

注 意	1. 右の欄を正確に記入すること。	試験日	所 部 情 報 科 学 部				学生番号					
	2. 所属を○で囲むこと。	所属	学科	IC(IJ)	IS	IM	IN	フリガナ				
	3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。	年次	1	2	3	4	氏 名					

微積分学Ⅰ 第2回中間テスト(Fセット) 解答例 <真見>

① (1) $y' = e^x + 0 + 12x^3 + 5\cos x - 6\sin x$ (6) $y' = \frac{1}{\tan \frac{x}{2}} \times (\tan \frac{x}{2})'$ 合成関数の微分を用いて

(2) $y' = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}} - 3e^{-3x} + \frac{1}{x} + \frac{5}{\cos^2 x}$

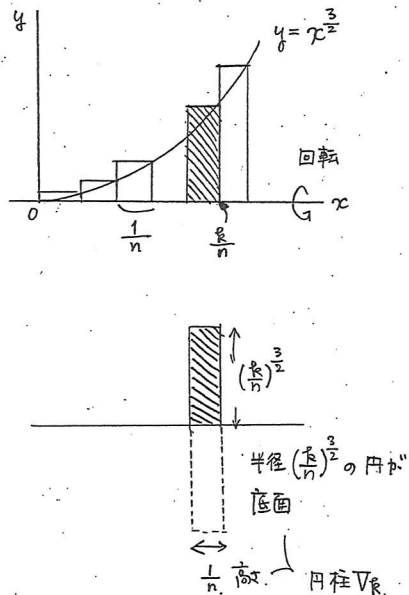
(3) $y' = (x^n)' \cdot \log x + x^n \cdot (\log x)'$
 $= nx^{n-1} \cdot \log x + x^n \cdot \frac{1}{x}$
 $= x^{n-1} (n \log x + 1)$

(4) $y' = \frac{0 - 1 \cdot (\sin x)'}{\sin^2 x} = \frac{-\cos x}{\sin^2 x}$

(5) $y = (1-x^2)^{\frac{1}{2}}$ とすると
 $y' = \frac{1}{2} (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-2x)'$
 $= -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

(7) $x = \cos y$ と書けるから
 $\frac{dx}{dy} = -\sin y = -\sqrt{1-\cos^2 y} = -\sqrt{1-x^2}$
 故に
 $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 最後は x の関数と表す

②



$x = [0, 1]$ を n 等分し、原点から k 番目の長方形を回転にできる部分の体積 V_k は、

$$V_k = \pi \left[\left(\frac{k}{n} \right)^{\frac{3}{2}} \right]^2 \cdot \frac{1}{n} = \pi \cdot \frac{k^3}{n^4}$$

であるから、全体の体積 V は、

$$\begin{aligned} V &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n V_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \pi \cdot \frac{k^3}{n^4} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n^4} \sum_{k=1}^n k^3 \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n^4} \cdot \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{4} \cdot \frac{n^2(n+1)^2}{n^4} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{4} \cdot 1 \cdot \left(1 + \frac{1}{n} \right)^2 = \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

注 意	1. 右の欄を正確に記入すること。	試験日	所 部 情 報 科 学 部				学生番号					
	2. 所属を○で囲むこと。	所属	学科	IC(IJ)	IS	IM	IN	フリガナ				
	3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。	年次	1	2	3	4	氏 名					

③

$$y = x e^{-x^2}$$

$$\begin{aligned} \text{微分. } y' &= 1 \cdot e^{-x^2} + x e^{-x^2} \cdot (-2x) \\ &= (1-2x^2) e^{-x^2} \end{aligned}$$

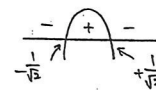
$$\text{これは } y' = 0 \text{ とするとは } x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ のとき}$$

さらに微分して

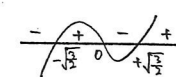
$$\begin{aligned} y'' &= (-4x) e^{-x^2} + (1-2x^2) e^{-x^2} \cdot (-2x) \\ &= (4x^3 - 6x) e^{-x^2} \\ &= 2x(2x^2 - 3) e^{-x^2} \end{aligned}$$

$$\text{これは } y'' = 0 \text{ とするとは } x = 0, \pm \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ のとき}$$

y' 中の $1-2x^2$



y'' 中の $x(2x^2-3)$

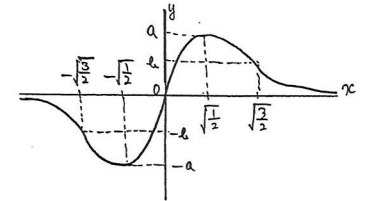


これは増減表は次のようになる。

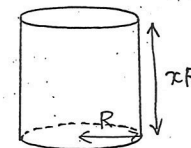
x	$(-\infty)$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$(+\infty)$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y''	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$0 \searrow$	$- \swarrow$	$0 \nearrow$	$0 \searrow$	$0 \nearrow$

$a = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{2}} \quad b = \sqrt{\frac{3}{2}} e^{-\frac{3}{2}}$

グラフは次のようになる。



④



$$\text{体積 } V = (\pi R^2) \times xR = \pi x R^3 \quad (a)$$

$$\text{表面積 } S = \underbrace{\pi R^2 \times 2}_{\text{底面}} + \underbrace{2\pi R \cdot xR}_{\text{側面}} = 2\pi R^2 (1+x) \quad (b)$$

V は一定とて、 S を x の関数と表す。

$$R = \left(\frac{V}{\pi x} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ を } S \text{ の式に代入して}$$

$$S(x) = 2\pi \left(\frac{V}{\pi x} \right)^{\frac{2}{3}} (1+x) = 2 \cdot \pi^{\frac{1}{3}} \cdot V^{\frac{2}{3}} \cdot f(x), \quad \text{ただし } f(x) = x^{-\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = -\frac{2}{3} x^{-\frac{5}{3}} + \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} x^{-\frac{5}{3}} (-2+x)$$

これは $x=2$ で $f'(x)$ は符号を負から正へ変化する。

従って $x=2$ のとき、表面積は最小。

所 属	科 年・科目等履修生	学生番号					氏 名				
-----	------------	------	--	--	--	--	-----	--	--	--	--

大 阪 工 業 大 学

所 属	科 年・科目等履修生	学生番号					氏 名				
-----	------------	------	--	--	--	--	-----	--	--	--	--

大 阪 工 業 大 学