memo

ディジタル電子回路

授業開始までしばらくお待ちください。

オンライン視聴できない人へ。
オンラインで受講する人も基本的に一緒です。

自宅ネットワークの事情により、授業のストリーミング配信の視聴が困難な学生は以下の対応をしてください。

1. この授業のスライドをよく読んで、不明な点は自分で調べるなどして、わかる範囲で内容を理解する。
2. このページも含め、**必要な部分がすべて理解できたと思うまで以下の 2 ステップを繰り返す**。
   - わからない部分を e-mail 等で質問する。(宛先は `hiroyuki.kobayashi@oit.ac.jp`)
   - e-mail 等による返信をよく読んで理解する。
3. この資料の末尾にある課題を行い、この資料内の方法で (Google Forms で) 提出する。

授業の受講に関して

- 講義資料（スライド等）は**COMMON**に置く。
- 講義は**Google Meet** で行い、録画した講義は**Goole Drive**に置く。

  `https://stream.meet.google.com/stream/1d1866da-5bff-4881-96b2-3745413fe31a`

  `https://drive.google.com/drive/folders/1bT-z3ICQyMYC_5JvlL29UZYqbOhVG492`

- 出席確認レポートは**Google Forms** で提出。(毎回同一 URL)

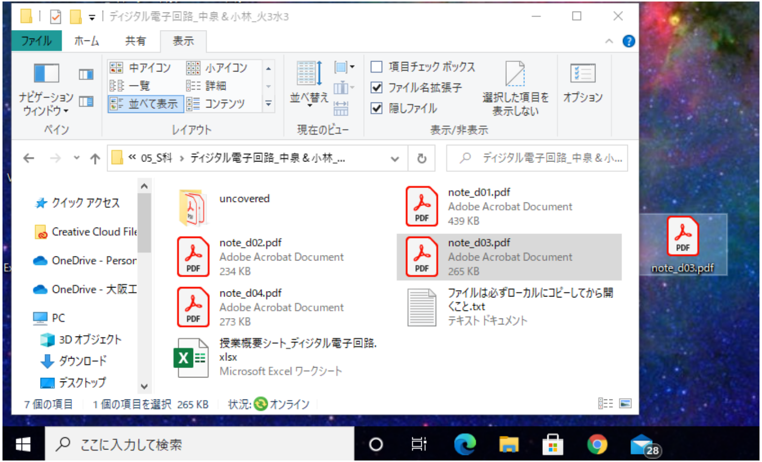
  `https://forms.gle/9ruwtfJg5LQgQNpU7`

- **Slack**を補助的な連絡チャネルとする。必須ではないので使いたくなければ使わなくてもいい。授業に関連したちょっとした（重要でない）追加説明をする。気楽な質問手段としても活用されたい。登録は大学の e-mail アドレスで行うこと。

  `https://oitkobayashi.slack.com`

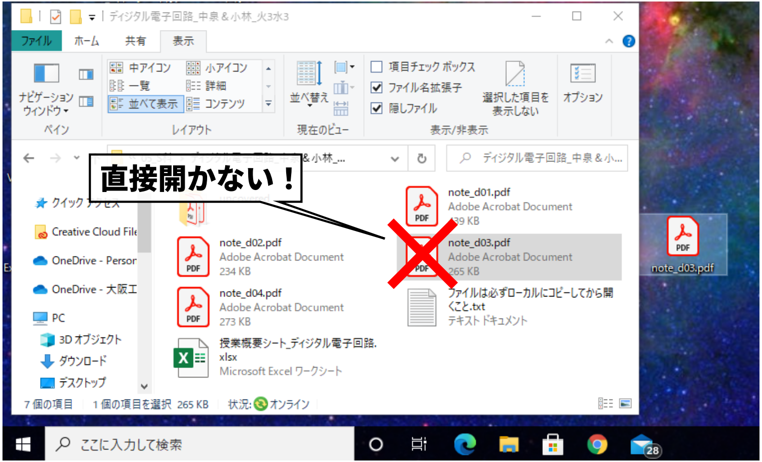
COMMON フォルダの注意事項 (全授業共通)

根源的に悪いのは Windows の仕様なのですが、ご協力ください。



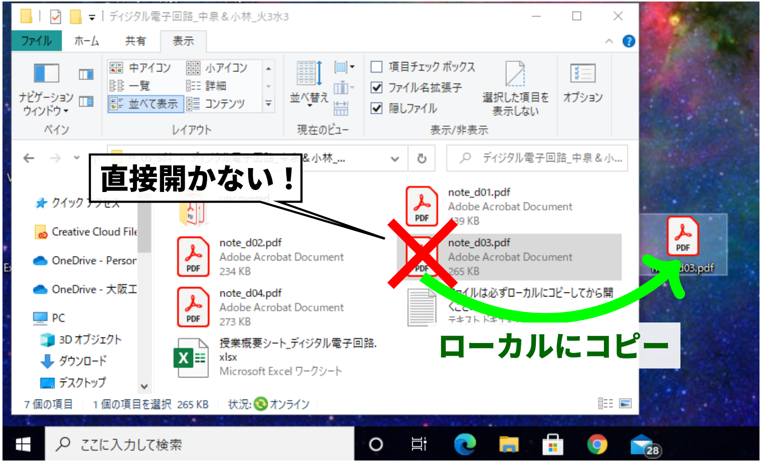
COMMON フォルダの注意事項 (全授業共通)

根源的に悪いのは Windows の仕様なのですが、ご協力ください。



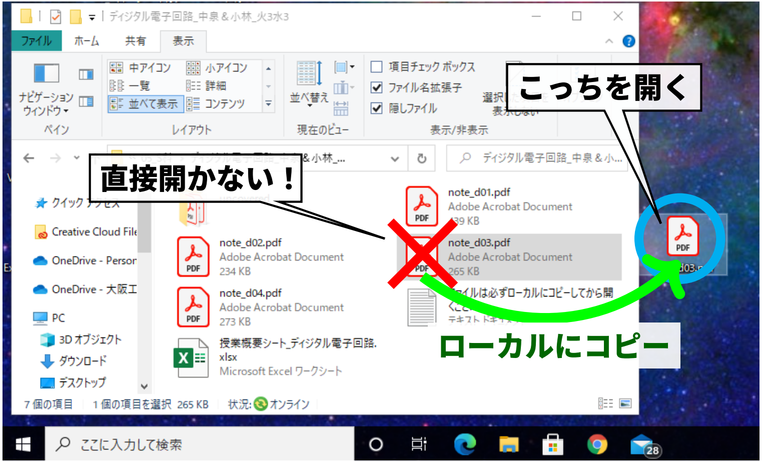
COMMON フォルダの注意事項 (全授業共通)

根源的に悪いのは Windows の仕様なのですが、ご協力ください。



COMMON フォルダの注意事項 (全授業共通)

根源的に悪いのは Windows の仕様なのですが、ご協力ください。



R/S 科ディジタル電子回路
Digital Electronics

『Karnaugh is not Carnot.』

Google Meet

小林裕之・中泉文孝

大阪工業大学 RD 学部システムデザイン工学科・ロボット工学科

OSAKA INSTITUTE OF TECHNOLOGY

3 of 14

a LaTeX + Beamer slideshow

(復習と補足) 主加法標準形

(論理) 最小項 (minimal term, minterm)

すべての 変数を使った**論理積**の項

主加法標準形 (canonical/full disjunctive normal form)

最小項だけ を**論理和**でつなげた式

（補足）加法標準形 (disjunctive normal form)

論理積項を**論理和**でつなげた式 (必ずしも最小項でなくともよい。積和標準形とも。)

(復習と補足) 主乗法標準形

(論理) 最大項 (maximal term, maxterm)

すべての 変数を使った**論理和**の項

主乗法標準形 (canonical(full) conjunctive normal form)

最大項だけ を**論理積**でつなげた式

（補足）乗法標準形 (conjunctive normal form)

論理和項を**論理積**でつなげた式 (必ずしも最大項でなくともよい。和積標準形とも。)

問: 次の式を簡単化せよ。

$$Y = (\overline{x}_1 \cdot \overline{x}_3) + (x_1 \cdot \overline{x}_2 \cdot \overline{x}_3) + (\overline{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3)$$

$$= (\overline{x}_2 \cdot \overline{x}_3) + (\overline{x}_1 \cdot x_2)$$

問: 次の式を簡単化せよ。

$$Y = (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3)$$

$$= (\bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 \cdot x_2)$$

論理式の簡単化

問: 次の式を簡単化せよ。

$$
\begin{aligned}
Y &= (\overline{x}_1 \cdot \overline{x}_3) + (x_1 \cdot \overline{x}_2 \cdot \overline{x}_3) + (\overline{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3) \\
&= (\overline{x}_1 \cdot \overline{x}_2 \cdot \overline{x}_3) + (x_1 \cdot \overline{x}_2 \cdot \overline{x}_3) \\
&\quad + (\overline{x}_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x}_3) + (\overline{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3) \\
&= (\overline{x}_2 \cdot \overline{x}_3) + (\overline{x}_1 \cdot x_2)
\end{aligned}
$$

論理式の簡単化

問: 次の式を簡単化せよ。

$$
\begin{aligned}
Y &= (x_1 + x_2) \cdot (\overline{x}_1 + x_3) \cdot (\overline{x}_2 + x_4) \cdot (x_3 + x_4) \\
&= \\
&= (x_1 + x_2) \cdot (\overline{x}_1 + x_3) \cdot (\overline{x}_2 + x_4) \\
&=
\end{aligned}
$$

論理式の簡単化

問: 次の式を簡単化せよ。

$$
\begin{aligned}
Y &= (x_1 + x_2) \cdot (\overline{x}_1 + x_3) \cdot (\overline{x}_2 + x_4) \cdot {\color{red}(x_3 + x_4)} \\
&= \\
&= (x_1 + x_2) \cdot (\overline{x}_1 + x_3) \cdot (\overline{x}_2 + x_4) \\
&=
\end{aligned}
$$

論理式の簡単化

問: 次の式を簡単化せよ。

$$
\begin{aligned}
Y &= (x_1 + x_2) \cdot (\bar{x}_1 + x_3) \cdot (\bar{x}_2 + x_4) \cdot (x_3 + x_4) \\
&= (x_1 + x_2) \cdot (\bar{x}_1 + x_3) \cdot (\bar{x}_2 + x_4) \\
&\quad \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \cdot (\bar{x}_1 + x_2 + x_3 + x_4) \\
&\quad \cdot (x_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4) \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4) \\
&= (x_1 + x_2) \cdot (\bar{x}_1 + x_3) \cdot (\bar{x}_2 + x_4) \\
&=
\end{aligned}
$$

論理式の簡単化

問: 次の式を簡単化せよ。

$$
\begin{aligned}
Y &= (x_1 + x_2) \cdot (\bar{x}_1 + x_3) \cdot (\bar{x}_2 + x_4) \cdot (x_3 + x_4) \\
&= {\color{red}(x_1 + x_2)} \cdot {\color{green}(\bar{x}_1 + x_3)} \cdot {\color{blue}(\bar{x}_2 + x_4)} \\
&\quad {\color{red}\cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)} \cdot {\color{green}(\bar{x}_1 + x_2 + x_3 + x_4)} \\
&\quad \cdot {\color{blue}(x_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4)} \cdot {\color{green}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4)} \\
&= (x_1 + x_2) \cdot (\bar{x}_1 + x_3) \cdot (\bar{x}_2 + x_4) \\
&=
\end{aligned}
$$

論理式の簡単化

問: 次の式を簡単化せよ。

$$
\begin{aligned}
Y &= (x_1 + x_2)\cdot(\bar{x}_1 + x_3)\cdot(\bar{x}_2 + x_4)\cdot(x_3 + x_4) \\
&= (x_1 + x_2)\cdot(\bar{x}_1 + x_3)\cdot(\bar{x}_2 + x_4) \\
&\quad \cdot(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)\cdot(\bar{x}_1 + x_2 + x_3 + x_4) \\
&\quad \cdot(x_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4)\cdot(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4) \\
&= (x_1 + x_2)\cdot(\bar{x}_1 + x_3)\cdot(\bar{x}_2 + x_4) \\
&= (\bar{x}_1\cdot x_2\cdot x_4) + (x_1\cdot\bar{x}_2\cdot x_3) + (x_1\cdot x_3\cdot x_4)
\end{aligned}
$$

論理式の簡単化

問: 次の式を簡単化せよ。

$$
\begin{aligned}
Y &= (x_1 + x_2) \cdot (\bar{x}_1 + x_3) \cdot (\bar{x}_2 + x_4) \cdot (x_3 + x_4) \\
&= {\color{red}(x_1 + x_2)} \cdot {\color{green}(\bar{x}_1 + x_3)} \cdot {\color{blue}(\bar{x}_2 + x_4)} \\
&\quad {\color{red}\cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)} \cdot {\color{green}(\bar{x}_1 + x_2 + x_3 + x_4)} \\
&\quad \cdot {\color{blue}(x_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4)} \cdot {\color{green}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4)} \\
&= (x_1 + x_2) \cdot (\bar{x}_1 + x_3) \cdot (\bar{x}_2 + x_4) \\
&= (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_4) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3) + (x_1 \cdot x_3 \cdot x_4)
\end{aligned}
$$

※ 別解: $Y = (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_4) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3) + (x_2 \cdot x_3 \cdot x_4)$

論理式の簡単化

問: 次の式を簡単化せよ。

$$
\begin{aligned}
Y &= (x_1 + x_2)\cdot(\bar{x}_1 + x_3)\cdot(\bar{x}_2 + x_4)\cdot(x_3 + x_4)\\
&= (x_1 + x_2)\cdot(\bar{x}_1 + x_3)\cdot(\bar{x}_2 + x_4)\\
&\quad \cdot(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)\cdot(\bar{x}_1 + x_2 + x_3 + x_4)\\
&\quad \cdot(x_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4)\cdot(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4)\\
&= (x_1 + x_2)\cdot(\bar{x}_1 + x_3)\cdot(\bar{x}_2 + x_4)\\
&= (\bar{x}_1\cdot x_2\cdot x_4) + (x_1\cdot\bar{x}_2\cdot x_3) + (x_1\cdot x_3\cdot x_4)
\end{aligned}
$$

※ 別解: $Y = (\bar{x}_1\cdot x_2\cdot x_4) + (x_1\cdot\bar{x}_2\cdot x_3) + (x_2\cdot x_3\cdot x_4)$

解けるけど、もっとシステマティック/機械的にできないか?

要点を絞った簡単化の例題

まさかの展開！

問. 簡単化できるのでやってみよ。

$$(x_1 \cdot \overline{x}_3 \cdot \overline{x}_4) + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_4) + (x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x}_3)$$

$$=$$

問. 同じくこれも簡単化できるのでやってみよ。

$$(\overline{x}_1 + x_3 + x_4) \cdot (\overline{x}_1 + \overline{x}_2 + \overline{x}_4) \cdot (\overline{x}_1 + \overline{x}_2 + x_3)$$

$$=$$

要点を絞った簡単化の例題

まさかの展開！

問. 簡単化できるのでやってみよ。

$$
\begin{aligned}
&(x_1 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4) + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_4) + (x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) \\
=&(x_1 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4) + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_4)
\end{aligned}
$$

問. 同じくこれも簡単化できるのでやってみよ。

$$
\begin{aligned}
&(\bar{x}_1 + x_3 + x_4) \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_4) \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3) \\
=&
\end{aligned}
$$

要点を絞った簡単化の例題

まさかの展開！

問. 簡単化できるのでやってみよ。

$$
\begin{aligned}
&(x_1 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4) + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_4) + (x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) \\
=&(x_1 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4) + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_4)
\end{aligned}
$$

問. 同じくこれも簡単化できるのでやってみよ。

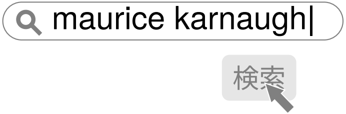
$$
\begin{aligned}
&(\bar{x}_1 + x_3 + x_4) \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_4) \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3) \\
=&(\bar{x}_1 + x_3 + x_4) \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_4)
\end{aligned}
$$

簡単化のポイント

$$(S \cdot X) + (S \cdot \overline{X}) =$$
$$(S + X) \cdot (S + \overline{X}) =$$
$$S + (S \cdot X) =$$
$$S \cdot (S + X) =$$

という簡単化や展開ができる。これを徹底的に利用する。すなわち、

1. 論理式を主加法標準形 or 主乗法標準形にする。
2. 上記の簡単化を使えるだけ使う。
3. できあがり。



この手順を間違いにくく、わかりやすく実現するのが

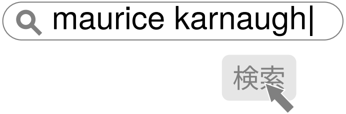
______________ map。

簡単化のポイント

$$(S \cdot {\color{red}X}) + (S \cdot {\color{red}\overline{X}}) = S$$
$$(S + {\color{red}X}) \cdot (S + {\color{red}\overline{X}}) = S$$
$$S + (S \cdot {\color{red}X}) = S$$
$$S \cdot (S + {\color{red}X}) = S$$

という簡単化や展開ができる。これを徹底的に利用する。すなわち、

1. 論理式を主加法標準形 or 主乗法標準形にする。
2. 上記の簡単化を使えるだけ使う。
3. できあがり。



この手順を間違いにくく、わかりやすく実現するのが

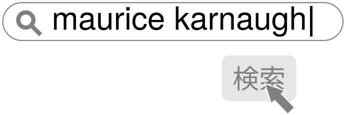
________________ map。

簡単化のポイント

$$(S \cdot X) + (S \cdot \overline{X}) = S$$
$$(S + X) \cdot (S + \overline{X}) = S$$
$$S + (S \cdot X) = S$$
$$S \cdot (S + X) = S$$

という簡単化や展開ができる。これを徹底的に利用する。すなわち、

1. 論理式を主加法標準形 or 主乗法標準形にする。
2. 上記の簡単化を使えるだけ使う。
3. できあがり。



この手順を間違いにくく、わかりやすく実現するのが
Karnaugh map。

don't care について

don't care term

- 目的の動作には関係ない入力の組み合わせの項を **"don't care term"** という。
- 簡単になるように "1" と考えても "0" と考えてもいい。
  → 設計者の都合の良いように考えてよい。
- 真理値表や Karnaugh map では "–" を書く（ことが多い）。

例: (x_1, x_2) が、(1, 0) と (0, 1) の時に "1" となり、(1, 1) の時に "0" となり、それ以外は don't care ⋯という真理値表を考える。

x_1	x_2	Y
0	0	–
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- 加法標準形だと $Y =$
- 乗法標準形だと $Y =$

となり、**あってもなくてもいい項がある**。具体的には $x_1 = x_2 = 0$ のとき。式を簡単にするために 0 ということにしてもいいし、1 ということにしてもいい。

don't care について

don't care term

- 目的の動作には関係ない入力の組み合わせの項を **"don't care term"** という。
- 簡単になるように "1" と考えても "0" と考えてもいい。
  → 設計者の都合の良いように考えてよい。
- 真理値表や Karnaugh map では "–" を書く（ことが多い）。

例: (x_1, x_2) が、(1, 0) と (0, 1) の時に "1" となり、(1, 1) の時に "0" となり、それ以外は don't care …という真理値表を考える。

x_1	x_2	Y
0	0	–
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- 加法標準形だと $Y = (\overline{x}_1 \cdot \overline{x}_2) + (\overline{x}_1 \cdot x_2) + (x_1 \cdot \overline{x_2})$
- 乗法標準形だと $Y =$

となり、**あってもなくてもいい項がある**。具体的には $x_1 = x_2 = 0$ のとき。式を簡単にするために 0 ということにしてもいいし、1 ということにしてもいい。

don't care について

don't care term

- 目的の動作には関係ない入力の組み合わせの項を **"don't care term"** という。
- 簡単になるように "1" と考えても "0" と考えてもいい。
  → 設計者の都合の良いように考えてよい。
- 真理値表や Karnaugh map では "–" を書く（ことが多い)。

例: (x_1, x_2) が、(1, 0) と (0, 1) の時に "1" となり、(1, 1) の時に "0" となり、それ以外は don't care …という真理値表を考える。

x_1	x_2	Y
0	0	–
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- 加法標準形だと $Y = (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2) + (\bar{x}_1 \cdot x_2) + (x_1 \cdot \overline{x_2})$
- 乗法標準形だと $Y = (x_1 + x_2) \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_2)$

となり、**あってもなくてもいい項がある**。具体的には $x_1 = x_2 = 0$ のとき。式を簡単にするために 0 ということにしてもいいし、1 ということにしてもいい。

don’t care の練習問題

視野がずれた 3 つのセンサ a, b, c があり、視野内にターゲットが入ると “1” を出力するものとする。a, b, c を入力とし、『正面にターゲットがある』場合に “1” となる論理関数 $f(a, b, c)$ の真理値表を書け。ターゲットの位置やサイズはさまざまで複数のセンサが同時に反応することもあるが、$(a, b, c) = (1, 0, 1)$ となることはあり得ないので、**気にしなくていい**。

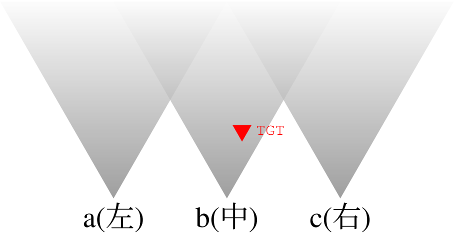
a	b	c	f
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

主加法標準形の式で表わすと、

$f =$

となるが、第 3 項は**あってもなくてもいい**(don’t care)。簡単化のために**好きに解釈可**。

don’t care の練習問題



視野がずれた 3 つのセンサ a, b, c があり、視野内にターゲットが入ると “1” を出力するものとする。a, b, c を入力とし、『正面にターゲットがある』場合に “1” となる論理関数 $f(a, b, c)$ の真理値表を書け。ターゲットの位置やサイズはさまざまで複数のセンサが同時に反応することもあるが、$(a, b, c) = (1, 0, 1)$ となることはあり得ないので、**気にしなくていい**。

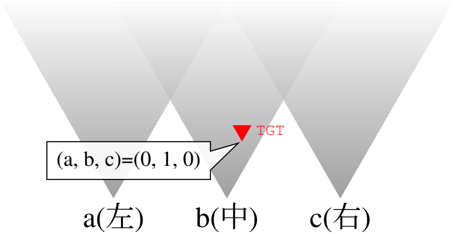
a	b	c	f
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

主加法標準形の式で表わすと、

$f =$

となるが、第 3 項は**あってもなくてもいい**(don’t care)。簡単化のために**好きに解釈可**。

don’t care の練習問題



a	b	c	f
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

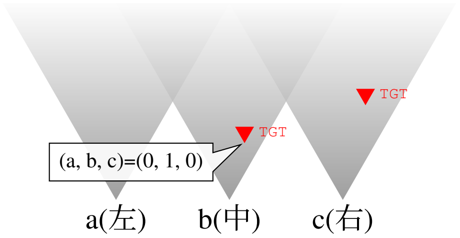
視野がずれた 3 つのセンサ a, b, c があり、視野内にターゲットが入ると “1” を出力するものとする。a, b, c を入力とし、『正面にターゲットがある』場合に “1” となる論理関数 $f(a, b, c)$ の真理値表を書け。ターゲットの位置やサイズはさまざまで複数のセンサが同時に反応することもあるが、$(a, b, c) = (1, 0, 1)$ となることはあり得ないので、**気にしなくていい**。

主加法標準形の式で表わすと、

$f =$

となるが、第 3 項は**あってもなくてもいい**(don’t care)。簡単化のために**好きに解釈可**。

don't care の練習問題



a	b	c	f
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

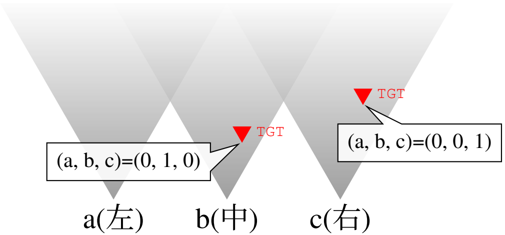
視野がずれた 3 つのセンサ a, b, c があり、視野内にターゲットが入ると "1" を出力するものとする。a, b, c を入力とし、『正面にターゲットがある』場合に "1" となる論理関数 $f(a, b, c)$ の真理値表を書け。ターゲットの位置やサイズはさまざまで複数のセンサが同時に反応することもあるが、$(a, b, c) = (1, 0, 1)$ となることはあり得ないので、**気にしなくていい**。

主加法標準形の式で表わすと、

$f =$

となるが、第 3 項は**あってもなくてもいい**(don't care)。簡単化のために**好きに解釈可**。

don't care の練習問題



a	b	c	f
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

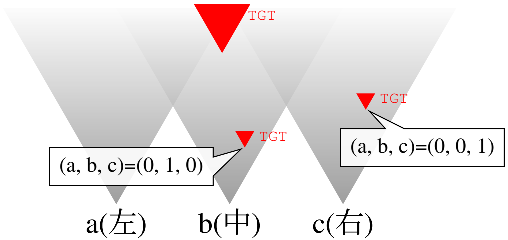
視野がずれた 3 つのセンサ a, b, c があり、視野内にターゲットが入ると "1" を出力するものとする。a, b, c を入力とし、『正面にターゲットがある』場合に "1" となる論理関数 $f(a, b, c)$ の真理値表を書け。ターゲットの位置やサイズはさまざまで複数のセンサが同時に反応することもあるが、$(a, b, c) = (1, 0, 1)$ となることはあり得ないので、**気にしなくていい**。

主加法標準形の式で表わすと、

$f =$

となるが、第 3 項は**あってもなくてもいい**(don't care)。簡単化のために**好きに解釈可**。

don’t care の練習問題



a	b	c	f
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

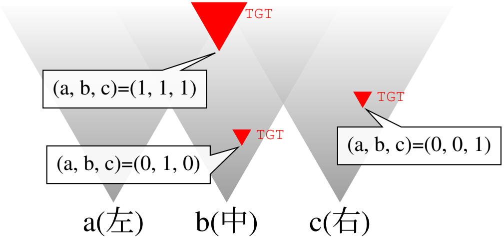
視野がずれた 3 つのセンサ a, b, c があり、視野内にターゲットが入ると “1” を出力するものとする。a, b, c を入力とし、『正面にターゲットがある』場合に “1” となる論理関数 $f(a, b, c)$ の真理値表を書け。ターゲットの位置やサイズはさまざまで複数のセンサが同時に反応することもあるが、$(a, b, c) = (1, 0, 1)$ となることはあり得ないので、**気にしなくていい**。

主加法標準形の式で表わすと、

$f =$

となるが、第 3 項は**あってもなくてもいい**(don’t care)。簡単化のために**好きに解釈可**。

don't care の練習問題



視野がずれた 3 つのセンサ a, b, c があり、視野内にターゲットが入ると "1" を出力するものとする。a, b, c を入力とし、『正面にターゲットがある』場合に "1" となる論理関数 $f(a, b, c)$ の真理値表を書け。ターゲットの位置やサイズはさまざまで複数のセンサが同時に反応することもあるが、$(a, b, c) = (1, 0, 1)$ となることはあり得ないので、**気にしなくていい**。

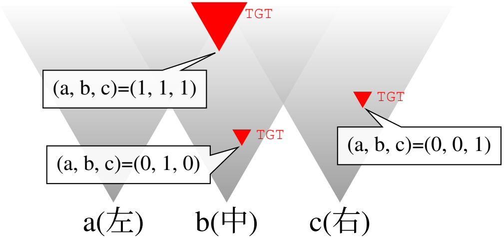
a	b	c	f
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

主加法標準形の式で表わすと、

$f =$

となるが、第 3 項は**あってもなくてもいい**(don't care)。簡単化のために**好きに解釈可**。

don’t care の練習問題



視野がずれた 3 つのセンサ a, b, c があり、視野内にターゲットが入ると “1” を出力するものとする。a, b, c を入力とし、『正面にターゲットがある』場合に “1” となる論理関数 $f(a, b, c)$ の真理値表を書け。ターゲットの位置やサイズはさまざまで複数のセンサが同時に反応することもあるが、$(a, b, c) = (1, 0, 1)$ となることはあり得ないので、**気にしなくていい**。

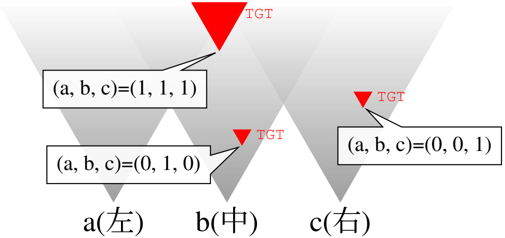
a	b	c	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	
1	1	0	0
1	1	1	1

主加法標準形の式で表わすと、

$f =$

となるが、第 3 項は**あってもなくてもいい**(don’t care)。簡単化のために**好きに解釈可**。

don't care の練習問題



視野がずれた 3 つのセンサ a, b, c があり、視野内にターゲットが入ると "1" を出力するものとする。a, b, c を入力とし、『正面にターゲットがある』場合に "1" となる論理関数 $f(a, b, c)$ の真理値表を書け。ターゲットの位置やサイズはさまざまで複数のセンサが同時に反応することもあるが、$(a, b, c) = (1, 0, 1)$ となることはあり得ないので、**気にしなくていい**。

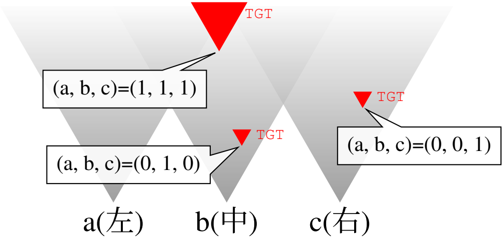
a	b	c	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	—
1	1	0	0
1	1	1	1

主加法標準形の式で表わすと、

$f =$

となるが、第 3 項は**あってもなくてもいい**(don't care)。簡単化のために**好きに解釈可**。

don’t care の練習問題



a	b	c	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	—
1	1	0	0
1	1	1	1

視野がずれた 3 つのセンサ a, b, c があり、視野内にターゲットが入ると “1” を出力するものとする。a, b, c を入力とし、『正面にターゲットがある』場合に “1” となる論理関数 $f(a, b, c)$ の真理値表を書け。ターゲットの位置やサイズはさまざまで複数のセンサが同時に反応することもあるが、$(a, b, c) = (1, 0, 1)$ となることはあり得ないので、**気にしなくていい**。

主加法標準形の式で表わすと、

$$f = (\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c}) + (a \cdot b \cdot c) + (a \cdot \overline{b} \cdot c)$$

となるが、第 3 項は**あってもなくてもいい**(don’t care)。簡単化のために**好きに解釈可**。

好きに解釈可?

そんな項、ない方がいいに決まってなくない？

a	b	f
0	0	0
0	1	0
1	0	—
1	1	1

主加法標準形で書くと…

$$f = (a \cdot \overline{b}) + (a \cdot b)$$

- あってもなくても don't care な項が**ないとき**:

$$f =$$

- あってもなくても don't care な項が**あるとき**:

$$f =$$

好きに解釈可?

そんな項、ない方がいいに決まってなくない？

a	b	f
0	0	0
0	1	0
1	0	—
1	1	1

主加法標準形で書くと…

$$f = (a \cdot \overline{b}) + (a \cdot b)$$

- あってもなくても don’t care な項が**ないとき**:

$$f = a \cdot b$$

- あってもなくても don’t care な項が**あるとき**:

$$f = \left(a \cdot \overline{b}\right) + \left(a \cdot b\right)$$

好きに解釈可?

そんな項、ない方がいいに決まってなくない？

a	b	f
0	0	0
0	1	0
1	0	—
1	1	1

主加法標準形で書くと…

$$f = (a \cdot \overline{b}) + (a \cdot b)$$

- あってもなくても don't care な項が**ないとき**:

$$f = a \cdot b$$

- あってもなくても don't care な項が**あるとき**:

$$f = (a \cdot \overline{b}) + (a \cdot b) = a$$

好きに解釈可?

そんな項、ない方がいいに決まってなくない？

a	b	f
0	0	0
0	1	0
1	0	—
1	1	1

主加法標準形で書くと…

$$f = (a \cdot \overline{b}) + (a \cdot b)$$

- あってもなくても don't care な項が**ないとき**:

$$f = a \cdot b$$

- あってもなくても don't care な項が**あるとき**:

$$f = (a \cdot \overline{b}) + (a \cdot b) = a$$

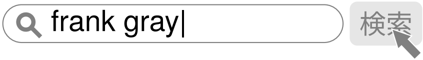
don't care 項は**ない方がいい場合も、あった方がいい場合もある**。

(Q. 前ページの don't care 項はどうかな?)

グレイコード

Gray code (交番二進符号)

二進数のような 0 と 1 を使った符号で、隣り合った符号同士の **ハミング距離が1** であるもの。



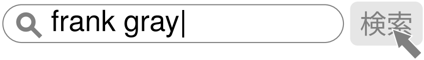
任意長のグレイコードを書けるようにしておくこと！

10 進数	2 進数	Gray code
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	
3	0011	
4	0100	
5	0101	
6	0110	
7	0111	
8	1000	
9	1001	
10	1010	
11	1011	
12	1100	
13	1101	
14	1110	
15	1111	

グレイコード

Gray code (交番二進符号)

二進数のような 0 と 1 を使った符号で、隣り合った符号同士の **ハミング距離が 1** であるもの。



任意長のグレイコードを書けるようにしておくこと！

10 進数	2 進数	Gray code
0	0000	00
1	0001	01
2	0010	1
3	0011	1
4	0100	
5	0101	
6	0110	
7	0111	
8	1000	
9	1001	
10	1010	
11	1011	
12	1100	
13	1101	
14	1110	
15	1111	

グレイコード

Gray code (交番二進符号)

二進数のような 0 と 1 を使った符号で、隣り合った符号同士の **ハミング距離が 1** であるもの。

frank gray| 検索

任意長のグレイコードを書けるようにしておくこと！

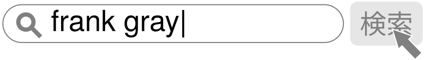
10 進数	2 進数	Gray code
0	0000	00
1	0001	01
2	0010	11
3	0011	10
4	0100	
5	0101	
6	0110	
7	0111	
8	1000	
9	1001	
10	1010	
11	1011	
12	1100	
13	1101	
14	1110	
15	1111	

グレイコード

10 進数	2 進数	Gray code
0	0000	000
1	0001	001
2	0010	011
3	0011	010
4	0100	1
5	0101	1
6	0110	1
7	0111	1
8	1000	
9	1001	
10	1010	
11	1011	
12	1100	
13	1101	
14	1110	
15	1111	

Gray code (交番二進符号)

二進数のような 0 と 1 を使った符号で、隣り合った符号同士の **ハミング距離が 1** であるもの。



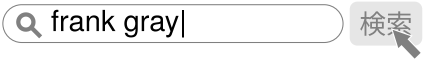
任意長のグレイコードを書けるようにしておくこと！

グレイコード

10 進数	2 進数	Gray code
0	0000	000
1	0001	001
2	0010	011
3	0011	010
4	0100	110
5	0101	111
6	0110	101
7	0111	100
8	1000	
9	1001	
10	1010	
11	1011	
12	1100	
13	1101	
14	1110	
15	1111	

Gray code (交番二進符号)

二進数のような 0 と 1 を使った符号で、隣り合った符号同士の **ハミング距離が 1** であるもの。



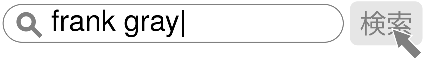
任意長のグレイコードを書けるようにしておくこと！

グレイコード

10 進数	2 進数	Gray code
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1
9	1001	1
10	1010	1
11	1011	1
12	1100	1
13	1101	1
14	1110	1
15	1111	1

Gray code (交番二進符号)

二進数のような 0 と 1 を使った符号で、隣り合った符号同士の **ハミング距離が 1** であるもの。



任意長のグレイコードを書けるようにしておくこと！

グレイコード

Gray code (交番二進符号)

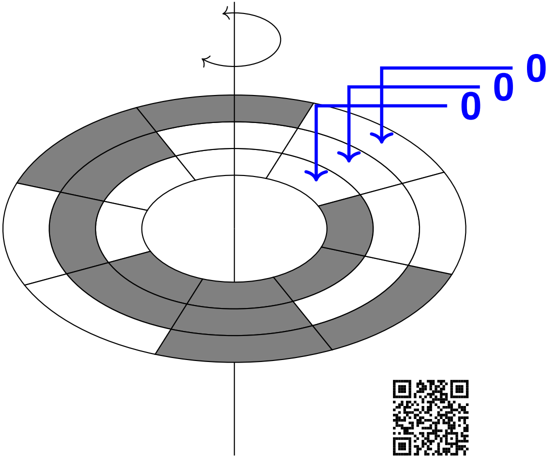
二進数のような 0 と 1 を使った符号で、隣り合った符号同士の **ハミング距離が1** であるもの。

任意長のグレイコードを書けるようにしておくこと！

10 進数	2 進数	Gray code
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

おまけ: グレイコードの実用例〜アブソリュートエンコーダ〜

このスライドで一番時間をかけたページ！

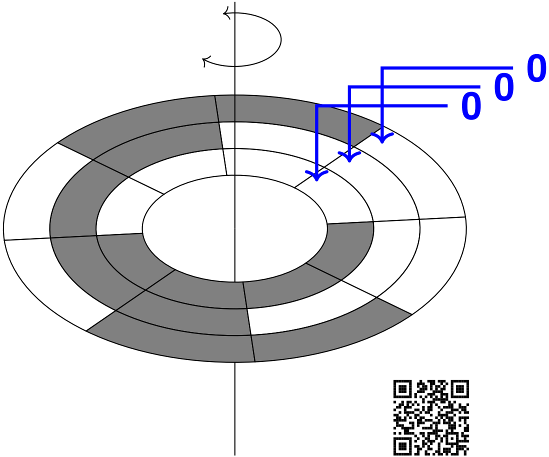


おまけのおまけ: 左図の LaTeX コード

```
\begin{tikzpicture}[x={(0.866cm,0.5cm)},
                    y={(-0.866cm,0.5cm)}, z={(0cm,1cm)}]
\draw(0,0,-3)--(0,0,0); %← 軸 (下部)
\foreach \i/\a/\b/\c in {0/white/white/white,
1/white/white/gray,2/white/gray/gray,3/white/gray/white,
4/gray/gray/white,5/gray/gray/gray,6/gray/white/gray,
7/gray/white/white}{
\foreach \j/\h in {1/0,2/0,3/0,4/0,5/0,6/0,7/1} {
 \uncover<\j|handout:\h>{
  \draw[fill=\a,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:1.5)arc({\t}:{\t+45}:1.5)--({\t+45}:1)
     arc({\t+45}:{\t}:1)--cycle;
  \draw[fill=\b,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:2)arc({\t}:{\t+45}:2)--({\t+45}:1.5)
     arc({\t+45}:{\t}:1.5)--cycle;
  \draw[fill=\c,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:2.5)arc({\t}:{\t+45}:2.5)--({\t+45}:2)
     arc({\t+45}:{\t}:2)--cycle;
}}}
\draw(0,0,0)--(0,0,3); %← 軸 (上部) ↓回転矢印
\draw[<->](0,0,2.5)++(-180:0.5) arc(-180:60:0.5);
% 青矢印と数字は省略しています。
\end{tikzpicture}
```

おまけ: グレイコードの実用例〜アブソリュート式エンコーダ〜

このスライドで一番時間をかけたページ！

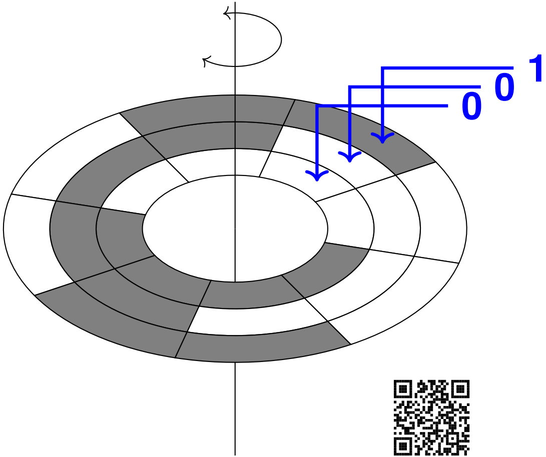


おまけのおまけ: 左図の LaTeX コード

```
\begin{tikzpicture}[x={(0.866cm,0.5cm)},
                    y={(-0.866cm,0.5cm)}, z={(0cm,1cm)}]
\draw(0,0,-3)--(0,0,0); %← 軸（下部）
\foreach \i/\a/\b/\c in {0/white/white/white,
1/white/white/gray,2/white/gray/gray,3/white/gray/white,
4/gray/gray/white,5/gray/gray/gray,6/gray/white/gray,
7/gray/white/white}{
\foreach \j/\h in {1/0,2/0,3/0,4/0,5/0,6/0,7/1} {
 \uncover<\j|handout:\h>{
  \draw[fill=\a,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:1.5)arc({\t}:{\t+45}:1.5)--({\t+45}:1)
     arc({\t+45}:{\t}:1)--cycle;
  \draw[fill=\b,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:2)arc({\t}:{\t+45}:2)--({\t+45}:1.5)
     arc({\t+45}:{\t}:1.5)--cycle;
  \draw[fill=\c,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:2.5)arc({\t}:{\t+45}:2.5)--({\t+45}:2)
     arc({\t+45}:{\t}:2)--cycle;
}}}
\draw(0,0,0)--(0,0,3); %← 軸（上部）↓回転矢印
\draw[<->](0,0,2.5)++(-180:0.5) arc(-180:60:0.5);
% 青矢印と数字は省略しています。
\end{tikzpicture}
```

おまけ: グレイコードの実用例〜アブソリュート式エンコーダ〜

このスライドで一番時間をかけたページ！

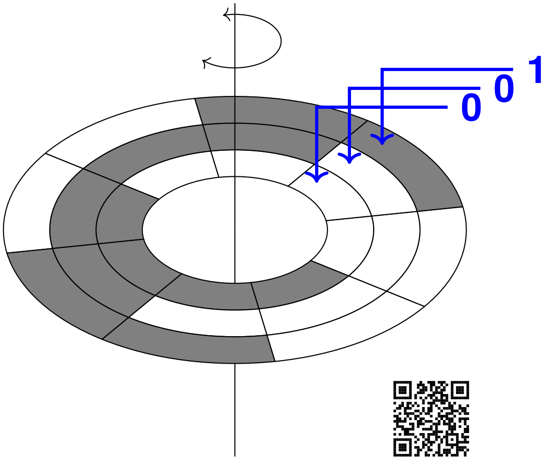


おまけのおまけ: 左図の LaTeX コード

```
\begin{tikzpicture}[x={(0.866cm,0.5cm)},
                    y={(-0.866cm,0.5cm)}, z={(0cm,1cm)}]
\draw(0,0,-3)--(0,0,0); %← 軸 (下部)
\foreach \i/\a/\b/\c in {0/white/white/white,
1/white/white/gray,2/white/gray/gray,3/white/gray/white,
4/gray/gray/white,5/gray/gray/gray,6/gray/white/gray,
7/gray/white/white}{
\foreach \j/\h in {1/0,2/0,3/0,4/0,5/0,6/0,7/1} {
 \uncover<\j|handout:\h>{
  \draw[fill=\a,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:1.5)arc({\t}:{\t+45}:1.5)--({\t+45}:1)
     arc({\t+45}:{\t}:1)--cycle;
  \draw[fill=\b,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:2)arc({\t}:{\t+45}:2)--({\t+45}:1.5)
     arc({\t+45}:{\t}:1.5)--cycle;
  \draw[fill=\c,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:2.5)arc({\t}:{\t+45}:2.5)--({\t+45}:2)
     arc({\t+45}:{\t}:2)--cycle;
}}}
\draw(0,0,0)--(0,0,3); %← 軸 (上部) ↓回転矢印
\draw[<->](0,0,2.5)++(-180:0.5) arc(-180:60:0.5);
% 青矢印と数字は省略しています。
\end{tikzpicture}
```

おまけ: グレイコードの実用例〜アブソリュート式エンコーダ〜

このスライドで一番時間をかけたページ！

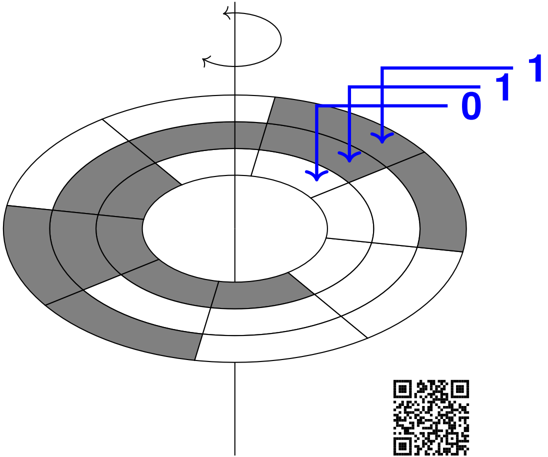


おまけのおまけ: 左図の LaTeX コード

```
\begin{tikzpicture}[x={(0.866cm,0.5cm)},
                    y={(-0.866cm,0.5cm)}, z={(0cm,1cm)}]
\draw(0,0,-3)--(0,0,0); %← 軸（下部）
\foreach \i/\a/\b/\c in {0/white/white/white,
1/white/white/gray,2/white/gray/gray,3/white/gray/white,
4/gray/gray/white,5/gray/gray/gray,6/gray/white/gray,
7/gray/white/white}{
\foreach \j/\h in {1/0,2/0,3/0,4/0,5/0,6/0,7/1} {
 \uncover<\j|handout:\h>{
  \draw[fill=\a,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:1.5)arc({\t}:{\t+45}:1.5)--({\t+45}:1)
      arc({\t+45}:{\t}:1)--cycle;
  \draw[fill=\b,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:2)arc({\t}:{\t+45}:2)--({\t+45}:1.5)
      arc({\t+45}:{\t}:1.5)--cycle;
  \draw[fill=\c,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:2.5)arc({\t}:{\t+45}:2.5)--({\t+45}:2)
      arc({\t+45}:{\t}:2)--cycle;
}}}
\draw(0,0,0)--(0,0,3); %← 軸（上部）↓回転矢印
\draw[<->](0,0,2.5)++(-180:0.5) arc(-180:60:0.5);
% 青矢印と数字は省略しています。
\end{tikzpicture}
```

おまけ: グレイコードの実用例〜アブソリュート式エンコーダ〜

このスライドで一番時間をかけたページ！

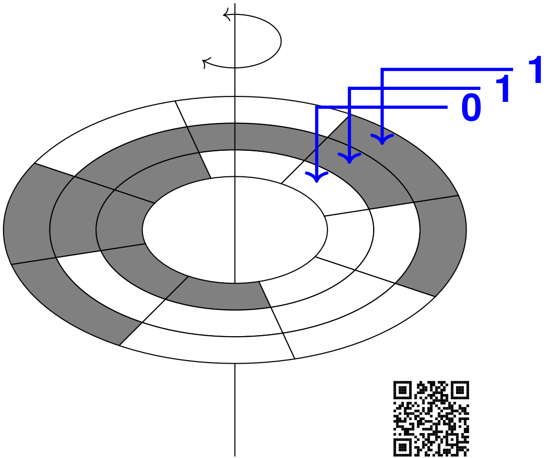


おまけのおまけ: 左図の LaTeX コード

```
\begin{tikzpicture}[x={(0.866cm,0.5cm)},
                    y={(-0.866cm,0.5cm)}, z={(0cm,1cm)}]
\draw(0,0,-3)--(0,0,0); %← 軸（下部）
\foreach \i/\a/\b/\c in {0/white/white/white,
1/white/white/gray,2/white/gray/gray,3/white/gray/white,
4/gray/gray/white,5/gray/gray/gray,6/gray/white/gray,
7/gray/white/white}{
\foreach \j/\h in {1/0,2/0,3/0,4/0,5/0,6/0,7/1} {
 \uncover<\j|handout:\h>{
  \draw[fill=\a,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:1.5)arc({\t}:{\t+45}:1.5)--({\t+45}:1)
     arc({\t+45}:{\t}:1)--cycle;
  \draw[fill=\b,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:2)arc({\t}:{\t+45}:2)--({\t+45}:1.5)
     arc({\t+45}:{\t}:1.5)--cycle;
  \draw[fill=\c,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:2.5)arc({\t}:{\t+45}:2.5)--({\t+45}:2)
     arc({\t+45}:{\t}:2)--cycle;
}}}
\draw(0,0,0)--(0,0,3); %← 軸（上部）↓回転矢印
\draw[<->](0,0,2.5)++(-180:0.5) arc(-180:60:0.5);
% 青矢印と数字は省略しています。
\end{tikzpicture}
```

おまけ: グレイコードの実用例〜アブソリュート式エンコーダ〜

このスライドで一番時間をかけたページ！

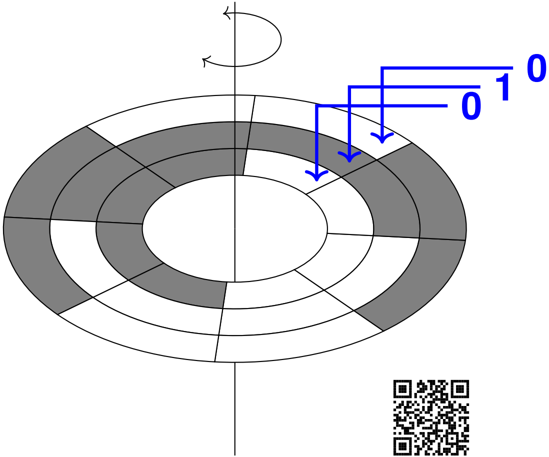


おまけのおまけ: 左図の LATEX コード

```
\begin{tikzpicture}[x={(0.866cm,0.5cm)},
                    y={(-0.866cm,0.5cm)}, z={(0cm,1cm)}]
\draw(0,0,-3)--(0,0,0); %←軸（下部）
\foreach \i/\a/\b/\c in {0/white/white/white,
1/white/white/gray,2/white/gray/gray,3/white/gray/white,
4/gray/gray/white,5/gray/gray/gray,6/gray/white/gray,
7/gray/white/white}{
\foreach \j/\h in {1/0,2/0,3/0,4/0,5/0,6/0,7/1} {
 \uncover<\j|handout:\h>{
  \draw[fill=\a,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:1.5)arc({\t}:{\t+45}:1.5)--({\t+45}:1)
     arc({\t+45}:{\t}:1)--cycle;
  \draw[fill=\b,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:2)arc({\t}:{\t+45}:2)--({\t+45}:1.5)
     arc({\t+45}:{\t}:1.5)--cycle;
  \draw[fill=\c,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:2.5)arc({\t}:{\t+45}:2.5)--({\t+45}:2)
     arc({\t+45}:{\t}:2)--cycle;
}}}
\draw(0,0,0)--(0,0,3); %←軸（上部）↓回転矢印
\draw[<->](0,0,2.5)++(-180:0.5) arc(-180:60:0.5);
% 青矢印と数字は省略しています。
\end{tikzpicture}
```

おまけ: グレイコードの実用例〜アブソリュート式エンコーダ〜

このスライドで一番時間をかけたページ！



おまけのおまけ: 左図の LaTeX コード

```
\begin{tikzpicture}[x={(0.866cm,0.5cm)},
                    y={(-0.866cm,0.5cm)}, z={(0cm,1cm)}]
\draw(0,0,-3)--(0,0,0); %←軸（下部）
\foreach \i/\a/\b/\c in {0/white/white/white,
1/white/white/gray,2/white/gray/gray,3/white/gray/white,
4/gray/gray/white,5/gray/gray/gray,6/gray/white/gray,
7/gray/white/white}{
\foreach \j/\h in {1/0,2/0,3/0,4/0,5/0,6/0,7/1} {
 \uncover<\j|handout:\h>{
  \draw[fill=\a,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:1.5)arc({\t}:{\t+45}:1.5)--({\t+45}:1)
     arc({\t+45}:{\t}:1)--cycle;
  \draw[fill=\b,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:2)arc({\t}:{\t+45}:2)--({\t+45}:1.5)
     arc({\t+45}:{\t}:1.5)--cycle;
  \draw[fill=\c,draw,evaluate={\t=\i*45-\j*20;}]
    ({\t}:2.5)arc({\t}:{\t+45}:2.5)--({\t+45}:2)
     arc({\t+45}:{\t}:2)--cycle;
}}}
\draw(0,0,0)--(0,0,3); %←軸（上部）↓回転矢印
\draw[<->](0,0,2.5)++(-180:0.5) arc(-180:60:0.5);
% 青矢印と数字は省略しています。
\end{tikzpicture}
```

カルノー図

ここから**Karnaugh map を用いた論理式の簡単化**の具体的な手順を説明する。

(今回の最重要ポイント)

Karnaugh 図を用いた論理式の簡単化 (1 of 2)

$$
\begin{aligned}
Y \;=\; & (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) + (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) + \\
& (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5) + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5)
\end{aligned}
$$

Karnaugh map の作り方

※「Karnaugh map」＝「真理値表の変形版」と思って良い。

1. 変数をほぼ均等に 2 分する。
   例: $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \rightarrow (x_1, x_2, x_3), (x_4, x_5)$
2. 分けた一方を縦方向に、もう一方を横方向にとり、各ビット数分の**グレイコード**を並べる。
3. 表を式の値で埋める。don't care 項には "–" を書く。
4. できあがり。

x_4x_5 / $x_1x_2x_3$	00			
000				

Karnaugh 図を用いた論理式の簡単化 (1 of 2)

$$
\begin{aligned}
Y \;=\;& (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) + (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) + \\
& (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5) + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5)
\end{aligned}
$$

Karnaugh map の作り方

※「Karnaugh map」＝「真理値表の変形版」と思って良い。

1. 変数をほぼ均等に 2 分する。
例: $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \to (x_1, x_2, x_3), (x_4, x_5)$
2. 分けた一方を縦方向に、もう一方を横方向にとり、各ビット数分の**グレイコード**を並べる。
3. 表を式の値で埋める。don't care 項には "–" を書く。
4. できあがり。

$x_1x_2x_3$ \ x_4x_5	00	01	11	10
000				
001				
011				
010				
110				
111				
101				
100				

Karnaugh 図を用いた論理式の簡単化 (1 of 2)

$$
\begin{aligned}
Y \;=\; & (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) + (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) + \\
& (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5) + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5)
\end{aligned}
$$

Karnaugh map の作り方

※「Karnaugh map」＝「真理値表の変形版」と思って良い。

1. 変数をほぼ均等に 2 分する。
   例: $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \to (x_1, x_2, x_3), (x_4, x_5)$
2. 分けた一方を縦方向に、もう一方を横方向にとり、各ビット数分の**グレイコード**を並べる。
3. 表を式の値で埋める。don't care 項には “–” を書く。
4. できあがり。

$x_1x_2x_3$ \ x_4x_5	00	01	11	10
000	0	0	0	0
001	1	1	0	0
011	1	1	0	0
010	0	0	0	0
110	0	0	0	0
111	1	1	0	0
101	0	0	0	0
100	0	0	0	0

Karnaugh 図を用いた論理式の簡単化 (2 of 2)

Karnaugh map による簡単化 (積和形)

1. Karnaugh map を作る。
2. 以下をできる限り行う。
   - “1” もしくは “don’t care” のみからなり、縦、横それぞれの『**ハミング距離的に連続する** 2^N(N : 整数) の長さの辺』で囲まれた、できるだけ大きなループ (あるいは『キューブ』) を作る。
   - “1” と “don’t care” は重複して使ってもいいので、**できるだけ大きな**ループを **できるだけ少なく**使って、**すべての “1”** を覆う [a]。
3. 各ループが論理積の項（『主項』）を表しているので、すべての主項の論理和をとってできあがり。

[a] don’t care は無理して覆わなくていい。don’t care を覆うことでループを大きくできるなら覆う。

※『ハミング距離的に連続する』という部分は要注意。両端も連続している必要がある（000-001-011-010 は良いが、001-011-010-110 はダメ）。

Karnaugh map による簡単な簡単化の例

a	b	c	d	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	–
1	0	1	1	–
1	1	0	0	–
1	1	0	1	–
1	1	1	0	–
1	1	1	1	–

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	1	0
11	–	–	–	–
10	0	0	–	–

Karnaugh map による簡単な簡単化の例

a	b	c	d	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	**1**
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	**1**
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	–
1	0	1	1	**–**
1	1	0	0	–
1	1	0	1	–
1	1	1	0	–
1	1	1	1	**–**

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	1	0
11	–	–	–	–
10	0	0	–	–

Karnaugh map による簡単な簡単化の例

a	b	c	d	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	–
1	0	1	1	–
1	1	0	0	–
1	1	0	1	–
1	1	1	0	–
1	1	1	1	–

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	1	0
11	−	−	−	−
10	0	0	−	−

$$(c \cdot d)$$

Karnaugh map による簡単な簡単化の例

a	b	c	d	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	**1**
0	0	1	1	**1**
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	**–**
1	0	1	1	**–**
1	1	0	0	–
1	1	0	1	–
1	1	1	0	–
1	1	1	1	–

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	1	0
11	–	–	–	–
10	0	0	–	–

$$(c \cdot d)$$

a	b	c	d	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	**1**
0	0	1	1	**1**
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	**–**
1	0	1	1	**–**
1	1	0	0	–
1	1	0	1	–
1	1	1	0	–
1	1	1	1	–

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	1	0
11	–	–	–	–
10	0	0	–	–

$$(c \cdot d) \qquad (\overline{b} \cdot c)$$

Karnaugh map による簡単な簡単化の例

a	b	c	d	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	**1**
0	0	1	0	**1**
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	–
1	0	1	1	–
1	1	0	0	–
1	1	0	1	–
1	1	1	0	–
1	1	1	1	–

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	1	0
11	–	–	–	–
10	0	0	–	–

$$(c \cdot d) \qquad (\overline{b} \cdot c)$$

Karnaugh map による簡単な簡単化の例

a	b	c	d	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	**1**
0	0	1	0	**1**
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	–
1	0	1	1	–
1	1	0	0	–
1	1	0	1	–
1	1	1	0	–
1	1	1	1	–

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	1	0
11	–	–	–	–
10	0	0	–	–

$$(c \cdot d) \qquad (\overline{b} \cdot c) \qquad (\overline{a} \cdot \overline{b} \cdot d)$$

Karnaugh map による簡単な簡単化の例

a	b	c	d	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	–
1	0	1	1	–
1	1	0	0	–
1	1	0	1	–
1	1	1	0	–
1	1	1	1	–

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	1	0
11	–	–	–	–
10	0	0	–	–

$$Y = (c \cdot d) + (\overline{b} \cdot c) + (\overline{a} \cdot \overline{b} \cdot d)$$

Karnaugh map の練習

以下をすべて、Karnaugh map を使って解け。

- A, B, C の三者の投票による多数決論理を簡単化せよ。
- 上記問題で、『A のみが賛成、B, C が反対』という状況を don't care とすると、論理式を簡単化できるか? できるなら簡単化せよ。
- おなじく上記問題で、『全員が反対』という状況を don't care とすると、論理式を簡単化できるか? できるなら簡単化せよ。
- $Y = (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3)$ を簡単化せよ。
- $Y = (x_1 + x_2) \cdot (\bar{x}_1 + x_3) \cdot (\bar{x}_2 + x_4) \cdot (x_3 + x_4)$ を簡単化せよ。

多数決論理

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

出席確認レポート課題 (次の月曜の 12 時締め切り)

前ページの最後の問題を解け。前ページで指示してあるとおり Karnaugh map を用いて解くこと。

提出は下記 URL の Google Forms。歪んでいない、開いた時に横倒しになっていない、コントラストが読むに耐えうる PDF で提出すること。

`https://forms.gle/9ruwtfJg5LQgQNpU7`