

3 Cプログラムを用いた微分方程式実習

3.1 ファイルのダウンロードと展開

次の手順に従って、サンプルプログラム2つをダウンロードして、自分のディレクトリに準備する。

演習室での授業の初回に行う

1. ターミナルソフトウェアで、この授業専用のディレクトリを作成する。

```
cd ~
mkdir DE
cd DE
```

2. Firefox など、WWW ブラウザを起動し、本授業の web ページを開く。
ポータルサイトから「学習支援サイト (Learning Support Sites)」へ、情報科学部「情報システム学科」へ、そして「真貝」へ、「担当授業に関するページ」をクリックして進む。
あるいは以下の URL を指定する。

```
http://www.oit.ac.jp/is/shinkai/lecture/
```

さらに「微分方程式」を開き、DE1.c と DE2.c のファイルを2つダウンロードする。(それぞれファイル名を右クリックして「名前をつけてリンク先を保存」する)。
ダウンロードしたファイルは、先ほど作成した DE ディレクトリに入れる。

3. ターミナルで、ls して、2つのファイル (DE1.c と DE2.c) があることを確認しよう。この2つのプログラムファイルは、何度も書き換えるので、不用意に破壊しないように、はじめにコピーをとっておくとよい。

```
cp DE1.c DE1_original.c
cp DE2.c DE2_original.c
```

3.2 基本的な利用方法

いくつかの課題に対して、次のことを行う。

1. プログラムファイル (DE1.c, DE2.c) を必要に応じて編集する。

DE1.c	1 階の微分方程式を Euler 法で解くプログラム。解析解もプロットできる。
DE2.c	2 階の微分方程式を Euler 法で解くプログラム。解析解もプロットできる。

2. プログラムをコンパイルする。

DE1.c のプログラムをコンパイルするときには、

```
gcc -o DE1.exe DE1.c -lm
```

-lm は、math.h をインクルードするためのオプションである。-o の直後は生成される実行ファイルの名前になる。

3. プログラムを実行する。

上記のコマンドを用いてコンパイルすると、実行ファイルは、DE1.exe になるので、

```
./DE1.exe
```

4. プログラムは、2つのファイル (output.numerical, output.analytic) を結果として生成する。

output.numerical	Euler 法で解いた結果ファイル。式の入力、初期条件の設定が正しければ、それなりの正しい結果になるはず。
output.analytic	解析解ファイル。自分で解いた答えを関数として入力しておき、その数値を出力する。自分の解と入力が正しければ、数値解と一致するはず。

両者を gnuplot でグラフにして、一致しているかどうかを確かめる。gnuplot を開き、

```
gnuplot> plot "output.numerical", "output.analytic"
```

あるいは

```
gnuplot> plot "./output.numerical", "./output.analytic"
```

図を点ではなく、線で描くときには

```
gnuplot> plot "output.numerical" with line, "output.analytic" with line
```

3.3 DE1.c

プログラムファイル DE1.c である。解読せよ。

どこを書き換えたらいいか、を理解すること。

```

#include <stdio.h>
#include <math.h>

#define Y0 2.0          /* Initial Value y(0) */
#define X0 0.0          /* starting coord x0 */
#define XMAX 10.0       /* ending coord xmax */

int main(void)
{
    char filename1[] = "output.numerical";
    char filename2[] = "output.analytic";
    FILE *fp1, *fp2;
    double x=0.0, dx=0.01;
    double y=0.0;
    double z=0.0;
    double dydx=0.0;
    // open files
    fp1 = fopen(filename1, "w");
    fp2 = fopen(filename2, "w");
    // x-Loop
    x = X0;
    y = Y0;
    while(x < XMAX){
        // *** Set your problem below
        //      dydx = right-hand side of the 1st order DE
        dydx = -0.5 * cos(x) * y;
        dydx = -0.5 * y + exp(-0.2 * x);
        dydx = -0.5 * y + sin(x);
        dydx = -0.5 * y + 1.0;
        dydx = -0.2 * x * y;
        dydx = -0.2 * y;
        //      Set your problem ... end
        // *** Write your analytic solution below
        z = exp(x) * Y0;
        z = exp(-0.2 * x) * Y0;
        //      Analytic solution ... end
    }
    // output
    printf("%10.3f %11.5f %11.5f %12.8f \n", x,y,z,y-z);
    fprintf(fp1,"%12.5f %12.5f\n", x,y);
    fprintf(fp2,"%12.5f %12.5f\n", x,z);
    // Forward Difference
    y += dydx * dx;
    // next x
    x += dx;
} // end of x-loop
// close files
fclose(fp1);
fclose(fp2);
return 0;
}

```

おまじない

Y0 は初期値.

X0 は始めの x の値.

XMAX は始めの x の値.

ここに問題となる微分方程式を書き加える。いくつ書いても、いちばん下の行のものが有効になる。

ここに自分の解いた答えを書き加える。いちばん下の行が有効に。

3.4 微分方程式の計算【1階の微分方程式】

C.1 プログラム DE1.c と DE2.c で用いているのは、微分方程式を解く手段としては、最も基本的な前進 Euler 法と呼ばれるものである。教科書を読んで、原理を理解せよ。

教科書 §7.1.3 と §7.1.4.

C.2 以下の問題を解き、その答えを得た後、プログラム DE1.c で問題となる微分方程式と解答となる解析解を入力し、両者が一致することを確認せよ。

$$(1) y' = -2y, \quad y(x=0) = 2$$

$$(2) y' = 3y, \quad y(x=0) = 0.1$$

$$(3) y' = y(y-2), \quad y(x=0) = 1$$

$$(4) y' = y(y-2), \quad y(x=0) = -1$$

$$(5) yy' + x = 0, \quad y(x=0) = 2$$

$$(6) y' + y = 2x^2 + 4x - 1, \quad y(x=0) = 2$$

$$(7) y' + y = 2e^x, \quad y(x=0) = 1$$

$$(8) y' - y = 2e^{-x}, \quad y(x=0) = 0$$

$$(9) y' + 2y = e^{-2x}, \quad y(x=0) = -2$$

$$(10) y' + 3y = 5 \sin x - 5 \cos x, \quad y(x=0) = 2$$

C.3 積分の部分を、前進 Euler 法ではなく、台形公式やシンプソン公式を用いて改良してみよう。

余裕のある人のみ。

3.5 微分方程式の計算【2階の微分方程式】

C.4 プログラム DE2.c では、2階微分方程式を解いているが、どのように解いているか、解読せよ。

C.5 関数 $y(t)$ について以下の微分方程式を解け。プログラム DE2.c で問題となる微分方程式と解答となる解析解を入力し、両者が一致することを確認せよ。

$$(1) y'' + 4y = 0, \quad y(t=0) = 2, \quad y'(t=0) = 0$$

$$(2) y'' + 4y = 0, \quad y(t=0) = 0, \quad y'(t=0) = 2$$

$$(3) y'' - 4y = 0, \quad y(t=0) = 1, \quad y'(t=0) = 0$$

$$(4) y'' - 4y = 0, \quad y(t=0) = 1, \quad y'(t=0) = -1$$

C.6 関数 $y(t)$ について以下の微分方程式を解け。プログラム DE2.c で問題となる微分方程式と解答となる解析解を入力し、両者が一致することを確認せよ。

$$(1) y'' - y' - 6y = 0, \quad y(t=0) = 1, \quad y'(t=0) = -1$$

$$(2) y'' - y' - 6y = 0, \quad y(t=0) = 1, \quad y'(t=0) = -2$$

$$(3) y'' + 4y' + 4y = 0, \quad y(t=0) = 2, \quad y'(t=0) = 6$$

$$(4) y'' + 2y' + 10y = 0, \quad y(t=0) = 3, \quad y'(t=0) = 0$$

$$(5) y'' + 2y' - 8y = 18e^{-t}, \quad y(t=0) = -2, \quad y'(t=0) = 1$$

$$(6) y'' + 5y' + 6y = 5 \sin t, \quad y(t=0) = 3, \quad y'(t=0) = 0$$

$$(7) y'' + 4y = \sin 2t, \quad y(t=0) = 1, \quad y'(t=0) = 0$$

(6),(7) は $x = [0, 30]$ で plot せよ。

C.7 Runge-Kutta 法を用いて積分できるように、プログラムを改良せよ。

教科書 §7.1.5 参照。余裕のある人のみ。