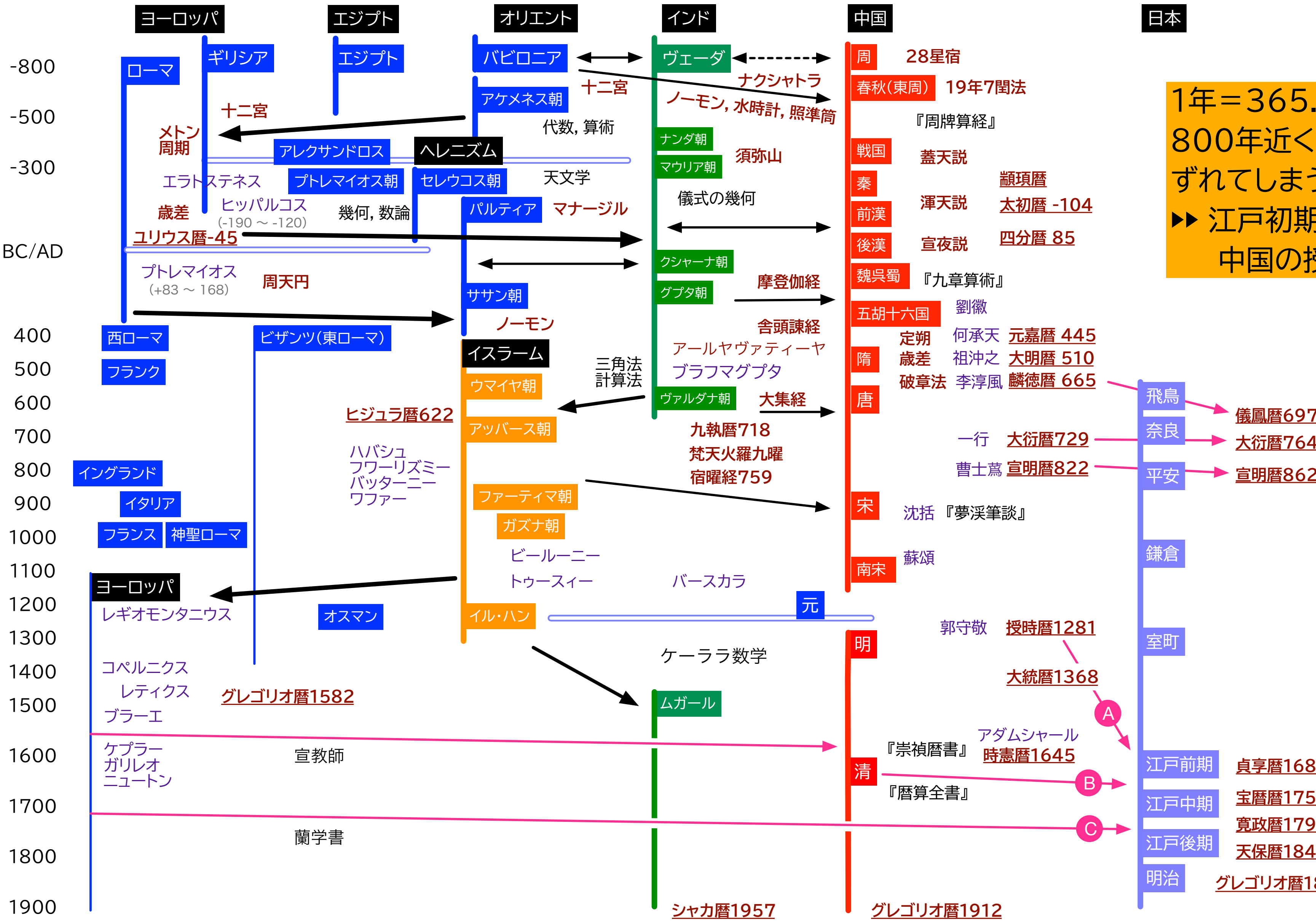
Slide (pdf)



https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/Viewgraphs/20260912_SekiTakebe_slide.pdf
https://www.oit.ac.jp/labs/is/system/shinkai/Viewgraphs/20260912_SekiTakebe_print.pdf

このスライド
配布プリント

天文学史・数学文化交流史から俯瞰する日本の位置



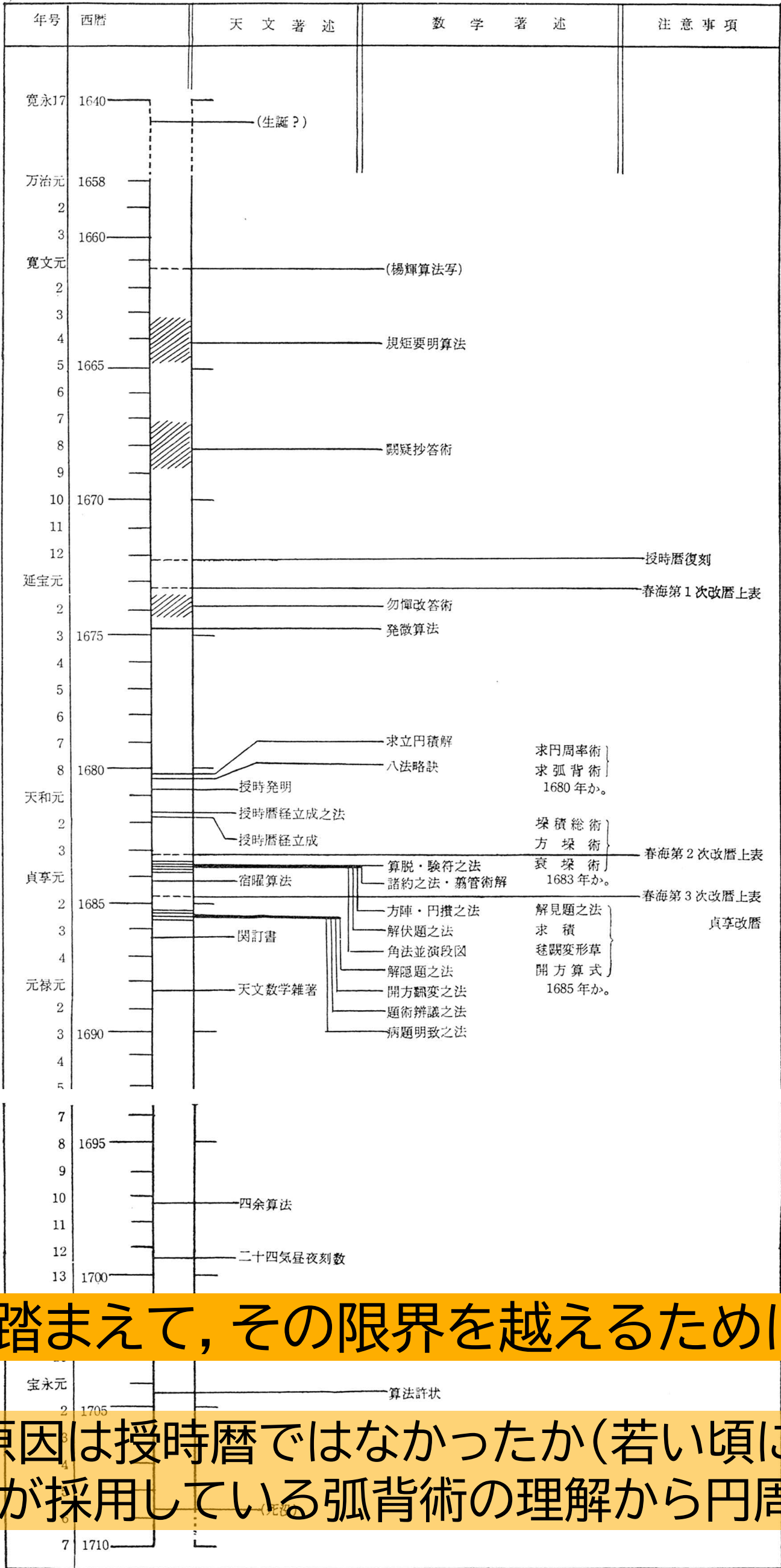
1年=365.2448日 としての宣明暦を
800年近く使い続けた日本では, 暦が2日
ずれてしまう
▶▶ 江戸初期, 改暦の必要性が認識され,
中国の授時暦が研究された。

関孝和の著述年表

平山諦，下平和夫，広瀬秀雄 編
『関孝和全集』（大阪教育図書，1974）

『授時発明』（1680）
『授時暦経立成之法』（1681）
『授時暦経立成』（1681）
『関訂書』（1686）
『天文数学雑著』（年紀不明）
『宿曜算法』（1684？）
『四余算法』（1697？）
『二十四気昼夜刻数』（1699）

関孝和著述年表



関や建部は、授時暦の数理を踏まえて、その限界を越えるために、円理の創始や級数展開の研究に向かった, と考えられる.

関が円理を始める直接の原因は授時暦ではなかったか(若い頃に村松重清の方法で π の計算を行い, 授時暦の研究によって弧弦矢の関係に開眼, また授時暦が採用している弧背術の理解から円周率計算の別方法に到達したのではないか) 広瀬(1973)

関孝和

円理の創始，級数展開の研究

▶建部賢弘

円理弧背術・正弦表の作成

▶中根元圭

授時暦研究

▶中根彦循

開方盈朒

▶千葉歳胤

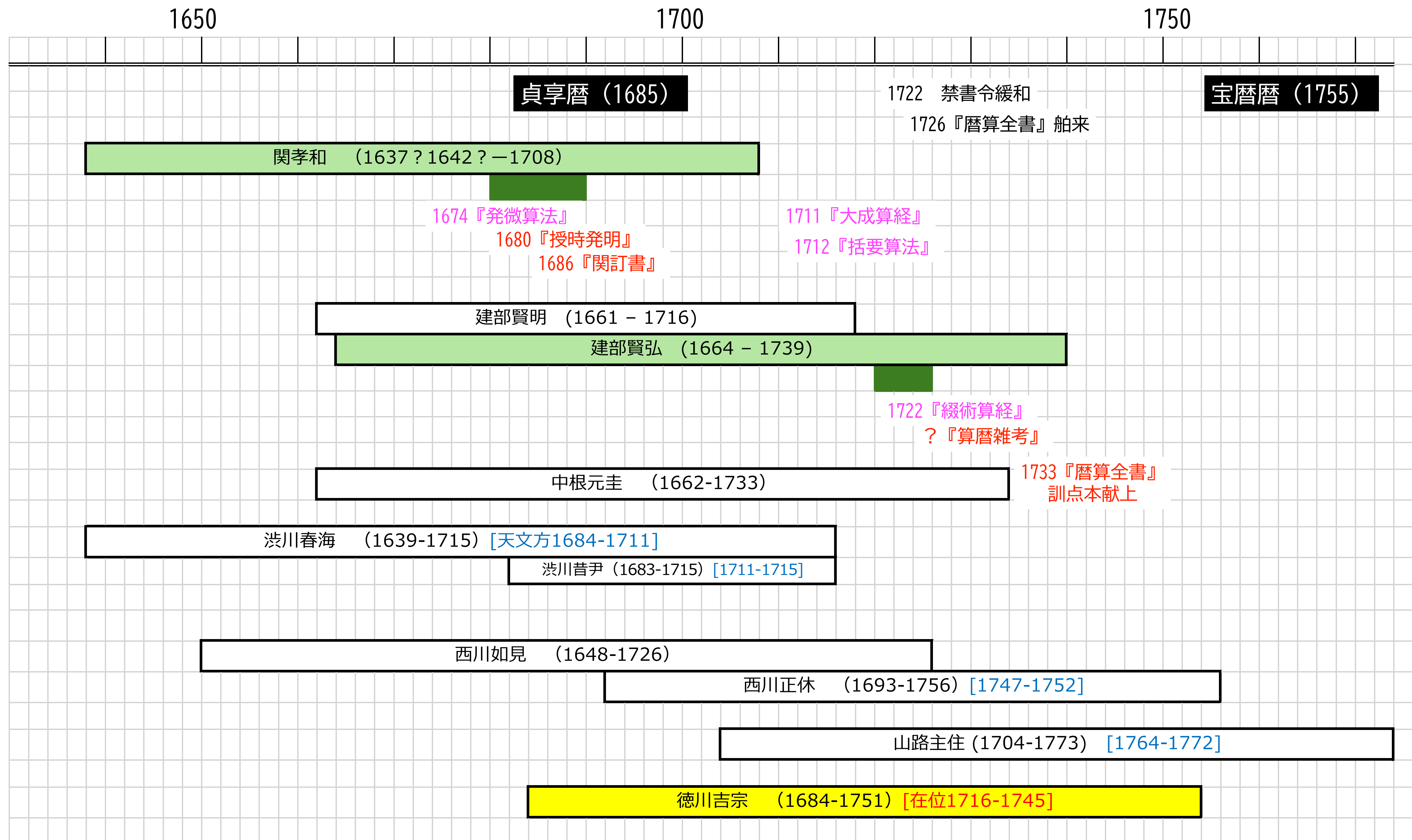
蝕算活法

▶安島直円

弧背術

▶間重富

弧矢索隠



関と建部の天文暦学

0. 授時暦の位置付け

表 12: 中国で使われた主な暦. (A は山 + 而 + 頁, B は王 + 頁, C は登 + おおざと, D は言 + 斤, E は火 + 卓, F は草かんむり + 爲, G は目+候)

時代名	暦名	使い始め	終わり	作成者	特徴	日本への影響
殷・周代					太陰太陽暦の原型, 二十四節気が農耕の目安として整備	
秦-前漢	せんぎよく A B 暦					
前漢	太初暦	前 104 年	84 年	C 平・落下紘ら	中国初の計算体系が整った暦. 24 節気を導入.	中国暦の基本モデルとして伝来.
前漢	三統暦		84 年	りゅうきん 劉 D	食周期 135 月, 暦元を過去に置く上元積年法.	
後漢	四分暦	85 年	220 年	へんきん 編 D・李梵	1 年=365.25 日	日本で最初に公的に採用されたという説あり.
呉	けんしやう 乾象暦	223 年	280 年	劉洪	章法 (19 年 7 閏月), 月の遅疾 (近地点移動, 黄道白道の交点の逆行) $1 \text{ 年} = 365 \frac{145}{589} = 365.2462 \text{ 日}$, 1 朔望月 $= 29 \frac{773}{1457} = 29.53054 \text{ 日}$.	
南朝宋	げんか 元嘉暦	445 年	509 年	かしやうてん 何承天	定朔の導入.	飛鳥時代に伝来し、初の公暦に.
南朝梁	だいいめい 大明暦	510 年	589 年	祖冲之	歳差, 破章法 (391 年 144 閏月) $1 \text{ 年} = 365 \frac{9589}{39491} (= 365.24281) \text{ 日}$ $1 \text{ 朔望月} = 29 \frac{2090}{3939} (= 29.5303) \text{ 日}$	元嘉暦とともに伝来. 日本初期の暦法に多大な影響
隋	こうきよく 皇極暦	—	—	りゅうしゃく 劉 E	日行盈縮, 破章法 (676 年に 249 閏月), 歳差 (76.5 年で 1 度) $1 \text{ 年} = 365.24454 \text{ 日}$, 1 朔望月 $= 29 \frac{659}{1242} (= 29.53059581) \text{ 日}$	

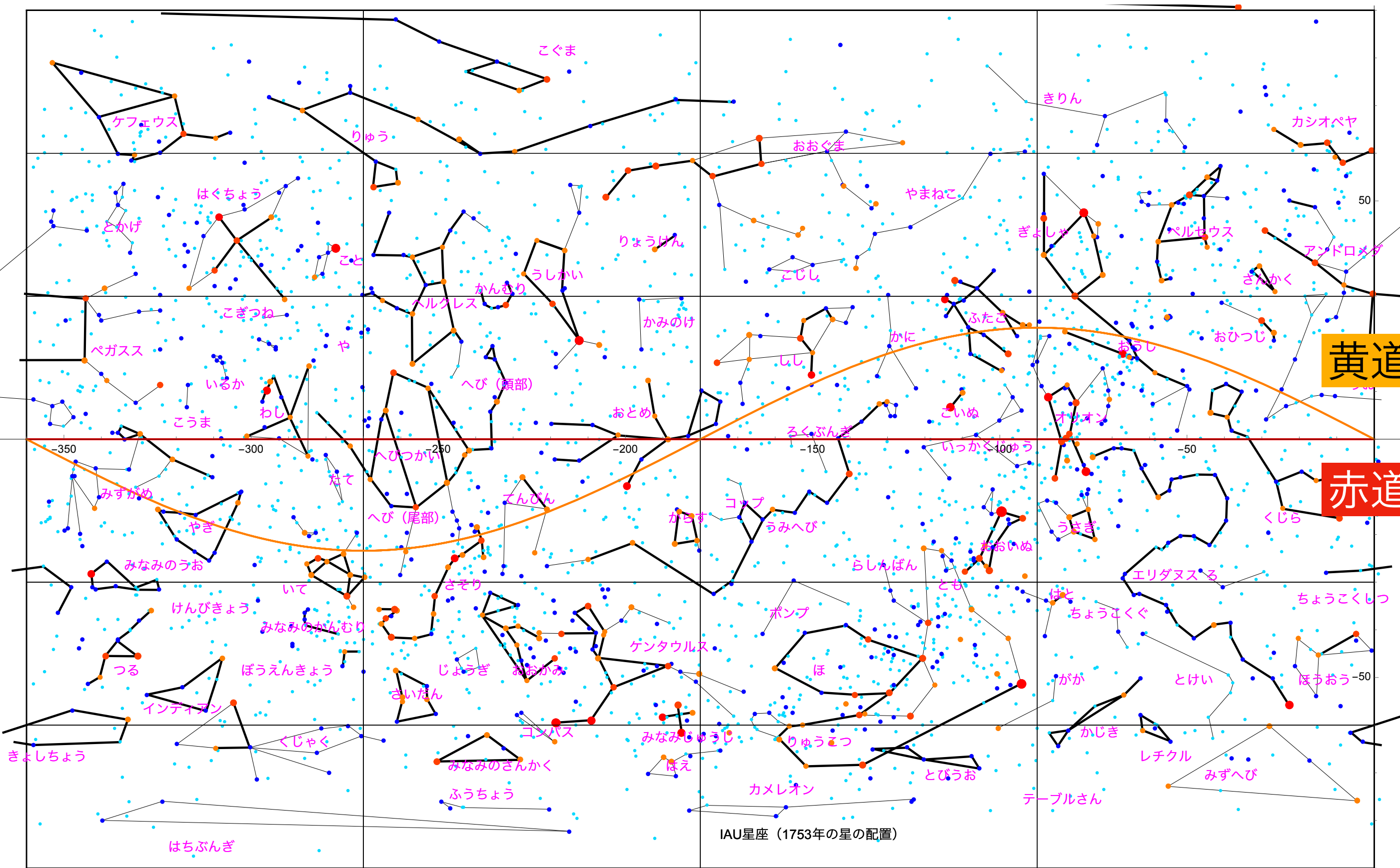
1年=365.2448日 としての宣明暦を
800年近く使い続けた日本では, 暦が2日ずれてしまう
▶▶ 江戸初期, 改暦の必要性が認識され,
中国の授時暦が研究された.

現在は1年=365.2422日のグレゴリオ暦を使用

唐	りんどく 麟德暦	665 年	728 年	李淳風	各計算の分母を 1340 に統一. 1 年 = 365.24478 日.	ぎほう 儀鳳暦の名で 697 年から採用.
唐	だいえん 大衍暦	729 年	761 年	一行	太陽の動きに基づく定気法, 月の速度変化. 1 年 = 365.2444 日.	吉備真備が持ち帰り, 764 年から使用.
唐	五紀暦	762 年	821 年	郭献之	大衍暦を簡略・修正したもの.	大衍暦と併用される形で伝来.
唐	符天暦	—	—	そうしい 曹士 F	暦元を 660 年とした (近距法). 九曜 (日/月/五星/羅 G/計都) の位置, 1 年 = 365.2448 日.	暦博士や宿曜師が利用
唐	宣明暦	822 年	892 年	徐昂	定朔の計算法を改良 (加減速) 1 年 = 365.2446 日	平安〜江戸初期まで約 800 年間使われた
元	授時暦	1281 年	1367 年	郭守敬	定朔の計算法を改良 (3 次補間). イスラーム天文観測を取り入れ. 1 年 = 365.2425 日	貞享暦 (渋川春海) 作成のモデルになった.
明	大統暦	1368 年	1644 年	(元の暦を継承)	授時暦をほぼ踏襲し、定数を一部変更.	民間暦や改暦議論に大きな影響.
清	時憲暦	1645 年	1911 年	Adam Schall ら	西洋天文学の成果を取り入れ	江戸後期の寛政暦・天保暦の理論的基礎となった.
近代	グレゴリオ暦	1912 年	現在		世界標準の太陽暦	1872 年の日本の改暦と足並みを揃える形に.

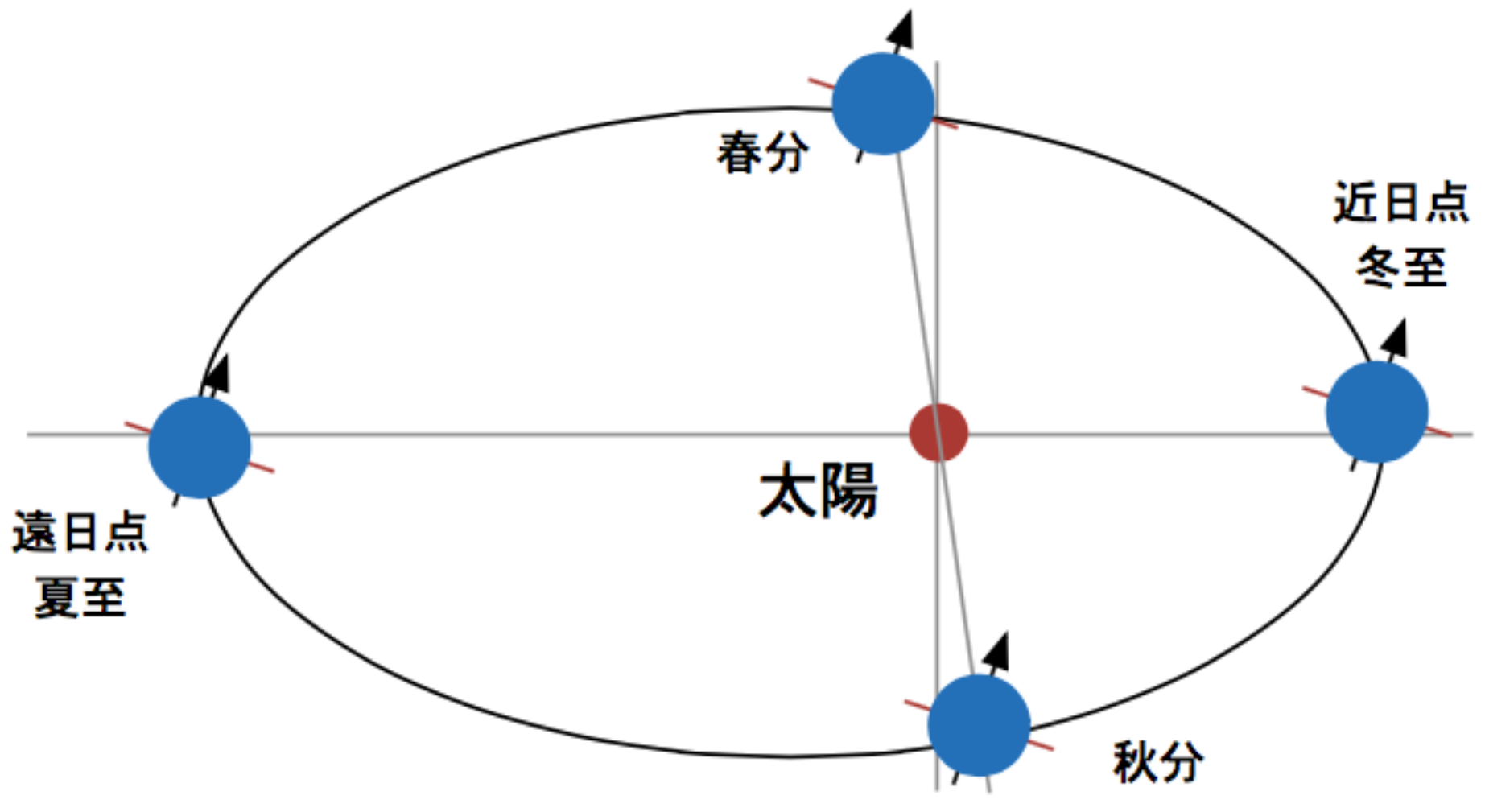
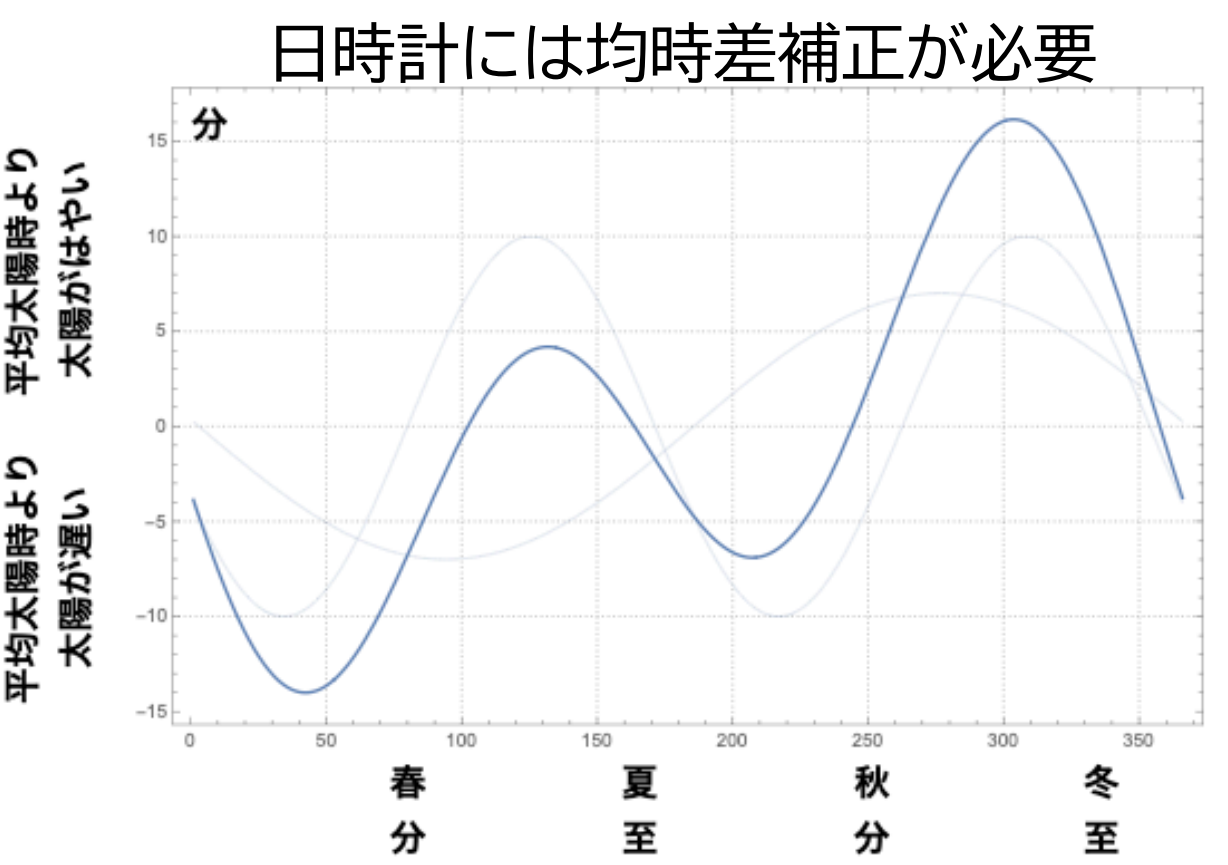
万有引力による惑星運動は楕円 ➡ 運動の速さは面積速度一定の法則にしたがう

＊ 太陽が天球面上を移動する速さは季節によって違う **太陽運動の不等性, 日行盈縮**



黄道 (太陽の通り道)

赤道 (北極星を極軸)



177 日

186 日

2025/2026 年の場合,
春分の日(3/20)から秋分の日(9/23)までは 186 日
秋分の日(9/23)から春分の日(3/20)までは 177 日

太陰太陽暦（朔望月29.53日と太陽年365.2242日のよい組み合わせ）をつくる

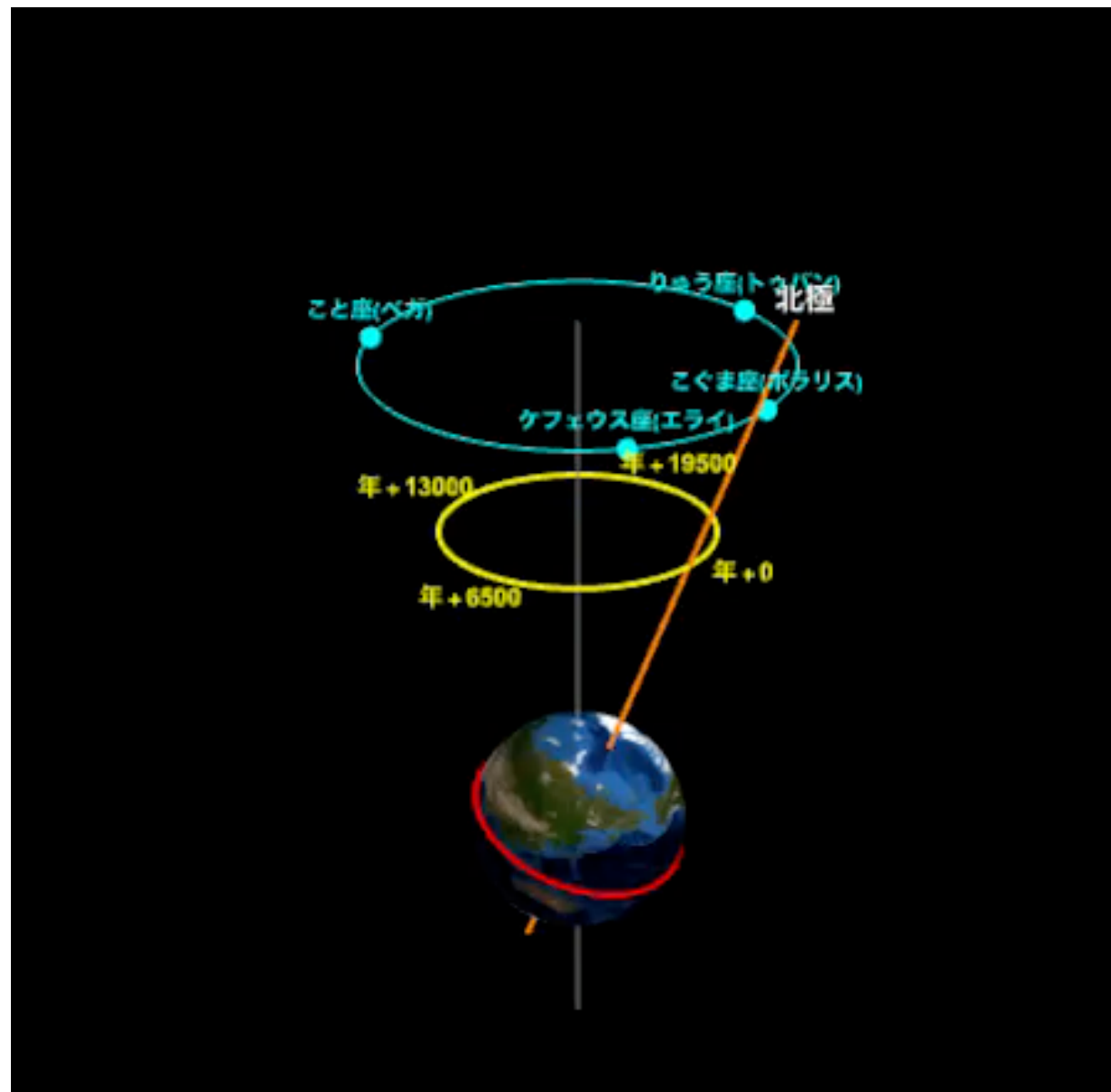
閏月を何回いれるか
閏月をどこに入れるか
月初めをいつにするか

章法(メトン周期19年に7回)から破章法へ
歳終置閏法から歳中置閏法へ
平朔から定朔へ

1年の長さを正確に知る
地球の歳差を知る
太陽の動きを正確に知る

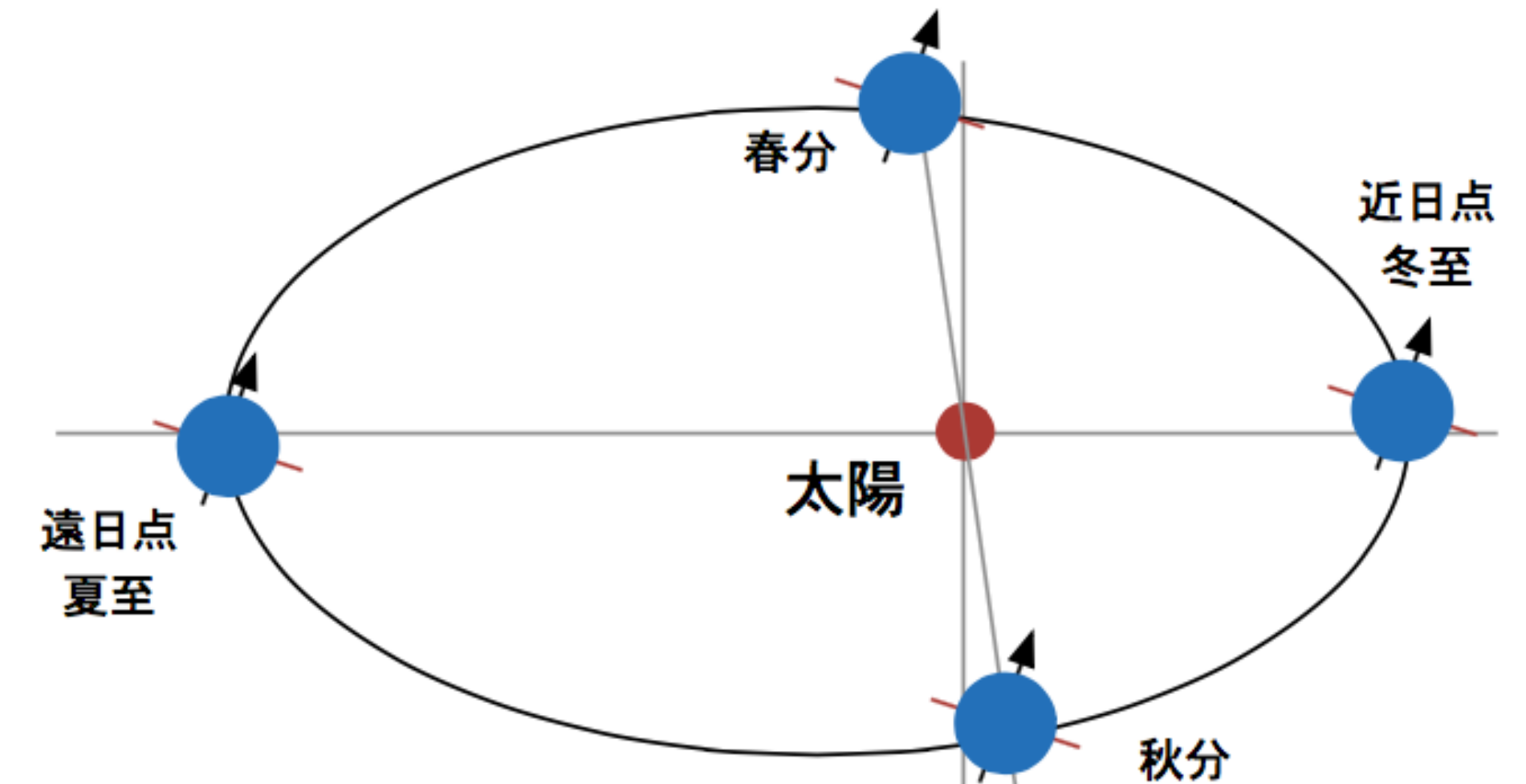
月の動きを正確に知る

- ◀◀ 表(ノーマン)で冬至の瞬間を決める
- ◀◀ 星の位置の経年変化 4c虞喜
- ◀◀ 楕円軌道の概念がなかったので、
太陽運動の不等性, 日行盈縮 6c張子信
- ◀◀ 楕円軌道の概念がなかったので、
月の運動の不等性, 月行遲疾 2c劉洪



歳差

26000年周期で星の位置が変化



閏月を何回いれるか

閏月をどこに入れるか

月初めをいつにするか

章法(メトン周期19年に7回)から破章法へ

歳終置閏法から歳中置閏法へ

平朔から定朔へ

進朔廃止

「五つの新しい創法(術)」『元史』巻164の郭守敬伝(暦志)

太陽の動きを正確に知る	立招差法(3次補間法)	3次関数近似		
月の動きを正確に知る	垛累招差法	離散, 変動分を3次式で定義	関孝和	▶ 『括要算法』 朶積術
赤道と黄道差の計算	勾股弧矢之法			▶ 『授時発明』
黄道去極度の計算	円容方直矢接勾股之法	円と内接する図形の関係を利用した近似		▶ 『授時発明』
白道黄道交差の計算	渾比散法	立体幾何学的な手法		▶ 『授時発明』

観測装置と観測技術の改良

簡儀, 高表, 渾天象など

イスラームの観測技術の導入

月朔時刻の計算方法を修正

日出・日入時の食の精度向上

データの取り扱い方法の改良

単位を1日1万分とし、現代の小数と同じ扱いにした

暦元を施行年とした

諸定数の計算を簡略化

消長法

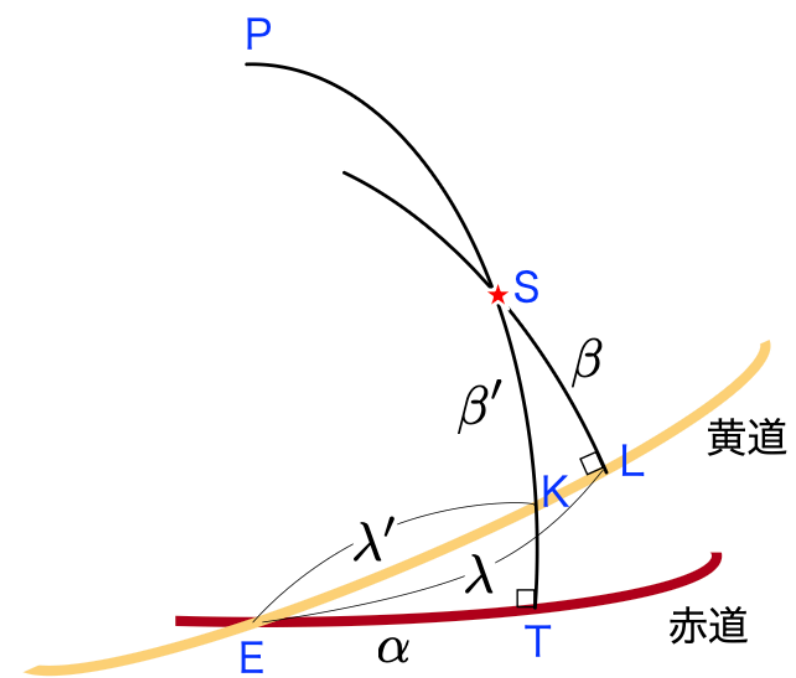
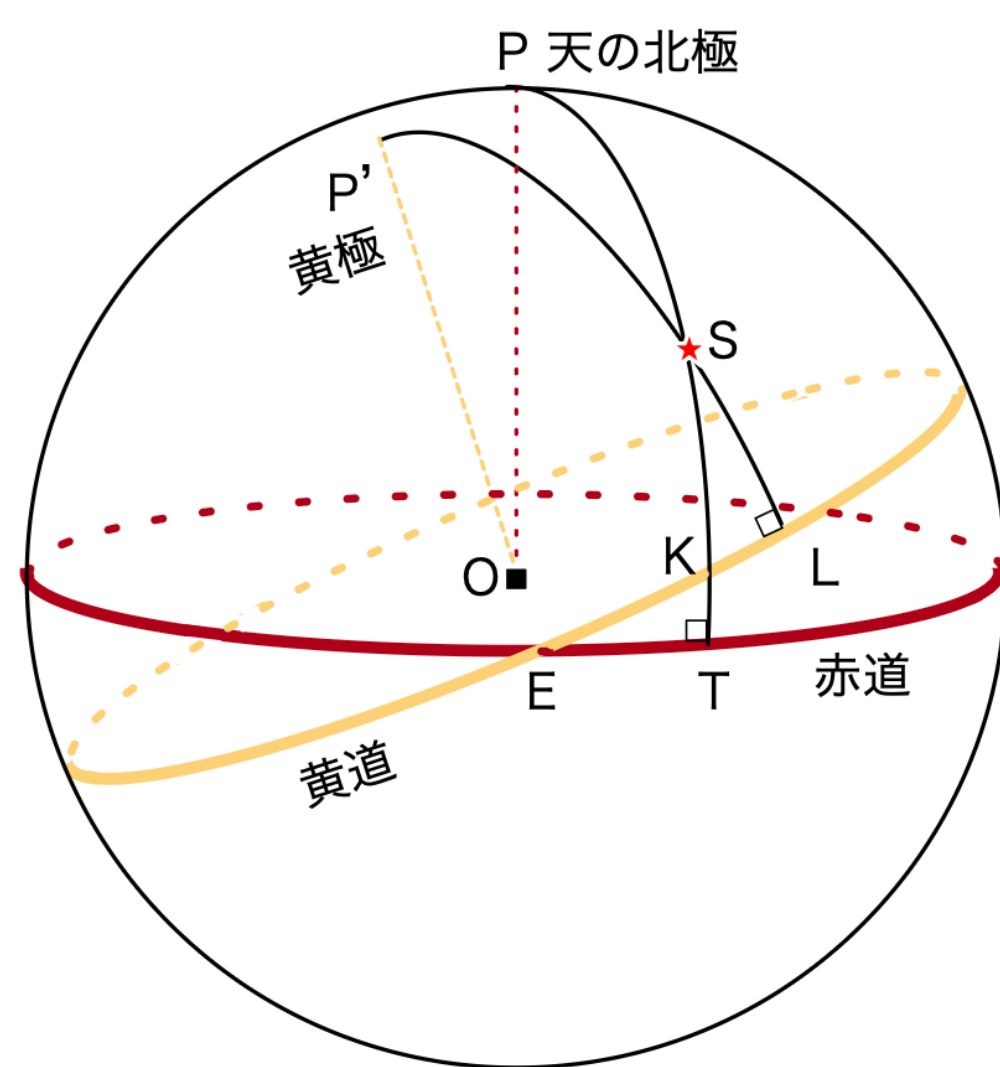
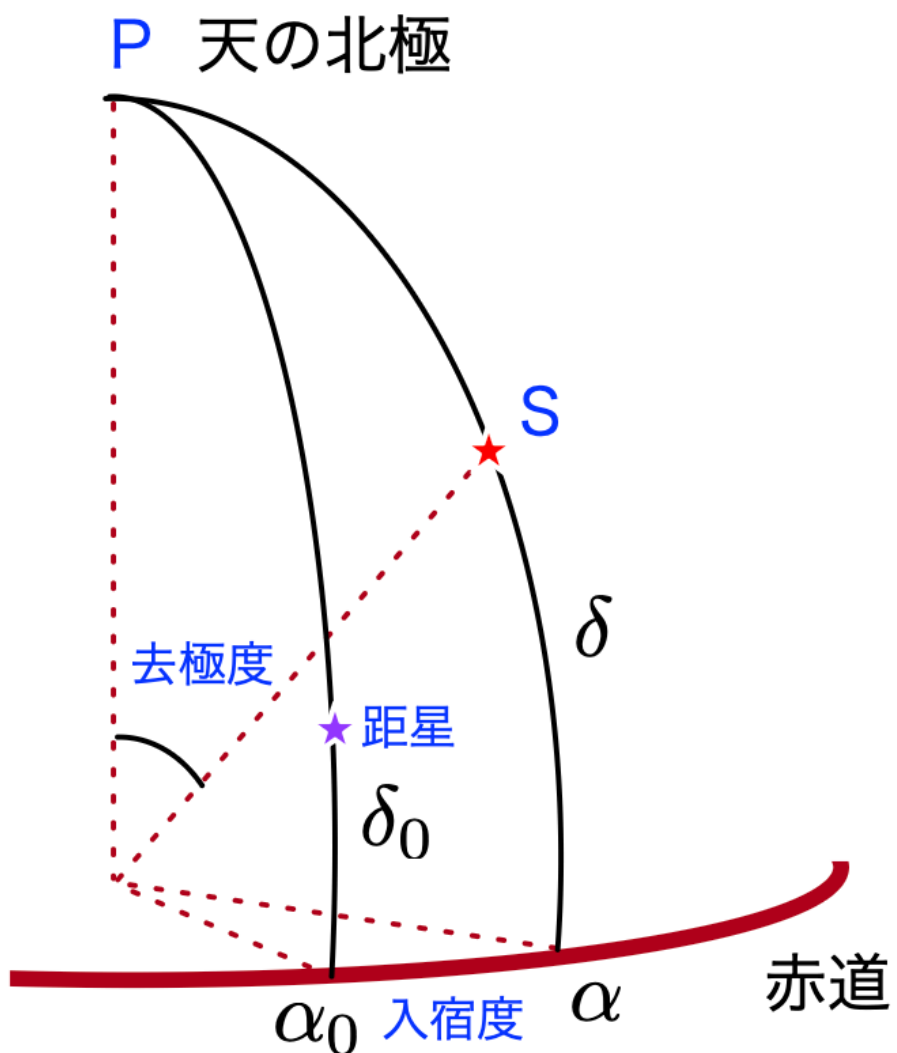
歳差による1年の長さの短縮化

月の直径を小さく

半影食の頻度が減る

天測の座標系：赤道座標・黄道座標・極黄道座標

Equatorial Coordinate System・Ecliptic Coord Sys.・Polar Ecliptic Coord Sys.



渾天儀

Armillary sphere

図 6: 黄道座標系 (λ, β) と極黄道座標系 (λ', β') .

距星を基準に星Sの位置をいう

入宿度 $= \alpha - \alpha_0$, 去極度 $= 90^\circ - \delta$

赤道座標：赤経 $\alpha = \widehat{ET}$, 赤緯 $\delta = \widehat{TS}$
黄道座標：黄経 $\lambda = \widehat{EL}$, 黄緯 $\beta = \widehat{LS}$
極黄道座標：黄経 $\lambda' = \widehat{EK}$, 黄緯 $\beta' = \widehat{KS}$

- ブラーエ以降, 現在標準
- 西洋
- 中国・インド

太陽や月の位置を表す

天測の座標系変換：現代数学では，球面三角法を使えばすぐ

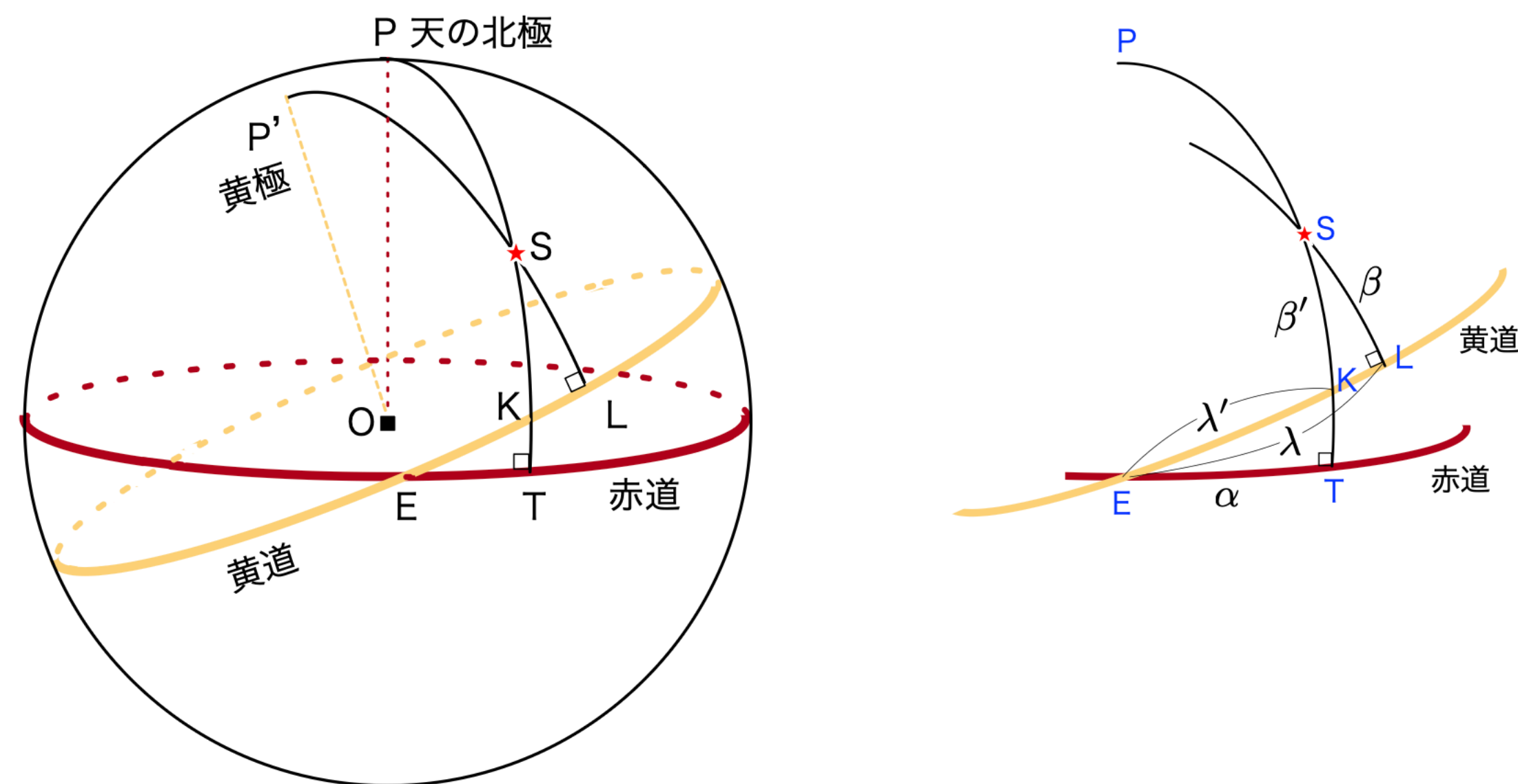


図 6: 黄道座標系 (λ, β) と極黄道座標系 (λ', β') .

赤道座標：赤経 $\alpha = \widehat{ET}$ ，赤緯 $\delta = \widehat{TS}$
黄道座標：黄経 $\lambda = \widehat{EL}$ ，黄緯 $\beta = \widehat{LS}$
極黄道座標：黄経 $\lambda' = \widehat{EK}$ ，黄緯 $\beta' = \widehat{KS}$

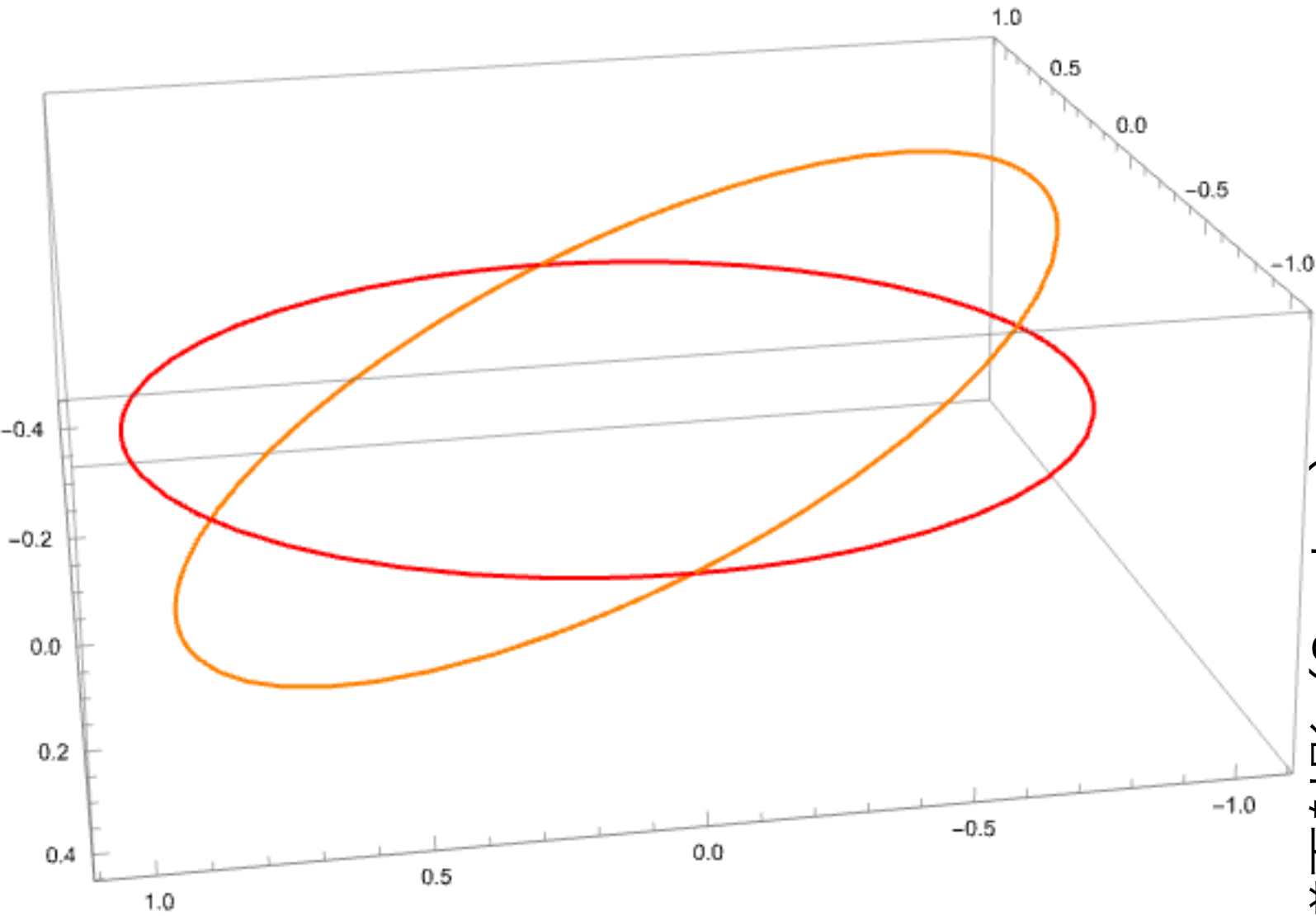
$$\tan \lambda' \cos \epsilon = \tan \alpha$$

表 11: 黄道座標 1 度と，赤道座標 1 度の対応.

限	赤経 α (中国度)	赤経 $\bar{\alpha}$ (現行度)	黄経 $\bar{\lambda}$ (現行度)	黄経 λ' (中国度)	$\lambda' - \alpha$
初	0	0.00	0.00	0.00	0.00
2	5	4.93	5.39	5.47	0.47
3	10	9.86	10.77	10.93	0.93
4	15	14.78	16.11	16.35	1.35
5	20	19.71	21.42	21.73	1.73
6	25	24.64	26.66	27.05	2.05
7	30	29.57	31.84	32.31	2.31
8	35	34.50	36.95	37.49	2.49
9	40	39.43	41.99	42.60	2.60
10	45	44.35	46.94	47.63	2.63
11	50	49.28	51.82	52.58	2.58
12	55	54.21	56.63	57.46	2.46
13	60	59.14	61.37	62.26	2.26
14	65	64.07	66.05	67.01	2.01
15	70	68.99	70.67	71.70	1.70
16	75	73.92	75.25	76.35	1.35
17	80	78.85	79.79	80.96	0.96
18	85	83.78	84.31	85.54	0.54
19	90	88.71	88.82	90.11	0.11
	91.3125	90.00	90.00	91.31	0.00

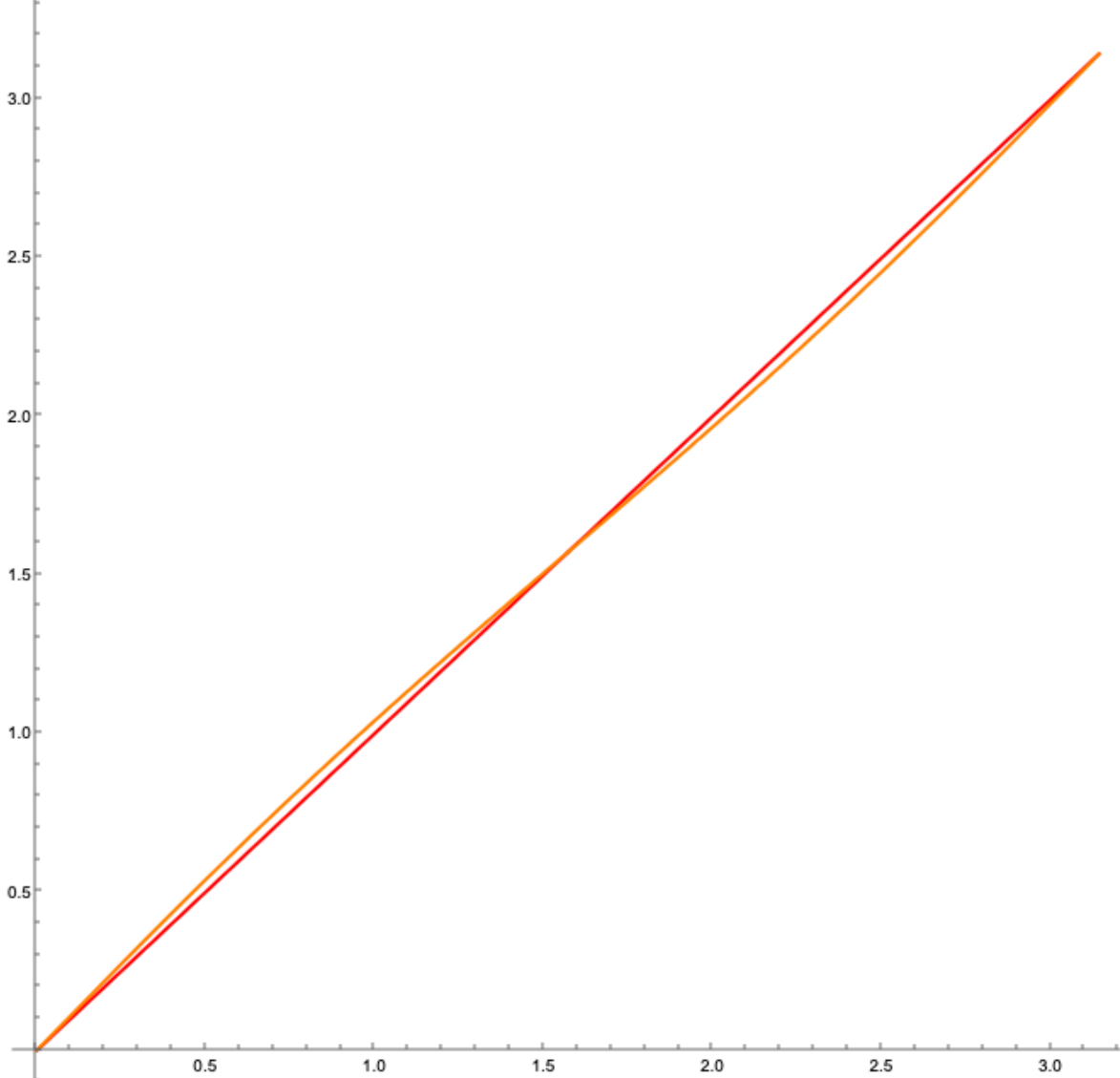
天測の座標系変換：現代数学では，球面三角法を使えばすぐ

```
K24 = Theta2Radian[24]
ParametricPlot3D[{{Cos[t], Sin[t], 0}, {Cos[K24] Cos[t], Sin[t], Sin[K24] Cos[t]}}, {t, 0, 2 Pi},
PlotStyle -> {Red, Orange}]
```



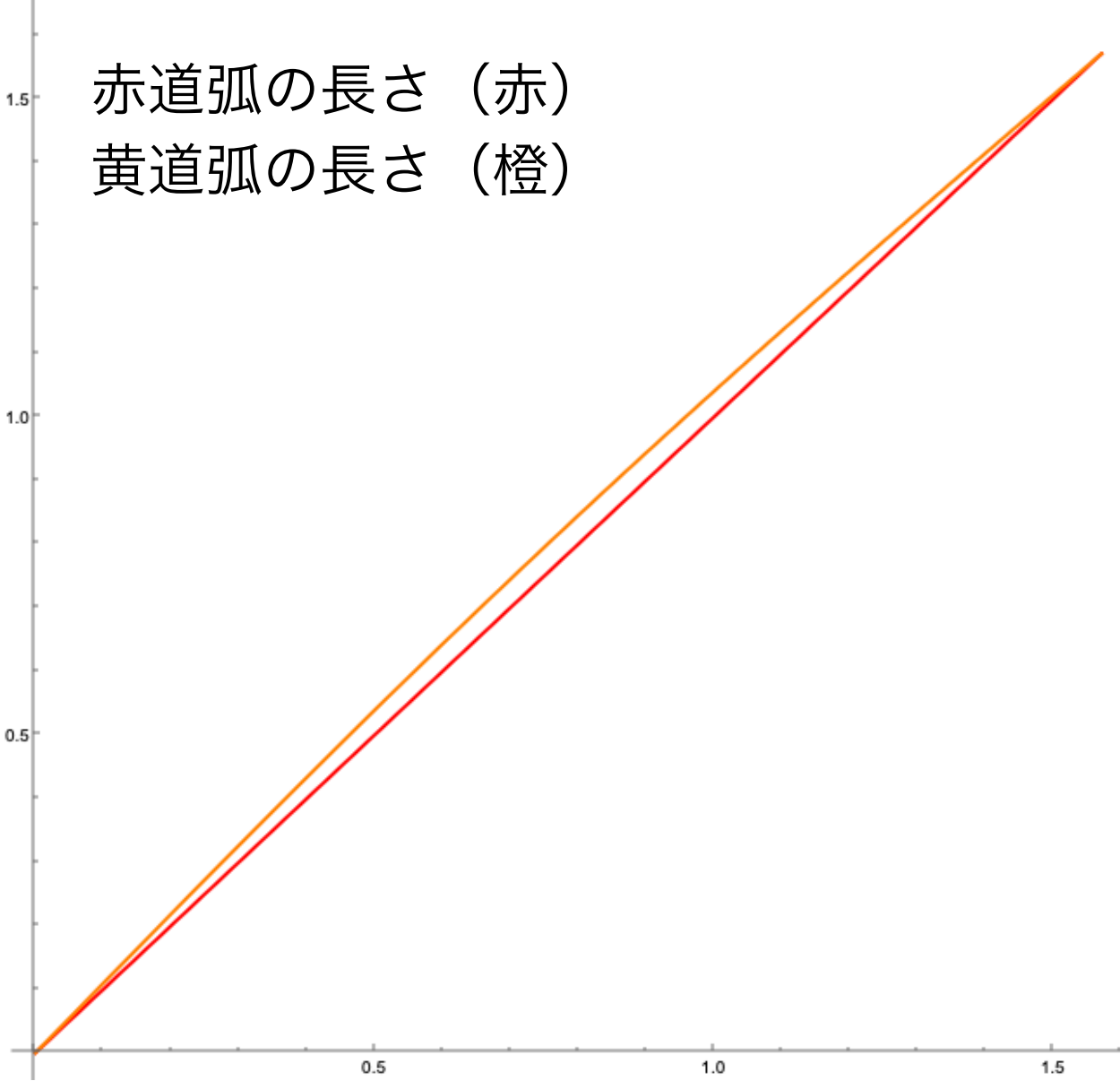
黄道面の進み角の赤道面射影（ 2π まで）

```
MikakeAngle[X_, Y_] := If[X >= 0 && Y < 0, MikakeAngle4[X, Y],
If[X < 0 && Y < 0, MikakeAngle3[X, Y], If[X < 0 && Y > 0, MikakeAngle2[X, Y], If[X >= 0 && Y > 0, MikakeAngle1[X, Y]]];
MikakeAngle1[X_, Y_] := If[X == 0, Pi/2, ArcTan[Y/X]];
MikakeAngle2[X_, Y_] := ArcTan[Y/X] + Pi;
MikakeAngle3[X_, Y_] := ArcTan[Y/X] + Pi;
MikakeAngle4[X_, Y_] := If[X == 0, 3 Pi/2, ArcTan[Y/X] + 2 Pi];
Plot[{MikakeAngle[Cos[t], Sin[t]], MikakeAngle[Cos[K24] Cos[t], Sin[t]]}, {t, 0, Pi}, AspectRatio -> 1,
PlotStyle -> {Red, Orange}]
```



赤道面の角度（ 2π まで）

```
tMikake[t_] := MikakeAngle[Cos[K24] Cos[t], Sin[t]];
KoLength[tend_] := NIntegrate[Sqrt[(-Sin[t])^2 + Cos[t]^2], {t, 0, tend}]
KoLength2[tend_] := NIntegrate[Sqrt[(-Cos[K24] Sin[t])^2 + (Cos[t])^2 + (Sin[K24] Sin[t])^2],
{t, 0, tMikake[tend]}]
Plot[{KoLength[x], KoLength2[x]}, {x, 0, Pi/2}, AspectRatio -> 1, PlotStyle -> {Red, Orange}]
```



赤道面の角度（ $\pi/2$ まで）

天測の座標系変換：会円術

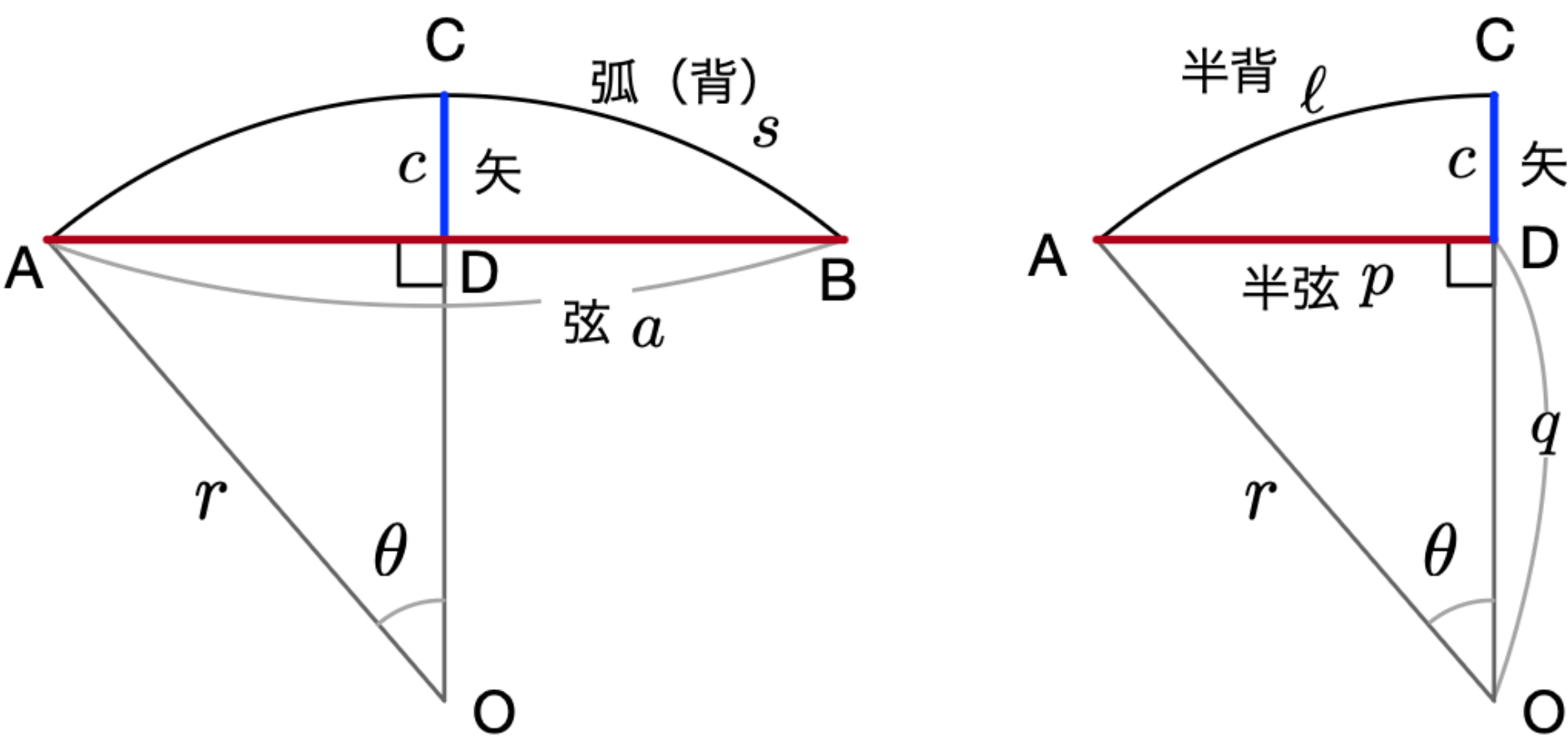


図 7: (左) 沈括『夢溪筆談』の会円術での変数定義図. (右) 半弦・半背としたときの変数定義図.

北宋時代、^{しんかつ}沈括（1031-1095）は、『^{ぼうけい}夢溪筆談』（1088）にて、弧の長さに対する「^{かいえん}会円術」を提示した. 円の直径を d , 矢 CD の長さを c , 弦 AB の長さを a とする [図 7(左)] と, 弧 ACB の長さ s は

会円術 $s = \frac{2c^2}{d} + a$

とする近似式である. 図を半分にしたときの関係は, 半弧（半背）を ℓ , 半弦を p として

会円術 $\ell = \frac{c^2}{d} + p$

現代数学を使うならば, 角 θ をラジアンを単位にすれば, $\ell = r\theta$ であるから, これらの変換は

$(\ell, r) \rightarrow c:$ $c = r(1 - \cos(\ell/r))$ (8)

$(\ell, r) \rightarrow p:$ $p = r \sin(\ell/r)$ (9)

$(p, r) \rightarrow c:$ $c = r - \sqrt{r^2 - p^2}$ (10)

$(p, r) \rightarrow \ell:$ $\ell = r \sin^{-1}(p/r)$ (11)

$(c, r) \rightarrow p:$ $p = \sqrt{r^2 - (r - c)^2}$ (12)

$(c, r) \rightarrow \ell:$ $\ell = r \cos^{-1}((r - c)/r)$ (13)

などと容易に対応がつけられる.

同様の対応を会円術を使うと次のようになる.

式 (7) が既知のものとして, 半背 ℓ , 矢 c , 半弦 p の相互の変換を表しておこう. まず, 準備として図 3 右の三角形 ODA において, 三平方の定理を用いると, $p^2 + q^2 = r^2$ となるが, $q = r - c$ であることから,

$(2r - c)c = p^2$ (14)

が成り立つ. 式 (7) に代入すると,

$\ell = \frac{c^2}{2r} + \sqrt{r^2 - q^2} = \frac{c^2}{2r} + \sqrt{c(2r - c)}$ (15)

となる. これより,

$(\ell, r) \rightarrow c:$ (15) より得られる次の 4 次方程式を解く $c^4 + 4r(r - \ell)c^2 - 8r^3c + 4r^2\ell^2 = 0$ (16)

$(\ell, r) \rightarrow p:$ (16) で求めた c を用いて $p = \sqrt{c(2r - c)}$ (17)

$(p, r) \rightarrow c:$ $c = r - \sqrt{r^2 - p^2}$ (18)

$(p, r) \rightarrow \ell:$ (18) で求めた c を用いて $\ell = \frac{c^2}{2r} + p$ (19)

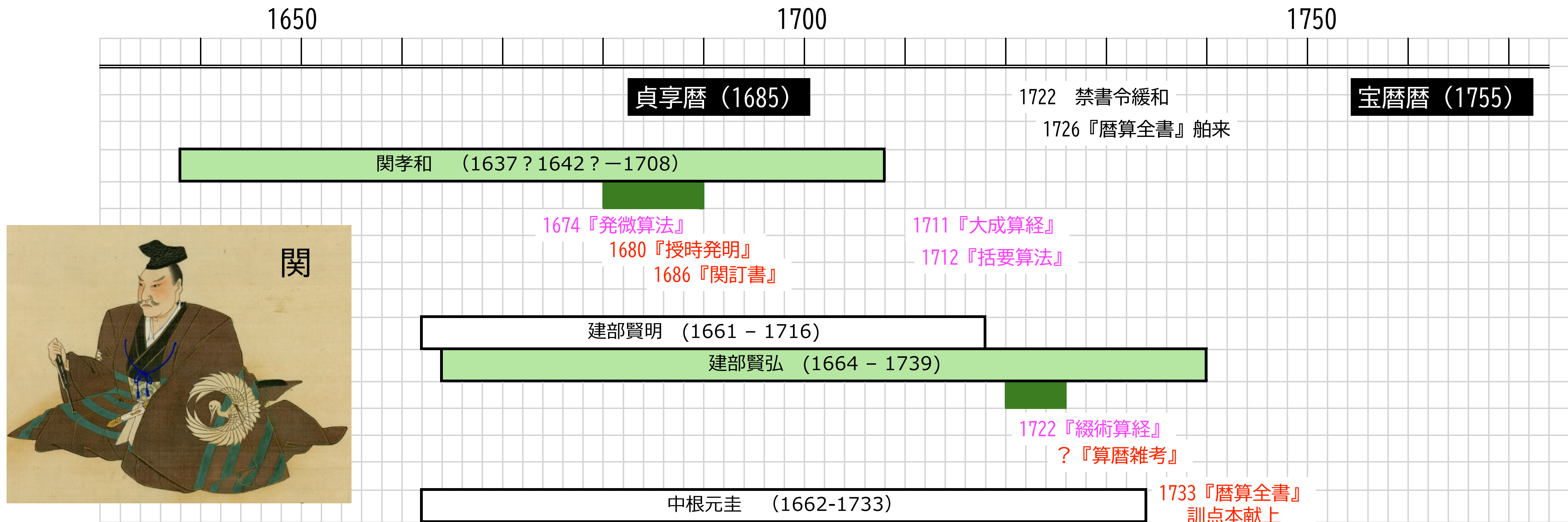
$(c, r) \rightarrow p:$ $p = \sqrt{c(2r - c)}$ (20)

$(c, r) \rightarrow \ell:$ (20) で求めた p を用いて $\ell = \frac{c^2}{2r} + p$ (21)

関と建部の天文暦学

1. 関孝和の暦学研究

『授時彙明』(1680)



関孝和の天文暦学関連の書

- 『授時発明』(1680)
- 『授時暦経立成之法』(1681)
- 『授時暦経立成』(1681)
- 『関訂書』(1686)
- 『天文数学雑著』(年紀不明)
- 『宿曜算法』(1684?)
- 『四余算法』(1697?)
- 『二十四気昼夜刻数』(1699)



清初の黄鼎による天文書『天文大成管窺輯要』巻三から、黄道・赤道・白道の相互変換に関わる3条(「黄赤道の差」「黄赤内外の差」「白道と黄赤道の差」)を選び出し、図を添えて計算手順を解き明かしたもの。

授時暦の数理的背景を理解しようとする努力の結晶

『天文大成管窺輯要』の中から重要な15条を抄出し、訓点を施した写本。後書きに貞享3年(1686年)。

観天比^{スレハ}崇天^ニ但^タ加^チ三^ニ乘^ル限分^ヲ以求^ル合^ニ於^ニ度法^ニ耳^イ。庚午^ノ法同^ニ崇天^ニ其^ノ黄^ニ赤^ニ差^ヲ則^チ減^ス半度^ニ矣^一。已^ニ前^ニ四術^ハ是^レ不^レ過^ニ以^テ斜^ニ求^ル斜^ノ法^ニ。惟^ニ郭^ノ守^ノ敬^ノ授^ノ時^ノ用^ニ弧^ノ矢^ノ接^ノ勾^ノ股^ノ之^ノ法^ニ以^テ求^ル之^ノ法^ニ以^テ黄^ニ道^ノ半^ノ弧^ノ背^ノ立^ニ天^ノ元^ノ一^ヲ以^テ求^ル得^ル黄^ニ道^ノ矢^ノ自^レ之^ノ以^テ周^ニ天^ノ径^ノ除^レ之^ノ得^ル黄^ニ道^ノ半^ノ背^ノ弦^ノ差^ヲ去^ニ減^ス黄^ニ道^ノ半^ノ弧^ノ背^ノ余^ヲ為^ニ黄^ニ道^ノ半^ノ弧^ノ弦^ノ。又^ニ用^ニ黄^ニ道^ノ矢^ノ去^ニ減^ス周^ニ天^ノ半^ノ径^ノ余^ヲ余^ノ一^ノ字^ノ天^ノ理^ノ本^ニに^ニ欠^ク。為^ニ黄^ニ赤^ノ道^ノ小^ノ弦^ノ以^テ黄^ニ赤^ノ道^ノ大^ノ股^ノ乗^レ之^ノ用^ニ黄^ニ赤^ノ道^ノ大^ノ弦^ノ除^レ之^ノ得^ル黄^ニ赤^ノ道^ノ之^ノ字^ノを^ニ入^ルる^一小^ノ股^ノ。又^ニ以^テ黄^ニ赤^ノ道^ノ小^ノ股^ノ自^レ之^ノ以^テ黄^ニ道^ノ半^ノ弧^ノ弦^ノ自^レ之^ノ相^ニ併^ス平^ノ方^ノ開^レ之^ノを^ニ入^ルる^一得^ル赤^ニ道^ノ小^ノ弦^ノ。又^ニ以^テ黄^ニ道^ノ半^ノ弧^ノ弦^ノ乗^レ半^ノ径^ノ所^ニ得^ル以^テ赤^ニ道^ノ小^ノ弦^ノ除^レ之^ノ為^ニ赤^ニ道^ノ大^ノ股^ノ就^ニ為^ニ赤^ニ道^ノ半^ノ弧^ノ弦^ノ。又^ニ以^テ黄^ニ赤^ノ道^ノ之^ノ字^ノを^ニ入^ルる^一道^ノ小^ノ股^ノ乗^レ之^ノ黄^ニ赤^ノ道^ノ大^ノ弦^ノ所^ニ得^ル以^テ赤^ニ道^ノ小^ノ弦^ノ除^レ之^ノ得^ル赤^ニ道^ノ横^ノ大^ノ勾^ノ以^テ減^ス半^ノ径^ノ余^ヲ為^ニ赤^ニ道^ノ横^ノ弧^ノ矢^ノ自^レ之^ノ如^ニ円^ノ径^ノ而^ニ一^ヲ得^ル赤^ニ道^ノ半^ノ背^ノ弦^ノ差^ヲ去^ニ加^ス赤^ニ道^ノ半^ノ弧^ノ弦^ノ為^ニ赤^ニ道^ノ半^ノ弧^ノ背^ノ。用^ニ内^ノと^ノ訂^ニ正^ス減^ス黄^ニ道^ノ度^ノ余^ヲ得^ル黄^ニ赤^ノ道^ノ差^ヲ一度^ノ三^ノ十^ノ分^ノ八^ノ十^ノ五^ノ秒^ノ。稍^ニ減^ス於^ニ庚^ノ午^ノ是^ニ術^ノ循^ニ弧^ノ宛^ノ轉^ノ実^ノ与^ニ天^ノ道^ノ胎^ノ合^ノ最^ニ為^ニ微^ニ妙^ノ可^レ謂^ニ冠^ノ絶^ノ。古^ノ今^ノ一^ノ矣^一。

論^ス黄^ニ赤^ノ内^ノ外^ノ差^ニ

赤^ニ道^ノ横^ノ絡^ニ天^ノ腹^ノ黄^ニ道^ノ出^ニ入^ノ内^ノ外^ノ冬^ニ至^ニ出^ニ赤^ニ道^ノ南^ノ夏^ニ至^ニ入^ニ赤^ニ道^ノ北^ノ其^ノ出^ノ入^ノ各^ニ二^ノ十^ノ四^ノ度^ノ其^ノ差^ヲ有^ニ漸^ノ是^ニ謂^ニ黄^ニ赤^ノ内^ノ外^ノ差^ニ。

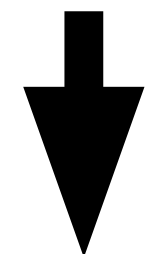
辺^ノ岡^ノ崇^ノ玄^ノ立^ニ相^ニ減^ス相^ニ乗^ス之^ノ法^ニ以^テ求^ル之^ノ計^ニ二^ノ至^ノ加^ニ時^ノ已^ニ来^ノ至^ニ其^ノ日^ノ昏^ノ後^ノ夜^ノ半^ノ日^ノ数^ノ及^ニ分^ノ冬^ニ至^ニ後^ニ為^ニ息^ノ夏^ニ至^ニ後^ニ為^ニ消^ノ。如^ニ一^ノ象^ノ限^ノ已^ニ下^ノ為^ニ初^ノ已^ニ上^ノ反^ニ減^ス二^ノ至^ノ限^ノ余^ヲ為^ニ末^ノ令^ニ自^ニ相^ニ乗^ス進^ニ二^ノ位^ノ以^テ消^ス息^ノ法^ニ千^ノ六^ノ百^ノ六^ノ十^ノ七^ノ半^ノ除^レ為^ニ分^ノ副^ノ之^ノ与^ニ五^ノ百^ノ分^ノ先^ニ相^ニ減^ス後^ニ相^ニ乗^ス如^ニ千^ノ八^ノ百^ノ而^ニ一^ヲ以^テ加^ス其^ノ副^ノ一^ノ為^ニ消^ス息^ノ定^ニ数^ノ以^テ象^ノ積^ノ四^ノ百^ノ八^ノ十^ノ乘^レ之^ノ百^ノ約^ニ為^ニ分^ノ再^ニ退^ス為^ニ度^ノ春^ノ分^ノ後^ニ以^テ加^ス六^ノ十^ノ七^ノ度^ノ四^ノ十^ノ分^ノ秋^ノ分^ノ後^ニ以^テ減^ス一^ノ百^ノ一^ノ十^ノ五^ノ度^ノ二^ノ十^ノ分^ノ即^ニ得^ル其^ノ日^ノ黄^ニ道^ノ去^ニ極^ノ度^ノ与^ニ一^ノ象^ノ限^ノ相^ニ減^ス則^ニ得^ル赤^ニ道^ノ内^ノ外^ノ度^ノ以^テ後^ニ観^ニ天^ノ諸^ノ法^ノ因^ニ崇^ノ玄^ノ一^ノ也^一。

至^ニ庚^ノ午^ノ以^テ日^ノ出^ノ分^ノ求^ル之^ノ置^ニ日^ノ出^ノ分^ノ如^ニ日^ノ法^ノ四^ノ分^ノ之^ノ一^ヲ已^ニ上^ノ去^ニ之^ノ余^ヲ為^ニ外^ノ分^ノ如^ニ日^ノ出^ノ分^ノ四^ノ分^ノ一^ヲ以下^ニ覆^ニ減^ス之^ノ余^ヲ為^ニ内^ノ分^ノ置^ニ内^ノ外^ノ分^ノ十^ノ乘^ノ之^ノ如^ニ内^ノ外^ノ法^ノ而^ニ一^ヲ為^ニ度^ノ不^レレ^ハ黄^ニ道^ノ去^ニ極^ノ度^ノ即^ニ為^ニ黄^ニ道^ノ去^ニ赤^ニ道^ノ内^ノ外^ノ度^ノ内^ノ減^ス外^ノ加^ス。

黄赤道の差

『関孝和全集』(大阪教育図書, 1974) 平山諦, 下平和夫, 広瀬秀雄 編

黄鼎『天文大成管窺輯要』（1652）全80巻, 授時暦の数理をまとめる



関が写本した15条のうち, 天文総論をのぞく14条は, 原文が明末の周述学 (?-1583?) による文章 (小林博行2014)

関孝和『関訂書』（1686）

表 13: 『関訂書』に写本された『天文大成管窺輯要』の箇所とその内容. *印は『授時発明』で解説されているもの. ■は, 日+咎

卷之三の内	歳差	(地球の自転軸の首振り運動による) 春分点の移動
	論中 ^{ちゅうき} ■差	各地で測定した正午の影の長さ
	論黄赤差*	黄道と赤道のずれ (黄赤交角) によって生じる太陽の運行のズレや補正
	論黄赤内外差*	(地球の自転軸が公転面に対して傾いていることで生じる) 季節ごとの昼夜の長さや太陽の出没位置の変化
	論白与黄赤道差*	白道・赤道・黄道の対応, 日月食や天体の位置を正確に予測するための幾何学
卷之四の内	天文総論之内	
卷之七の内	日月交食差	日食や月食の「計算上の予測と実際の観測とのズレ (食の時刻や規模の誤差)」
	論日度	太陽の天球面上の位置 (角度)
卷之八の内	論日 ^{にってんえいしゆく} 躔盈縮差	(地球の公転軌道が楕円であるために生じる) 太陽の運動の速度変化
卷之十の内	論月度	月の天球面上の位置 (角度)
	論月離遅疾差	月の天球面上の動き (月離) の速度変化
	定朔加減差	天体の平均的な動き (平均朔日 = 経朔) から, 太陽や月の運動の速度変化を計算し, 実際の新月 (定朔) の日時を求めるための補正值 (加減)
卷之十二	五星常変差	5つの惑星 (水星・金星・火星・木星・土星) が, 規則正しい動き (常) からズレる現象やその計算 (変差)
	論五星経度	5つの惑星 (水星・金星・火星・木星・土星) の位置 (黄経)
	論五星緯度	5つの惑星 (水星・金星・火星・木星・土星) の位置 (黄緯)

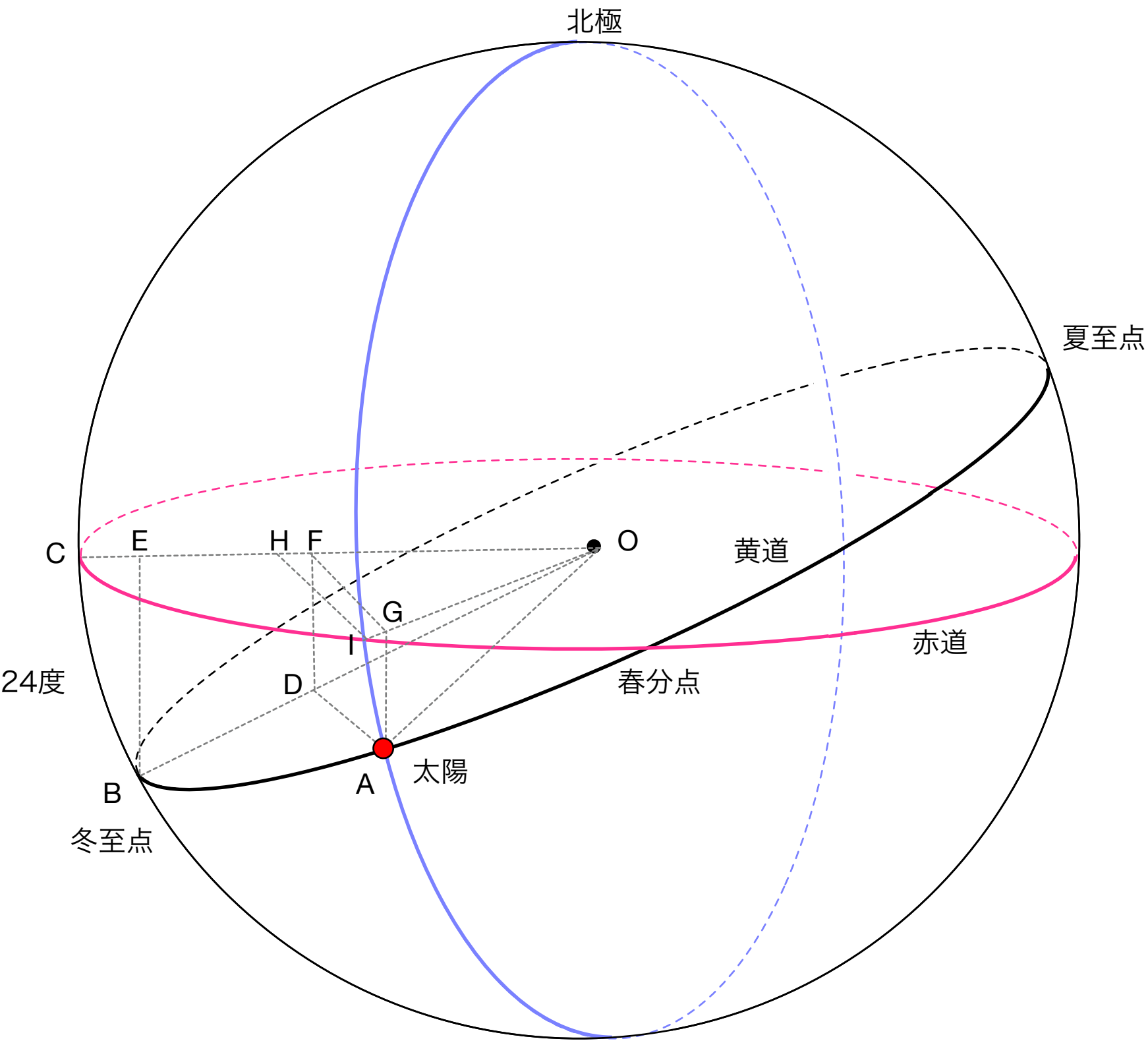
関孝和『授時発明』
(1680)

表 14: 関孝和全集『授時発明』の「黄赤道の差」の計算. 書き下し文は岩波本 [22] のもの.

	『授時発明』読み下し文	解説	備考
1.	たとへば 仮如、黄道の半弧背四十五度を以てこれを求む。 天元の一を立て黄道の矢と為す。 これを自して天径に因る黄道半弧背弦の差と為す。 左に寄す。 黄道半弧背を列し、天径一百二十一度太を以てこれに乗じて得る内、左に寄せたるを減じて、余りこれを自して、天径幂に因る黄道半弧弦幂と為す。 再び寄す。 天径を列し、内、黄道の矢を減じて、余りを黄道の矢を以てこれに乘じ、黄道半弧弦幂と為す。 天径幂を以てこれに相乗して得る数と再び寄せたるとを相消して開方の式を得る。 以て三乗の方にこれを開き、黄道の矢一十七度三十二分五十三秒を得る。	黄道の弧の長さ（半弧背 BA）を $\ell = 45^\#$ とする。 求めたい「黄道の矢 BD」を x と置く。 x を 2 乗して、直径 d で割った値は、黄道半弧背弦 (AD, 長さ p_1) との差 $\ell - p_1$ と等しくなる. $\frac{x^2}{d} = \ell - p_1$ $x^2 = d(\ell - p_1)$ とする。 ℓ に対して、$d = 121.75^\#$ を乗じ、先の x^2 を減じ、その差を 2 乗して d^2 で割る式の値は、p_1^2 となる. $(d\ell - x^2)^2/d^2 = p_1^2$ $(d\ell - x^2)^2 = d^2 p_1^2$ (式 1) d に対して x との差をとり、x をかけた値は、p_1^2 と等しくなる. $p_1^2 = x(d - x)$ d^2 を両辺にかけて $d^2 p_1^2 = d^2 x(d - x)$ とする. 先に得た (式 1) と等しいと置く (相消す). $(d\ell - x^2)^2 = d^2 x(d - x)$ これより、解くべき式が得られる。 この 4 次方程式を解くと、実数解として $x = 17.3253^\#$ を得る. 黄道の矢 BD が求められた。	太陽が黄道の位置 A（弧 BA の長さ ℓ）にある. これに対応する赤道の弧の長さ CI を求めるのが目的. (天元術による変数立て) 会円術の式 (I3) $\ell - p = \frac{x^2}{d}$ を適用. 太は 3/4. 円の幾何学的性質（方べきの定理）を適用. 半弦の 2 乗は「矢」と「直径から矢を引いた残り」の積に等しい. 以下の 4 次方程式が導かれる. $x^4 + (d^2 - 2d\ell)x^2 - d^3x + (d\ell)^2 = 0$ 「三乗の方」とは 4 次方程式 (最高次が x^4) のこと.

弧BAを観測したとき、弧CIの長さとの差はいくつか？

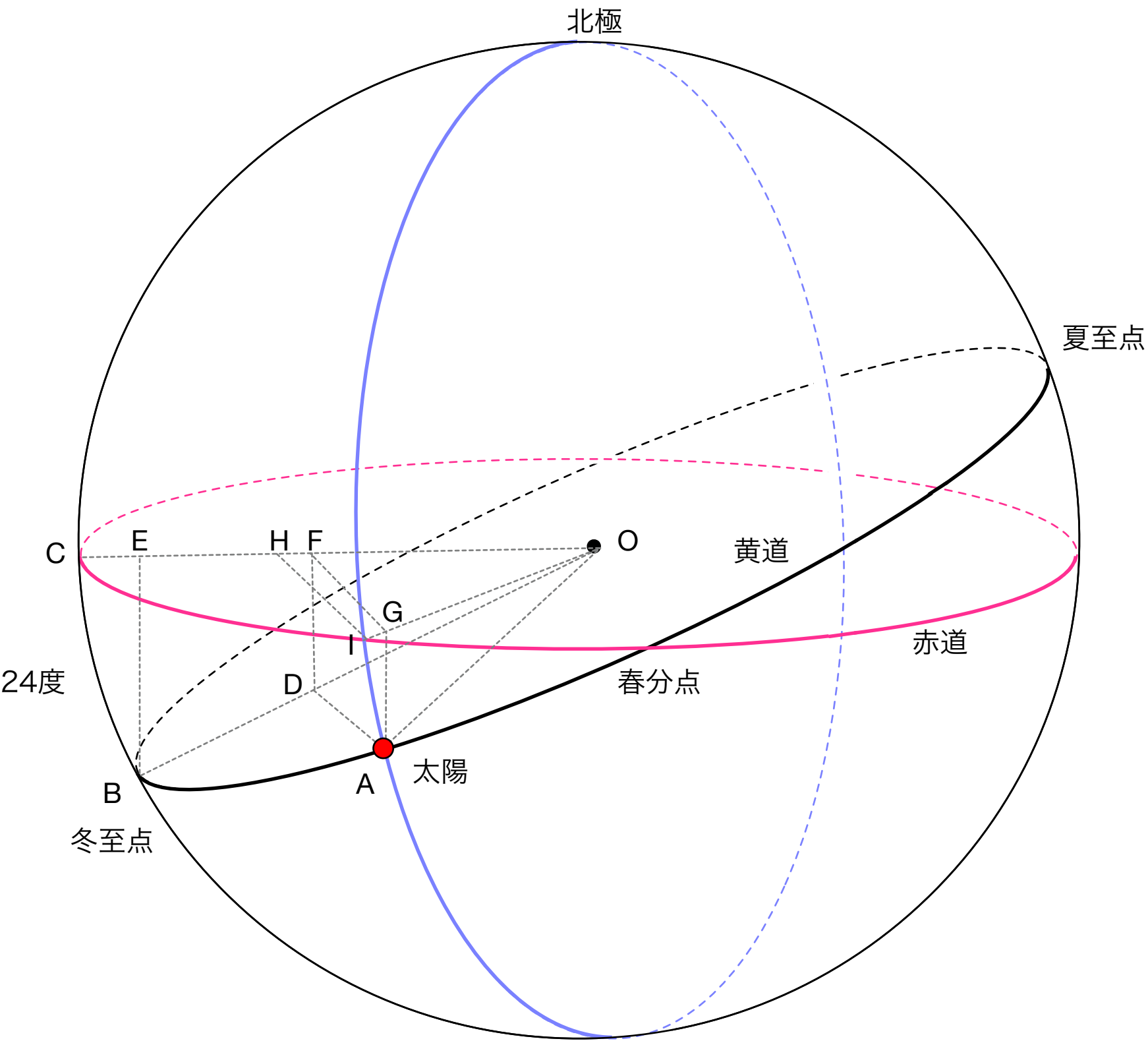
BD=x として求める
BDを矢, ADが半弦, 弧AB既知より会円術を用いる



2.	黄道の矢を列し、これを自乗して得る数を実と為す。天径を以てこれを除し、黄道の半弧背弦の差二度四十六分を得る。	x^2 を d で割り、 $\ell - p_1$ を得る。 $\ell - p_1 = 2.46^\#$ を得る。	
3.	黄道の半弧背弦の差を以て黄道の半弧背を減じて、余り四十二度五十四分を黄道の半弧弦と為す。	$\ell = \ell$ の両辺から $\ell - p_1 = 2.46^\#$ を減じることで、 $p_1 = 42.54^\#$ を得る。	$p_1 = \ell - 2.46 = 42.54^\#$ を得る。
4.	黄道の矢を以て天の半径六十零度八十七分半を減じ、余り四十三度五十四分半を黄赤道の小弦と為す。	半径 $r = d/2 = 60.875^\#$ より、矢 x を引き、余りを黄赤道の小弦 (DO, 長さ q_1) が得られる $q_1 = r - x = 43.545^\#$ 。	ここで黄道面上での話が終わる。
5.	黄赤道の小弦を列し、黄赤道の大股五十六度零六分半（二至出入する赤道の内外二十三度九十分を以て半弧背と為す。術に依りて黄赤道の大弧矢四度八十一分を求め得て、これを以て天の半径を減ずるの余りなり）を以てこれに相乗して得る数を実と為す。黄赤道の大弦六十零度八十七分半を以てこれを除し、黄赤道の小股四十零度零九分を得る。	（夏至または冬至のとき、黄道と赤道の間は $23.90^\#$ の弧の長さ BC がある。先の術をここでも用いて、黄赤道の大弧矢 (CE, 長さ x_0) を $x_0 = 4.81^\#$ と求め、天の半径 r から x_0 を引いた余りで得られる $r - x_0 = 56.065^\#$ を黄赤道の大股 (EO, 長さ q_0) とする。) 黄赤道の小弦 (DO) q_1 と、黄赤道の大股 q_0 を乗じたものを黄赤道の半径 $r = 60.875^\#$ で割ることで、黄赤道の小股 (FO, 長さ ω) $\omega = 40.09^\#$ を得る。	夏至または冬至のとき、原点と黄道面と赤道面で囲まれる円弧の話になる。三角形 OEB と三角形 OFD の相似を用いて、黄赤道の小股 (FO, 長さ ω) を求める。
6.	黄赤道の小股を列し、これを自乗して得る数と、黄道の半弧弦これを自乗して得る数とを二位相併せて共に得る数を実と為す。平方にこれを開き、赤道の小弦五十八度四十五分三十秒を得る。	黄赤道の小股 (FO, ω) の 2 乗と黄道の半弧弦 (AD) を 2 乗して加えた数を実とする。平方にこれを開き、赤道の小弦 (GO) $= \sqrt{(\text{小股 (FO)})^2 + (\text{黄道半弧弦 (AD)})^2}$ $= \sqrt{40.09^2 + 42.54^2} \approx 58.455^\#$	三角形 OFG に三平方の定理を適用。AD=GF を用いている。
7.	黄道の半弧弦を列し、天の半径を以てこれに相乗して得る数を実と為す。赤道の小弦を以てこれを除し、赤道の大股四十四度三十零分四十三秒を得る。就いて赤道の半弧弦と為す。	$\frac{\text{黄道の半弧弦 (GF)} \times \text{天の半径 (OI)}}{\text{赤道の小弦 (OG)}}$ を計算することによって、赤道の半弧弦 (IH) を得る。 $44.3043^\#$ となる。この弦 IH(長さ p_3) が求められたので、弧 IC (長さ a) が求められることになる。	三角形 OGF と三角形 OIH が相似なので、OG : GF = OI : IH。
8.	黄赤道の小股を列し、黄赤道の大弦を以てこれに相乗して得る数を実と為す。赤道の小弦を以てこれを除し、赤道の横の大鉤四十一度七十五分を得る。	$\frac{\text{黄赤道の小股 OF}_{(40.09)} \times \text{大弦 OI}_{(60.875)}}{\text{赤道の小弦 OG}_{(58.455)}}$ より、赤道の大鉤 OH を得る。 $41.75^\#$ 。	三角形 OGF と三角形 OIH が相似なので、OF : OG = OH : OI。

弧BAを観測したとき、弧CIの長さとの差はいくつか？

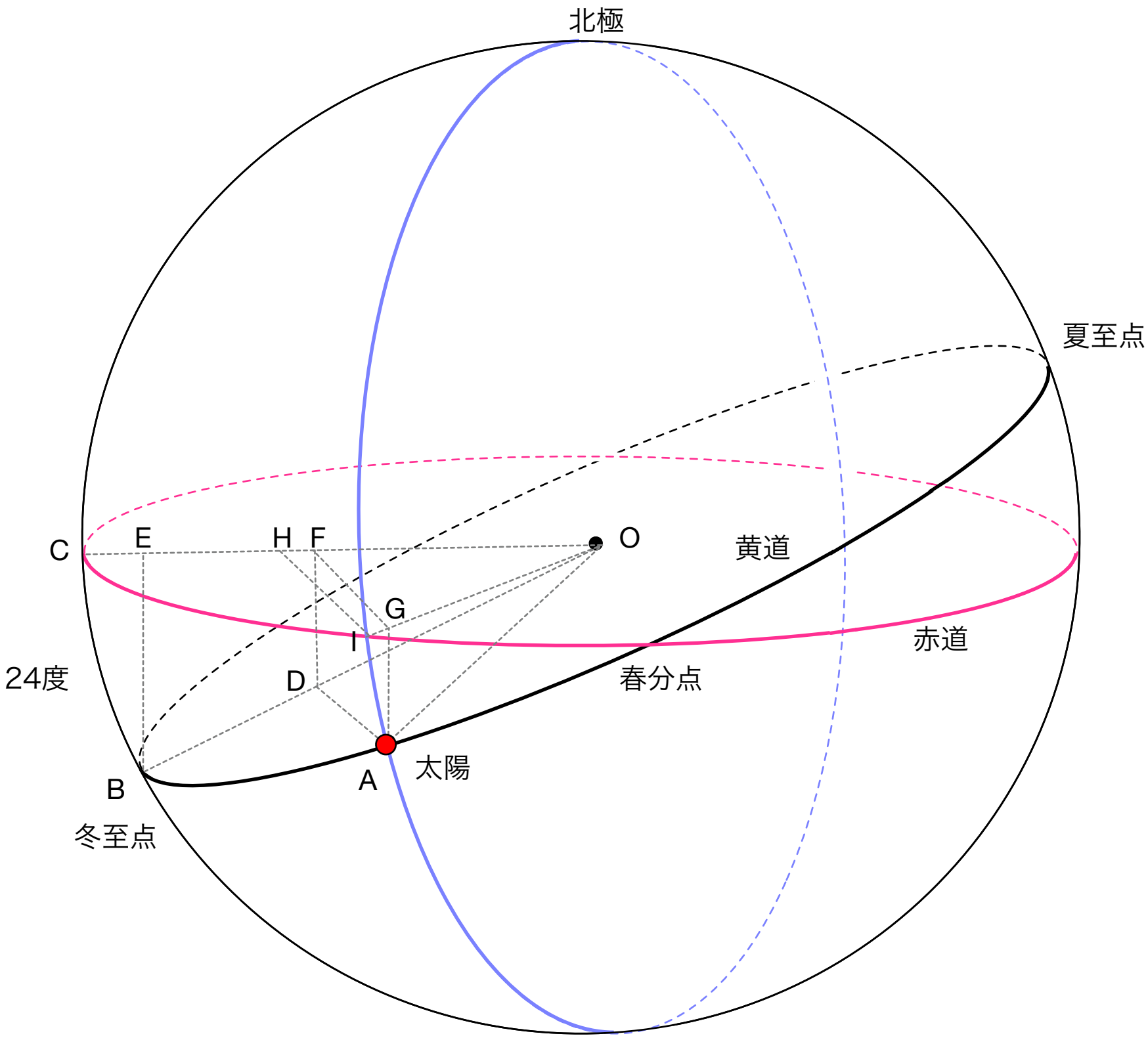
DBがわかったので、DOがわかる
同様にして、弧BC24度から、CEを求め、EOの長さがわかる
三角形OEBと三角形OFDは相似、FOがわかる。
DA=FGとして三角形OGFに三平方の定理を使ってOGを求める。
三角形OGFと三角形OIHは、相似、IHがわかる。OHもわかる



弧BAを観測したとき、弧CIの長さとの差はいくつか？

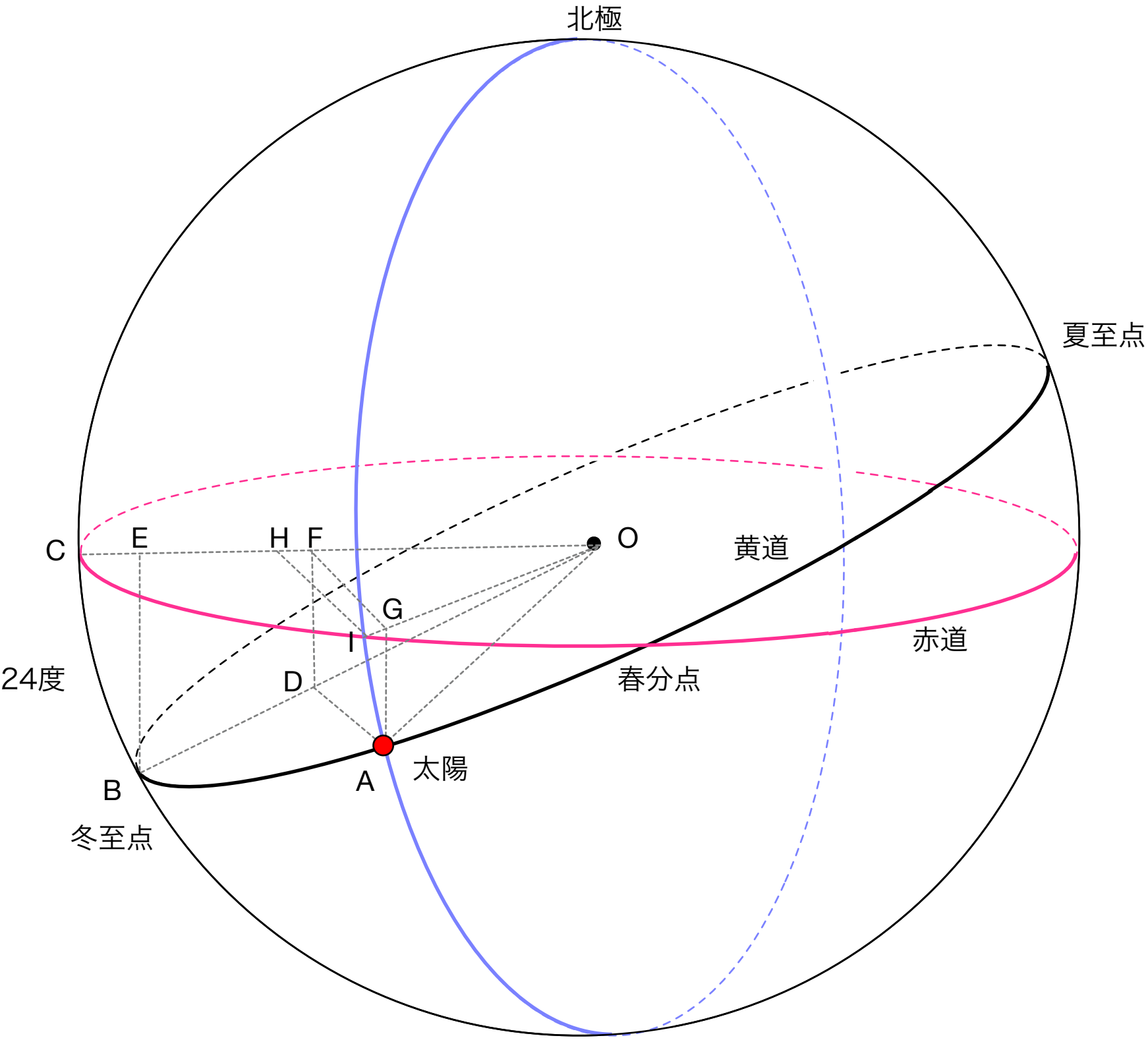
9.	赤道の横の大鈎を以て天の半径を減じ、余り一十九度一十二分半を赤道の横の弧矢と為す。	赤道面での弧 OIC にて、弧矢 (CH) を求める。 (半径)−(大鈎 OH)=(弧矢 CH)= 19.125 [#]	赤道面の OIC にて、会円術を適用する準備。
10.	赤道の横の弧矢を列し、これを自乗して得る数を実と為す。天径の如く而も一にして、赤道の半弧背弦の差三度零零四十二秒を得る。	$CH^2/\text{直径} = 3.0042^{\#}$ となる。これは、弧 IC (長さ a) − 弦 IH (長さ p_3) に等しい。	会円術を適用． $a - p_3 = CH^2/d$
11.	赤道の半弧弦に去加して赤道の半弧背と為す（去は当に以て作るべし）。赤道の半弧背弦の差を以て赤道の半弧弦を加入して、赤道の半弧背四十七度三十零分八十五秒を得る（余はこれに倣へ）。図に云く（朱を以て経を見、墨を以て緯を見る）	得られた値 $3.0042^{\#}$ に、弦 IH (長さ $p_3 = 44.3043^{\#}$) を加えることで、弧 CI (長さ a) が求められる。47.3085 [#]	これにより、「黄道上で冬至点から 45 度の位置にある太陽は、赤道上では 47.3085 [#] の位置にあたる」
12.	赤道の半弧背を列し、内、黄道の半弧背を減じて、余り二度三十零分八十五秒を黄赤道の極差と為す。	黄道との差は、 $2.3085^{\#}$ となる。	
13.	^{やや} 稍庚午より減ず。この術、循弧宛転、実まことに天道と ^{ふんごう} 合す。（ ^た は、月+勿+口）最も微妙 ^た 為り。古今に冠絶すと謂ふべし。	（赤道の値が）わずかに庚午の値から減じられる。この算法は、曲線を巧みに扱い、実に天体の運行（天道）とぴたり合致している。極めて精密で奥深い。古今に比類なき優れた術であると言うべきだろう。	

CHとIHがわかるので、会円術を用いてCIがわかる。



	『授時発明』読み下し文	解説	備考
1.	^{たとへば} 仮如、黄道の半弧背四十五度を以てこれを求む。前術に依りて、黄道の矢一十七度三十三分を得る。赤道の小弦五十八度四十五分三十秒を求め到り、以て天の半径を減じて、余り二度四十二分二十秒を赤道の大小弦の差と為す。又た、黄赤道の小弧の矢と為す。又た、内外の矢と為す。	例えば、黄道の半弧背 (BA) を $\ell = 45^\#$ とする。先の術により、黄道の矢 (DB) $x = 17.33^\#$ となる。また、赤道の小弦 (GO) $p = 58.4530^\#$ となる。GO を天の半径 (IO) r から引くことにより、赤道の大小弦の差 (GI) $2.4220^\#$ が得られる。これを、黄赤道の小弧の矢とも、内外の矢とも呼ぶ。	DB, GO の長さは、「黄赤道の差」の解釈で得られているもの。
2.	天の半径を列し、内、黄道の矢を減じて、余り四十三度五十四分半、黄赤道の小弦と為す。	天の半径から、黄道の矢 DB (x) を減じて、 $43.545^\#$ となる。黄赤道の小弦 DO とする。	
3.	黄赤道の小弦を列し、二至黄赤道の内外の半弧弦二十三度七十一分三十秒（黄赤道の大弧の矢四度八十一分を置きこれを自し、天径の如く而も一にして、半背弦の差一十九分を得、以て内外の極差二十三度九十零分三十秒を減じた余りなり）を以てこれに乗じて得る数を実と為す。黄赤道の大弦を以てこれを除し、一十六度九十六分二十三秒を得、黄赤道の小弧弦と為す。又た、黄赤道の小鉤と為す。	黄赤道の小弦 DO に対し、二至黄赤道の内外の半弧弦 (BE) $23.7130^\#$ （その求め方は、黄赤道の大弧の矢 (CE) $4.81^\#$ を 2 乗し、天の直径で割り、半背弦の差 $0.19^\#$ を得て、これより求められる内外の極差 BC $23.9030^\#$ を減じた余りである）に、これに乗じて得る数を分子（実）とする。黄赤道の小弦 DO $\times$ 半弧弦 BE / 黄赤道の大弦 r より $16.9623^\#$ を得、黄赤道の小弧弦 DF とする。また、黄赤道の小鉤ともいう。	半弧弦 (BE) を求める箇所は、会円術を用いている。その後は、三角形の相似を用いて、 $BE:BO = DF:DO$ より DF を求めている。「天径の如く而も一にして」は「直径で割る」。
4.	黄赤道の小弧の矢を列し、これを自して得る数を実と為し、天径を以てこれを除し、半弧背弦の差四分八十二秒を得る。	黄赤道の小弧の矢 (GI) を 2 乗し、天径 d で割り、半弧背弦の差 (弧 AI – 弦 AG) $0.0482^\#$ を得る。	会円術。
5.	半弧背弦の差を以て黄赤道の小弧弦に加入して一十七度零一分零五秒を得て、黄赤道内外の度と為す。又た、黄赤道の小弧半背と為す（余はこれに倣へ）。	半弧背弦の差に、黄赤道の小弧弦 (FD) を加え、 $17.0105^\#$ を得て、黄赤道内外の度 (弧 AI)，あるいは、黄赤道の小弧半背とする。これで、冬至のときとの南中高度の差が計算できる。	$FD=GA$ を用いている。
6.	冬至の前後の二象の盈初、縮末は黄赤道の内外の度を以て象限九十一度三十一分四十三秒を加へ、黄道極を去るの度及び分秒と為す。夏至の前後の二象の縮初、盈末は黄赤道の内外の度を以て象限を減じて、余りを黄道極を去るの度及び分秒と為す。	冬至の前の ^{えいしょ} 盈初から冬至の後の ^{しくまつ} 縮末までは、太陽の位置の、黄道極を去るの度及び分秒（去極度、天の北極からの角度）は、「 $91.3143^\# + \text{弧 AI}$ 」によって、夏至の前後は「 $91.3143^\# - \text{弧 AI}$ 」によって与えられる。	

弧BAを観測したとき、弧AIの長さはいくつか？



	『授時発明』読み下し文	解説	備考
1.	天の半径を列し、自乗して得る数を実と為す。矢六度を以てこれを除し、股弦の和六百一十七度六十二分を得る。矢六度を加へて大円径六百二十三度六十二分を得る。	天の半径を2乗した数を分子（実）とする。これを矢である6 [#] で割り、股（底辺）と弦（斜辺）の和として617.62 [#] を得る。これに矢の6 [#] を加えると、大円の直径である623.62 [#] を得る。	天の半径 $r = 60.875^{\#}$ を用いている。
2.	大股五十六度零六分半を列し実と為す。大鈎二十三度七十一分を以てこれを除して、二度三十六分四十六秒を得る。就いて秒を分に整へ、二度三十七分を得て度差と為す。	大股 (OE) 56.065 [#] を分子（実）とする。大鈎 (CE) 23.71 [#] でこれを割ると、2.3646 [#] を得る。これについて、秒の単位を四捨五入（または切り上げ）して分に揃え、2.37 [#] として、これを「度差」とする。	股は直角三角形の底辺、鈎（勾）は直角三角形の高さ。黄道と赤道がなす角度を θ として、 $1/\tan \theta$ を「度差」とする。
3.	容闊を列し、度差二度三十六分四十六秒を以てこれに乗じて、一十三度四十七分八十二秒を得て、容半長と為す。	容闊 (MN) の長さ 5.7 [#] に、先ほどの度差 2.3646 [#] をこれに乗じて、13.4782 [#] を得る。これを「容半長」(XN) とする。	容闊 (MN) の求め方は、図 5 [b] 参照。
4.	大弦六十零度八十七分半を列し、小鈎五度七十分を以てこれに乗じて、得る数を実と為す。大鈎二十三度七十一分を以てこれを除し、小弦一十四度六十三分四十秒を得る。又た、白道と赤道との正交より黄赤道の正交に距る半弧弦と為す。	大弦 (OC) 60.875 [#] を並べ、小鈎 (MN) 5.70 [#] を乗じて、得られた数を分子（実）とする。これを大鈎 (CE) 23.71 [#] で割ると、小弦 (YM) 14.6340 [#] を得る。また、これは「白道と赤道の交点（正交）」M から「黄道と赤道の交点」X までの距離の半弧弦にあたる。	直角三角形の相似比、大弦 OC : 大鈎 CE = 小弦 YM : 小鈎 MN
5.	小弦を列し、これを自して得る数、以て天の半径の冪を減じ、余りを実と為す。平方にこれを開き五十九度零九分を得て、これを以て天の半径を減じ、余り一度七十八分を小矢と為す。これを自して、天径の如く而も一にして、半背弦の差二分六十秒を得る。小弦を加入して半弧背一十四度六十六分を得て、白赤道の正交より黄赤道の正交に距る極数と為す。 図に云く	小弦 YM を2乗する。天の半径 OM の2乗（冪）からこの値を引き算し、残った数を分子（実）とする。この平方根を求めると OY 59.09 [#] を得る。天の半径 OX からこれを引き算し、残りの 1.78 [#] を小矢 (YX) とする。この小矢 YX を2乗し、天の直径で割ると、半背弦の差（弧の長さと弦の長さの差 MX - MY）である 0.0260 [#] を得る。これに小弦（14.6340 [#] ）を足し合わせることで、半弧背 MX として 14.66 [#] を得る。これが白赤道の交点から黄赤道の交点に距る「極数（天文学的な計算の基準値）」MX となる。	「天径の如くにして一にする」は直径で割るという意味。

MXの長さはいくつか？

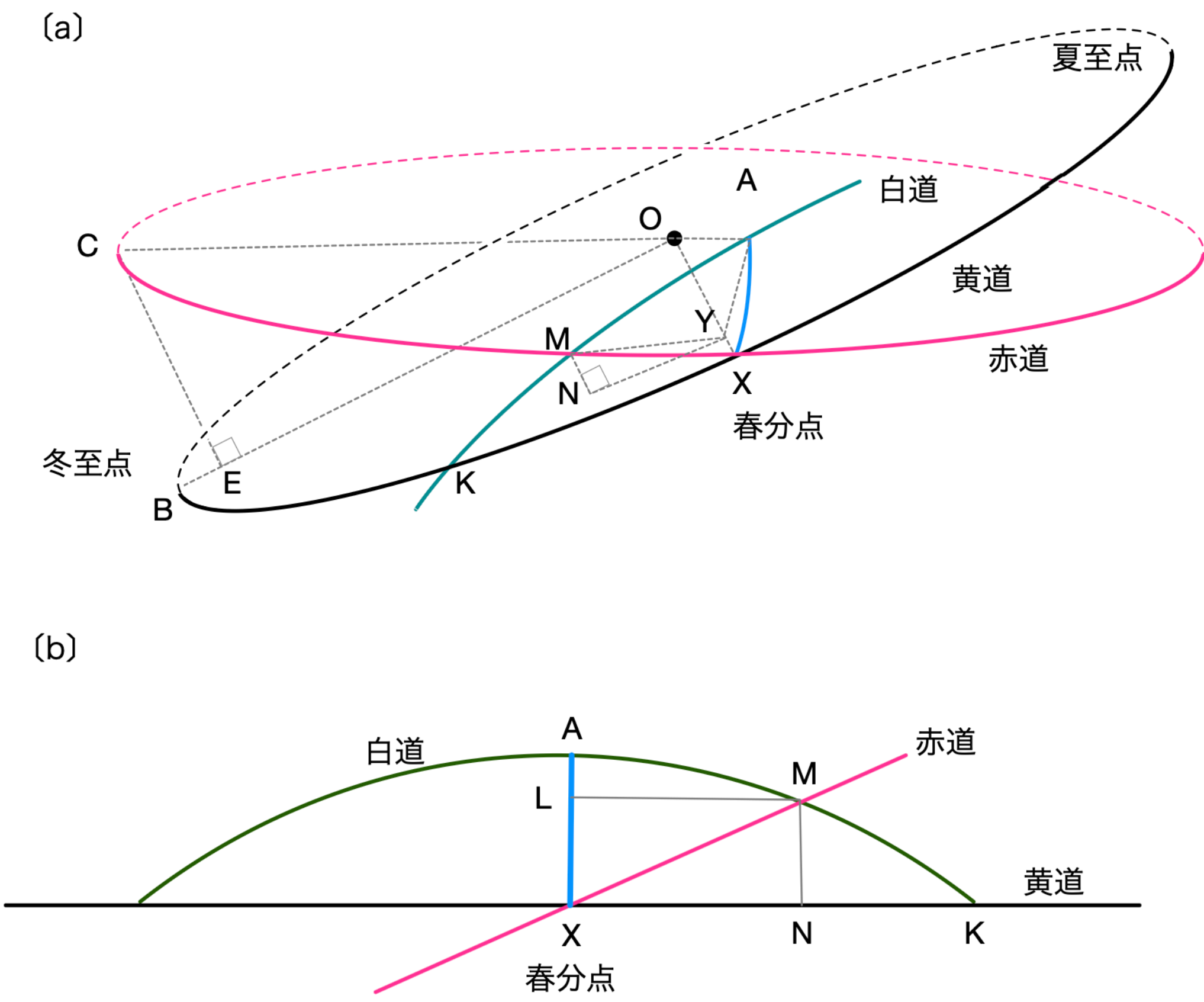


図 5: [a] 白道（月の通り道）と黄道（太陽の通り道）、天の赤道の配置の例。図の見易さを優先して白道と黄道の角度は広くとっている。白道と黄道との開き（弧 AX）が春分点 X から測ったときに最大角（6[#]）であることを仮定した図。弧 MX を求めるのが目的であるが、この図の配置の場合に弧 MX は最大の長さになる。[b] 中心 O にいる観測者から見た図。白道が黄道よりずれている部分（弧 KAK'）を大円の一部と見なすと、その大円の半径は、AX を矢とし、OX を弦とする関係から求められる（表 4 の段落 1）。赤道と黄道のなす角が 24[#] であることを用いると、AX が 6[#] に対して、MN（容闊と呼ぶ、表 4 の段落 3）が 5.7[#]、XN（容半長）が 13.4782[#] となる。

白道は18.6年周期で歳差を起こす

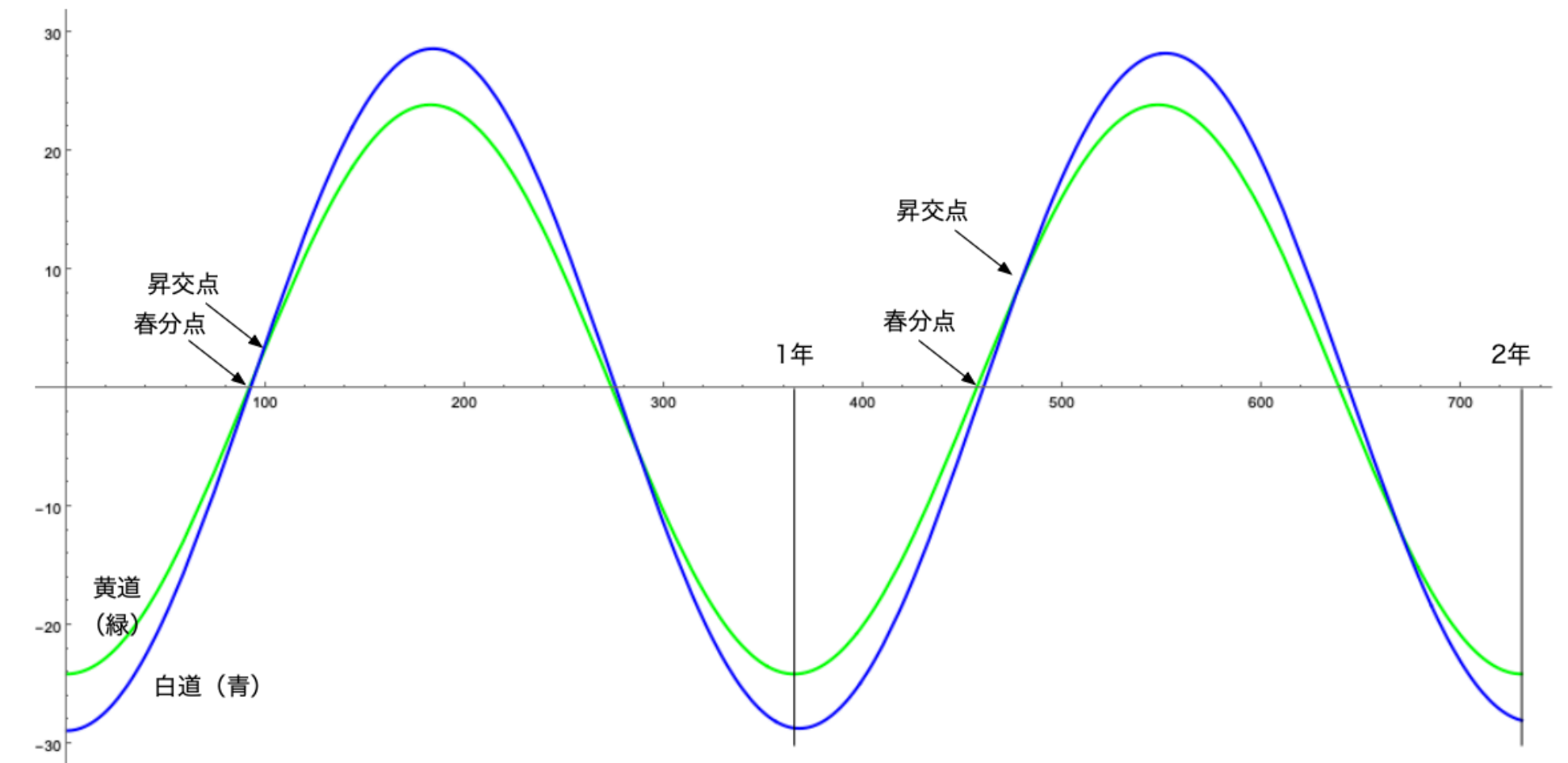
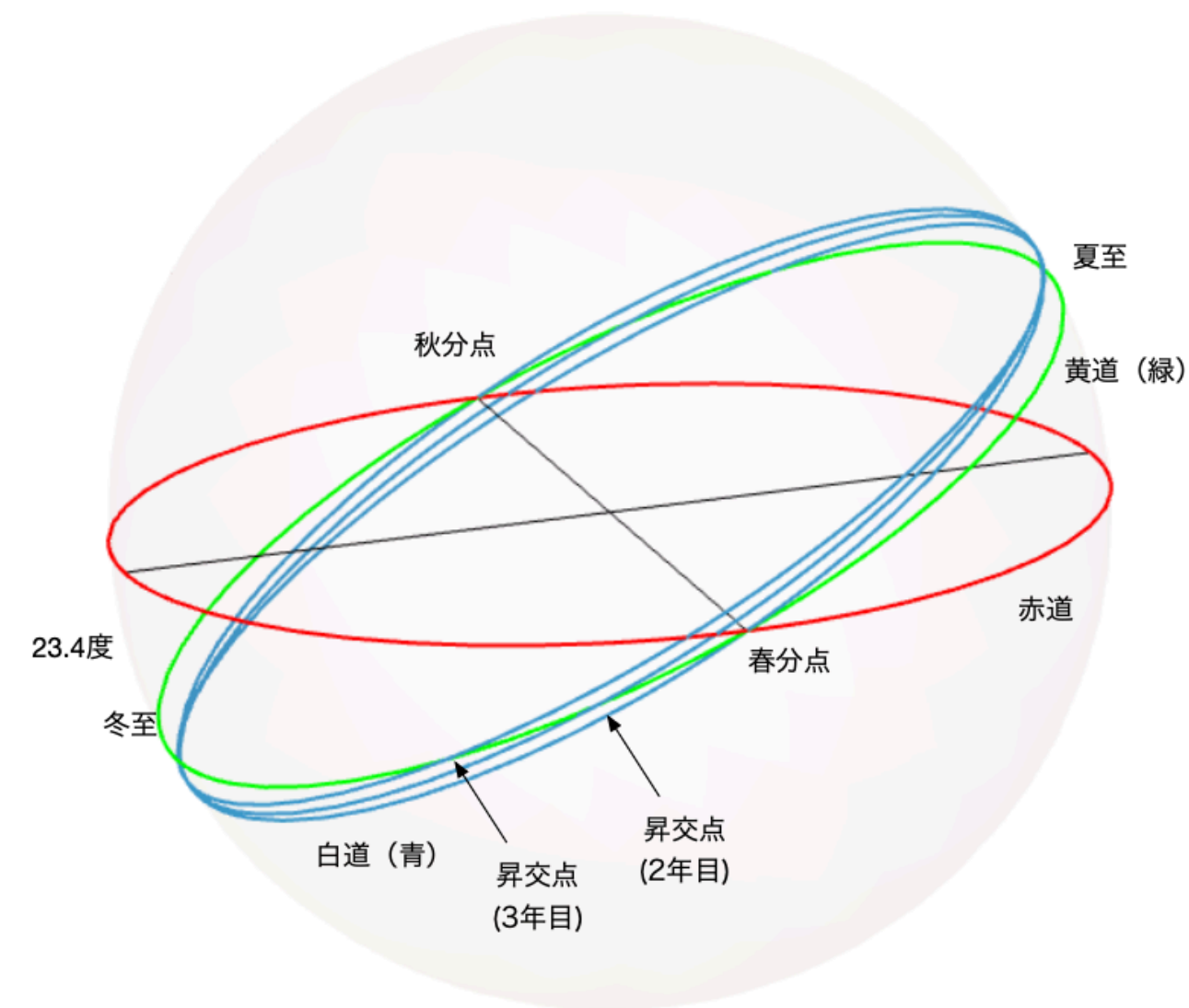
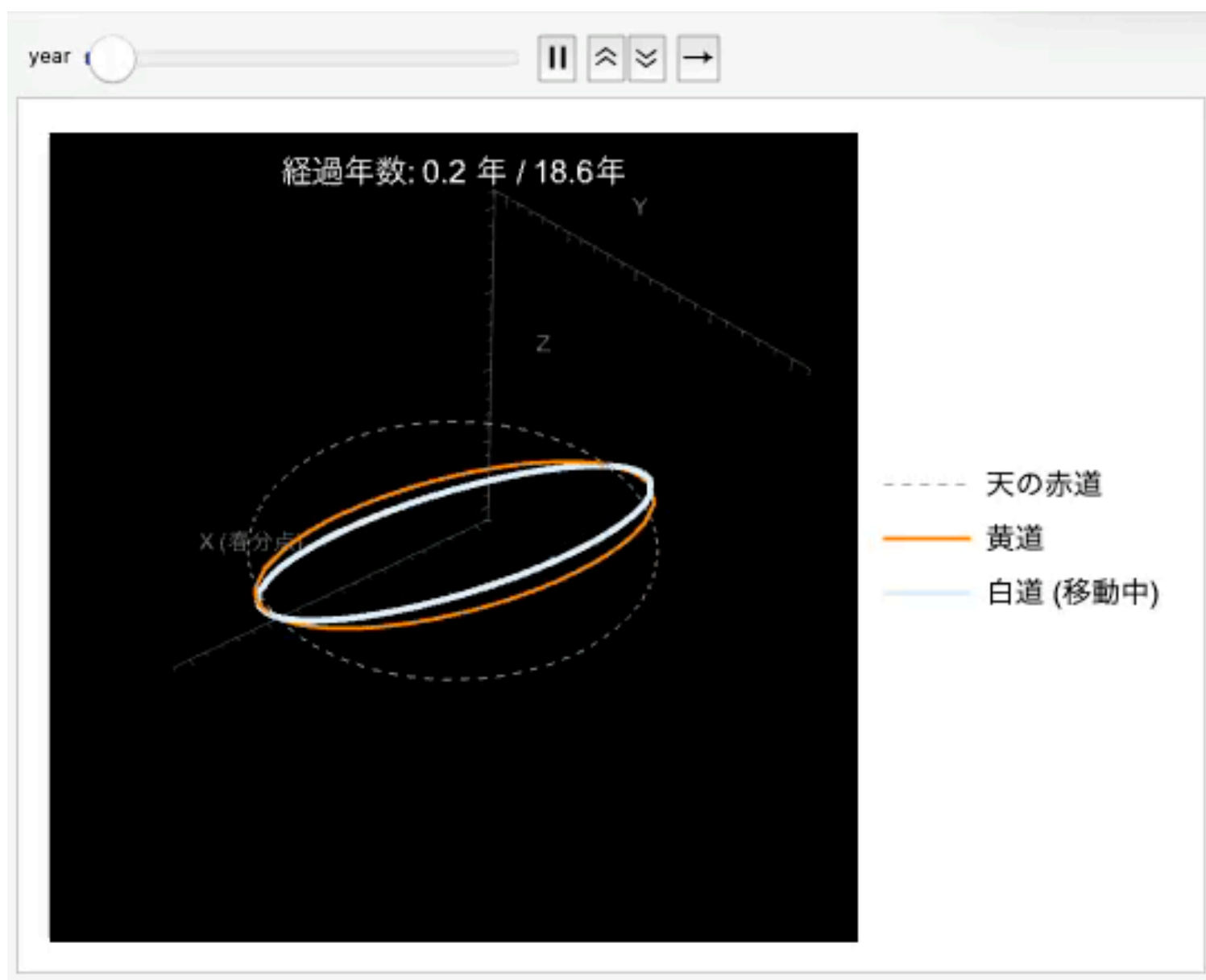


図 6: (左) 天球面上の赤道，黄道（太陽の通り道），白道（月の通り道）を描いたもの．月は，冬至のときに最も南側にいるもの，として，3 年分を描いた．（月は 1 恒星月＝27.3 日で周回する．）(右) 黄道と白道の赤道面からの上下を日数（黄道上を動く太陽位置）を横軸に，赤道面からのずれの角度を縦軸に 2 年分描いたもの． 左の図と同様に，白道は冬至の位置に最も南側にいるものとして描いた．昇交点や降交点は，毎年ずれてゆき，18.6 年で 1 周する．この図の場合，1 年目の昇交点は，春分点から 4.19 日ずれているが，2 年目は 21.5 日になる．

関孝和『授時発明（天文大成三条図解）』（1680）[白道と黄赤道の差] 2

	『授時發明』読み下し文	解説	備考
6	朔後の平交日分を以て月の平行度分に乘じて、距後の度分を得る。經朔加時の中積を加へて、黄道の冬至より正交に距る定積度分と為す。視るに、半歳周已下に在るは、冬至の後と為す。已上は半歳周に満つるはこれを去りて退き、余りを夏至の後と為す。その二至の後、象限已下に在れば初限と為し、已上は半歳周を減去して末限と為す。 初末限を以て極差一十四度六十六分に乘じ、象限の如く而も一にして、定差度分と為す。 二十四を以てこれに乘じて、極差の如く而も一にして得るところ、交、冬至の後に在れば減と為し、夏至の後は加と為す。皆、黄赤道の定限度九十八度に加減して定限度と為す。	新月(朔)の後に、平均的な交点(平交)を通過してからの経過日数に、月の1日あたりの平均移動速度(平行度分)を掛け合わせることで、交点からどれだけ進んだかという移動角度(距後の度分)を求める。計算上の新月の時刻(經朔加時)における冬至からの移動量(中積)を先ほどの値に加算する。これにより、「黄道の冬至から、昇交点(正交)までの正確な累積角度(定積度分)」を算出する。 定積度分が1年の半分(半歳周)以下であれば、その位置は「冬至の後」と判定する。もし半歳周を超えている場合は、そこから半歳周を引き算し、その残りを「夏至の後」の位置として扱う。位置が、1象限以下であれば「初限」とする。それを超えている場合は、半歳周からその値を差し引いた残りを「末限」とする。 初限または末限の値に、黄道と赤道の最大のズレである「極差(14.66[#])」を掛け算し、それを象限(91.3125[#])で割る(=比例配分を行う)。この値を「定差度分」と呼ぶ。 得られた定差度分に24を掛け、さらに極差(14.66[#])で割ることで、最終的な補正值を求める。そして、求めた交点(交)の位置が「冬至の後」の区間にあるならば引き算(減)、「夏至の後」の区間にあるならば足し算(加)と判定する。加減(プラスかマイナスか)に従って、黄道と赤道の位置関係の基準値である「定限度(98度)」に対して足し引きを行う。こうして最終的に補正された値を、その計算で用いる「(真の)定限度」として確定させる。	段落6は、字下げのない文。6a,6b,6cは字下げされている文。 定積度分=年間の任意の日付における黄道上の位置 冬至から1年を4つに分けて、初限・末限・初限・末限 赤道の位置を求める 定差度分=その位置における基本補正量 24、98の導出は段落6a, 6bにある(が、その導出は理解し難い)。
6a	所謂二十四を求むる術に曰く、夏至の内、冬至の外に在る月道と赤道との差三度五十分を置き、内、夏至の外冬至の内に在る月道と赤道との差一度三十分を減じ、余り二度二十分、分を通じて子を内れ、位を進めて度と為し、二千二百度を得て、象限の如く而も一にして二十四を得るなり。	いわゆる「24」を求める計算手順は次の通りである。「夏至の内側・冬至の外側」における月道(白道)と赤道の交差の差「3.50[#]」から、「夏至の外側・冬至の内側」における差「1.30[#]」を引き算する。残りは2.20[#]となるが、これを「分」の単位に直して(220分)さらに小数点を移動させ(位を進めて)「2200」という数値にする。これを象限(91.3125[#])で割り算すると、目的の定数である「24(正確には約24.09だが、整数に丸めたもの)」が得られる。	3.50度、1.30度の導出は段落7a, 8aにある(が、その導出は理解し難い)。 $\frac{(3.50-1.30) \cdot 1000}{91.3125} = 24.09$ としている。
6b	所謂九十八度を求むる術に曰く、半象限四十五度六十五分を列し、内、二十四を減じ、余り二十一度六十五分、半象限を以てこれに相乗して、九百八十八度三十二分二十五秒を得て、位に寄す。夏至の内、冬至の外に在る月道と赤道との差三度五十分を列し、分を通じて子を内れ、位を進めて度と為し、三千五百度を得て、位に寄せたるに加入して共に四千四百八十八度三十二分二十五秒を得て、実と為す。半象限の如く而も一にして九十八度を得る。	いわゆる「98[#]」を求める計算手順は次の通りである。半象限(45.65[#])を置き、そこから先ほど求めた「24」を引き算すると、残りは21.65[#]となる。これに再び半象限(45.65[#])を掛け算すると、988.3225[#]になり、この数値を残す(位に寄す)。次に、先ほどの差「3.50[#]」を分の単位(350分)にして位を進め3500とする。これを先に残した数値に足し合わせると、合計で4488.3225[#]となり、これを分子(実)とする。これを半象限(45.65[#])で割り算すると、目的の98度(約98.32[#])が得られる。	(45.65 - 24) · 45.65 = 988.3225. $\frac{3.5 \cdot 1000 + 988.3225}{45.65} = 98.32$ としている。

	『授時發明』読み下し文	解説	備考
7a	いはゆる所謂三度五十分を求むる術に曰く（黄赤道の差を求める術に準ず）、半象限四十五度六十五分を以て月道の半弧背と為す。月道の矢一十七度八十分。月道の半背弦の差二度六十分。月道の半弧弦四十三度。 月赤道の小弦四十三度。月赤道の大股五十三度三十分（月道、赤道を去る二十九度九十分を以て半弧背と為し、矢七度五十分を求め得て、これを以て天の半径を減じた余りなり）。月赤道の小股三十七度七十分。赤道の小弦五十七度二十分。赤道の半弧弦四十五度七十分。赤道の大鉤四十零度一十分。赤道の矢二十零度七十分。赤道の半背弦の差三度五十分。赤道の半弧背四十九度二十分、内、月道の半弧背を減じて、余り差三度五十分を得る。 図に云く（朱を以て経を見、墨を以て緯を見る。）	いわゆる「差 3.50 度」を求める手順は次の通りである（これは黄道と赤道の差を求める手順と同じである）。半象限の「45.65[#]」を月道の半弧背とする。このとき、以下ようになる。月道の矢：17.80[#]，月道の半背弦の差（弧と弦の長さの差）：2.60[#]，月道の半弧弦：43.00[#] 月赤道の小弦：43.00[#]，月赤道の大股：53.30[#]（※これは、月道が赤道から最も離れる「29.90[#]」を半弧背として、対応する矢「7.50[#]」を求め、それを天の半径から引き算した残りである），月赤道の小股：37.70[#]，赤道の小弦：57.20[#]，赤道の半弧弦：45.70[#]，赤道の大鉤：40.10[#]，赤道の矢：20.70[#]，赤道の半背弦の差：3.50[#]，赤道の半弧背：49.20[#] この「赤道の半弧背 49.20[#]」から、最初に設定した「月道の半弧背 45.65[#]（端数処理で 45.70[#] とする）」を引き算すると、求めたい「差 3.50 度」が得られる。	
8.	夏至、陽暦の外に在り、冬至、陰暦の内に在り。月道と赤道との差ふところは少なきこと一度三十分以下らず。	（月の軌道の向きが変わると）先ほどとは逆に、夏至のときに月が陽暦（南側）の外側に位置し、冬至のときに陰暦（北側）の内側に位置するようになる。この配置のとき、月道（白道）と天の赤道との間のズレ（交点から最も離れた場所での幅）は、最も小さくなった場合でも「1 度 30 分」を下回ることではない。	段落 8 は、字下げのない文。8a は字下げされている文。
8a	いはゆる所謂一度三十分を求める術に曰く、半象限を以て月道の半弧背と為す。月道の矢一十七度八十分。月道の半背弦の差二度六十分。月道の半弧弦四十三度。月赤道の小弦四十三度。月赤道の大股五十八度二十分。（月道、赤道を去る一十七度九十分を以て半弧背と為し、矢二度六十分を求め得て、これを以て天の半径を減じた余りなり）。月赤道の小股四十一度一十分。赤道の小弦五十九度四十分。赤道の半弧弦四十四度一十分。赤道の大鉤四十二度。赤道の矢一十八度八十分。赤道の半背弦の差二度九十分。赤道の半弧背四十七度、内、月道の半弧背を減じて、余り差一度三十分を得る。 図に云く（朱を以て経を見、墨を以て緯を見る。）	いわゆる「（月道と赤道の差である）1 度 30 分を求める計算方法」では次のようにする。象限の半分を、月道（白道）の「半弧背」とする。このとき、月道の矢は 17.80[#] である。月道の「半背弦の差（弧の長さ」と弦の長さの差）」は 2.60[#] である。月道の「半弧弦」は 43[#] である。 月と赤道の関係において、小弦は 43[#] である。月と赤道の関係において、「大股」は 58.20[#] である。（これは、月道が赤道から最も離れる角度である 17.90[#] を「半弧背」とし、そこから計算して「矢」の長さ 2.60[#] を求め、これを天球の半径から差し引いた残りの数値である）。 月と赤道の関係において、「小股」は 41.10[#] である。赤道の「小弦」は 59.40[#] である。赤道の「半弧弦」は 44.10[#] である。赤道の「大鉤」は 42[#] である。赤道の「矢」は 18.80[#] である。赤道の「半背弦の差」は 2.90[#] である。これにより、赤道の「半弧背」は 47[#] となる。この 47[#] から、最初に設定した月道の「半弧背」である 45[#] を差し引くと、その残りの差として（目的の数値である）1 度 30 分が得られる。	

	『授時発明』読み下し文	解説	備考
9.	蓋し白道の二交に斜有り、直有り、陰陽二曆に内有り、外有り。直なるものは密にして狭く、斜なるものは疎 そ にして闊 ひろ し。その差も亦た、従ひて異なる。 旧法、白道の交周、差を以て黄道を損益して、変じて白道と為す。斜を以て斜を求む。己れが臆見 まか に任ずるに過ぎざるのみ。若思立渾を用いて比量し、白道と黄赤道の正交との東西相距 へだ たる極差一十四度三分度の二を得る。 擬して以て法と為し、逐月每交二十八宿の度分をす。実 まこと に天体円転の妙を得たること、最も精詳 た 為り。	そもそも、白道が他の軌道と交わる二つの交点には、斜めに交わる部分と、直角に交わる部分があり、陰曆・陽曆の二つの地点（または軌道の北側と南側）には、内側に入り込む部分と、外側へ出る部分がある。直角に交わる部分は両者の軌道は密で範囲が狭く、斜めに交わる部分は疎で範囲が広い。そのため、それらのズレ（差）もまた、それぞれ異なってくる。 従来の古い方法では、白道が交差する周期のズレ（差）を用いて黄道の度数を足し引き（損益）し、それを変形させて白道の度数としていた。これは斜めのデータから別の斜めのデータを求めようとするものであり、作り手の単なる思い込み（臆見）に任せているに過ぎなかった。そこで私は、「立渾（立体的な天球模型・渾天儀）」を用いて実際に天体の運行を比較・計測し、白道と黄道・赤道が直交（正交）する位置から東西に最も離れる最大のズレ（極差）が「14 度と 3 分の 2（約 14.67 [#] ）」であることを突き止めた。 これを基準として新しい計算規則（法）を定め、毎月、月が交差するごとに二十八宿を通過する度分を細かく算出した。これこそが、誠に天体が円を画いて美しく回転する仕組み（円転の妙）の本質を捉えたものであり、最も精密で詳細なものである。	段落 9 は、字下げのない文のみ（天文大成の本文のみ）。

- 「黄赤道の差を論す」「黄赤内外の差を論す」「白道と黄赤道の差を論す」と題された全3章のうち、はじめの2章については、関が完全にその理論を理解していたことがわかる。
- ただし、授時曆で使われていた弧の長さを求める数学は、会円術と呼ばれる近似式にすぎず、観測と対比させて検討するには、より高度な数学が必要となることが実感されたことと考えられる。
- また、「白道と黄赤道の差を論す」については、元にした『天文大成管窺輯要』の記載自体が現象論的であり、その論理を追う関の考察にも数秘術的で理解し難い部分があった。

『授時発明』読み下し文	解説
延宝八庚申歳九月下弦後晨、東方に彗星見ゆ。光芒西を指し長さ三十許度。二十七日（癸未）に至りても猶見ゆ。二十八日（甲申）に至りて晨伏、見えず。九月二十九日（乙酉）合伏、房初度。十月朔（丙戌）昏西方に唯光茫見ゆ。二日（丁亥）夕、星体見ゆ。光芒東を指し長さ五十許度。十一月二十七日（壬午）彗徐して室北星に没さんと欲す。適合距合五十七日。積行一百一十度。十二月望後、光芒、星体共に没して見えず。室宿を越へず。	延宝 8 年（1680 年）庚申の年の 9 月、下弦の月が過ぎた後の夜明け（晨）、東の空に彗星が現れた。その光芒（彗星の尾）は西の方向を指しており、長さは 30 [#] ほどであった。9 月 27 日（癸未）になっても、彗星はなおも見えていた。9 月 28 日（甲申）になると、朝方に太陽に近づきすぎて見えなくなった（晨伏）。9 月 29 日（乙酉）には、太陽と完全に重なった（合伏）。その位置は房宿の最初の度数であった。10 月 1 日（丙戌）の夕方（昏）、西の空に尾の光だけが見えた。10 月 2 日（丁亥）の夕方、彗星の本体（核）が見えた。その光芒は今度は東の方向を指しており、長さは 50 [#] ほどもあった。11 月 27 日（壬午）、彗星は移動し、室宿の北側にある星の付近で消え去ろうとしていた。これらを合わせると、最初に見えてから見えなくなるまでの期間（距合）はちょうど 57 日間であり、その間に移動した角度（積行）は 110 [#] に及んだ。12 月の満月（望）が過ぎた後、光芒も本体も共に消えて見えなくなった。彗星が室宿を越えて進むことはなかった。 この彗星のことを「金星」だと言う者がいるが、それは間違いである。金星は 6 月 30 日（丁亥）に、朝の東の空で太陽に近づきすぎて見えなくなった（晨伏）。このときの太陽は縮（秋分から冬至に向かう軌道区間）の 31.873 [#] 金星は 8 月 10 日（丙寅）に、太陽と完全に重なった（合伏）。このときの太陽は縮の 79.5123 [#] 金星は閏 8 月 19 日（乙巳）に、「夕方の明星」として現れ、太陽から急速に離れていく動きを始めた（夕疾初）。このときの太陽は縮の 127.1523 [#] 金星の夕方の急速な離脱動きは、10 月 12 日（丁酉）に終わりを迎えた（夕疾末）。このときの太陽は盈（春分から夏至に向かう軌道区間）」の 7.5635 [#] 金星は 12 月 1 日（丙戌）に、夕方の空で次にやや速い速度で動く期間に入った（夕次疾初）。このときの太陽は盈の 66.2375 [#]
或いは右の彗星を以て金星と為すはこれにあらず。	
金星晨伏六月三十日丁亥　入縮三十一度八七三	
合伏八月十日丙寅　入縮七十九度五一二三	
夕疾初閏八月十九日乙巳　入縮百二十七度一五二三	
夕疾末十月十二日丁酉　入盈七度五六三五	
夕次疾初十二月朔日丙戌　入盈六十六度二三七五	

関孝和の天文暦学関連の書

- 『授時発明』(1680)
- 『授時曆経立成之法』(1681)
- 『授時曆経立成』(1681)
- 『関訂書』(1686)
- 『天文数学雑著』(年紀不明)
- 『宿曜算法』(1684?)
- 『四余算法』(1697?)
- 『二十四気昼夜刻数』(1699)

「立成」とは数表,「立成之法」はその数表を作成するための計算手順.「太陽立成」「太陰立成」「五星立成」の3項がある. 授時曆の理論(3次式を用いた表現)にしたがって, 見かけの位置の平均運動からの外れ(盈縮)の計算方法が述べられ, その表が作成されている.

授時曆経立成

卷之一、太陽立成

冬至前後二象盈初縮末限

積日	盈縮分	盈縮積	每日行度
初	五〇六八五	空	一〇五〇六八五
一	五〇五八三	〇〇五〇一六五	一〇五〇五八三
二	五〇〇九六	〇〇一〇一六五	一〇五〇〇九六
三	四九五九八	〇〇一五七六三	一〇四九五九八
四	四九〇九九	〇〇二一三七一	一〇四九〇九九
五	四八五七七	〇〇二五〇四二	一〇四八五七七

二十三、授時曆経立成

授時曆経立成之法

太陽立成

求積日

冬至前後二象盈初縮末限之積日者、自初日至八十八日、凡八十九段也。夏至前後二象縮初盈末限之積日者、自初日至九十三日、凡九十四段也。

求盈縮積

盈初縮末限者、置立差三十一、以積日乘之、加平差二万四千六百、又以積日乘之、用減定差五百一十三万三千二百、余再以積日乘之、滿億為度、不滿退除為分秒、即所求盈縮積。縮初盈末限者、置立差二十七、以積日乘之、加平差二万二千一百、又以積日乘之、用減定差四百八十

二十二、授時曆経立成之法

求每日行度

盈初縮末限者、置太陽平行分一万、加每日之盈縮分、為每日行度。縮初盈末限者、置太陽平行分一万、減每日之盈縮分、余為每日行度。

三九一



『立成』には,「半昼夜分」の表があり,江戸(武江北極出地三十六度強)における半日(5000刻)のうちの昼夜の割合(半日周弧)が半年分掲載されている. この表は, 平山他編『関孝和』全集では, 関独自のものとされているが, 杉本(2006)は「関が黄経から赤緯を求める段階では元の『元史』曆志四に掲載された「内外度」表の数値をそのまま利用し, 赤経から半日周弧を求める段階のみを新たに自力で計算した」と指摘している.

「半昼夜分」の表作成方法についての解説は『立成之法』にはないが, 小泉光保の『(元史)授時曆経図解』(1703)にて解説されている.

関孝和の天文暦学関連の書

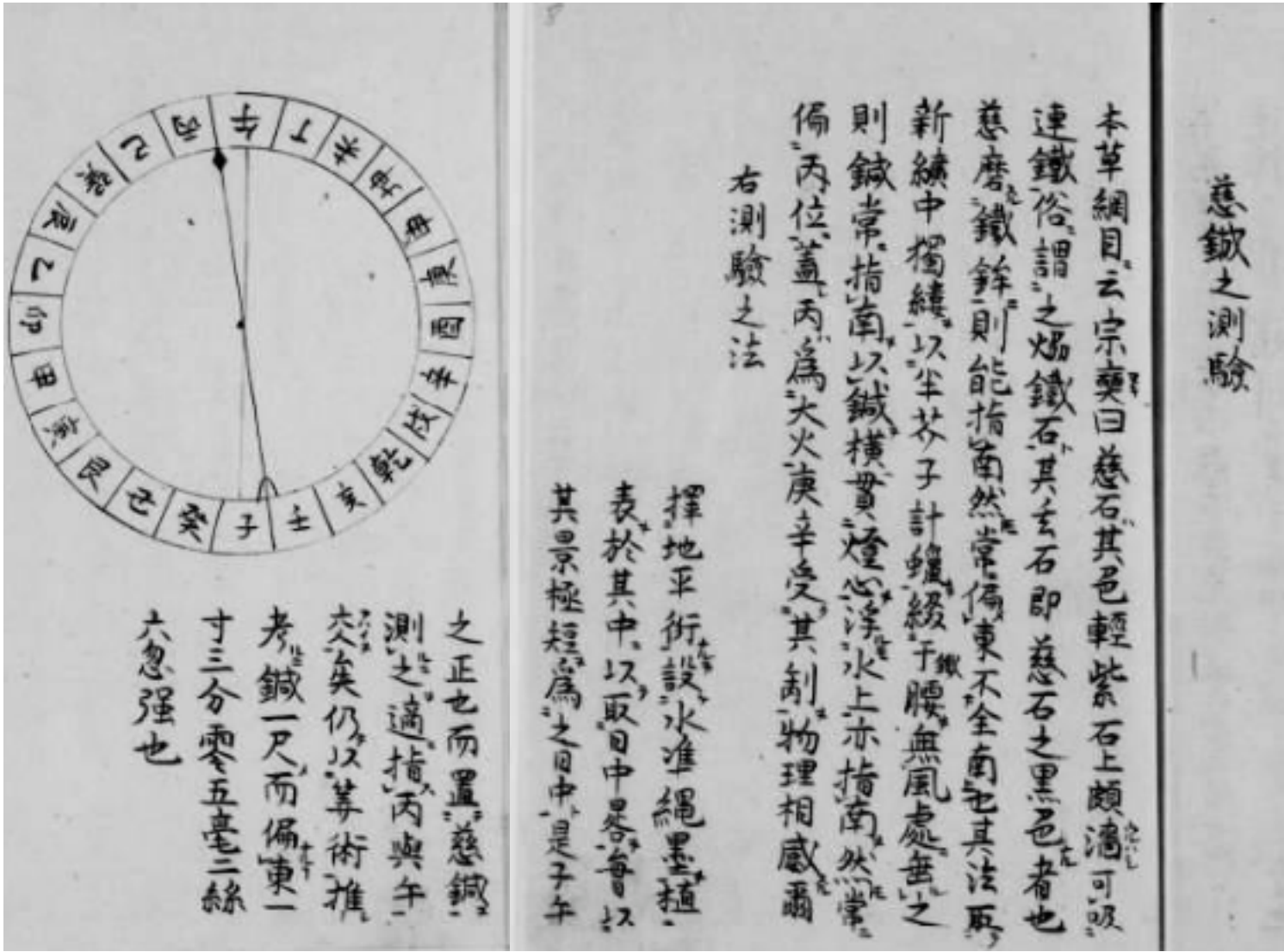
- 『授時発明』(1680)
- 『授時曆経立成之法』(1681)
- 『授時曆経立成』(1681)
- 『関訂書』(1686)
- 『天文数学雑著』(年紀不明)
- 『宿曜算法』(1684?)
- 『四余算法』(1697?)

メモ書きの集成 (15丁)

「経世年考」(1684年基準の各暦の「年」比較)「春秋日食三十六事」「慈鍼之測驗」「授時曆求五星定合定積定星校正図解」「改正術略」「日景実測」「北極出地」「五金寸重」などと始まり、日食や月食の見え方などの記載が続く。

関の遺したメモの類を一括編集したもの？
関の若い頃からの座右のメモを弟子が集めたもの？
関ではない後人の手による編纂？

ただし、関が日食や月食を予報した、という事実は知られていない。



◀◀◀「慈鍼之測驗」には、方位磁針の向きが鍼1尺に対して東へ1寸3分05毛2糸6勿強を指すことが述べられている。
($\sin^{-1} 0.130526 = 7^{\circ}30''$)

「日景実測」には、周天365度25分、周半径116度26分26秒の記載があり、円周率の値が3.141595となることが読み取れる。▶▶▶
黄道赤道の開き(黄赤道内外度)23度90分006秒(現行度で23.56度)、武州江戸の緯度が36度59分94秒36(現行度で36.7度、熊谷市・つくば市南部周辺)の値も見られ、関が実際に観測したであろうことが感じられる。

日景実測	
冬至加時日景一丈	一丈七尺零六分半
夏至加時日景同	二尺二寸二分
二分加時日景同	七尺二寸八分半
武江北極出地	三十六度五十九分九十四秒
周天	三百六十五度二十五分
周天徑	一百一十六度二十六分十六秒
周天半徑	五十八度一十三分一十三秒
冬至勾	二十九度三十九分零二秒
冬至股	五十度零一分五十四秒
冬至矢	七度九十七分六十秒
冬至背	三十度零八十一分二十九秒
夏至勾	一十二度五十九分八十四秒
夏至股	五十六度七十四分九十七秒
夏至矢	一度三十八分一十六秒
夏至背	一十二度六十九分八十八秒
黄赤道内外度	二十三度九十分零六秒

関孝和の天文暦学関連の書

- 『授時発明』(1680)
- 『授時暦経立成之法』(1681)
- 『授時暦経立成』(1681)
- 『関訂書』(1686)
- 『天文数学雑著』(年紀不明)
- 『宿曜算法』(1684?)
- 『四余算法』(1697?)
- 『二十四気昼夜刻数』(1699)

二十四節気それぞれにおける昼夜の長さの比(刻数)を示したものである. 江戸にて冬至と夏至の観測をしたことが記載されている. 大阪教育図書版『全集』では, 元禄己卯(1699年)と翻刻されている. しかし, その時期すでに関は高齢であって観測したとは考えにくいことから, 岩波版の『全集』では作者が関であることに懐疑的であり, 年紀不明としている.

『天文数学雑著』と合本されている場合もある.



二十四気昼夜刻数											
元禄己卯雨水日革敬、藤子約書											
雨水正	月中	夜	昼	四十五	刻	七	後	四	日	夜	昼
驚蟄二	月節	夜	昼	四十七	刻	八	後	一	日	夜	昼
春分一	月中	夜	昼	四十九	刻	六	後	四	日	夜	昼
清明三	月節	夜	昼	五十三	刻	九	後	一	日	夜	昼
穀雨三	月中	夜	昼	五十五	刻	七	後	四	日	夜	昼
立夏四	月節	夜	昼	五十七	刻	五	後	十一	日	夜	昼
小滿四	月中	夜	昼	五十九	刻	一	後	四	日	夜	昼
芒種五	月節	夜	昼	六十一	刻	一	後	十一	日	夜	昼
夏至五	月中	夜	昼	六十三	刻	七	後	四	日	夜	昼
小暑六	月節	夜	昼	六十五	刻	一	後	十一	日	夜	昼
大暑六	月中	夜	昼	六十七	刻	一	後	十一	日	夜	昼
立秋七	月節	夜	昼	六十九	刻	五	後	四	日	夜	昼
處暑七	月中	夜	昼	七十一	刻	七	後	十一	日	夜	昼
白露八	月節	夜	昼	七十三	刻	九	後	四	日	夜	昼
秋分八	月中	夜	昼	七十五	刻	六	後	十一	日	夜	昼
寒露九	月節	夜	昼	七十七	刻	八	後	四	日	夜	昼
霜降九	月中	夜	昼	七十九	刻	七	後	十一	日	夜	昼
立冬十	月節	夜	昼	八十一	刻	三	後	四	日	夜	昼
小雪十	月中	夜	昼	八十三	刻	八	後	十一	日	夜	昼
大雪十一	月節	夜	昼	八十五	刻	九	後	四	日	夜	昼

関孝和の天文暦学関連の書

- 『授時発明』(1680)
- 『授時曆経立成之法』(1681)
- 『授時曆経立成』(1681)
- 『関訂書』(1686)
- 『天文数学雑著』(年紀不明)
- 『宿曜算法』(1684?)
- 『四余算法』(1697?)
- 『二十四気昼夜刻数』(1699)

二十八宿名, 二十八種の宿曜禽(鳥獣名), 七曜(日月火水木金土)の組み合わせを年, 月, 日, 時に配する方法を述べたもの. 計算の基準年は貞享元年甲子(1684年)で、当時最新であった貞享暦の気朔(二十四節気と朔望月)の値を用いて例示されている. 天文学の内容ではないが、民間暦には記載されていた符号である.

ただし、写本の最後には、正徳4 (1714)年と記載されているものもあり、関の没後でもあるので、作者が関かどうかも確定していない.

日月・五惑星の七曜暦に加えて、民間暦には四余と呼ばれる紫気(しき)・月孛(げっぱい)・羅喉・計都が登場していた. インド占星術・宿曜道に登場する仮想天体である. 気は木星に付随する仮想天体(周期28年)で、孛は月の遠地点(周期8.8505年), 羅は白道の黄道に対する降交点, 計は昇交点(周期18.5999年)である. これらの位置計算法と表が、元禄10 (1697)年の冬至点を基準に示されている.

この2冊はセットで伝えられたとも考えられる.



宿曜算法

求年月日時宿曜禽之法、倣三台通書之配次、以貞享元年甲子歲、為曆元、新立諸宿、而著上考下推之算法者如左。

貞享元年歲次甲子為元

宿周二十八

宿余一日二千四百一十七置歲周滿二十八日去之不尽也

年宿應一十二

月宿應四

日宿應二十七日六千二百六十三

時宿應一十二

以虛為紀首。年宿應八、月宿應空。日宿應廿三日七万六千九分。時宿應八。(編者曰。日宿應は廿三) (日六千二百六十三か)

二十六、宿曜算法

初	四	八	十二	十六	二十	二十四	二十八
箕水豹	虛日鼠	奎木狼	畢月鳥	鬼金羊	翼火蛇	辰土貉	巳土貉
斗木獬	危月燕	婁金狗	觜火猴	柳土獐	軫水蚓	房日兔	心月狐
牛金牛	室火猪	胃土雉	參水猿	星日馬	角木蛟	心月狐	尾火虎
女土蝠	壁水獺	昂日雞	井木犴	張月鹿	亢金龍	尾火虎	尾火虎

置所求距算、加年宿應、滿宿周去之、不尽命箕宿、算外即所求年宿、而減之、余滿宿周去之、不尽以減宿周、余命如上

四八

四余算法

紫氣羅計謂之四余、元皆指為星、而謂之木水火土之余矣。又謂之今術家以四余、為暗曜、豈亦以天象無所見、故強為之說耶、者共其不然也乎。予嘗聞、或說曰、紫氣者、古人以此紀直年耳。故二十八年而一周。月孛是月所行圈極高極遠之點、羅喉即白道之交點、計都即白道之中點矣。然古法測算不精密、故積歲久、而不能無差惑也。以是依授時曆法、而述細鏤之術、且附今時之草、以備識者之參攷、云爾。

于時、元祿歲次丁丑、孟夏望後三日革墩

関氏孝和子約謹書

二十五、四余算法

関孝和の天文暦学関連の書

『授時発明』(1680)

◀ 理論

『授時暦経立成之法』(1681)

◀ 実践(数表作成)

『授時暦経立成』(1681)

◀ 実践(数表作成)

『関訂書』(1686)

◀ 理論

『天文数学雑著』(年紀不明)

◀ 日影の実測含む

『宿曜算法』(1684?)

◀ 民間暦の作暦

『四余算法』(1697?)

◀ 民間暦の作暦

『二十四気昼夜刻数』(1699)

◀ 実測

大きく分類するならば、

(1)授時暦の変換公式そのものを解明する理論編

(2)その理論を使って実務用の数表を作る実践編

(3)実測データによる裏付け

(4)授時暦以外の暦要素

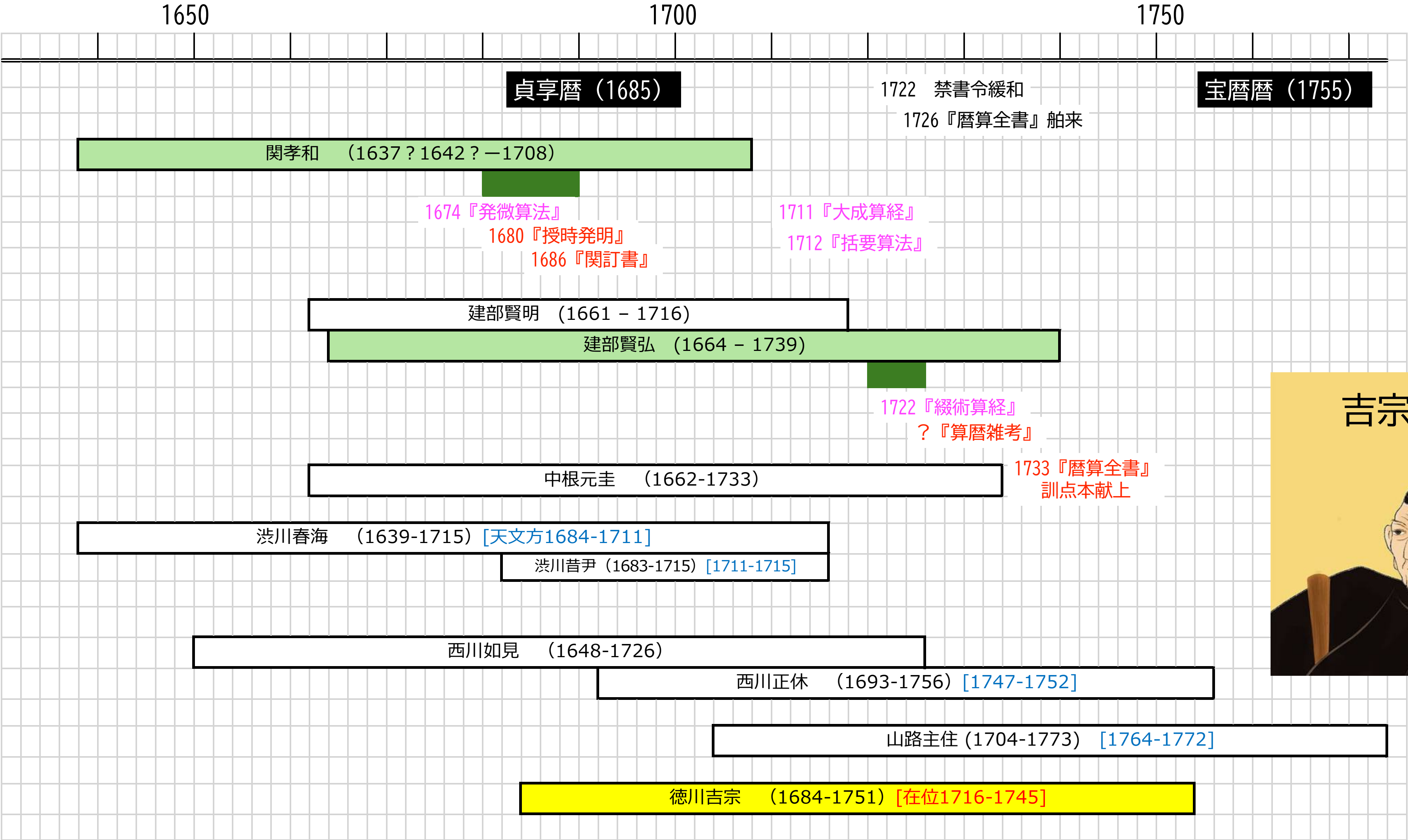
という4群に整理できる。



関の著作には、授時暦の数理解から、民間暦の要素までが含まれ、造暦に対する意欲が強く感じられる。広瀬が『全集』付録p213にて次のようにコメントしている。

「... 孝和が改暦問題に尋常以上の興味を持っていたことは、授時暦に関して相当重要な四種もの著述を遺していることで明らかである。しかもその著述中に授時暦による実際の編暦の立場から要求される授時暦の立成を含んでいることは、編暦事業にまで関心を抱いていたことを推察される。」

関と建部の天文暦学



ここに吉宗の自筆とされる史料がある。

一、貞享暦ハ授時暦ニ少々了簡を加へ、組立候もの、様ニ、兼而承及候。右両暦ノ違目承度事。口上ニ而ワかれ難候ハ、書付見申度事。

一、此間之書付ニ、惣而蝕之義は実測与算法与、度々逢不申もの之由、然は暦法之善悪、何を以而極申候哉。

一、授時暦之組立ハ、書物も渡り、此方ニても相知有之事ニ候哉。

一、時憲暦ハ、何の世、誰人の作ニて候哉、是ハ組立等相知レ不申候哉。

一、授時補術ハ、授時暦の不足を補たる義ニ候哉。

一、阿らんだなどハ節合ニ而、暦も四通にて、くり廻くニ用候由、此節合之儀ハ、いつ迄も違申物にてハ無之、致シ安キ事。

一、惣而改暦之仕方、何ゾ書ニ出可有之候。此間書付出候通、日月廿八宿測量窺事、何之書ニ出有之哉、承度事。

一、右書物ニ出無之、自分之考ニ而、道理ヲ以押候とも、拠無之候ハで難申事ニ候。其本ハ何ニ拠り候而申候哉之事。

一、改暦ト申名目、元より法ヲ立かへ候ハ、勿論改暦ト可申事ニ候。暦古ク成ニ随ひ、蝕并節季ニ遅速有之候ヲ、当時実測ヲ窺、補申候ヲ改暦ト申は、大ソウニ聞へ候。暦法ハ不立替、右補候事ニ付、名とじ、名目有之間敷哉。

- ① 貞享暦は授時暦に少しの変更を加えたものと聞いている。違いは何か。口頭では理解し難いので文書で答えよ。
- ② 蝕が、実測と算法とでたびたび合わないことがあるというが、**暦法の善し悪しはどのようにして決めるのか。**
- ③ 授時暦は書物も行き渡り、この方も知ることができるか。
- ④ 時憲暦はいつ誰によって作られたものか。構成は知られているのか。
- ⑤ 授時補術とは授時暦の不足を補ったということか。
- ⑥ オランダなどは節に合わせて、**暦も四通り**あって、循環させて用いるとのことだが、これはいつまでも正しく便利なものなのか。
- ⑦ 改暦の方法についての書はあるか。先日の日月二十八宿測量は、どの書に出ているのか。
- ⑧ 上記書物に記載なく、自分の考えで道理をもって押し通すのは言い難い。拠り所はなにか。
- ⑨ 元から法を立てかえれば、もちろん改暦である。暦は古くなるに随って、蝕と節気(の時刻)に遅速がでるというが、現在の実測から考えて、補ったものを改暦と言えば大そうなことに聞こえる。暦法は立てかえることをせず、補ったものでも名目があるはずがないではないか。

横塚啓之「徳川吉宗と天文暦学」数学史研究154(1997)13-18

和田光俊「享保期における改暦の試みと西洋天文学の導入」梅田千尋編『新陰陽道叢書3』(名著出版, 2022)

建部賢弘の天文暦学関連の書

『授時曆数解』(1722)

『授時曆議解』(1722)

『授時曆術解』(1722)

『辰刻愚考』(1722)

『歳周考』(1725)

『算曆雑考』(年紀不明)

『曆考雑集』(年紀不明)

『分度餘術』(1728)

極星測算愚考, 中否論

授時曆の曆理を『授時曆数解』(数値計算による解明), 『授時曆術解』(計算技法の解説), 『授時曆議解』(条文ごとの議論的注釈)の3つの観点でまとめた書である. 各2巻で全6巻あり, 合わせて六巻書とか六巻抄とも呼ばれる

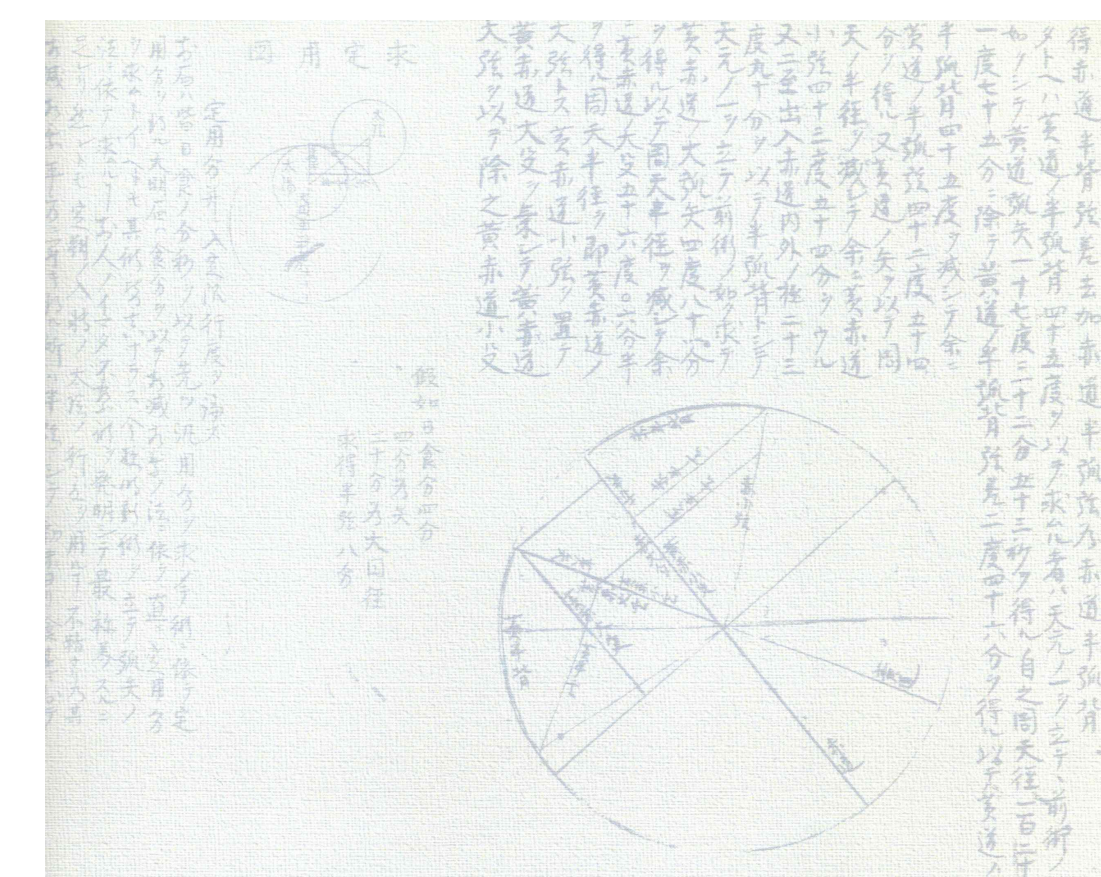
『術解』は『元史・授時曆議』の注解書として, 推歩法を中心にして授時曆の術意・起術の原理を解明している. 『数解』は, 元禄7(1694)年の推算を実例として『授時曆』の推歩の過程を再現した.

徐・張による解説(数学史研究, 2026)では,
「東アジア世界で『授時曆解議』は『授時曆』を解説する
最も詳しい文献であり、曆を学ぶ入門教材」
と評している.

1.7 建部賢弘の注解與關孝和的關係

建部賢弘の數學業績與他的老師關孝和有密切的關係, 他繼承和發展了關孝和的數學研究成果, 從而超越了關孝和。那麼在曆學研究方面, 他們之間是否也有承傳關係? 學界尚未關注這個問題。“六卷抄”的注解有不少地方與關孝和的《授時發明》《天文數學雜著》內容相同或相近, 有的則是在關孝和注解的基礎上作出的進一步改進。茲舉兩例。

- (1) 白道交周算法的復原和改進及其與關孝和注解的關係^①
- (2) 建部賢弘對交食的注解



《授時曆解議（數解與術解）》

譯注與研究

[日] 建部賢弘 / 著
徐澤林 張穩 / 譯注

中國社會科學出版社



建部賢弘の天文暦学関連の書

『授時暦数解』(1722)

『授時暦議解』(1722)

『授時暦術解』(1722)

『辰刻愚考』(1722)

『歳周考』(1725)

『算暦雑考』(年紀不明)

『暦考雑集』(年紀不明)

『分度餘術』(1728)

極星測算愚考, 中否論

「我が国での最初の三角関数表」とされる著作である.
「弧矢綴術」「黄赤道立成」の2章がある.

「弧矢綴術」では, $(\sin^{-1} \theta)^2$ の級数展開式の新たな表記(『綴術算経』とは違うもの)を3つ与えている.

「黄赤道立成」では, 弧・矢・弦についての倍角定理・半角定理(倍術), 余角の公式(折術), 3倍角の公式(三双術), 加法定理(併接術)を示した後に, 直径1尺の円について、半背(弧)・矢・半弦の長さを1度ごとに計算した数表を収める. そしてその後は, 天文暦学に関する応用について述べている.

七限	六限	五限	四限	三限	二限	一限	限数
六分 乙の八六五 二〇	五分 二参五九 六〇	四分 参六参参 二〇	参分 四九〇六五 四〇	二分 六七七九九 八〇	乙分 七四四参 二〇	八釐 七二六六四 〇〇	半背
参釐 七二六九 二〇	二釐 七参九 五〇	乙釐 九〇二六五 四〇	乙釐 二七七七 八〇	六釐 八五二参 二〇	参釐 〇四五八 六〇	七釐 六乙五二 四〇	矢
六分 九参四六 七〇	五分 二二六四 二〇	四分 参三七七 八〇	参分 四八七八 二〇	二分 六七六七 九〇	乙分 七四四九 七〇	八釐 七二六二 〇〇	半弦



成立年は明確でないが, 内容の技術的成熟度から見て, 授時暦三部作や綴術算経よりも後であるべきで, 建部の円理研究の到達点に位置する著作である可能性が高い.

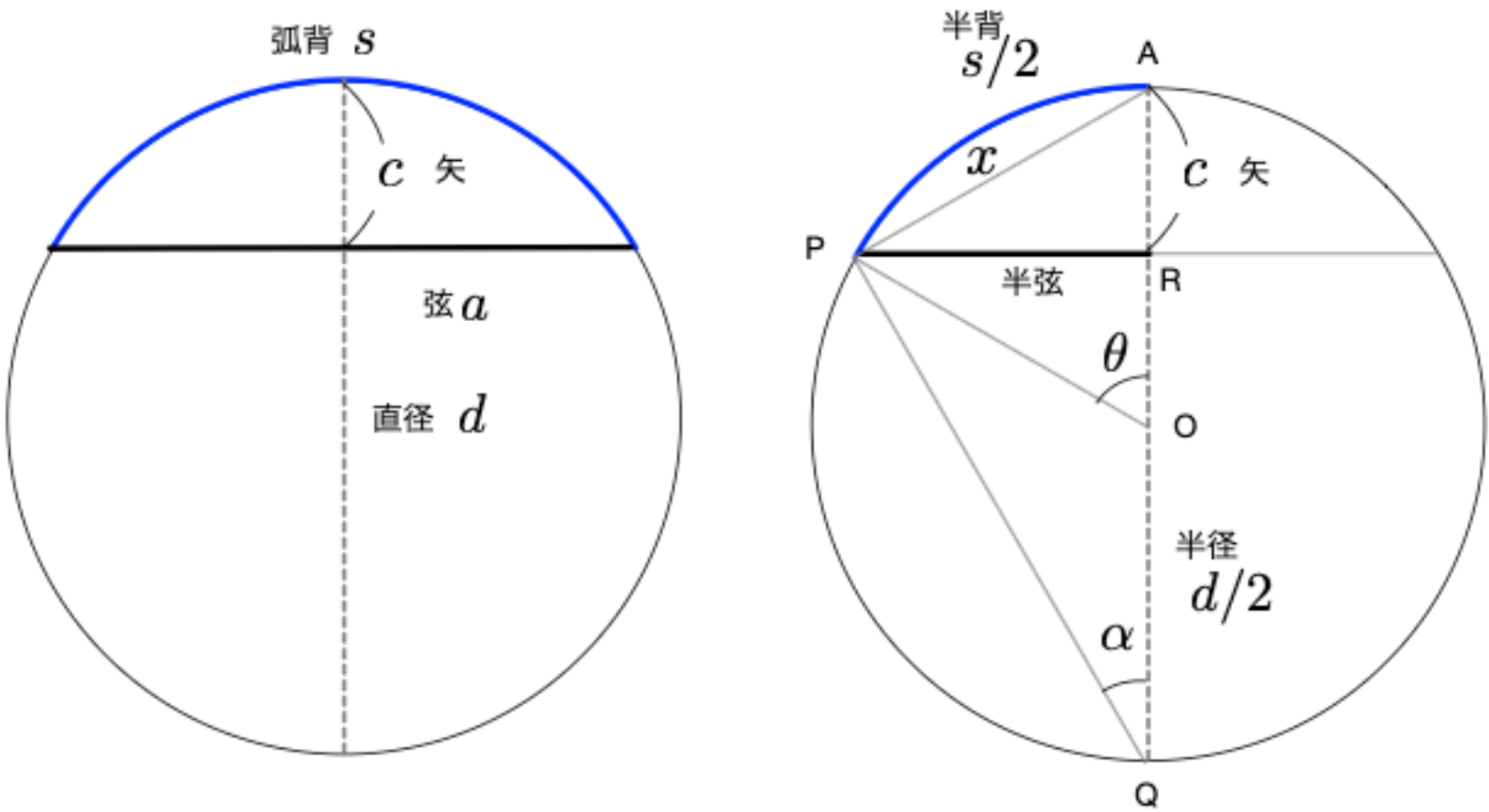


図 4.1: 建部が作成した三角関数表は、角度と半背、矢、半弦の 3 つの量の数表である。

「sin x」を持たない和算では・・・

$$\theta = 2 \sin^{-1} \sqrt{c/d}$$

$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2$$

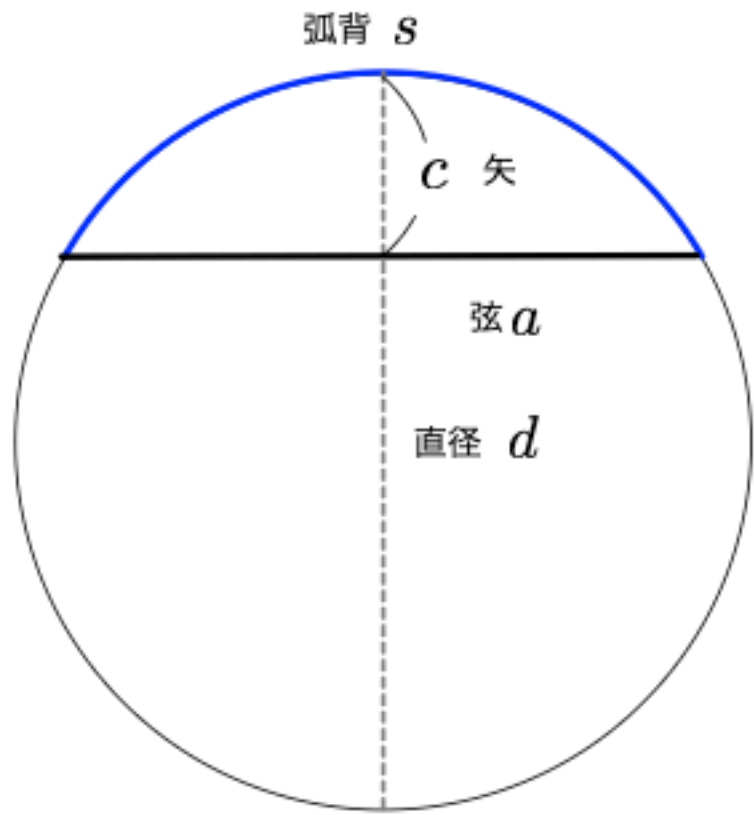
半背，矢，半弦を角度の関数として1°から90°まで半径10寸で表にした

$$\begin{aligned} \text{半背} \quad \frac{s}{2} &= \frac{d}{2} \theta, \\ \text{矢} \quad c &= r(1 - \cos \theta) = d \sin^2 \frac{\theta}{2}, \\ \text{半弦} \quad \frac{a}{2} &= \frac{d}{2} \sin \theta \end{aligned}$$

度	半背	矢	半弦
0	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000
1	0.08726646259972	0.00076152421804	0.08726203218642
2	0.17453292519943	0.00304586490452	0.17449748351251
3	0.26179938779915	0.00685232622713	0.26167978121472
4	0.34906585039887	0.01217974870088	0.34878236872063
5	0.43633231299858	0.01902650954127	0.43577871373829
6	0.52359877559830	0.02739052315863	0.52264231633827
7	0.61086523819802	0.03726924179339	0.60934671702574
8	0.69813170079773	0.04865965629215	0.69586550480033
9	0.78539816339745	0.06155829702431	0.78217232520115
10	0.87266462599716	0.07596123493896	0.86824088833465
11	0.95993108859688	0.09186408276168	0.95404497688272
12	1.04719755119660	0.10926199633097	1.03955845408880
13	1.13446401379631	0.12814967607382	1.12475527171932

十一限	十限	九限	八限	七限	六限	五限	四限	三限	二限	一限	限数
九分五九九参乙六〇八八	八分七二六六四二六	七分八五参九八四乙六参	六分九八乙参乙七〇〇	六分乙〇八六五二二参八	五分二参五九八七五	四分参六参参二〇乙参	参分四九〇六五四八五〇	二分六乙七九八参八七	乙分七四五参二九二五	八厘七二六六四二〇六	半背
九厘乙八六四〇六二七	七厘五九六乙二参四九	六厘乙五五八二二五〇	四厘八六五九六五六二	参厘七二六九二九四乙七	二厘七参九〇五五九乙	乙厘九〇二六五四九五	乙厘二乙七九七乙四八七	六毫八五二参六二二	参毫〇四五八六四四九〇	七絲六乙五二四二〇五八	矢
九分五四〇四四八七	八分六八二四〇参八八	七分八二乙七二二参二五	六分九五八六五五〇四	六分〇九参四六〇七乙七	五分二二六四二二参六	四分参三七七七乙七参	参分四八七八二二参六八	二分六乙六七九二七乙	乙分七四四九七五四八参	八厘七二六二〇二参二乙	半弦

$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2$$



『算暦雑考』に記載された展開式（佐藤健一『建部賢弘の算暦雑考』，研成社，1995）は以下の3つである．比較のため， c で展開した式も添える．

- 「背恒術」（とりあえず簡略化した計算で値を求める方法）

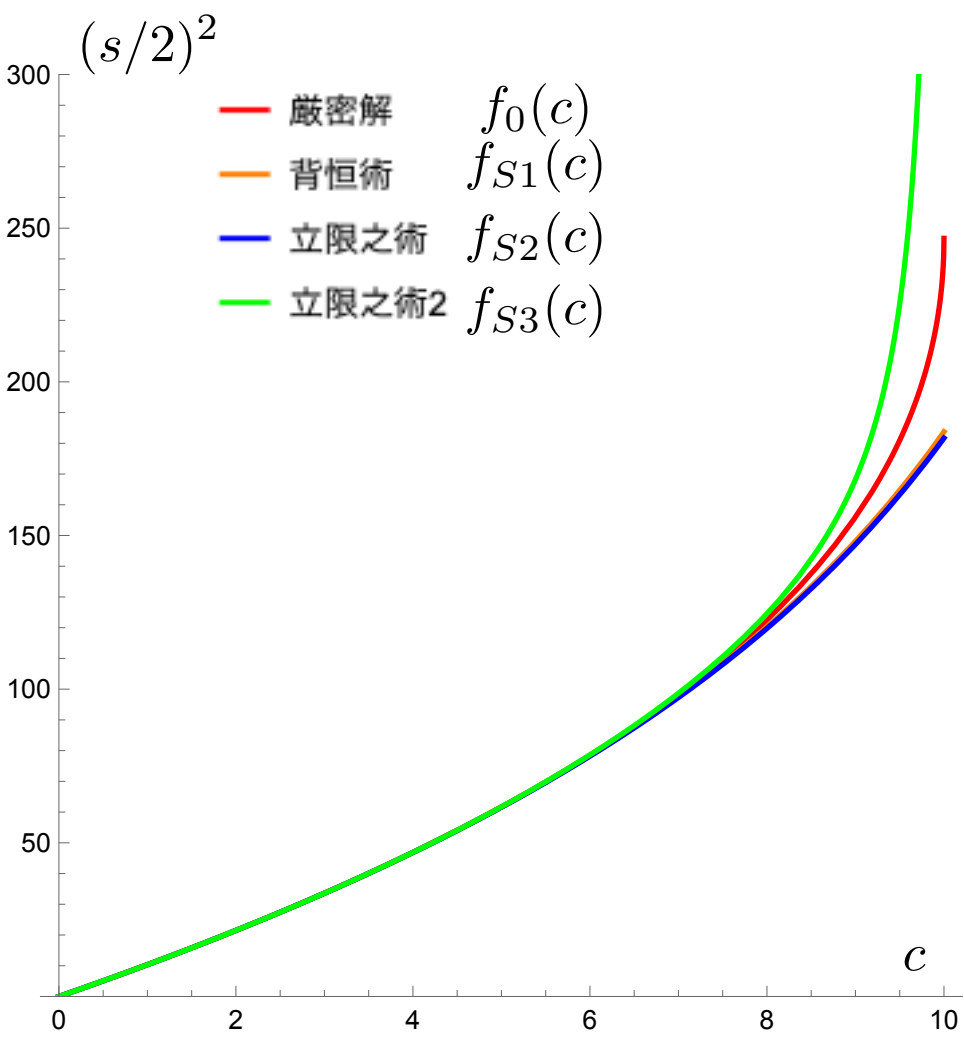
$$\begin{aligned} f_{S1}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{c^3}{d - c \times \frac{9}{14}} \times 0.18 \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{0.18}{d}c^3 + \frac{0.115714}{d^2}c^4 + \frac{0.0743878}{d^3}c^5 + \dots \end{aligned} \tag{A.6}$$

- より精密な結果を得る「立限之術」

$$\begin{aligned} f_{S2}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{\frac{c^2}{3} \times c}{d - c \times 0.632} \times 0.534 \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{0.178}{d}c^3 + \frac{0.112496}{d^2}c^4 + \frac{0.0710975}{d^3}c^5 + \dots \end{aligned} \tag{A.7}$$

- さらに「立限之術2」

$$\begin{aligned} f_{S3}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{\frac{c^2}{3} \times c}{d - c} \times \frac{8}{15} - \frac{\frac{c^2}{3} \times c \times \frac{8}{15}}{d - c} \times \frac{c}{d - c \times \frac{13}{25}} \times 0.3573 \\ &= cd + \frac{c^2}{3} + \frac{8c^3}{45d} + \frac{0.114258c^4}{d^2} + \frac{0.0812274c^5}{d^3} + \dots \end{aligned} \tag{A.8}$$



これが正解

$$\begin{aligned} f_0(c) &= \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2 \tag{A.4} \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{8}{45} \frac{c^3}{d} + \frac{4}{35} \frac{c^4}{d^2} + \frac{128}{1575} \frac{c^5}{d^3} + \frac{128c^6}{2079d^4} + \frac{1024c^7}{21021d^5} + \frac{256c^8}{6435d^6} + \frac{32768c^9}{984555d^7} + \frac{32768c^{10}}{1154725d^8} \dots \tag{A.5} \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{0.1777\dots}{d}c^3 + \frac{0.1142856\dots}{d^2}c^4 + \frac{0.08126984\dots}{d^3}c^5 + \dots \end{aligned}$$

$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2$$

「数に盡るあり，不盡あり」(数には尽きるものと尽きないものがある)
『綴術算経』(1722)

『綴術算経』(1722) 弧数第十二に記載された展開式 (小川束訳註, 岩波文庫, 2026) は以下の 3 つである.

- 「定半背冪」(c^7 の項の係数まで厳密解と一致)

$$\begin{aligned} f_{T1}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{c^3}{d} + \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{9}{14} \frac{c^4}{d^2} + \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{9}{14} \frac{32}{45} \frac{c^5}{d^3} + \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{9}{14} \frac{32}{45} \frac{25}{33} \frac{c^6}{d^4} + \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{9}{14} \frac{32}{45} \frac{25}{33} \frac{72}{91} \frac{c^7}{d^5} \quad (\text{A.9}) \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{8c^3}{45d} + \frac{4c^4}{35d^2} + \frac{128c^5}{1575d^3} + \frac{128c^6}{2079d^4} + \frac{1024c^7}{21021d^5} + \dots \end{aligned}$$

- 「定半背冪 2」(c^4 の項の係数まで厳密解と一致)

$$\begin{aligned} f_{T2}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{c^3}{d-c} - \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{5}{14} \frac{c^4}{(d-c)^2} + \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{5}{14} \frac{12}{15} \frac{c^5}{(d-c)^3} - \frac{1}{3} \frac{8}{15} \frac{5}{14} \frac{12}{15} \frac{223}{396} \frac{c^6}{(d-c)^4} \quad (\text{A.10}) \\ &= dc + \frac{c^2}{3} + \frac{8c^3}{45d} + \frac{4c^4}{35d^2} + \frac{32c^5}{315d^3} + \frac{3464c^6}{31185d^4} + \frac{712c^7}{6237d^5} + \frac{2564c^8}{31185d^6} - \frac{416c^9}{31185d^7} - \frac{896c^{10}}{4455d^8} + \dots \end{aligned}$$

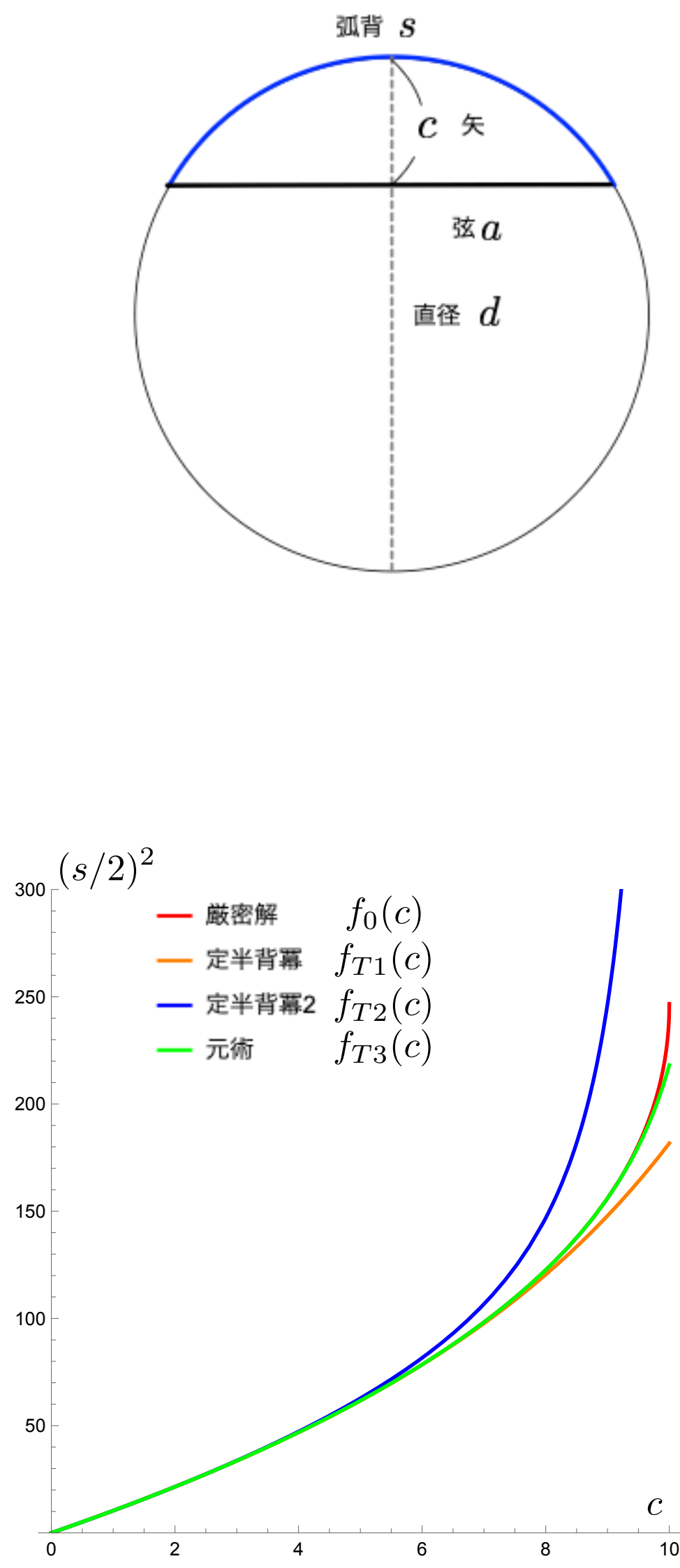
- 「元術」(c^7 の項の係数まで厳密解と一致)

$$\begin{aligned} f_{T3}(c) &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{1}{3} \frac{c^3}{d - \frac{9}{14}c} \frac{8}{15} + \frac{1}{3} \frac{c^3}{d - \frac{9}{14}c} \frac{c^2}{d^2 - \frac{1696}{1419}cd - \frac{6743008}{26176293}c^2} \frac{8}{15} \frac{43}{980} \quad (\text{A.11}) \\ &= dc + \frac{c^2}{3} + \frac{8c^3}{45d} + \frac{4c^4}{35d^2} + \frac{128c^5}{1575d^3} + \frac{128c^6}{2079d^4} + \frac{1024c^7}{21021d^5} + \frac{2655317160448c^8}{66665128605075d^6} + \dots \end{aligned}$$

Euler-Bernouilliによる逆三角関数の展開式(1737) より15年はやい!!

これが正解

$$\begin{aligned} f_0(c) &= \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{c}{d}}\right)^2 \quad (\text{A.4}) \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{8}{45} \frac{c^3}{d} + \frac{4}{35} \frac{c^4}{d^2} + \frac{128}{1575} \frac{c^5}{d^3} + \frac{128c^6}{2079d^4} + \frac{1024c^7}{21021d^5} + \frac{256c^8}{6435d^6} + \frac{32768c^9}{984555d^7} + \frac{32768c^{10}}{1154725d^8} \dots \quad (\text{A.5}) \\ &= dc + \frac{1}{3}c^2 + \frac{0.1777\dots}{d}c^3 + \frac{0.1142856\dots}{d^2}c^4 + \frac{0.08126984\dots}{d^3}c^5 + \dots \end{aligned}$$



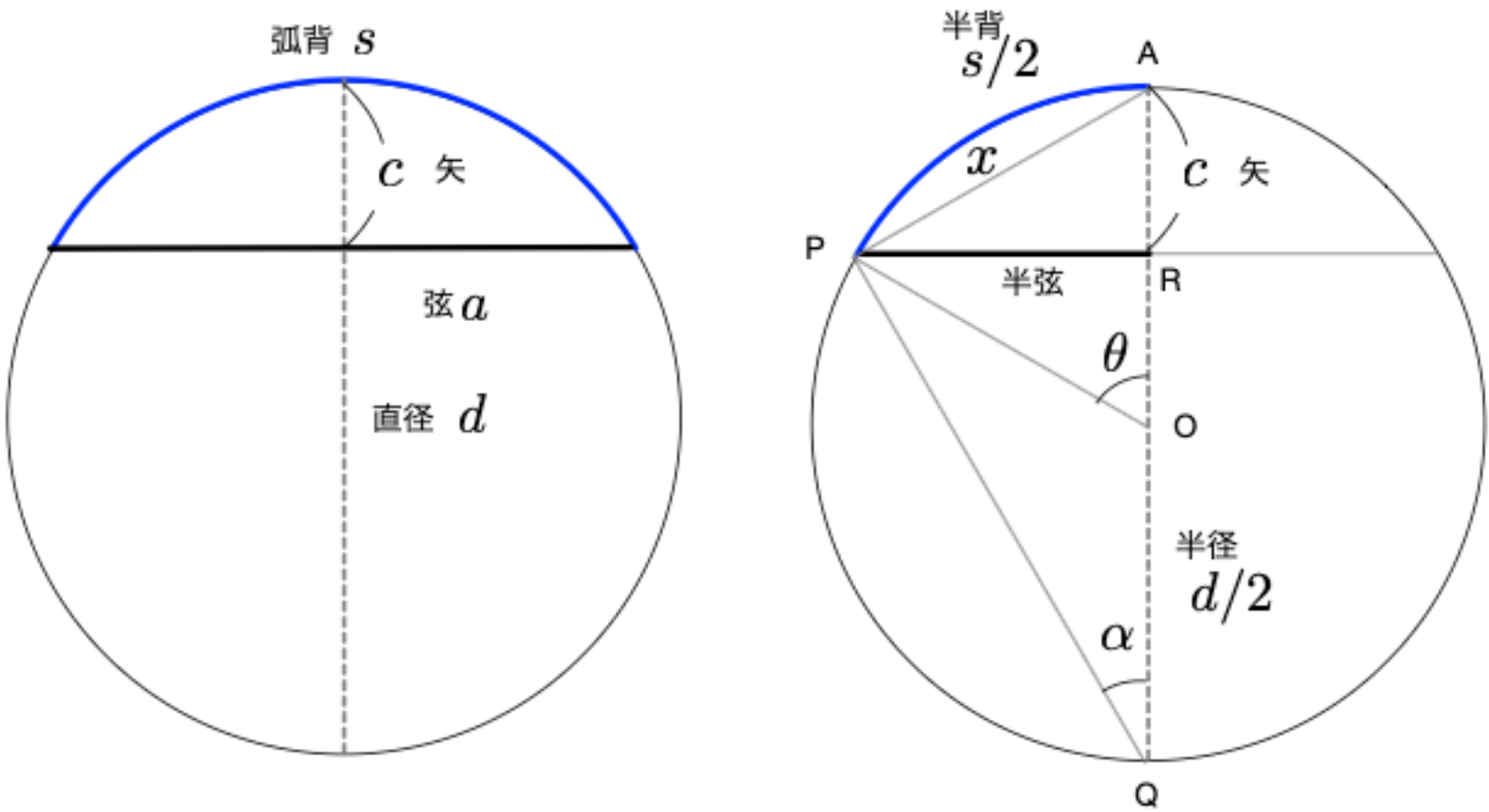


図 4.1: 建部が作成した三角関数表は、角度と半背、矢、半弦の3つの量の数表である。

展開式を求めた建部であったが・・・

高次の展開式で半背の値が得られたとしても、角度が大きくなところでは必ず収束性が悪くなる。

- これらの近似式を使わず、
- *角度を倍にしたときの弦と矢の関係式「倍術」(倍角の公式)
- *余角を利用した関係式「折術」
- *3倍の角についてなりたつ「三双術」(3倍角の公式)
- *加法定理に相当する「併接術」を開発し、三角関数表を作成した。

半背、矢、半弦を角度の関数として1°から90°まで半径10寸で表にした

半背 $\frac{s}{2} = \frac{d}{2}\theta,$
矢 $c = r(1 - \cos \theta) = d \sin^2 \frac{\theta}{2},$
半弦 $\frac{a}{2} = \frac{d}{2} \sin \theta$

『綴術算経』よりも展開式は収束悪い(1722年以前?)

『崇禎暦書』を見た?(そうなら、1727年以降?)

十一限	十限	九限	八限	七限	六限	五限	四限	三限	二限	一限	限数
九分五九九参乙六〇八八	八分七二六六四六二六	七分八五参九八四乙六参	六分九八乙参乙八七〇〇	六分乙〇八六五二二参八	五分二参五九八七五	四分参六参参二〇乙参	参分四九〇六五四八五〇	二分六乙七九八八七	乙分七四五参二九二五	八厘七二六六四六二六	半背
九厘乙八六四〇六二七	七厘五九六乙二参四九	六厘乙五五八二二五七〇	四厘八六五九六五六二	参厘七二六九二九四七	二厘七参九〇五五九乙	乙厘九〇二六五四九五	乙厘二乙七九七乙四八七	六毫八五二参七二二	参毫〇四五八六四四九〇	七絲六乙五二四〇二五八	矢
九分五四〇四四八八七	八分六八二四〇八八八	七分八二乙七二二二五	六分九五八六五五〇四	六分〇九参四六〇七乙七	五分二二六四二参四六	四分参三七七八七乙参	参分四八七八二二六八	二分六乙六七九二七乙	乙分七四四九七五四八参	八厘七二六二〇八七乙	半弦

2.1 黄赤道立成の数を求める

黄赤道立成ノ數ヲ求ム
黄道ノ赤道ノ内外ニ出入スル極度分ヲ精ク實測シ
定テ術ニ依テ各率ヲ求ムヘシ吾未タ其真數ヲ測驗
シ定ル■ヲ不^レ為故ニ數ヲ不^レ求
只法術ヲ著シテ後人ノ測驗シテ數ヲ求ル■ヲ俟
也又郭守敬カ本術ハ黄道ヲ元トシテ赤道ヲ求ム
是内外立成ヲ造ルニ至テ術容易ヲ得且ツ毎日晝
夜刻内外ノ度等ノ類皆黄道積度ヲ用テ求ルユヘ
ニ據ル然レトモ赤道ヲ元トシテ黄道ヲ求テ可ナ
ラン乎仍テ其両術ヲ挙テ注之後來修^レ曆者アラハ
思議シテ宜ニ隨テ用ヘシ

■書き下し

黄道の赤道の内外に出入する極度分を精く実測し定めて術に依りて、各率を求むべし。吾、未だその真数を測驗して定めることを為さず。故に数を求めず。

只法術を著して後人の測驗して数を求めることをまつ也。又郭守敬の本術は黄道を元として赤道を求む。是内外立成を造るに至りて術容易を得、且つ毎日昼夜刻内外の度等の類皆黄道積度を用いて求めるゆえによる。然れども赤道を元として黄道を求めて可ならんや。したがって、その両術を挙げて注之。後來暦を修める者あらば、思議して宜に随いて用いるべし。

■現代語訳

黄道上の位置が赤道上の位置に対して増減（内外）する関係は、極度を精密な実測を行なって定め、術を用いて各率を求めるべきである。筆者は、未だその真数を測驗して定めることを為していないため、数を求めている。

ここでは、法術を著して、後人が測驗して数を求めることをまつ。また、郭守敬の本術は黄道を元として赤道を求めている。これは、内外立成（増減の対応表）を造るときに、術が容易であること、かつ日々変化する昼夜刻内外の度など、すべて黄道積度を用いて求めるゆえによる。然れども、赤道を元として黄道を求めることもあるだろう。したがって、その両術を挙げて之を示す。後の時代に暦を修める者が現れたときには、その場の状況に合わせて柔軟に活用するのがよい。

■解説

後半の天文暦術に関する前書きである。

『黄道→赤道, 赤道→黄道 の双変換の術を述べる。
実際の観測で数値を求めたわけでは無い』

2.2 黄道を以って赤道を求める本術

黄道弧BAから、赤道弧CIを求める方法

黄道ヲ以テ赤道ヲ求ル本術
先ツ所測定内外極度ヲ寸分ニ約シテ内外ノ半背ト
ス弧術ニ依テ矢ヲ求テ用テ半径ヲ減シテ餘ヲ黄ト
赤トノ横ノ大股トス 所求黄道ノ矢(約寸分)ヲ以テ
天半径(約数)ヲ減シテ餘ヲ黄道ノ大股トス又黄ト赤
トノ横ノ小弦トス黄赤ノ横ノ大股ヲ乗シテ天半径
(黄ト赤トノ横ノ大弦也)ヲ以テ除之 黄ト赤トノ横ノ小股トス 黄
赤ノ横ノ小股ヲ自乗シテ黄道ノ半弦冪ニ加ヘテ開
平方ニ除之赤道ノ小弦トス 黄赤ノ横ノ小股ヲ以
テ天半径(赤道ノ大弦也)ニ乗シテ赤道ノ小弦ニ除之赤道ノ大
股トス用テ天半径ヲ減シテ餘ヲ赤道ノ矢トス 赤
道ノ矢ヲ以テ弧術ニ依テ半背ヲ求メテ度分ニ環成
シテ赤道ノ半背ヲ得ル(是守敬力黄道ヲ以テ赤道ヲ求ル
本術ナリ委ク天文大成ニ見タリ)一限ヨリ
九十限ニ至テ毎限如レ此赤道ノ半背ヲ求ル也

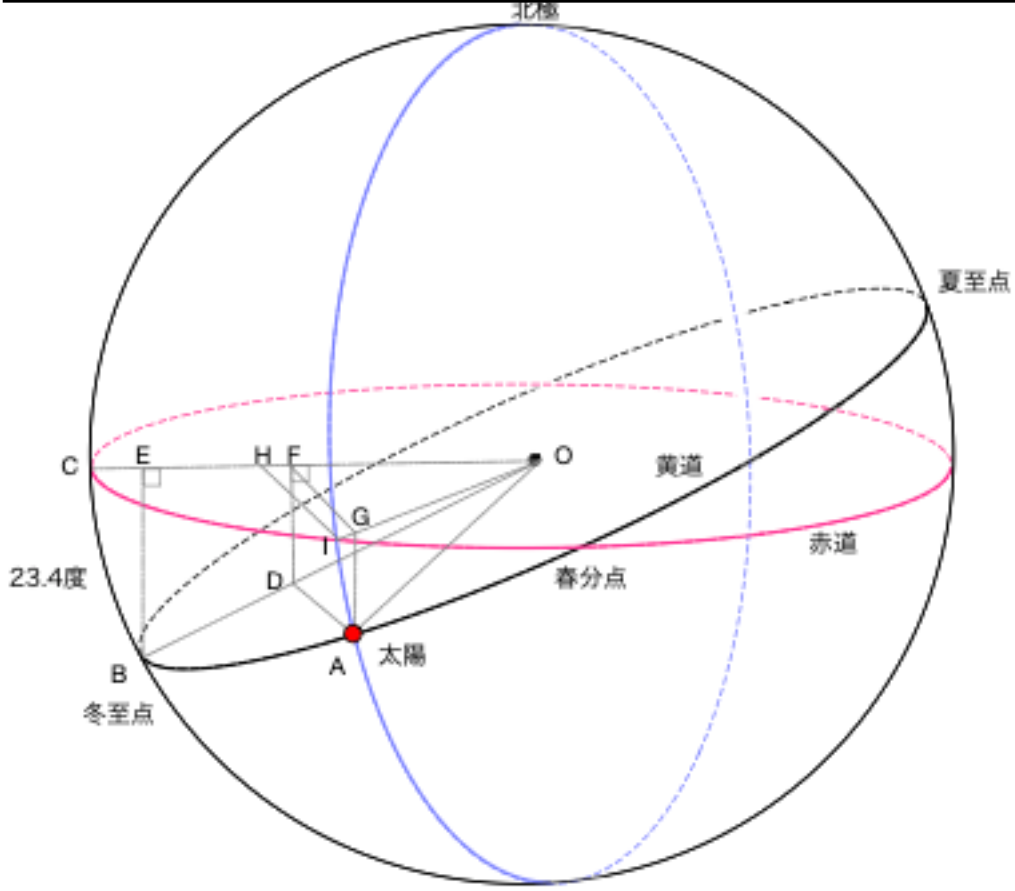


図 4: 関孝和『授時發明』にある「黄道・赤道差を求める」図。記号は [2] と同じとした。

■書き下し

まず、測定する所、内外極度を寸分に約して内外の半背とする。弧術に依りて、矢を求め、半径からこれを減じて余りを黄と赤との横の大股とする。

求める所、黄道の矢(約寸分の数)を以って天半径(約数を用いる)を減じて余りを黄道の大股とする。また、黄と赤との横の小弦とする。黄赤の横の大股を乗じて天半径(黄と赤との横の大弦也)を以って之を除す。黄と赤との横の小股とする。

黄赤の横の小股を自乗じて黄道の半弦冪に加へて開平方に之を除す。赤道の小弦とする。

黄赤の横の小股を以って天半径(赤道の大弦也)に乗じて赤道の小弦に之を除す。赤道の大股とする。用いて、天半径を減じて余りを赤道の矢とする。

赤道の矢を以って弧術に依りて、半背を求めて度分に環成して赤道の半背を得る。(これ、守敬が黄道を以って赤道を求める本術なり。くわしくは天文大成に見たり)一限より九十限に至りて毎限此の如く、赤道の半背を求める也。

*1 以下、円周や弧に対する長さの表記には「度分の数」、矢や弦などの直線の長さの表記には「約寸分の数」という言葉が使われる。同じ長さを表す言葉であっても、使い分けている。度分の数と約分の数とに注意喚起することで、将来的な円周率の変更にも対応しようとしたのだろうか？

■現代語訳

まず、測定する所、内外極度を寸分に約して内外の半背とする。弧術に依りて、矢を求め、半径からこれを減じて「黄と赤との横の大股」とする。

同様にして、「黄道の矢」(約寸分の数を用いる)を求めたら、「天半径」(約数を用いる)を減じて余りを「黄道の大股」とする。また、「黄と赤との横の小弦」とする。「黄赤の横の大股」を乗じて天半径(黄と赤との横の大弦也)をもって之を除す。「黄と赤との横の小股」とする。

黄赤の横の小股を自乗して、「黄道の半弦」の自乗したものに加え、開平法でひらく。「赤道の小弦」の長さが得られる。

黄赤の横の小股に、天半径(赤道の大弦也)を乗じて、これを赤道の小弦で除す。これを「赤道の大股」とする。天半径から赤道の大股を減じて「赤道の矢」とする。

赤道の矢が得られたことから、弧術に依り、「赤道の半背」を得る。度分に直せばよい。(これが、郭守敬の「黄道を以って赤道を求める本術」である。くわしくは『天文大成管窺輯要』を参照せよ)。一限より九十限まで毎限このように、赤道の半背を求めることができる。

2.3 赤道を以って黄道を求める術

赤道ヲ以テ黄道ヲ求ル術
内外極度(約寸分ノ数)ヲ以テ矢ヲ求テ以テ天半径(約寸分ノ数)ヲ減
シテ餘ヲ黄ト赤トノ横ノ大股トス 所求赤道ノ矢
ヲ以テ天半径ヲ減シテ餘ヲ赤道ノ股トス又黄ト赤
トノ横ノ小股トス 以テ天半径(即黄ト赤トノ横ノ大弦也)乗之黄赤
ノ横ノ大股ニ除テ黄ト赤トノ横ノ小弦トス 赤黄道
ノ長股トス自之赤道ノ半弦幕ニ加ヘ開平方ニ除之
黄道ノ長弦トス 黄道ノ長股ヲ以テ天半径(即黄道ノ弦也)ニ
乗シテ黄道ノ長弦ニ除テ黄道ノ股トス 用テ天半径
ヲ減シテ餘ヲ黄道ノ矢トス 黄道ノ矢ヲ以テ弧術
ニ依テ半背ヲ求テ度分ニ環成シテ黄道ノ半背ヲ得
ル 一限ヨリ九十限ニ至テ毎限如レ此黄道ノ矢ヲ求ル
ナリ

書き下し

内外極度（約寸分の数）を以って矢を求めて以って天半径（約数）を減じて余りを黄と赤との横の大股とする．求める所，赤道の矢を以って天半径を減じて余りを赤道の股とする．又黄と赤との横の小股とする．天半径を以って，（即ち黄と赤との横の大弦也）之を乗じ，黄赤の横の大股に除して黄と赤との横の小弦とする．赤黄道の長股とする．之を自し，赤道の半弦幕に加へ開平方に之を除す．黄道の長弦とする．黄道の長股を以って天半径（即ち黄道の弦也）に乗じて黄道の長弦に除して黄道の股とする．用いて，天半径を減じて余りを黄道の矢とする．黄道の矢を以って弧術に依りて，半背を求めて度分に環成して黄道の半背を得る．一限より九十限に至りて毎限此の如く，黄道の矢を求めるなり．

現代語訳

内外極度（約寸分の数を用いる）をもって矢を求め，天半径（約数）を減じて余りを「黄と赤との横の大股」とする．
同様にして，天半径から「赤道の矢」を減じて余りを「赤道の股」とする．又「黄と赤との横の小股」とする．天半径（即ち黄と赤との横の大弦也）を以って，之を乗じ，黄赤の横の大股に除して「黄と赤との横の小弦」とする．「赤黄道の長股」とする．
黄と赤との横の小弦を自乗し，「赤道の半弦」幕に加へて，開平法でひらく．「黄道の長弦」が得られる．黄道の長股と天半径（即ち黄道の弦也）の積を黄道の長弦で割ることによって「黄道の股」が得られる．用いて，天半径から黄道の股を減じて「黄道の矢」とする．黄道の矢と（黄道の弦とを用いて）弧術から，黄道の半背を求められる．度分に直せばよい．一限から九十限まで毎限このように，黄道の矢を求めることができる．

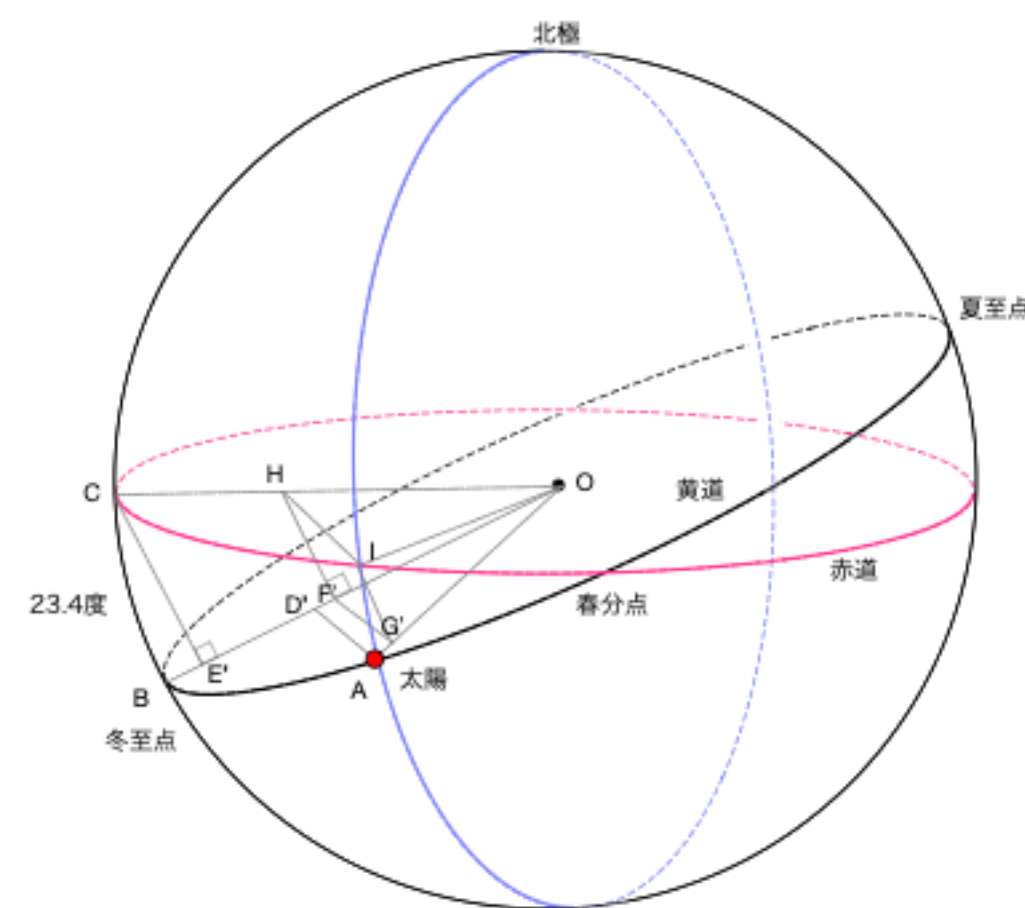


図 5: 図 4 と類似しているが，赤道面での値を黄道面に射影する形式にした図．

2.3 赤道を以って黄道を求める術

赤道弧CIから, 黄道弧BAを求める方法

■解説

ここでは, 前節とは逆に, (例えば太陽を) 赤道上の位置座標を用いて観測した際に, それを黄道上での位置へ対応させる変換を述べている. 図 5 を用いて説明すると, 弧 CI から, 弧 BA への換算方法である.

内外極度 24 度 (約寸分の数にして使用) を以って矢 BE' を求め, 天半径 (約数) から差し引いた余りを「黄と赤との横の大股」E'O とする. (扇形 OCB において, 弧 CB と弦 CE' から弧術を用いて矢 BE' を求め, $BO - BE' = E'O$ とする)

同様に, 「赤道の矢」CH を求め (扇 OCI において弧 CI と弦 IH から弧術を用いて矢 CH を求め), 天半径を減じて余りを「赤道の股」HO とする. また, 「黄と赤との横の小股」を HF' とする.

三角形 OCE' と三角形 OHF' の相似から, $CO:E'O=HO:F'O$ となることから, 「赤黄道の長股」 $F'O = HO \cdot E'O / CO$ を求める.*2

($F'G' = HI$ より), $F'O$ を自乗し, 「赤道の半弦」 $F'G'^2$ に加えて, 開平法により, $G'O = \sqrt{F'O^2 + F'G'^2}$ として, 「黄道の長弦」 $G'O$ を求める.

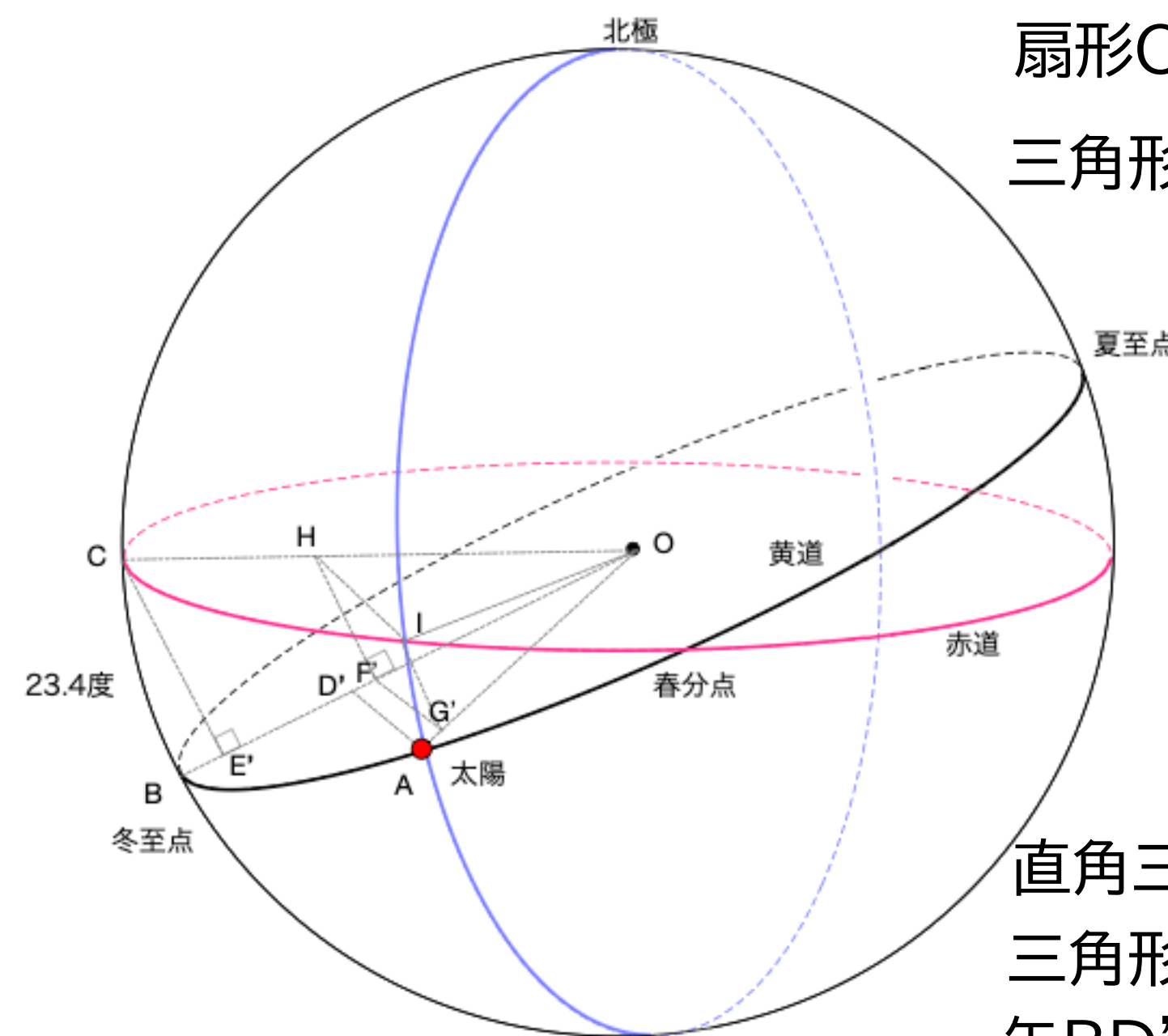
黄道の長股 $F'O$ を天半径 AO (即ち黄道の弦) に乗じて黄道の長弦 $G'O$ で割って「黄道の股」 $D'O$ とする. (三角形 $OF'G'$ と三角形 $OD'A$ の相似から, $D'O:AO=F'O:G'O$ より, $D'O = AO \cdot F'O / G'O$)

天半径 BO から $D'O$ を差し引いて「黄道の矢」 BD' とする. 黄道の矢 BD' と弦 $D'A$ から弧術に依って, 半背 BA を求めて度分に環成して黄道の半背 BA を得る.

扇形OCBにおいて, E'Oを求める《弧術, 三平方》

扇形OCIにおいて, CHを求め, HOを求める《弧術》

三角形OCE'と三角形OHF'の相似からF'Oを求める



直角三角形OF'G'に注目してG'Oを求める《三平方》
三角形OF'G'と三角形OD'Aの相似からD'Oを求める
矢BD'と半弦D'Aから弧BAを求める《弧術》

図 5: 図 4 と類似しているが, 赤道面での値を黄道面に射影する形式にした図.

*1 この部分は, 原文とは合わない. 原文は天半径 CO (即ち黄と赤との横の大弦也) を以って, 之を乗じ, 黄赤の横の大股 EO に除して黄と赤との横の小弦とする. としている.

2.4 黄赤道度率

赤道弧CI, 黄道弧BAの1度ごとの累積長を表にすることを提案

黄赤道度率

每限赤道ノ半背^(度分ノ数)ヲ以テ即赤道積度トス

黄道ノ半背^(度分ノ数)ヲ以テ即黄道積度トス

限ノ赤道半背ヲ置テ次ノ限ノ赤道半背ト相減シテ餘ヲ其

限ノ赤道半背ト相減シテ餘ヲ其

ス赤道半背差ヲ置テ其限黄道ノ半背差ヲ置テ

約^レ之其限赤道度率トス

約^レ之其限黄道度率トス

限赤道ノ半背差ヲ以テ

約^レ之其限黄道度率トス

(其所ニ以テ半背差互ニ相除一者本術中要ニ度率ニ乗レ之數應百約一也)

書き下し

毎限赤道の半背（度分の数）を以って即赤道積度とする．毎限黄道の半背（度分の数）を以って即黄道積度とする．赤道その限の半背を置いて次の限の半背と相減じて余りをその限の赤道半背差とする．亦黄道その限の半背を置いて次の限の半背と相減じて余りをその限黄道の半背差とする．赤道半背差を置いてその限黄道の半背差を以って之を約し，その限の赤道度率とする．黄道の半背差を置いてその限赤道の半背差を以って之を約し，その限の黄道度率とする．（その以って半背差互に相除す所は，本術中度率に之を乗ずるの數應百約を要す也）

現代語訳

毎限における「赤道の半背（度・分の数を用いる）」を赤道積度とする．また，毎限における「黄道の半背」（度・分の数）を黄道積度とする．ある限における赤道の半背の値と，次の限の半背の値との差をその限の「赤道半背差」とする．同様に，ある限における黄道の半背の値と，次の限の半背の値との差をその限における「黄道半背差」とする．赤道半背差の数値を，その限における黄道半背差で割り算し，その限の「赤道度率」とする．逆に，黄道半背差の数値を，その限における赤道半背差で割り，をその限の「黄道度率」とする．（このように互いの半背差で除す量を考えるのは，本術において，この「度率」を乗じた数を 100 で割る必要があるからである．）

解説

赤道の半背 CI の長さを角度 θ の関数として，「赤道積度（赤道の累積度数）」 $L_{EQ}(\theta)$ とする．角度 θ ごとの長さの差を「赤道半背差（赤道の 1 度ごとの変化量）」 $D_{EQ}(\theta) = L_{EQ}(\theta + 1) - L_{EQ}(\theta)$ とする．

黄道の半背 BA の長さを角度 θ の関数として，「黄道積度（黄道の累積度数）」 $L_{EC}(\theta)$ とする．角度 θ ごとの長さの差を「黄道半背差（黄道の 1 度ごとの変化量）」 $D_{EC}(\theta) = L_{EC}(\theta + 1) - L_{EC}(\theta)$ とする．

「赤道度率（黄道上の長さ BA から赤道上の長さ CI へ換算する際の変化率）」を $D_{EQ}(\theta)/D_{EC}(\theta)$ とする．「黄道度率（赤道上の長さ CI から黄道上の長さ BA へ換算する際の変化率）」を $D_{EC}(\theta)/D_{EQ}(\theta)$ とする．

2.5 内外度立成の数を求める

赤道・黄道の差弧CIを求める方法

内外度立成ノ数ヲ求ム
 黄道ヲ定テ赤道ヲ得ル者ハ術中ニ所求赤道ノ小
 弦（約寸分ノ数ヲ用ユ）ヲ以テ天半径（約寸分ノ数ヲ用ユ）ヲ減シテ餘為ニ内外矢ニ
（如定ニ赤道ニ得ニ黄道一者術中所求黄道長弦内減ニ天半径一
 餘以ニ天半径一乗レ之黄道長弦ニ除レ之為ニ内外ノ矢一也）内外ノ矢以テ弧術
 ニ依テ半背ヲ求テ度分ニ環成シテ内外度ヲ得ル
（守敬カ本術委ク
 天文大成ニ見ユ）一限ヨリ九十限ニ至テ每限如レ之内外度ヲ
 求ルナリ 其限ノ内外度（度分ノ数ヲ用ユ）ヲ置テ次ノ限ノ内
 外度ト相減シテ餘ヲ其限黄道ノ半背差（度分ノ数ヲ用ユ）ヲ以テ
 約レ之其限ノ内外ノ差トス 如レ求ニ去極度一者象限度
 ヲ置テ每限ノ内外度ヲ以テ内減外加シテ每限ノ去
 極度トス（去極ノ差者即用ニ
 内外差一也）

■書き下し

黄道を定めて赤道を得る者は術中に求める所、赤道の小弦（約寸分の数を用いる）を以って天半径（約数）を減じて余り内外矢と為す。（赤道を定める如く、黄道を得るは、術中求める所、黄道長弦内天半径を減じて余りに天半径を以ってこれに乗じ、黄道長弦に之を除す。内外の矢と為す也）内外の矢を以って弧術に依りて、半背を求めて度分に環成して内外度を得る。（守敬の本術くわしく天文大成に見ゆ）一限より九十限に至りて每限之の如く内外度を求めるなり。その限の内外度（度分の数を用いる）を置いて次の限の内外度と相減じて余りをその限黄道の半背差（度分の数）を以って之を約し、その限の内外の差とする。去極度を求める如く者、象限度を置いて每限の内外度を以って内減外加して每限の去極度とする。（去極の差は即ち内外差に用いる也）

■現代語訳

黄道から赤道（の位置）を割り出すための手順は、「赤道の小弦」（ここでは約寸分の数を用いる）を「天半径」から差し引き、その残りを「内外矢」とする。（逆に、赤道から黄道（の位置）を求める手順は、「黄道長弦」を「天半径」から差し引き、その残りに「天半径」を掛け、「黄道長弦」で割る。これが「内外矢」となる。）この内外矢から、弧術を用いて半背を求め、度・分の単位に換算することで「内外度」が得られる。（郭守敬による本術は、『天文大成』に詳しく書かれている。）

第1限から第90限に至るまで、すべての度数ごとに同じようにして内外度を求める。ある特定の限における「内外度」（度・分の数）と、その次の限の「内外度」の差を、その限における「黄道の半背差」（度・分の数）で割り、その限の「内外の差」とする。「去極度」を求める手順は、象限度を基準にして、毎限の「内外度」を（天の北極に近づく場合は）引き算し、（遠ざかる場合は）足し算することで、毎限の「去極度」とする。（「去極度の差」は、そのまま「内外度の差」と同じものとして使用する。）

2.5 内外度立成の数を求める

赤道・黄道の差弧AIを求める方法

■解説

天の赤道から北（内）または南（外）へどれだけ離れているかを示す角度を「内外度」 δ として、その求め方を説明する。図4において、点Aに太陽があるとき、弧AIを求めることを目的とする。あるいは、併記されているように、図5において、点Iの赤道座標が読み取られたとき、弧AIを求めることを目的とする。上節で述べられたように、弧BAと弧CIの対応が得られていることを前提としている。

黄道から赤道（の位置）を割り出すための手順は、「赤道の小弦」GO（ここでは約寸分の数を用いる）を「天半径」IOから差し引き、その残りを「内外矢」IGとする。（逆に、赤道から黄道（の位置）を求める手順は、「黄道長弦」G'Oを「天半径」AOから差し引き、その残りAG'が「内外矢」となる。^{*3}）。この矢と弦AGを用いて弧術から半背AIを求め、度・分の単位に換算することで「内外度」が得られる。（郭守敬による本術は、『天文大成』に詳しく書かれている。）

冬至からの太陽の位置の第1限から第90限まで、すべての度数 θ ごとに同じようにして内外度 $\delta(\theta)$ を求める。ある特定の限における「内外度」（度・分の数）と、その次の限の「内外度」の差 $\delta(\theta+1) - \delta(\theta)$ を、その限における「黄道の半背差」（度・分の数） $D_{EC}(\theta)$ で割り、その限の「内外の差（変化率）」とする。

去極度は、天の北極からの角度のことで、赤緯の補角 $(90 - \delta)$ に相当する。太陽の「去極度」を求める手順は、象限度を基準にして、毎限の「内外度」を（天の北極に近づく場合は）引き算し、（遠ざかる場合は）足し算することで、毎限の「去極度」とする。（「去極度の差」は、そのまま「内外度の差」と同じものとして使用する。）

^{*3} 原文では、AG'に「天半径」を掛け、「黄道長弦」で割るのが内外矢となっているが、この部分は誤りと思う。

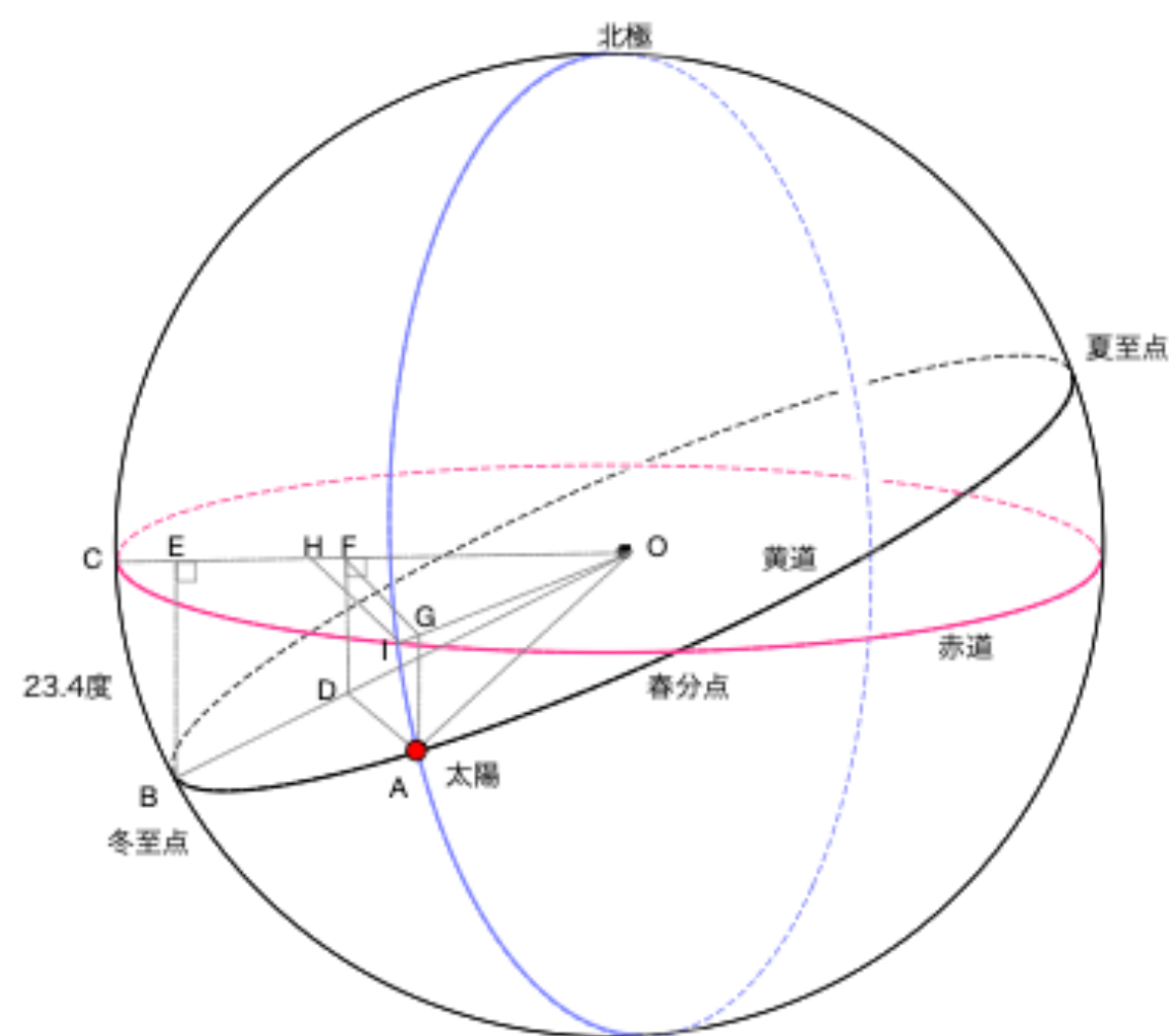


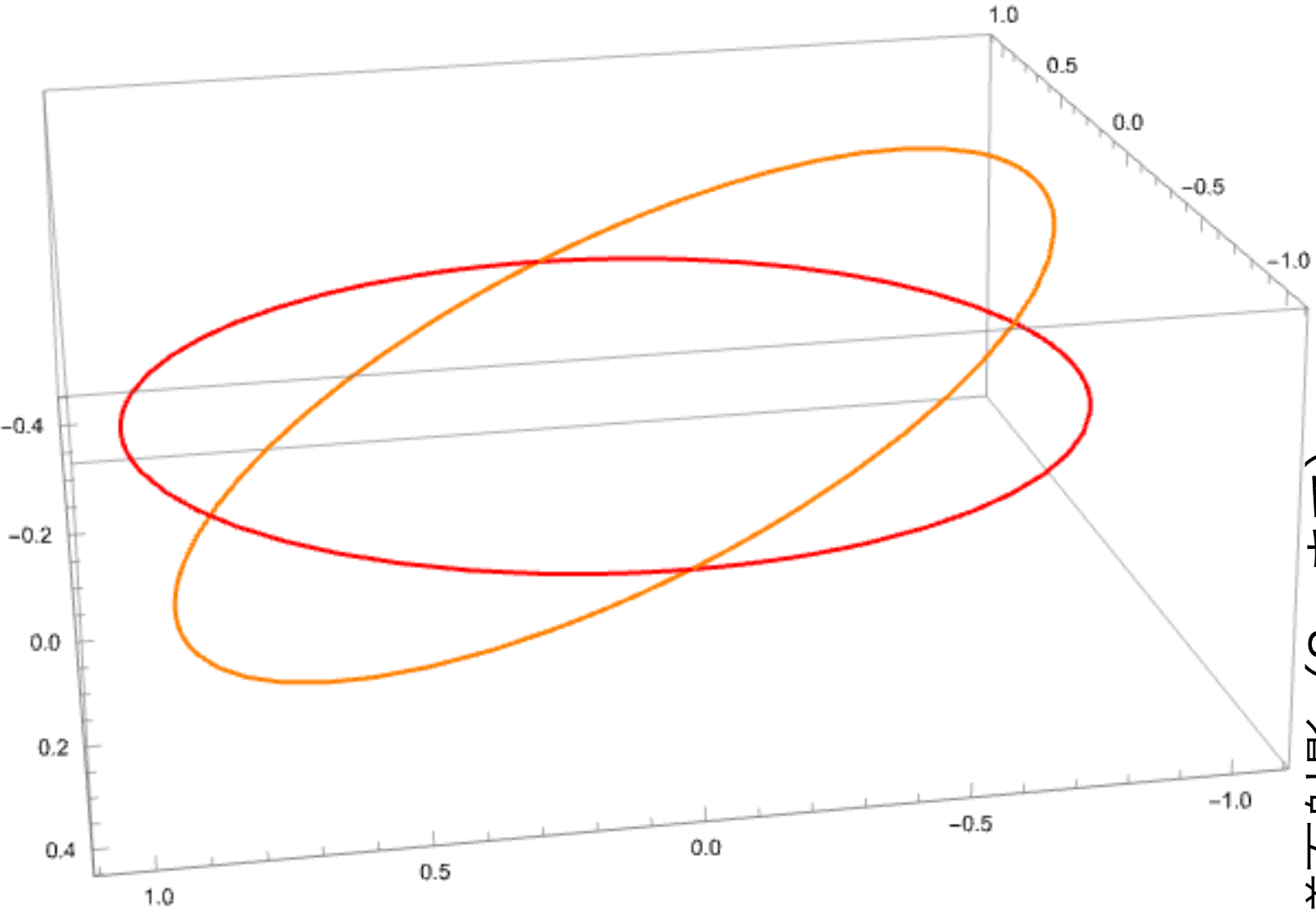
図4: 関孝和『授時發明』にある「黄道・赤道差を求める」図。記号は[2]と同じとした。

弧BAと弧CIの対応が得られている前提で、内外度AIを求める。
（弧BAと弧CIの対応を求めた段階で、AIはわかっていたのでは？）

2.5 内外度立成の数を求める

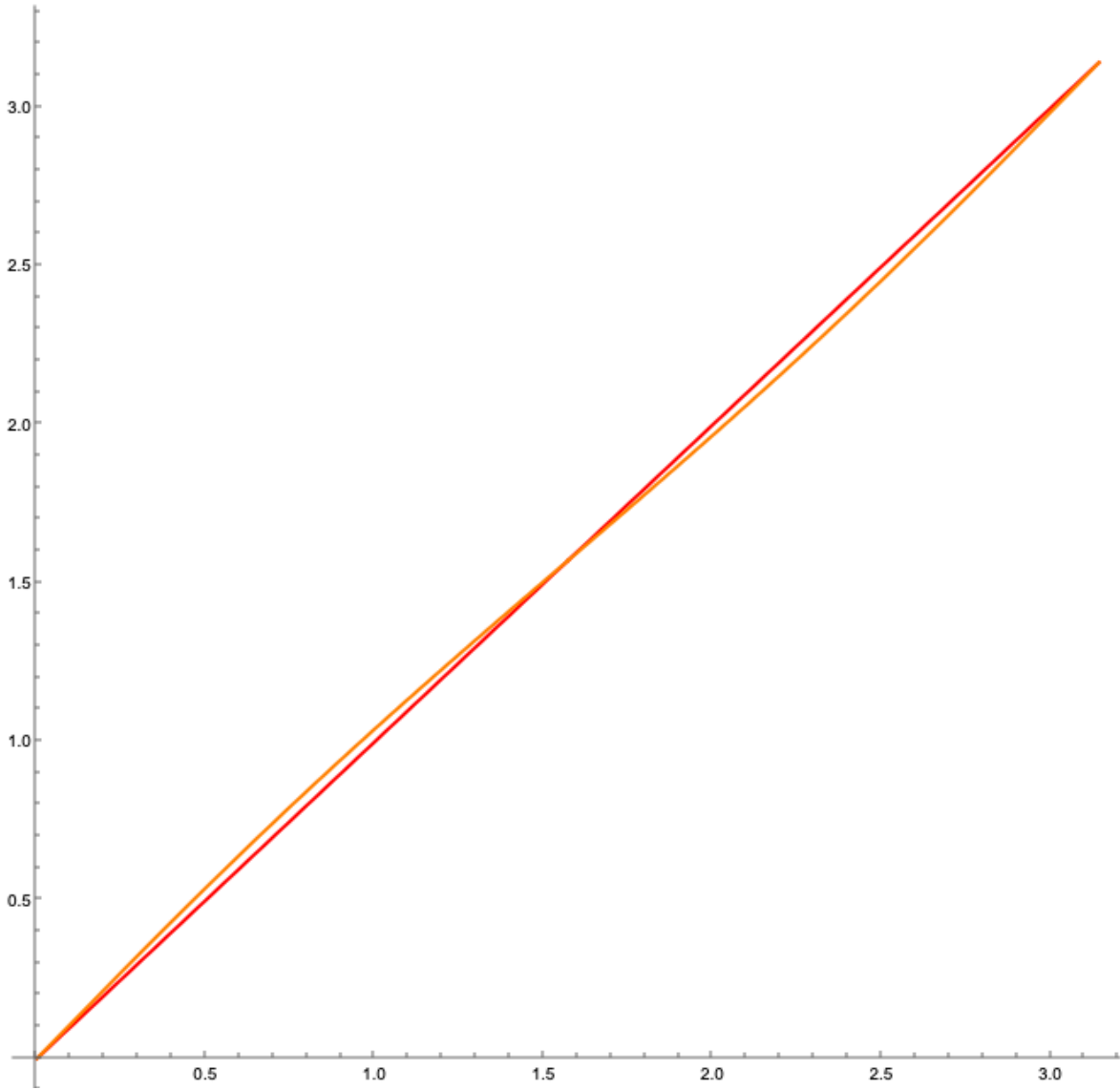
赤道・黄道の差弧CIを求める方法

```
K24 = Theta2Radian[24]
ParametricPlot3D[{{Cos[t], Sin[t], 0}, {Cos[K24] Cos[t], Sin[t], Sin[K24] Cos[t]}}, {t, 0, 2 Pi},
PlotStyle -> {Red, Orange}]
```



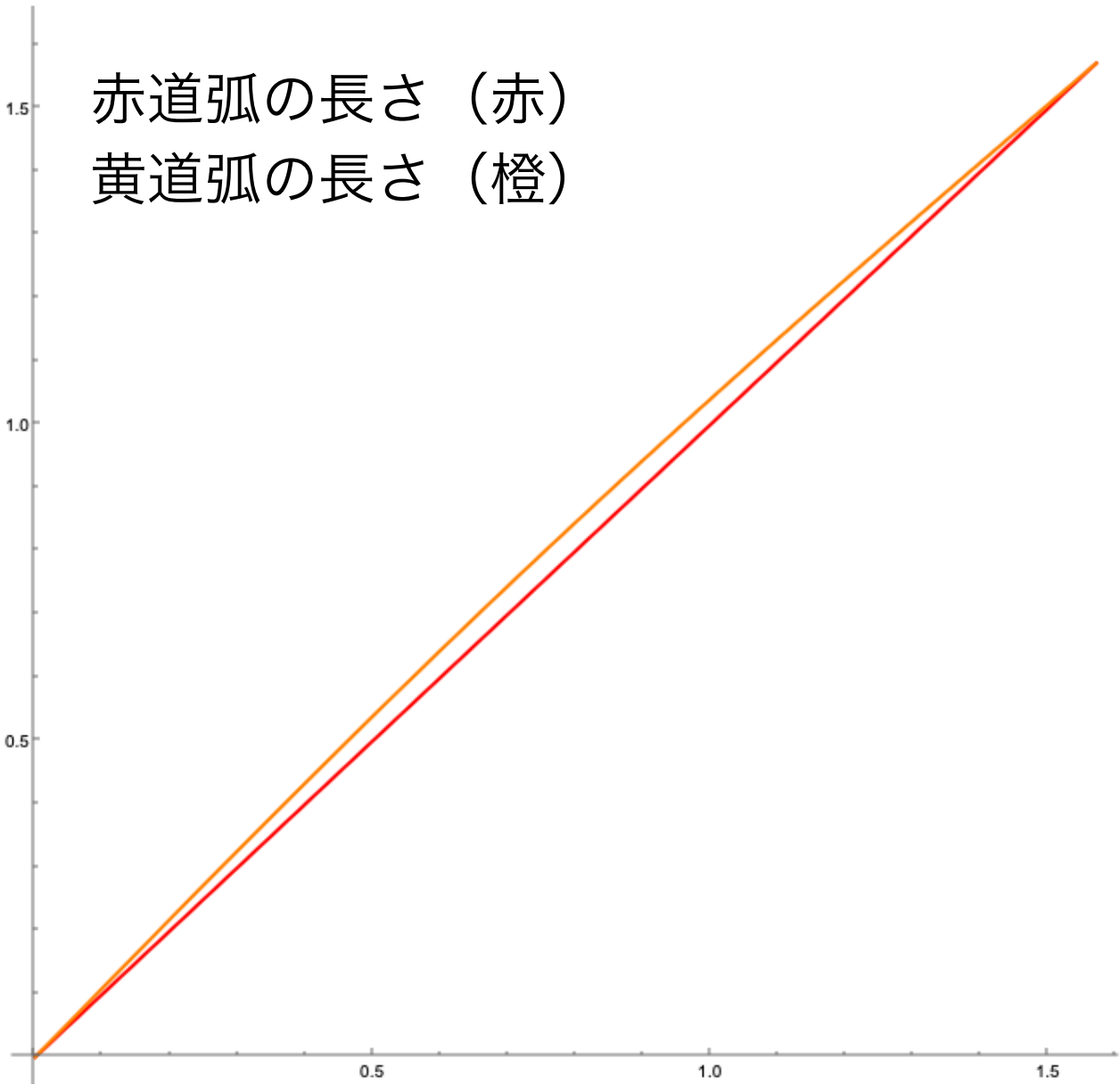
黄道面の進み角の赤道面射影 (2πまで)

```
MikakeAngle[X_, Y_] := If[X ≥ 0 && Y < 0, MikakeAngle4[X, Y],
If[X < 0 && Y < 0, MikakeAngle3[X, Y], If[X < 0 && Y > 0, MikakeAngle2[X, Y], If[X ≥ 0 && Y > 0, MikakeAngle1[X, Y]]];
MikakeAngle1[X_, Y_] := If[X = 0, Pi/2, ArcTan[Y/X]];
MikakeAngle2[X_, Y_] := ArcTan[Y/X] + Pi;
MikakeAngle3[X_, Y_] := ArcTan[Y/X] + Pi;
MikakeAngle4[X_, Y_] := If[X = 0, 3 Pi/2, ArcTan[Y/X] + 2 Pi];
Plot[{MikakeAngle[Cos[t], Sin[t]], MikakeAngle[Cos[K24] Cos[t], Sin[t]]}, {t, 0, Pi}, AspectRatio -> 1,
PlotStyle -> {Red, Orange}]
```



赤道面の角度 (2πまで)

```
tMikake[t_] := MikakeAngle[Cos[K24] Cos[t], Sin[t]];
KoLength[tend_] := NIntegrate[Sqrt[(-Sin[t])^2 + Cos[t]^2], {t, 0, tend}]
KoLength2[tend_] := NIntegrate[Sqrt[(-Cos[K24] Sin[t])^2 + (Cos[t])^2 + (Sin[K24] Sin[t])^2],
{t, 0, tMikake[tend]}]
Plot[{KoLength[x], KoLength2[x]}, {x, 0, Pi/2}, AspectRatio -> 1, PlotStyle -> {Red, Orange}]
```



赤道面の角度 (π/2まで)

2.6 昼夜刻立成の数を求める

昼の長さ・夜の長さを求める方法

■書き下し

内外の極度を以て夏至の半背に加えて（約寸分の数を用いる）、春秋二分の半背とす（これは赤道天頂から去る度、即ち北極出地度也）。弧術に依りて、矢を求めて天半径（約数）を減じて余りを二分の大股とする。半弧弦を求めて即二分の大勾とする。二分の大股を以て大勾を除して差法とする。前条に求める所、内外の矢を倍して天径を減じて余りをその日の直径とする。求める所、内外の矢に依りて、半弧弦を求め差法を乗じて得る。所を以て半直径を減じて余りに天径を乗じ、直径に除して地上の大矢とする。天径を用いて、弧術に依りて、地上の半背を求めて百刻を乗じて天周（約数也）に之を除す。半昼分とする。半昼分を以て五十刻を減じて余りを半夜分とする。（若し、驗するに地面降り視るに於て天半度分有り測るは、百刻を乗じ、周天度分を除して以て昼分を加え、夜分を減じ、定め為す也）一限より九十限に至りて每限此の如く、半昼夜分を求めるなり。その限の半夜分を置いて次の限の半夜分と相減じて（半昼分を以て之を相減するはまた同じ）、余りその限の黄道の半背差（度分の数）を以て之を約し、昼夜の差とする。その冬至前後の半昼分を以て夏至前後の半夜分に用いる冬至前後の半夜分を以て夏至前後の半昼分に用いるなり。

■現代語訳

内外の極度を夏至の日の半背（約寸分の数を用いる）に足し合わせ、「春分・秋分（二分）の半背」とする。（これは天の赤道が天頂からどれだけ離れているかという度数、すなわちその土地の「北極出地度」のことである。）弧術を用いて矢を求め、それを天半径（約数）から差し引いた残りを「二分の大股」とする。また、半弧弦を求めて、これをそのまま「二分の大勾」とする。この「二分の大股」を「大勾」で割った値を「差法」とする。前の箇条で求めておいた（各限の）「内外の矢」を倍にし、天径から差し引いた残りを、その日における「（太陽が天球上を通る円の）直径」とする。求めておいた内外の矢をもとに半弧弦を計算し、これに先ほどの差法を乗じる。こうして得られた値を「半直径（太陽の通り道の半径）」から差し引き、その残りに天径を乗じ、さらに直径で割ったものを「地上の大矢」とする。天径を用いて、弧術によって（地上の大矢から）「地上の半背」を求め、これに百刻（1日の全時間＝100刻）を乗じ、天周（天球全体の円周の約数）で割り算する。これを「半昼分（昼の長さの半分）」とする。この「半昼分」を「五十刻（半日＝50刻）」から差し引いた残りを「半夜分（夜の長さの半分）」とする。（もし、地平線付近の視差に半度分（の大気差を）考慮して天体を観測する場合は、百刻を掛け、「周天の度分」で割り算した値を、昼分に足し、夜分から引いて、定めよ。）

1限から90限に至るまで、すべての度数ごとにこのようにして半昼夜分を求める。ある限における「半夜分」を、次の限の「半昼分」との差を（半昼分を使って互いに差をとっても結果は同じである）、その残った値を、その限における「黄道の半背差」（度・分の数）で割り、これを「昼夜の差」とする。ここで求めた冬至前後の「半昼分」のデータは、そのまま夏至前後の「半夜分」として使用し、冬至前後の「半夜分」のデータは、そのまま夏至前後の「半昼分」として使い回す。

晝夜刻立成ノ數ヲ求ム
内外ノ極度ヲ以テ夏至ノ半背ニ加テ（約寸分ノ）春秋二分ノ半背トス（是赤道去天頂一弧術ニ依テ矢ヲ求テ天半径（約数）ヲ減シテ餘ヲ二分ノ大股トス半弧弦ヲ求テ即二分ノ大勾トス二分ノ大股ヲ以テ大勾ヲ除テ差法トス前條ニ所求内外ノ矢ヲ倍シテ天径ヲ減シテ餘ヲ其日ノ直径トス所求内外ノ矢ニ依テ半弧弦ヲ求メ差法ヲ乘シテ得ル所ヲ以テ半直径ヲ減シテ餘ニ天径ヲ乘シ直径ニ除テ地上ノ大矢トス天径ヲ用テ弧術ニ依テ地上ノ半背ヲ求テ百刻ヲ乘シ天周（約数）ニ除レ之半晝分トス半晝分ヲ以テ五十刻ヲ減シテ餘ヲ半夜分トス（若測下驗有中地面降り視ル於テ天半度分上者百刻一限ヨリ九十限ニ至テ每限如レ此半晝夜分ヲ求ルナリ其限ノ半夜分ヲ置テ次ノ限ノ半夜分ト相減シテ（以テ半晝分ニ相減之者亦同）餘其限ノ黄道ノ半背差（度分）ヲ以テ約レ之晝夜ノ差トス其冬至前後ノ半晝分ヲ便チ夏至前後ノ半夜分ニ用ユ冬至前後ノ半夜分ヲ便チ夏至前後ノ半晝分ニ用ルナリ

2.6 昼夜刻立成の数を求める

■解説

1年のうちの任意の日について、昼の長さ・夜の長さの算出法を述べている。昼の長さは、日出から日没までであるが、季節によって日出・日入の位置が異なることによって長さが変化する（図6）。これを弧術にて解決しようとしている。

一般に夏至・春分と秋分・冬至のときの太陽の南中高度は、緯度 δ_0 の地点において、それぞれ

$$\theta_{\text{夏至}} = \text{角 SOJ} = 90 - \delta_0 + 23.4$$
$$\theta_{\text{二分}} = \text{角 SOX} = 90 - \delta_0$$
$$\theta_{\text{冬至}} = \text{角 SOB} = 90 - \delta_0 - 23.4$$

となる。図7において、「夏至の日の半背」ZJ（90度 - $\theta_{\text{夏至}}$ ）に、内外の極度 23.4度を加えることによって、「春分・秋分（二分）の半背」ZX，すなわち緯度 δ_0 が判明する。

弧術を用いて矢 LX（図8 [a]）を求め、「天半径」OX から差し引いた残り OL を「二分の大股」とする。また、半弧弦 ZL を「二分の大勾」とする。OL を ZL で割った値を「差法」とする。すなわち、差法は、 $1/\tan \delta_0$ である。

ここで、冬至から太陽の位置が角度 θ （図4, 図5の角 AOB）にあるような、任意の日に注目する。図8 [b] ではその日の南中位置を A とした。この日に対応する「内外の矢」GX の2倍を天径（天の直径）から差し引くと、「（太陽が天球上を通る円の）直径」（すなわち OG あるいは PA の2倍）とする。つまり、見かけ上の太陽の描く円の直径が得られる。内外の矢 GX から半弧弦 GA（すなわち OP）を計算し、この値に先の差法を乗じると、PQ が得られる。これを「半直径（太陽の通り道の半径）」PA から差し引いた QA に、天径 OX を乗じ、さらに直径 OG で割ったものを「地上の大矢（地平線より上にある太陽の軌道の深さ）」OA' とする。^{*3}

天径を用いて、弧術によって（地上の大矢から）「地上の半背（地平線より上にある円弧の半分）」を求める^{*4}と、これは日出から南中までの太陽の通り道の長さになる。1日を100刻として、100を乗じ、天周（天球全体の円周の約数）で割ると、「半昼分（昼の長さの半分）」が得られる。この「半昼分」を「五十刻（半日＝50刻）」から差し引いた残りを「半夜分（夜の長さの半分）」とする。

大気差（太陽が地平線の下にあって浮き上がって見える現象など）を考慮して地平線付近を観測する場合は、半度分を昼の分に加える必要がある。そのため、百刻を掛け、「周天の度分」で割り算した値を、昼分に足し、夜分から減じる補正を行う。

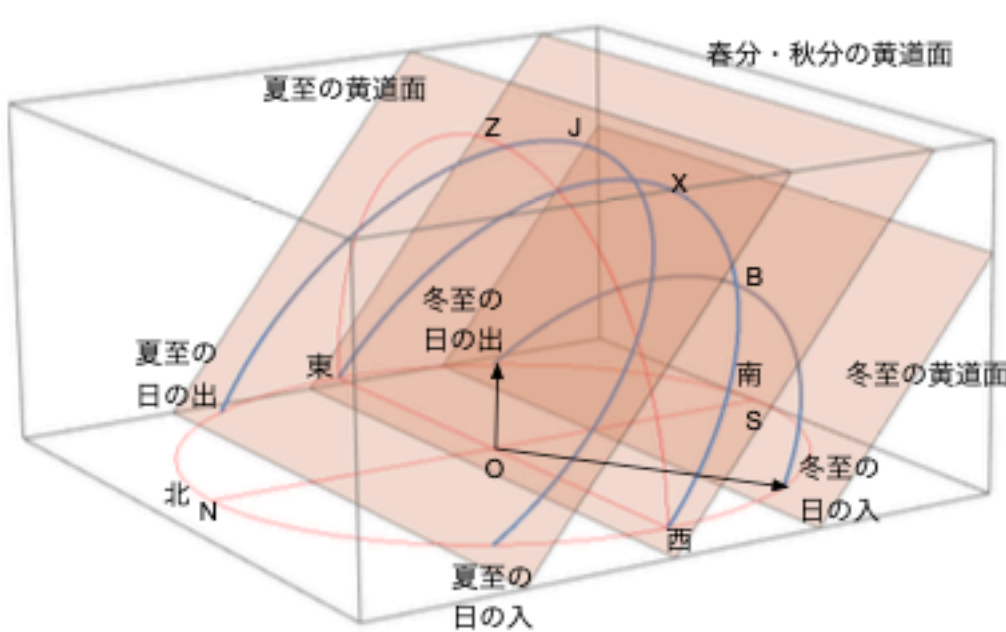


図6: 季節による太陽軌道の変化。冬至の昼の長さは、太陽が冬至の日の出から B を通って日の入までに動く時間になる。

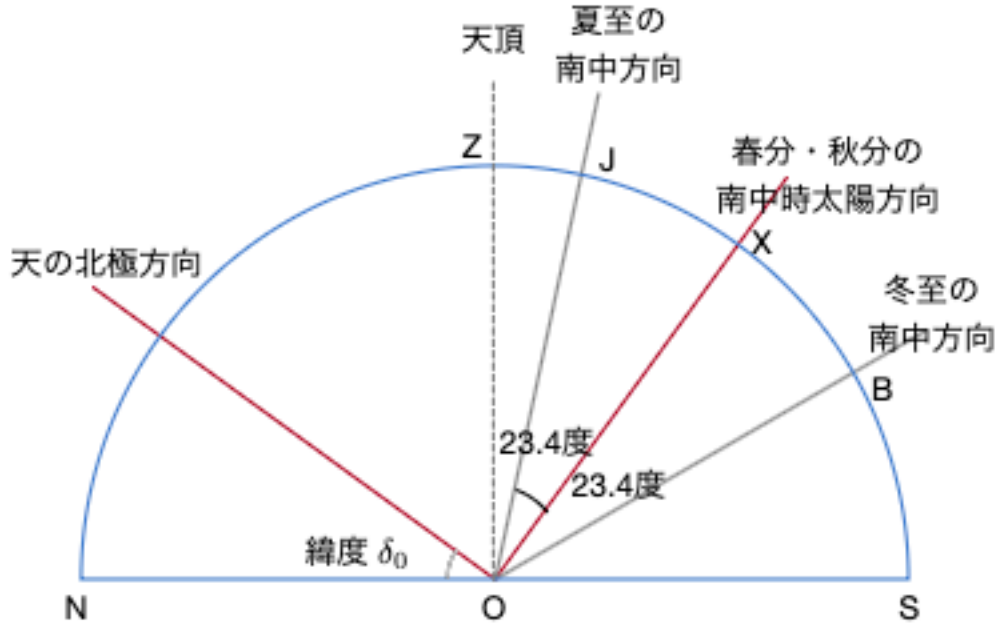


図7: 観測点 O から南北に切った天球面の断面図。

日出から日入までの時間を，日付と緯度を与えて求める方法

→ 大気差補正も言及されているが，天径と弧術を使うので無理している。

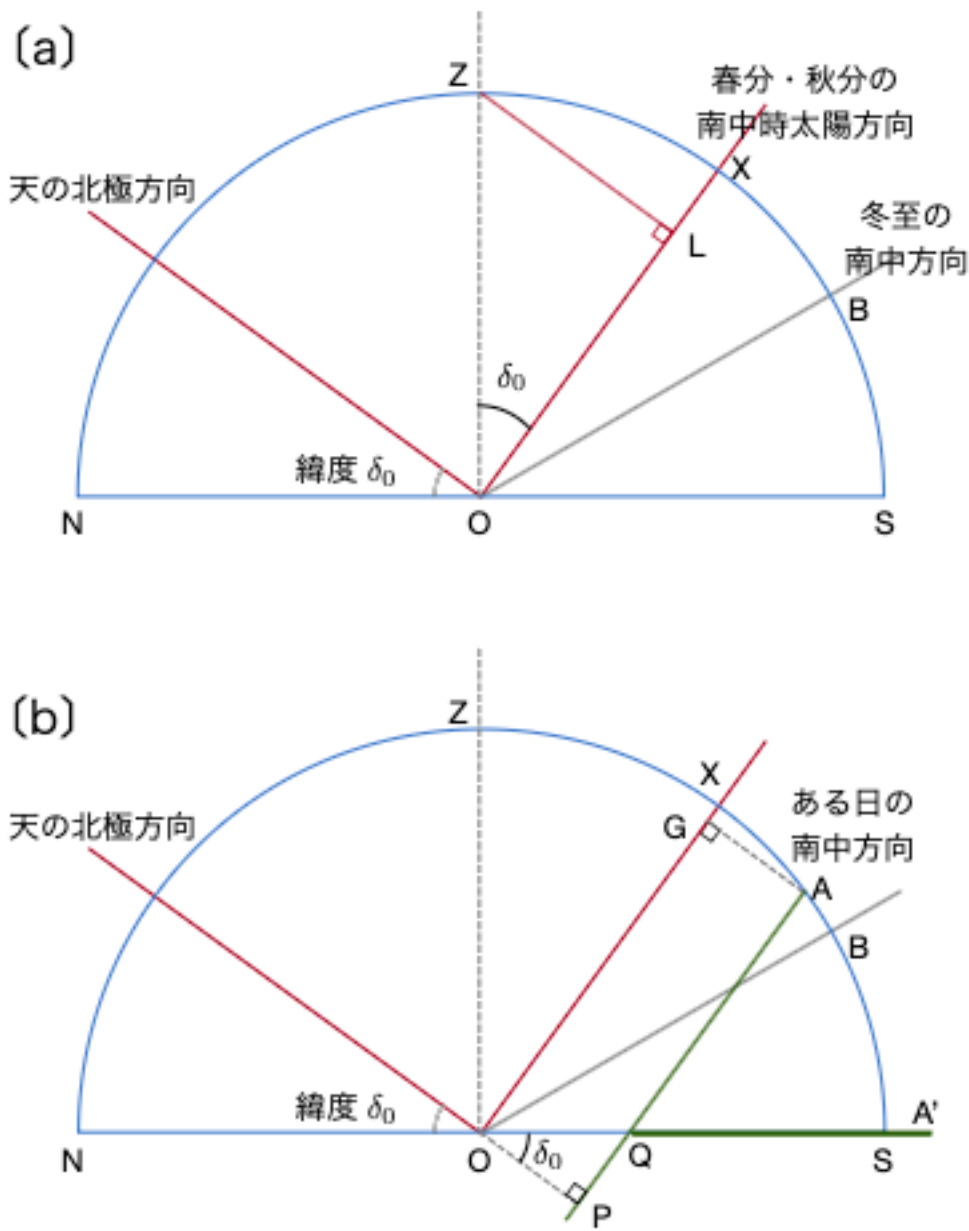


図8: 図7と同じ。点 A, B, G は図4に対応。

^{*3} この最後のプロセスは理解に苦しむが，地上から見えている太陽の軌道を平面上に射影した円として考えるために，QA の長さを少し長めにして QA' として射影したと考えられる。点 Q から東西に向かって垂線を引いた先が日の出・日の入の点になることから軌道自体は円ではあるものの，平面に射影した場合は楕円に相当する，と考えたのだろうか？

^{*4} 平面上で，日の出の位置から天の半径の円に沿って南中するまでの弧の長さを，矢の長さ QA' を用いて弧術によって求める，という方針であるが，弧術を楕円に対して適用することになり，そもそも天の半径を仮定して話を進めているので誤りである。

参考：昼夜の長さ

注：本来は均時差を考慮する必要あり

Memoirs of Osaka Institute of
Technology
Vol. 69, No. 2 (2024) pp. 1~9
<https://doi.org/10.15046/0002000140>

天体中星儀の指時表（時刻決定盤）について

真貝寿明

情報科学部情報システム学科
(2024 年 11 月 19 日受理)

On the time-table dial of Tentai Chusei-Gi

by

Hisaaki SHINKAI

Department of Information Systems, Faculty of Information Science and Technology

Abstract

During the Edo period, time was based on a seasonal time system wherein the unit length of one-koku (one hour) changed depending on the season. The Tentai-Chuseigi (天体中星儀), an astronomical instrument invented by Shinjun Adachi in 1824, was invented for determining the time from stellar positions in the night sky. The device consists of a star chart with a timetable dial that enables one to determine the time from the star's meridian passage. Through examination of the actual Tentai-Chuseigi owned by the Ida Bunko in Tsu City, Mie Prefecture, we analyzed its accuracy. Our findings indicate that the conversion to time would have yielded an error of approximately plus or minus 16 minutes depending on the season, as the time adjustment due to the sun's unequal apparent motion (equation of time) was not considered.



図 2: 天体中星儀の表面と裏面. 津市図書館井田文庫所蔵のものを筆者が撮影.
Fig. 2: The front and back of the Tentai-Chuseigi, owned by the Ida Library at Tsu City. Photo taken by the author.

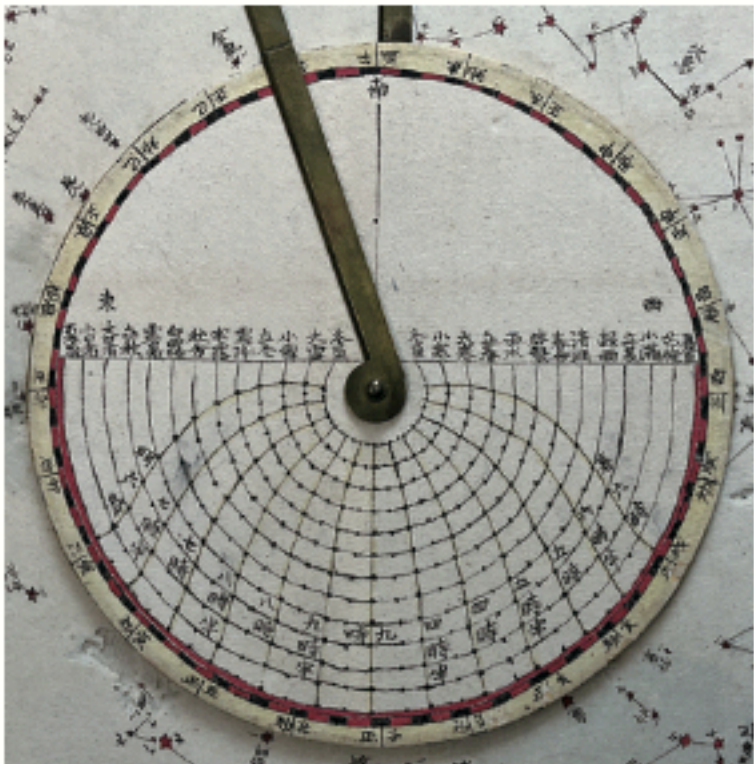


図 3: 天体中星儀の中央部の指時表（時刻決定盤）. 円盤のすぐ外側には老人星（カノーパス）が描かれている. 津市図書館井田文庫所蔵のものを筆者が撮影.
Fig. 3: The time-table dial in the center of the Tentai-Chuseigi. Just outside the disk is the star of the Old Man (Canopus).

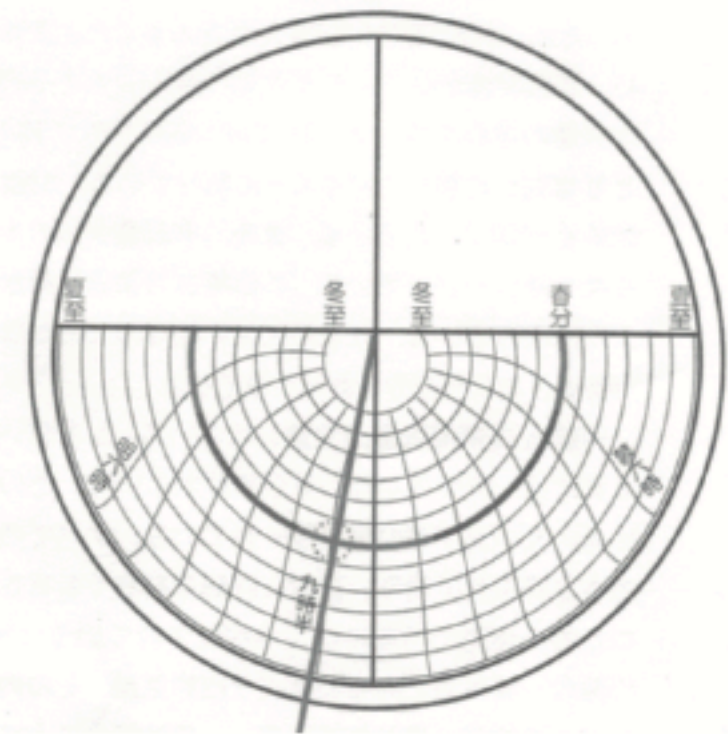


図 4: 陶山による指時表（時刻決定盤）の模写図（文献 [2] の図 8）
Fig. 4: A structural drawing of the time-table dial by Suyama (Fig. 8 of [2]).

<https://doi.org/10.15046/0002000140>
大阪工業大学紀要(2024)

参考：昼夜の長さ

注：本来は均時差を考慮する必要あり

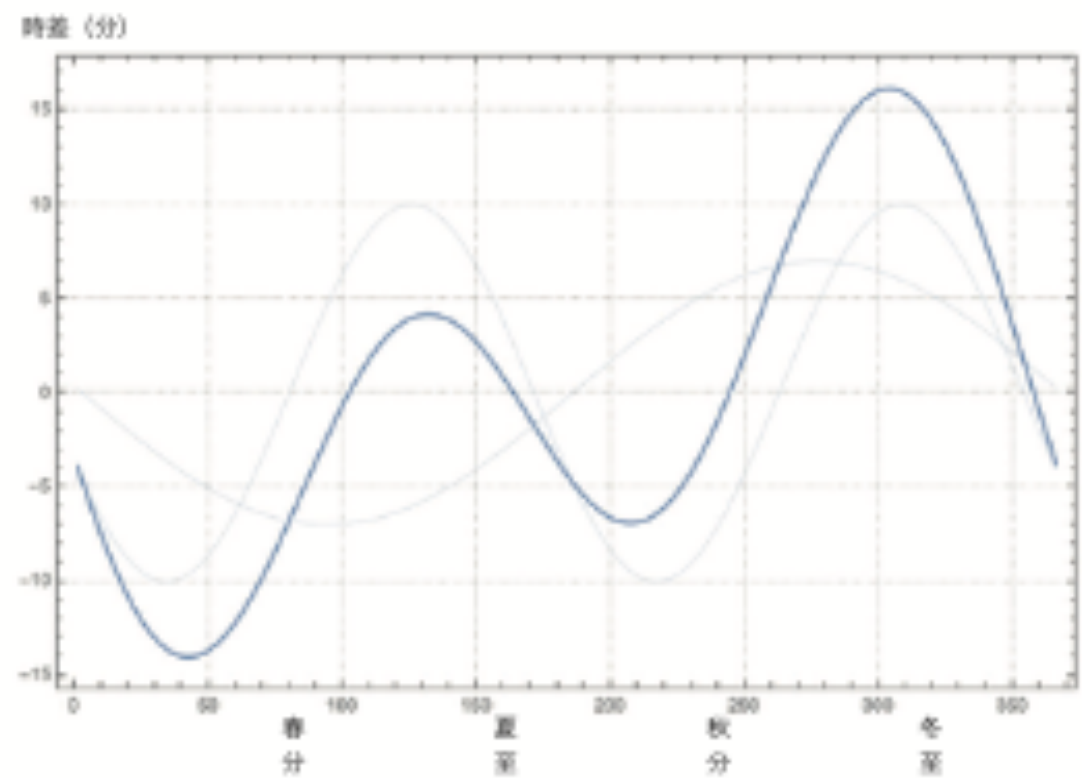


図 7: 均時差の年変化. 平均太陽時と実太陽時のずれを分単位で示す. プラスの領域は, 視太陽が平均太陽よりも西に進んでいる. マイナスの領域は, 視太陽が平均太陽よりも東にある.

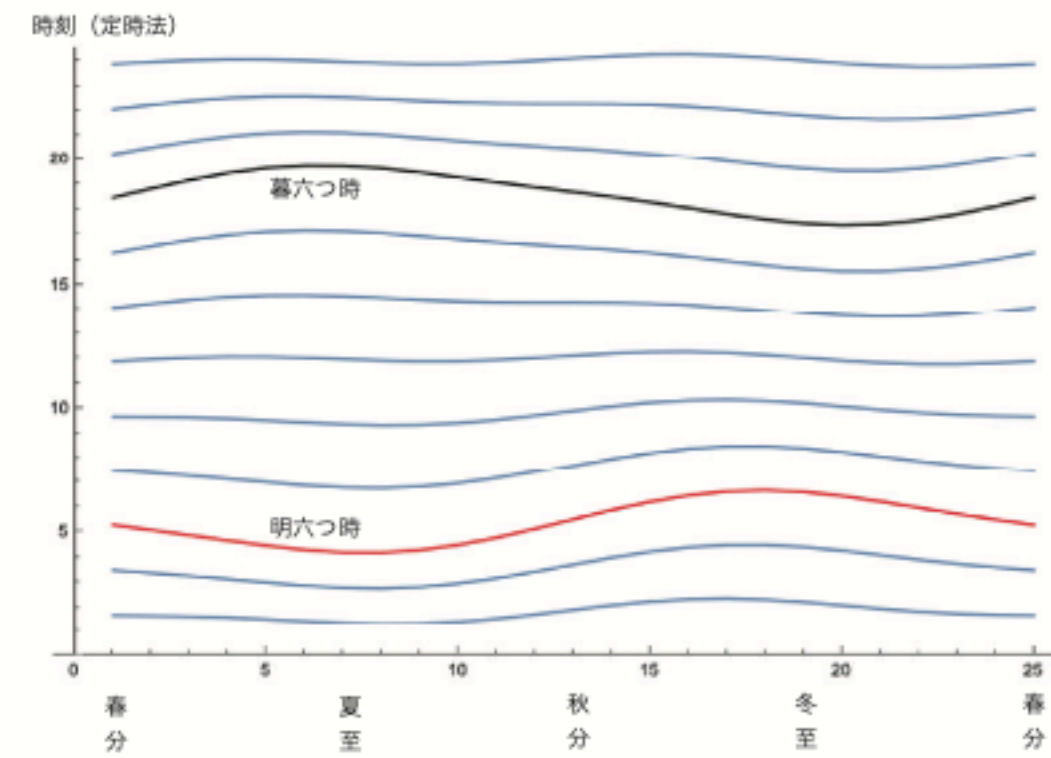


図 8: 時鐘辰刻の年間変化. 北緯 35 度の位置で, 均時差を含めて描いたもの.
Fig. 8: Annual change in the hour of the seasonal time system. Plotted at 35 degrees north latitude, with the equation of time.

表 2: 十二辰刻, 時鐘辰刻と現代での時刻 (北緯 35 度, 東経 135 度での時刻). 中星儀の示す時刻は「均時差考慮せず」の時刻である.
Table 2: The twelve names of the time in a day, the other names using the bell, and the modern time (time at latitude 35 degrees north and longitude 135 degrees east). The time indicated by the Chuseigi does not take into account the equation of time.

十二辰刻	時鐘辰刻		均時差考慮せず			均時差あり			
			春分秋分	夏至	冬至	春分	夏至	秋分	冬至
卯 正	明六つ時	日の出 36 分前	05:24	04:13	06:34	05:17	04:11	05:30	06:36
辰 初	半		06:30	05:31	07:28	06:23	05:29	06:36	07:30
辰 正	朝五つ時		07:35	06:48	08:23	07:29	06:47	07:42	08:24
巳 初	半		08:41	08:06	09:17	08:35	08:05	08:48	09:18
巳 正	朝四つ時		09:48	09:24	10:11	09:41	09:22	09:54	10:13
午 初	半		10:53	10:42	11:05	10:47	10:40	11:00	11:07
午 正	昼九つ時	正午	12:00	12:00	12:00	11:53	11:58	12:06	12:01
未 初	半		13:05	13:17	12:54	12:59	13:16	13:12	12:55
未 正	昼八つ時		14:11	14:35	13:48	14:05	14:33	14:18	13:50
申 初	半		15:17	15:53	14:42	15:11	15:51	15:24	14:44
申 正	夕七つ時		16:23	17:11	15:36	16:17	17:09	16:30	15:38
酉 初	半		17:30	18:28	16:31	17:23	18:27	17:36	16:32
酉 正	暮六つ時	日の入 36 分後	18:36	19:46	17:25	18:29	19:44	18:42	17:27
戌 初	半		19:30	20:28	18:31	19:23	20:27	19:36	18:32
戌 正	暮五つ時		20:24	21:11	19:36	20:17	21:09	20:30	19:38
亥 初	半		21:18	21:53	20:42	21:11	21:51	21:24	20:44
亥 正	夜四つ時		22:12	22:35	21:48	22:05	22:33	22:18	21:50
子 初	半		23:06	23:17	22:54	22:59	23:16	23:12	22:55
子 正	暁九つ時	深夜 0 時	00:00	00:00	00:00	23:53	23:58	00:06	00:01
丑 初	半		00:54	00:42	01:05	00:47	00:40	01:00	01:07
丑 正	暁八つ時		01:48	01:24	02:11	01:41	01:22	01:54	02:13
寅 初	半		02:42	02:06	03:17	02:35	02:05	02:48	03:18
寅 正	明七つ時		03:36	02:48	04:23	03:29	02:47	03:42	04:24
卯 初	半		04:30	03:31	05:28	04:23	03:29	04:36	05:30

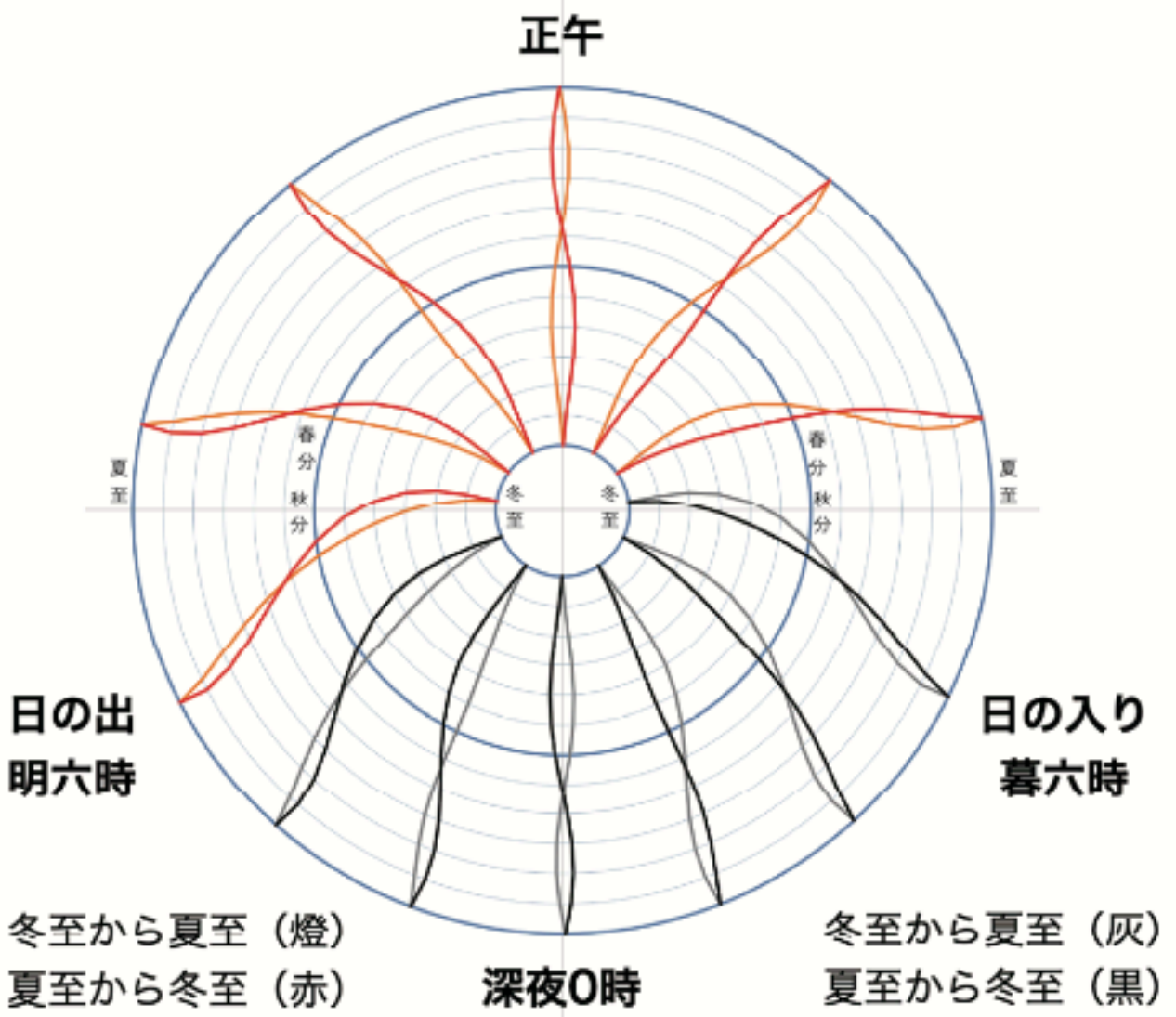


図 10: 天体中星儀の模写図を均時差を含めて描いた場合の図. 北緯 35 度での計算値.
Fig. 10: A diagram of a Chuseigi including the equation of time. Calculations for 35 degrees north latitude.

日時計の影の長さを求める

■書き下し

日影の立成は冬夏の二至に相距して半周を百八十限と為して数を立てるなり。春秋二分を中として内外出入の度の増減に従いてその数を求むべし。

まず一限より毎限の度を以て百八十限に至りて累加し求める数に抛りて積度を定む。前条に求める春秋二分の大腿を置いて地の半径（約寸分の数を用いる）を減去して余りを二分の日下の大勾とする。（その形長しといえども冬至前後に従って総て勾と曰く）春秋二分の大勾以て使いて二分の日下の大股とする。（その形短しといえども冬至前後に従って総て股と曰ふ）冬至正を以て使いて初限とする。

一限の内外の半弧弦を以て二分の大股に乗じて得る所と一限の内外の矢を以て二分の大勾に乗じて得る所と両数を以て相減じて余り之を倍し、天径（約数を用いる）に除して以て二分の大勾に加えて、一限日下の大股とする。又得る所両数を以て相併せて之を倍し、天径に除して以て二分の大勾を減じて余を百七十九限日下の大股とする。

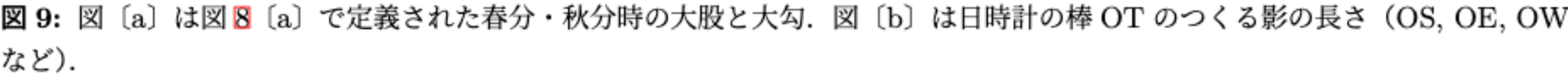
二限の内外の半弧弦を以て二分の大股に乗じて得る所と二限の内外の矢を以て二分の大勾に乗じて得る所と両数を以て相減じて余り之を倍し、天径に除して以て二分の大勾に加えて、二限日下の大股とする。又両数を以て相併せて之を倍し、天径に除して以て二分の大勾を減じて余を百七十八限日下の大股とする。

三限の内外の半弧弦を以て二分の大股に乗じて得る所と三限の内外の矢を以て二分の大勾に乗じて得る所と相減じて余り之を倍し、天径に除して以て二分の大勾に加えて、三限日下の大股とする。又得る所両数を相併せて之を倍し、天径に除して以て二分の大勾を減じて余りを百七十七限日下の大股とする。

四限以上毎限此の如く、順に八十九限に至り百七十六限より逆に九十一限に至りて（九十限は即ち春秋二分正なり）。日下の大股を求めて各之を自し、以て半径冪を減じて余り開平方之を除す。各限の大勾を得る。地の半径を減去して余りを各限日下の大勾とする。

各限日下の大股を置いて表高を乗じてその限の日下の大勾に之を除す。その限の日影長とする。

その限の影長を置いて次限の影長を相減じて余りをその限の黄道半背差（度分の数を用ふ）を以て之を約し、その限の影差とする。



2.7 日影の立成の数を求める

日時計の影の長さを求める

日晷ノ立成ノ數ヲ求ム
日晷ノ立成ハ冬夏ノ二至ニ相距テ半周ヲ百八十限ト為テ數ヲ立ルナリ春秋二分ヲ中トシテ内外出入ノ度ノ増減ニ從テ其數ヲ求ムヘシ
先ツ一限ヨリ毎限ノ度ヲ以テ百八十限ニ至テ累加シ求ル數ニ據テ積度ヲ定ム 前條ニ求ル春秋二分ノ大股ヲ置テ地ノ半径（約寸分ノ數ヲ用ユ）ヲ減去シテ餘ヲ二分ノ日下ノ大勾トス（其形長シトイヘトモ冬至前後ニ從テ總テ勾ト曰ク）春秋二分ノ大勾以テ便チ二分ノ日下ノ大股トス（其形短シトイヘトモ冬至前後ニ從テ總テ股ト曰フ）冬至正ヲ以テ便チ初限トス 一限ノ内外ノ半弧弦ヲ以テ二分ノ大股ニ乗シ所得ト一限ノ内外ノ矢ヲ以テ二分ノ大勾ニ乗シ所得ト兩數ヲ以テ相減シテ餘倍之天徑（約數ヲ用）ニ除テ以テ二分ノ大勾ニ加テ一限日下ノ大股トス又所得兩數ヲ以テ相併テ倍之天徑ニ除テ以テ二分ノ大勾ヲ減シテ餘ヲ百七十九限日下ノ大股トス 二限ノ内外ノ半弧弦ヲ以テ二分ノ大股ニ乗シ所得ト二限ノ内外ノ矢ヲ以テ二分ノ大勾ニ乗シ所得ト兩數ヲ以テ相減シテ餘倍之天徑ニ除テ以テ二分ノ大勾ニ加テ二限日下ノ大股トス又兩數ヲ以テ相併テ倍之天徑ニ除テ以テ二分ノ大勾ヲ減シテ餘ヲ百七十八限日下ノ大股トス 三限ノ内外ノ半弧弦ヲ以テ二分ノ大股ニ乗シ所得ト三限ノ内外ノ矢ヲ以テ二分ノ大勾ニ乗シ所得ト兩數ヲ以テ相減シテ餘倍之天徑ニ除テ以テ二分ノ大勾ニ加テ三限日下ノ大股トス又所得兩數ヲ相併テ倍之天徑ニ除テ以テ二分ノ大勾ヲ減シテ餘ヲ百七十七限日下ノ大股トス 四限以上毎限如レ此順ニ八九限ニ至リ百七十六限ヨリ逆ニ九十一限ニ至テ（九十限ハ即春分ニ至ナリ）日下ノ大股ヲ求テ各自之ヲ以テ減ニ半径冪餘開平方除之各限ノ大勾ヲ得ル地ノ半径ヲ減去シテ餘ヲ各限日下ノ大勾トス 各限日下ノ大股ヲ置テ表高ヲ乗シ其限ノ日下ノ大勾ニ除之其限ノ日晷長トス 其限ノ晷長ヲ置テ次限ノ晷長ヲ相減シテ餘ヲ其限ノ黃道半背差（度分ノ數ヲ用）ヲ以テ約之其限ノ晷差トス

■現代語訳

日影（ひかげ）の立成（数表）は、冬至と夏至（二至）を基準に半周を 180 限として数を立てる。春分・秋分（二分）を中央に置き、「内外出入の度」の増減に従って、その数値を求める。

まず、1 限から順番に毎限の度数を 180 限に至るまで累加し、その合計の数値に基づいて「積度」を定める。前条で求めている「春秋二分の大股」から「地の半径（約寸分の数を用いる）」を差し引いて、その残りを「二分の日下の大勾」とする。（この直角三角形の形状は縦に長いが、冬至前後の基準に合わせて、すべて一律に勾（高さ）と呼ぶ。）また、「春秋二分の大勾」を、そのまま「二分の日下の大股」とする。（この形状は横に短いが、冬至前後の基準に合わせて、すべて一律に股（底辺）と呼ぶ。）そして、「冬至日（冬至正）」を全体の始まり（初限）とする。

1 限における「内外の半弧弦」に「二分の大股」を乗じ、1 限における「内外の矢」に「二分の大勾」を乗じて得た値と、両数の差を乗じ、「天径（約数を用いる）」で割る。この値を二分の大勾に加えて、「1 限の日下の大股」とする。また、先ほどの両数を足し合わせて乗じ、天径で割る。この値を二分の大勾から差し引くことで、その残りを「179 限の日下の大股」とする。

2 限における「内外の半弧弦」に「二分の大股」を乗じ、2 限における「内外の矢」に「二分の大勾」を乗じて得た値と、両数の差を乗じ、天径で割る。この値を「二分の大勾」に加えて、「2 限の日下の大股」とする。また、両数を足し合わせて乗じ、「天径」で割る。この値を二分の大勾から差し引くことで、その残りを「178 限の日下の大股」とする。

3 限における「内外の半弧弦」に「二分の大股」を乗じ、3 限における「内外の矢」に「二分の大勾」を乗じて得た値と、2 数の差を乗じ、天径で割る。この値を「二分の大勾」に加えて、「3 限の日下の大股」とする。また、両数を足し合わせ乗じ、「天径」で割る。この値を二分の大勾から差し引くことで、その残りを「177 限の日下の大股」とする。

4 限以上についても、毎限このように、順に 89 限まで計算を進め、176 限からは逆に遡って 91 限まで計算する。（90 限はちょうど春分・秋分の当日にあたる。）各限の「日下の大股」を求めたら、それぞれの値を 2 乗し、半径冪から差し引き、その残り開平方でひらく。これによって、各限の「大勾」が得られる。この「大勾」から「地の半径」を差し引いた残りを、各限の「日下の大勾」とする。

各限の「日下の大股」を置き、これに表高（日時計の棒の高さ）を乗じ、それをその限の「日下の大勾」で割る。その限における「日影の長さ（影長）」が得られる。

ある限の「影の長さ」を、次の限の「影の長さ」から減じ、その残った値を、その限での「黄道の半背差（度・分の数）」で割り、その限における「影の変化の差（影差）」とする。

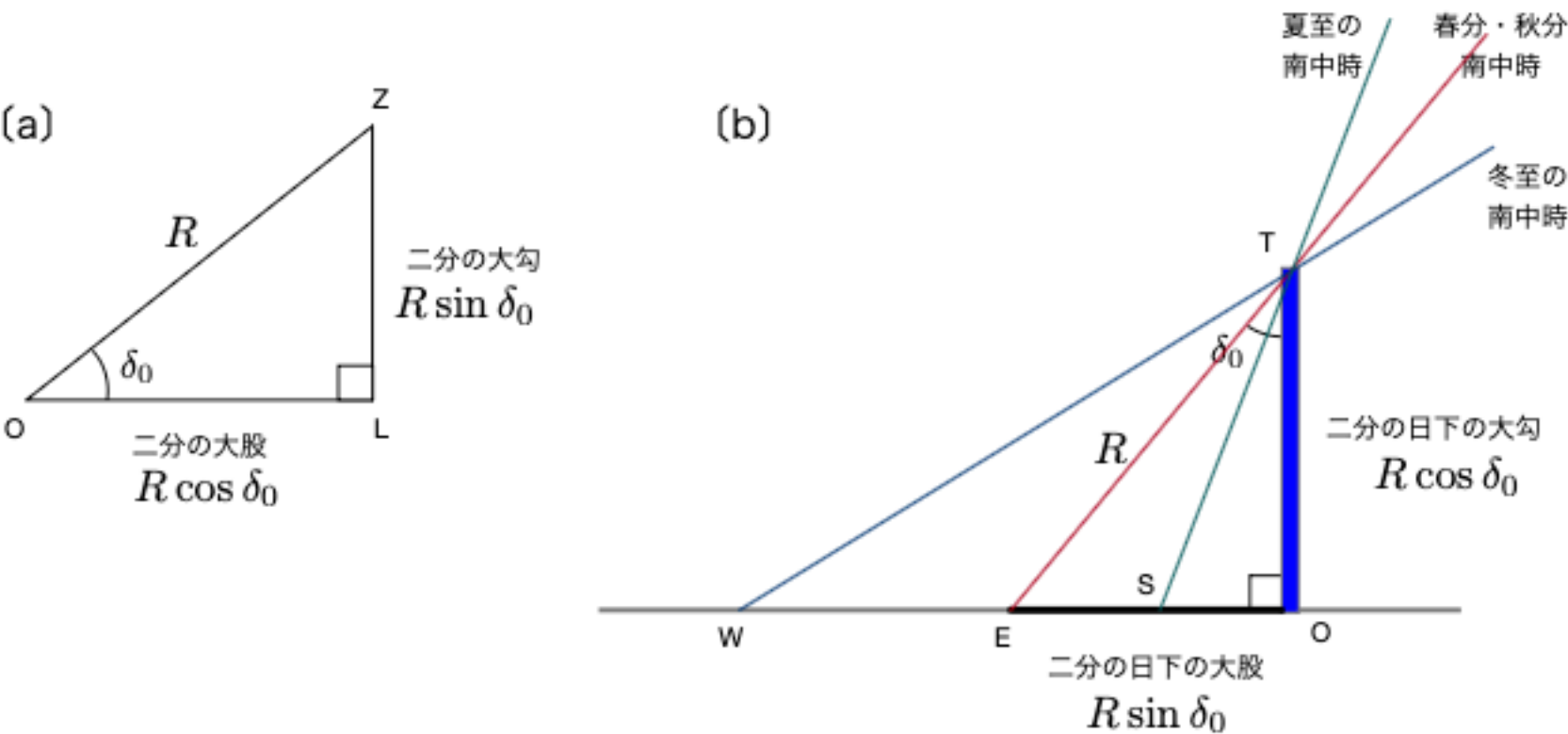


図 9: 図 [a] は図 8 [a] で定義された春分・秋分時の大股と大勾。図 [b] は日時計の棒 OT のつくる影の長さ（OS, OE, OW など）。

2.7 日影の立成の数を求める

- ＊年間の任意の日の太陽高度がわかっているれば、南中時の影の長さがわかる. これまで一連の説明は（導出はともあれ）つながっている.
- ＊均時差を考慮していない(太陽の不等運動, 地球の楕円運動)ので, 実測とはずれたはず.

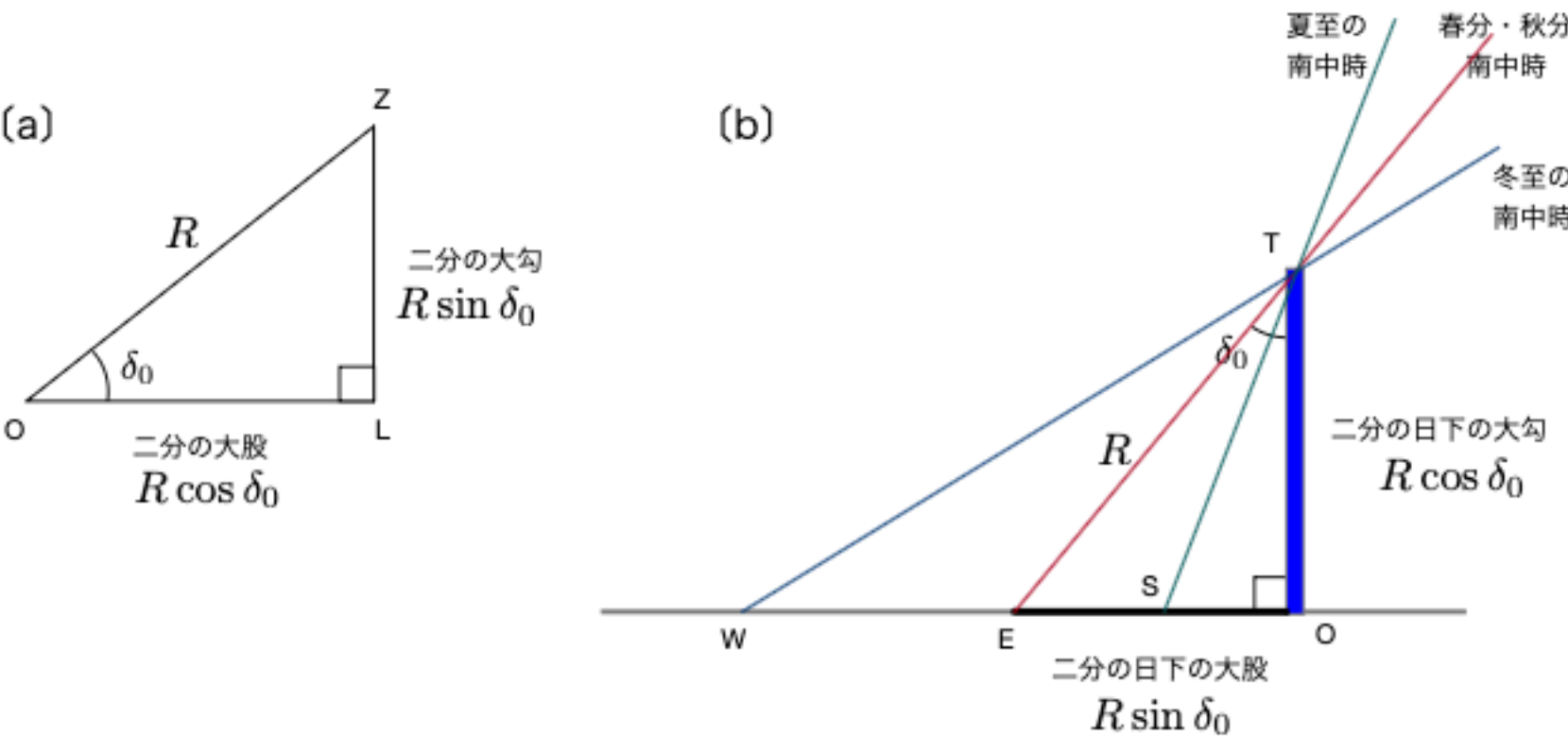


図 9: 図〔a〕は図 8〔a〕で定義された春分・秋分時の大股と大勾. 図〔b〕は日時計の棒 OT のつくる影の長さ（OS, OE, OW など）.

■解説

任意の日の太陽南中時の日時計の影の長さを求める方法である. 図 9〔b〕に示すように, 春分・秋分時の影の長さ OE を与える三角形 OET を基準にして計算する.

影の長さは, 表高（日時計の棒の高さ）に, 「日下の大股」を乗じ, 「日下の大勾」で割ると得られる. すなわち,

$$\text{影の長さ} = \text{表高} \times \frac{\text{日下の大股}}{\text{日下の大勾}} = \text{表高} \times \tan(\text{角 T}).$$

角 T は, 冬至のとき ($\delta_0 + 23.4$ 度) から 夏至のとき ($\delta_0 - 23.4$ 度) までの間を変化する. 冬至を初限として, 半年後の夏至までの 180 限を考えることにする. 冬至のとき（初限）影の長さ $S(0)$ は, $R \sin(\delta_0 + 23.4)$, 夏至のとき（180 限）影の長さ $S(180)$ は, $R \sin(\delta_0 - 23.4)$ である.

初限のときの「内外の半弧弦」（図 4 の BE, $R \sin 23.4$ ）に「二分の大股」 $R \cos \delta_0$ を乗じ, 初限における「内外の矢」（図 4 の CE, $R(1 - \cos 23.4)$ ）に「二分の大勾」 $R \sin \delta_0$ を乗じて得た値と計算し, 両数の差を「天径（約数を用いる）」で割る. この値を二分の大勾 $R \sin \delta_0$ に加えることにより「初限の日下の大股」が得られる. これは, 加法定理による計算を表している

$$\begin{aligned} S(0) &= R \sin(\delta_0 + 23.4) = [R \sin 23.4 \cdot R \cos \delta_0 - \{R(1 - \cos 23.4) \cdot R \sin \delta_0\}] \frac{1}{R} + R \sin \delta_0 \\ &= R [\sin 23.4 \cdot \cos \delta_0 + \cos 23.4 \cdot \sin \delta_0] \end{aligned}$$

加法定理

を示している. また, 同様に「また, 先ほどの両数を足し合わせて乗じ, 天径で割る. この値を二分の大勾から差し引くことで, その残りを「180 限の日下の大股」が得られる. すなわち,

$$\begin{aligned} S(180) &= R \sin(\delta_0 - 23.4) = R \sin \delta_0 - [R \sin 23.4 \cdot R \cos \delta_0 + \{R(1 - \cos 23.4) \cdot R \sin \delta_0\}] \frac{1}{R} \\ &= R [\sin \delta_0 \cdot \cos 23.4 - \cos \delta_0 \cdot \sin 23.4] \end{aligned}$$

冬至からの日数に対して, 南中時の太陽の高さがどれだけ変化するのは, すでに与えられている. あるいはこれを度数 $\theta(N)$ の関数として, 角 T は, $\delta_0 + \theta(N)$ となるでしょう. $\theta(0) = 23.4$ である. どの N に対しても, 上記のように計算ができ, 180 度分の計算が 90 回 $\times 2$ でできることが述べられている.

建部賢弘の天文暦学関連の書

『授時暦数解』(1722)

『授時暦議解』(1722)

『授時暦術解』(1722)

『辰刻愚考』(1722)

『歳周考』(1725)

『算暦雑考』(年紀不明)

『暦考雑集』(年紀不明)

『分度餘術』(1728)

極星測算愚考, 中否論

日食や月食に関係する計算を示すことが大部分の書であり, 授時暦の不正確な点や不足している点を指摘しているもの, という.

天理図書館が所蔵しているが, 現在のところ, 横塚による解説が唯一の情報源.
『授時暦術解』と重複する部分があり, 後世の者が建部の草稿を集めたもの, と横塚は推測している.

建部賢弘の著と考えられる『暦考雑集』

研究ノート

建部賢弘の著と考えられる『暦考雑集』

横塚 啓之

1 はじめに

天理大学附属天理図書館には、『崇禎類書』115 冊、『天文雑書』121 冊、『天文秘書』121 冊が所蔵されている。これら天文暦学関係の書の中には、他に存在の知られていないものや、知られていても2, 3 部程度の貴重な文献を含んでいることについては、すでに前山仁郎氏によって指摘されているところである¹⁾。しかし、注目すべきものの書名を列挙しているだけで、それらの内容については触れられていない。筆者は、1996 年 3 月に天理図書館で、それらの一部を閲覧する機会を得た。その中で、最も注意を惹かれたのは『天文秘書』に含まれる『暦考雑集』上・中・下(3 以下で、それぞれ上巻, 中巻, 下巻と略す)である。完成した年代と著者名は記されていないが、つぎに述べる理由から、この書は建部賢弘の著と筆者は考える。そのほか、『天文秘書』には、建部賢弘の『辰刻考』(『諸子天文』七), 『歳周考』や中根元圭の「太陰臨午算法」なども含まれていることを指摘しておく²⁾。

横塚啓之
数学史研究151 (1996) 31



建部賢弘の天文暦学関連の書

『授時暦数解』(1722)

『授時暦議解』(1722)

『授時暦術解』(1722)

『辰刻愚考』(1722)

『歳周考』(1725)

『算暦雑考』(年紀不明)

『暦考雑集』(年紀不明)

『分度餘術』(1728)

極星測算愚考, 中否論

歳差運動によって生じる1太陽年(歳実)の長さの変化(歳周)を, 中国の過去の暦(三統暦(前104-)まで遡る)に記されたデータを用いて, 消長法の必要性を検討している. 冬至の日の精密な観測の重要性も説きながら, 過去のデータの精度の粗さにも言及している.

元嘉癸未(443年)の冬至を元とする場合(元嘉癸未歳の天正冬至: 乙巳日 11 刻)

相手の冬至	距年	積日	平均歳周	日換算
治平甲辰(1064)	621	226816 日 22 刻	365 日 24 刻 36 分 71 秒	365.243671
崇寧丙戌(1106)	663	242156 日 51 刻	365 日 24 刻 36 分 04 秒	365.243604
至元辛巳(1281)	838	306073 日 95 刻	365 日 24 刻 33 分 77 秒	365.243377
洪武乙丑(1385)	942	344059 日 17 刻	365 日 24 刻 32 分 80 秒	365.243280
順治癸巳(1653)	1210	441944 日 27 刻	365 日 24 刻 31 分 98 秒	365.243198

唐より以前にも精しい冬至はあるけれども、元嘉との隔たり年数が少ないので用いない。

大明壬寅(462年)の冬至を元とする場合(大明壬寅歳の天正冬至: 乙酉日 31 刻)

相手の冬至	距年	積日	平均歳周	日換算
治平甲辰	602	219876 日 12 刻	365 日 24 刻 27 分 24 秒	365.242724
崇寧丙戌	644	235216 日 31 刻	365 日 24 刻 27 分 17 秒	365.242717
至元辛巳	819	299133 日 75 刻	365 日 24 刻 26 分 74 秒	365.242674
洪武乙丑	923	337118 日 97 刻	365 日 24 刻 26 分 54 秒	365.242654
順治癸巳	1191	435004 日 07 刻	365 日 24 刻 27 分 12 秒	365.242712

組み合わせ	距年	積余	平均歳余
元嘉-大明	19	99 日 61 刻	5 日 24 刻 26 分 32 秒
元嘉-開元	285	1494 日 17 刻	5 日 24 刻 27 分 02 秒
元嘉-治平	621	3255 日 72 刻	5 日 24 刻 27 分 05 秒
元嘉-崇寧	663	3475 日 92 刻	5 日 24 刻 27 分 15 秒
元嘉-至元	838	4393 日 39 刻	5 日 24 刻 27 分 09 秒
元嘉-洪武	942	4938 日 63 刻	5 日 24 刻 27 分 07 秒
元嘉-順治	1210	6343 日 68 刻	5 日 24 刻 27 分 11 秒
大明-開元	266	1394 日 56 刻	5 日 24 刻 27 分 07 秒
大明-治平	602	3156 日 11 刻	5 日 24 刻 27 分 08 秒
大明-崇寧	644	3376 日 31 刻	5 日 24 刻 27 分 17 秒
大明-至元	819	4293 日 78 刻	5 日 24 刻 27 分 11 秒
大明-洪武	923	4839 日 02 刻	5 日 24 刻 27 分 09 秒
大明-順治	1191	6244 日 07 刻	5 日 24 刻 27 分 12 秒
開元-治平	336	1761 日 55 刻	5 日 24 刻 27 分 08 秒
開元-崇寧	378	1981 日 75 刻	5 日 24 刻 27 分 25 秒
開元-至元	553	2899 日 22 刻	5 日 24 刻 27 分 12 秒
開元-洪武	657	3444 日 46 刻	5 日 24 刻 27 分 09 秒
開元-順治	925	4849 日 51 刻	5 日 24 刻 27 分 14 秒
治平-崇寧	42	220 日 20 刻	5 日 24 刻 28 分 57 秒
治平-至元	217	1137 日 67 刻	5 日 24 刻 27 分 19 秒
治平-洪武	321	1682 日 91 刻	5 日 24 刻 27 分 10 秒
治平-順治	589	3087 日 96 刻	5 日 24 刻 27 分 16 秒
崇寧-至元	175	917 日 47 刻	5 日 24 刻 26 分 86 秒

<https://kokusho.nijl.ac.jp/biblio/100240027/1?ln=ja> 翻刻中



建部賢弘の天文暦学関連の書

<https://www.digital.archives.go.jp/img/4248615#56>

『授時曆数解』(1722)

『授時曆議解』(1722)

『授時曆術解』(1722)

『辰刻愚考』(1722)

『歳周考』(1725)

『算曆雑考』(年紀不明)

『曆考雑集』(年紀不明)

『分度餘術』(1728)

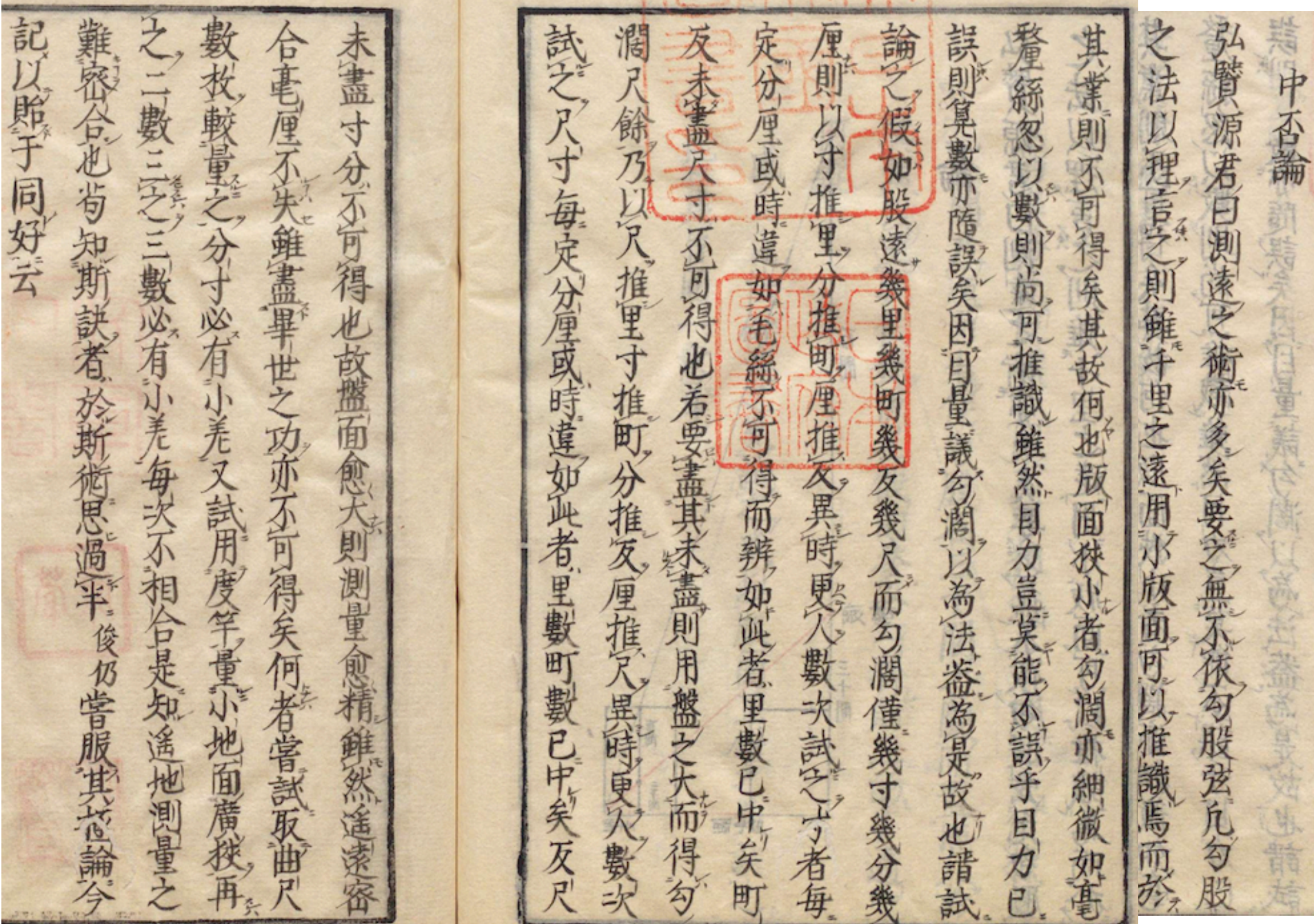
極星測算愚考, 中否論

しゅんじょう

建部賢弘著・松宮俊仍編

測量術について説明した書である。

上巻最後に『中否論』があり, 測定誤差は避けられないことを述べている。



．．． 盤面が大きければ大きいほど測量は精密になる。
とはいえ、遠く離れた場所を測ってぴたりと一致させ、毫・厘といった微小な単位まで誤りなく求めることは、一生をかけて努力してもできない。なぜなら、試みに曲尺を数枚取ってきて比べ合わせてみると、分・寸の目盛りに必ず小さな差がある。また試みに度竿（測量用の物差し竿）で小さな土地の広さを測ってみても、二度測れば二通りの数値、三度測れば三通りの数値が出て、必ず小さな差があり、毎回一致しない。これによって、遠方の測量がぴたりと一致しがたいことが分かるのである。この要点を心得ている者であれば、この術については理解が半ばを超えている（大方を会得している）といってよい。



建部賢弘の天文暦学関連の書

測量術について説明した書である。

下巻第5章「行舶」に『極星測算愚考』があり、北極星の観測装置(揆極儀)の作り方と使い方が解説されている。

『授時曆数解』(1722)

『授時曆議解』(1722)

『授時曆術解』(1722)

『辰刻愚考』(1722)

『歳周考』(1725)

『算曆雑考』(年紀不明)

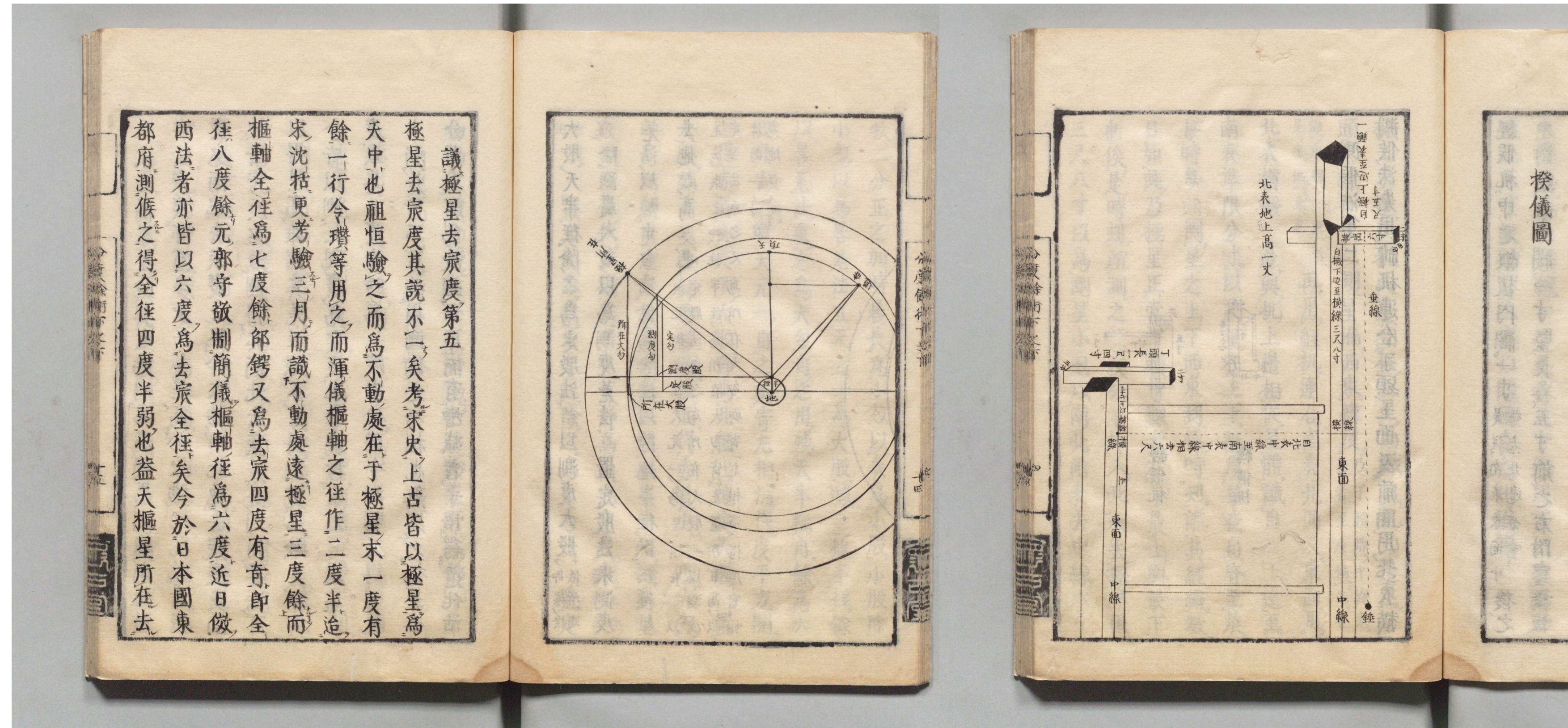
『曆考雑集』(年紀不明)

『分度餘術』(1728)

極星測算愚考, 中否論

しゅんじょう

建部賢弘著・松宮俊仍編



<https://www.digital.archives.go.jp/img/4248619#5>

<https://www.digital.archives.go.jp/img/4248619#14>

建部賢弘の天文暦学関連の書

『授時暦数解』(1722)	◀ 理論(実例)
『授時暦議解』(1722)	◀ 理論
『授時暦術解』(1722)	◀ 理論(技法)
『辰刻愚考』(1722)	◀ 実測関連
『歳周考』(1725)	◀ データ検討
『算暦雑考』(年紀不明)	◀ 実践 + 理論
『暦考雑集』(年紀不明)	◀ 理論含む
『分度餘術』(1728)	◀ 実測関連
極星測算愚考, 中否論	



建部の天文暦学関連の著作を分類すると以下のようなになる.

(1) 授時暦そのものの数理を解明する三部作

--- これは関孝和の授時暦研究(『授時発明』『関訂書』『授時暦経立成』『授時暦経立成之法』)を継承し, 数値解・議論的解説・技法解説という三つの角度から体系的に整理し直したもの.

(2) 授時暦の数理を超えた独自の理論/検討を含む著作群

『歳周考』『算暦雑考』

--- 関が授時暦の理解に勤しんだ以上の業績になっている.

(3) 実測にかかわる著作

不定時制への時刻対応を論じた『辰刻愚考』, 北極星観測による緯度測定法を扱った『極星測算愚考』

--- これは関の『二十四気昼夜刻数』『天文数学雑著』(の日景実測)よりも, 技法解説を含めてレベルが格段に上がっている.

(4) 暦学研究の覚書を集めたとみられる『暦考雑集』

--- 関の『天文数学雑著』に相当する雑纂と考えられる.

関と建部の天文暦学



関



吉宗



建部賢弘

と
和算資料図版

暦法の善し悪しは
どのようにして決めるのか。

『授時発明』(1680)

◀ 理論

『授時暦経立成之法』(1681)

◀ 実践(数表作成)

『授時暦経立成』(1681)

◀ 実践(数表作成)

『関訂書』(1686)

◀ 理論

『天文数学雑著』(年紀不明)

◀ 日影の実測含む

『宿曜算法』(1684?)

◀ 民間暦の作暦

『四余算法』(1697?)

◀ 民間暦の作暦

『二十四気昼夜刻数』(1699)

◀ 実測

『授時暦数解』(1722)

◀ 理論(実例)

『授時暦議解』(1722)

◀ 理論

『授時暦術解』(1722)

◀ 理論(技法)

『辰刻愚考』(1722)

◀ 実測関連

『歳周考』(1725)

◀ データ検討

『算暦雑考』(年紀不明)

◀ 実践+理論

『暦考雑集』(年紀不明)

◀ 理論含む

『分度餘術』(1728)

◀ 実測関連

極星測算愚考, 中否論