

1. 右の欄を正確に記入すること。 2. 所属を○で囲むこと。 3. 前記「1. 2」を守らない答案 は採点されないことがある。		試験日	部	情報科学部				学生番号	□ □ □ - □ □ □	氏名
学科	IC IS IM IN	座席番号	所	科	年	科目等履修生	年	科	年	科目等履修生
年次	1 2 3 4	属性	科	年	科目等履修生	年	科	年	科目等履修生	
フリガナ	姓	姓	姓	姓	姓	姓	姓	姓	姓	
氏名	姓	姓	姓	姓	姓	姓	姓	姓	姓	

### 微積分学 I 第3回中間テスト (Nセット) 解答例 <真目>

[1]  $f(x) = x^2 + x - 1, \quad g(x) = \sin x \text{ と } 2. \quad \text{ライプニッツの公式}$

$$(f \cdot g)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)}$$

を使う

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x+1 \\ f''(x) &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{また } g^{(n-k)} = \sin(x + (n-k)\frac{\pi}{2})$$

$$\begin{aligned} (f \cdot g)^{(n)} &= \binom{n}{0} \cdot f \cdot g^{(n)} + \binom{n}{1} \cdot f' \cdot g^{(n-1)} + \binom{n}{2} \cdot f'' \cdot g^{(n-2)} \\ &= 1 \cdot (x^2 + x - 1) \cdot \sin(x + n\frac{\pi}{2}) + n(2x+1) \cdot \sin(x + (n-1)\frac{\pi}{2}) \\ &\quad + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 2 \cdot \sin(x + (n-2)\frac{\pi}{2}) \\ &= (x^2 + x - 1 - n(n-1)) \sin(x + n\frac{\pi}{2}) + n(2x+1) \cdot \sin(x + (n-1)\frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

[2] (1)  $f(x) = (1-x)^{-1}$

$$f(0) = 1, \quad f'(x) = -(1-x)^{-2}, \quad f'(0) = 1$$

$$f''(x) = +2(1-x)^{-3}, \quad f''(0) = 2$$

$$f'''(x) = 3 \cdot 2 \cdot (1-x)^{-4}, \quad f'''(0) = 3 \cdot 2 \quad \text{ただし } x \neq 1 \quad f^{(k)}(0) = k!$$

$$(1-x)^{-1} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k!} x^k = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} x^k \quad (= 1 + x + x^2 + x^3 + \dots)$$

初項1、公比xの等比級数の和

(2)  $f(x) = (1+x)^{\frac{1}{2}}$

$$f(0) = 1, \quad f'(x) = \frac{1}{2}(1+x)^{-\frac{1}{2}}, \quad f'(0) = \frac{1}{2}$$

$$f''(x) = -\frac{1}{4}(1+x)^{-\frac{3}{2}}, \quad f''(0) = -\frac{1}{4}$$

$$(1+x)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2!} x^2 + \dots = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \dots$$

$$\sqrt{150} = \sqrt{144+6} = \sqrt{144(1+\frac{6}{144})} = 12(1+\frac{1}{24})^{\frac{1}{2}} \cong 12(1+\frac{1}{2}\frac{1}{24}) = 12.25.$$

(本当の値は  $12.2474 \dots$ )

1. 右の欄を正確に記入すること。 2. 所属を○で囲むこと。 3. 前記「1. 2」を守らない答案 は採点されないことがある。		試験日	部	情報科学部				学生番号	□ □ □ - □ □ □	氏名
学科	IC(IJ) IS IM IN	座席番号	所	科	年	科目等履修生	年	科	年	科目等履修生
年次	1 2 3 4	属性	科	年	科目等履修生	年	科	年	科目等履修生	
フリガナ	姓	姓	姓	姓	姓	姓	姓	姓	姓	
氏名	姓	姓	姓	姓	姓	姓	姓	姓	姓	

[3] C を積分定数とする

$$\begin{aligned} (1) \quad I_1 &= \int (\sin x + \cos 2x + e^{3x}) dx \\ &= -\cos x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} e^{3x} + C, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad I_2 &= \int \frac{dx}{\tan x} = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx \\ &= \int \frac{(\sin x)'}{\sin x} dx \\ &= \log |\sin x| + C, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad I_3 &= \int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx \\ &= \int \frac{(e^x + e^{-x})'}{e^x + e^{-x}} dx \\ &= \log(e^x + e^{-x}) + C, \end{aligned}$$

(常に正な $x^2$  絶対値不要)

$$\begin{aligned} (4) \quad I_4 &= \int x^n \log x dx \\ &= \int \left( \frac{1}{n+1} x^{n+1} \right)' \log x dx \\ &= \frac{1}{n+1} x^{n+1} \log x - \int \frac{x^{n+1}}{n+1} \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= \frac{1}{n+1} x^{n+1} \log x - \frac{1}{(n+1)^2} x^{n+1} + C, \end{aligned}$$

[5] 部分分数分解といふ

$$\frac{1}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$$

$$\text{右辺を通分 } \frac{1}{x^2-1} = (A+B)x + A-B.$$

$$\begin{cases} A+B=0 \\ A-B=1 \end{cases} \quad \therefore A=\frac{1}{2}, B=-\frac{1}{2}$$

を得る。

$I_5 = \int$

$$\begin{aligned} I_5 &= \int \left\{ \frac{1/2}{x-1} - \frac{1/2}{x+1} \right\} dx \\ &= \frac{1}{2} \log|x-1| - \frac{1}{2} \log|x+1| + C, \\ &= \log \sqrt{\frac{|x-1|}{|x+1|}} + C. \end{aligned}$$

(6)  $x = \tan \theta$  とおくと

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad \begin{array}{l} x \mid 0 \rightarrow 1 \\ \theta \mid 0 \rightarrow \pi/4 \end{array} \quad \text{より}$$

$$\begin{aligned} I_6 &= \int_0^1 \frac{dx}{x^2+1} = \int_0^{\pi/4} \frac{1}{\tan^2 \theta + 1} \frac{d\theta}{\cos^2 \theta} \\ &= \int_0^{\pi/4} d\theta = [\theta]_0^{\pi/4} = \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

(7)  $x = \sin \theta$  とおくと

$$\frac{dx}{d\theta} = \cos \theta \quad \begin{array}{l} x \mid 0 \rightarrow 1 \\ \theta \mid 0 \rightarrow \pi/2 \end{array} \quad \text{より}$$

$$\begin{aligned} I_7 &= \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ &= \int_0^{\pi/2} \frac{\cos \theta}{\sqrt{1-\sin^2 \theta}} d\theta \\ &= \int_0^{\pi/2} d\theta = [\theta]_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

[4] 求める体積Vは

$$\begin{aligned} V &= \int_0^{\pi/2} \pi \cos^2 x dx = \pi \int_0^{\pi/2} \frac{1+\cos 2x}{2} dx \\ &= \frac{\pi}{2} \left[ x + \frac{1}{2} \sin 2x \right]_0^{\pi/2} \\ &= \frac{\pi}{2} \left\{ \left( \frac{\pi}{2} + 0 \right) - (0+0) \right\} = \frac{1}{4} \pi^2 \end{aligned}$$

所属	科 年 · 科目等履修生	学生番号	□ □ □ - □ □ □	氏名

所属	科 年 · 科目等履修生	学生番号	□ □ □ - □ □ □	氏名