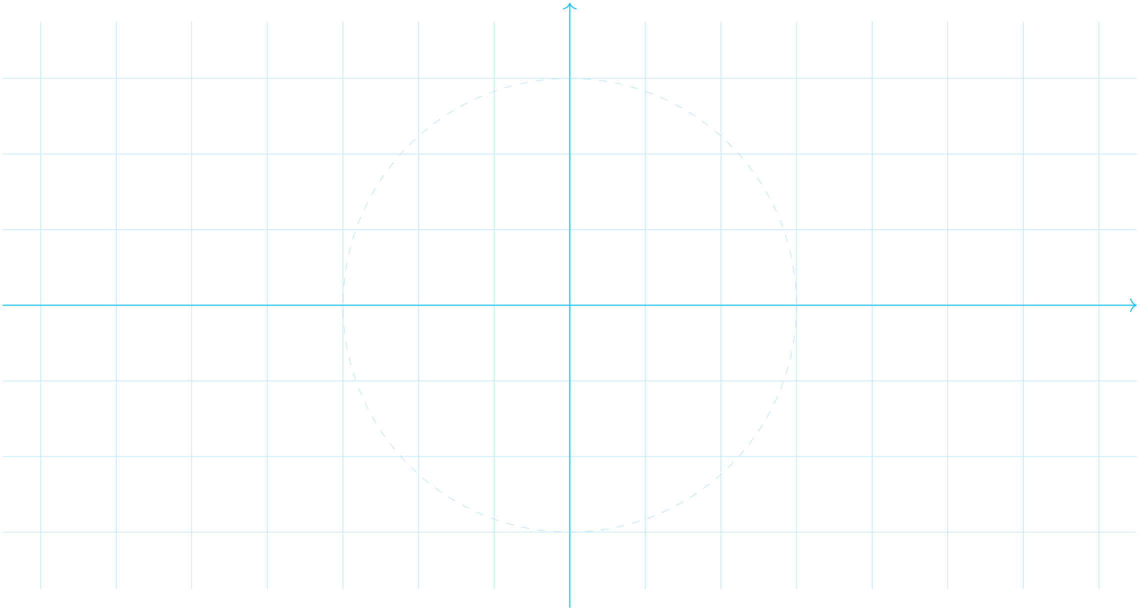
memo



離散数学

授業開始までしばらくお待ちください。

2024

離散数学
Discrete Mathematics

『関係 I』

bit.ly/d-math

小林裕之

大阪工業大学 RD 学部システムデザイン工学科

OSAKA INSTITUTE OF TECHNOLOGY

5 of 14

a LaTeX + Beamer slideshow

授業の受講に関して

- 講義資料（スライド等）は **Google Drive** (`https://bit.ly/d-math`) に置く (紙の配布資料は行わない)。授業前には虫喰い状態のスライドのみを提供するが、授業後に `uncovered` フォルダに穴埋め版を置くので復習に活用されたい。
- ミニレポートは**Google Forms** (`https://forms.gle/hCyJBbFBMW9AisAt7`) に提出。
- 授業の録画はできるだけスライドと同じフォルダ内のフォルダに置くように努力する（が、必ず置きますとお約束はしません)。
- 授業中に計算間違い等を指摘してくれたらその都度 1 点。(内容に依るけど。)

成績評価について

- 出席そのものは評価せず。極論するとテストのみ出席で他は全欠席でも A 評価はあり得る。
- 基本的には**中間演習**と**期末試験**で評価。
- 毎回ミニレポートを課す。出す者は提出期間を厳守すること。
- 試験の不合格者は**毎回のミニレポート**と**出席**で少し救済する。
(**しっかりした内容の**ミニレポートを概ね 9 割以上提出し、かつ大学の出欠管理システムで 8 割以上遅刻せず出席していた場合最大 10 点程度の救済。提出数や出席数が少ない場合は救済幅が縮小する。いずれかが 7 割を下回ったら一切救済しない。締め切り後の提出は認めない。)
- **授業中に**スライドの誤りを見つけて指摘してくれた者には、誤り一箇所につき先着一名様限り 100 点満点 1 点相当の加点を行う。(ただしごく軽微なものなど、内容によっては加点しない場合もあり。)

関係

(2 項) 関係 (binary) relation

『a と b が R 関係にある。』

例: 「$42 < 1701$」は 42 と 1701 が $<$ という関係にある、ということ。

ただし $a \in A, b \in B$ とする。

関係 (relation)

(2 項) 関係 (binary) relation

$$a\,R\,b$$

『a と b が R 関係にある。』

例: 「$42 < 1701$」は 42 と 1701 が $<$ という関係にある、ということ。

ただし $a \in A, b \in B$ とする。

A と B の元の組み合わせ

『関係』に入る、その前に。

クイズ

$R = \{r_1, r_2, \ldots, r_n\}$, $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_m\}$ からそれぞれ 1 つの元を選んで $\overset{\text{pair}}{\text{対}}$ $\langle r_i, s_j \rangle$ を作るとすると、何通りできるか?

答え: もちろん______ とおり。

A と B の元の組み合わせ

『関係』に入る、その前に。

クイズ

$R = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$, $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ からそれぞれ 1 つの元を選んで $\overset{\text{pair}}{\text{対}}$ $\langle r_i, s_j \rangle$ を作るとすると、何通りできるか?

答え: もちろん$\underline{n \times m}$ とおり。

直積集合 (Cartesian product)
全部の組み合わせを集めた集合

集合 R と S の直積集合 $R \times S$:

補足:

- $\langle r, s \rangle$ を　　　　という。
- 順序がある。つまり一般論としては　　　　　　　。
- 濃度について:
- 自身との直積集合の書き方: $A \times A =$

直積集合 (Cartesian product)

全部の組み合わせを集めた集合

集合 R と S の直積集合 $R \times S$:

$$R \times S = \{\langle r, s\rangle \mid r \in R,\ s \in S\}$$

補足:

- $\langle r, s\rangle$ を　　　　　という。
- 順序がある。つまり一般論としては　　　　　　　。
- 濃度について:
- 自身との直積集合の書き方: $A \times A =$

直積集合 (Cartesian product)

全部の組み合わせを集めた集合

集合 R と S の直積集合 $R \times S$:

$$R \times S = \{\langle r, s\rangle \mid r \in R, s \in S\}$$

補足:

- $\langle r, s\rangle$ を**順序対**(orderedpair)という。
- 順序がある。つまり一般論としては 。
- 濃度について:
- 自身との直積集合の書き方: $A \times A =$

直積集合 (Cartesian product)

全部の組み合わせを集めた集合

集合 R と S の直積集合 $R \times S$:

$$R \times S = \{\langle r, s\rangle \mid r \in R, s \in S\}$$

補足:

- $\langle r, s\rangle$ を **順序対** (orderedpair) という。
- 順序がある。つまり一般論としては $R \times S \neq S \times R$ 。
- 濃度について:
- 自身との直積集合の書き方: $A \times A =$

直積集合 (Cartesian product)

全部の組み合わせを集めた集合

集合 R と S の直積集合 $R \times S$:

$$R \times S = \{\langle r, s\rangle \mid r \in R, s \in S\}$$

補足:

- $\langle r, s\rangle$ を **順序対** (orderedpair) という。
- 順序がある。つまり一般論としては $R \times S \neq S \times R$ 。
- 濃度について: $|R \times S| = |R| \times |S|$
- 自身との直積集合の書き方: $A \times A =$

直積集合 (Cartesian product)

全部の組み合わせを集めた集合

集合 R と S の直積集合 $R \times S$:

$$R \times S = \{\langle r, s \rangle \mid r \in R, s \in S\}$$

補足:

- $\langle r, s \rangle$ を **順序対** (orderedpair) という。
- 順序がある。つまり一般論としては $R \times S \neq S \times R$ 。
- 濃度について: $|R \times S| = |R| \times |S|$
- 自身との直積集合の書き方: $A \times A = A^2$

練習 (4 分)

問

$A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b, c\}$ とするとき、以下を求めよ。

1. $A \times B$
2. A^2
3. $|A^2 \times B|$
4. $(A \times A) \times B$

練習 (4 分)

問

$A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b, c\}$ とするとき、以下を求めよ。

1. $A \times B$ $\{\langle 1, a\rangle, \langle 1, b\rangle, \langle 1, c\rangle, \langle 2, a\rangle, \langle 2, b\rangle, \langle 2, c\rangle\}$
2. A^2
3. $|A^2 \times B|$
4. $(A \times A) \times B$

練習 (4 分)

問

$A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b, c\}$ とするとき、以下を求めよ。

1. $A \times B$ $\{\langle 1, a\rangle, \langle 1, b\rangle, \langle 1, c\rangle, \langle 2, a\rangle, \langle 2, b\rangle, \langle 2, c\rangle\}$
2. A^2 $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle\}$
3. $|A^2 \times B|$
4. $(A \times A) \times B$

練習 (4 分)

問

$A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b, c\}$ とするとき、以下を求めよ。

1. $A \times B$ $\{\langle 1, a\rangle, \langle 1, b\rangle, \langle 1, c\rangle, \langle 2, a\rangle, \langle 2, b\rangle, \langle 2, c\rangle\}$
2. A^2 $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle\}$
3. $|A^2 \times B|$ 12
4. $(A \times A) \times B$

練習 (4 分)

問

$A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b, c\}$ とするとき、以下を求めよ。

1. $A \times B$ $\{\langle 1, a\rangle, \langle 1, b\rangle, \langle 1, c\rangle, \langle 2, a\rangle, \langle 2, b\rangle, \langle 2, c\rangle\}$
2. A^2 $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle\}$
3. $|A^2 \times B|$ 12
4. $(A \times A) \times B$ 狭いので省略

あらためて、関係 (relation)

集合 A から B への　　　　　　A と B の

納得できた?

- R を関係とすると　　　　　。
- $a \in A$, $b \in B$ について、$\langle a, b\rangle \in R$ ならば、『a と b は R-関係にある』といい、　　と表す。
- $R \subset A^2$ のときは　　　　　　　という。
- $\quad = \{\langle b, a\rangle \mid \langle a, b\rangle \in R\}$を R の　　　という。

あらためて、関係 (relation)

集合 A から B への **関係** **とは、** A と B の

納得できた?

- R を関係とすると 。
- $a \in A, b \in B$ について、$\langle a, b \rangle \in R$ ならば、『a と b は R-関係にある』といい、 と表す。
- $R \subset A^2$ のときは という。
- $= \{\langle b, a \rangle \mid \langle a, b \rangle \in R\}$を R の という。

あらためて、関係 (relation)

集合 A から B への **関係** **とは、** A と B の **直積集合の部分集合である。**

納得できた?

- R を関係とすると 。
- $a \in A, b \in B$ について、$\langle a, b\rangle \in R$ ならば、『a と b は R-関係にある』といい、 と表す。
- $R \subset A^2$ のときは という。
- $= \{\langle b, a\rangle \mid \langle a, b\rangle \in R\}$を R の という。

あらためて、関係 (relation)

集合 A から B への **関係** **とは、** A と B の **直積集合の部分集合である。** 納得できた?

- R を関係とすると $R \subset A \times B$。
- $a \in A, b \in B$ について、$\langle a, b \rangle \in R$ ならば、『a と b は R-関係にある』といい、 と表す。
- $R \subset A^2$ のときは という。
- $= \{\langle b, a \rangle \mid \langle a, b \rangle \in R\}$を R の という。

あらためて、関係 (relation)

集合 A から B への **関係** **とは、** A と B の **直積集合の部分集合である。**

納得できた?

- R を関係とすると $R \subset A \times B$。
- $a \in A, b \in B$ について、$\langle a, b \rangle \in R$ ならば、『a と b は R-関係にある』といい、aRbと表す。
- $R \subset A^2$ のときは という。
- $= \{\langle b, a \rangle \mid \langle a, b \rangle \in R\}$を R の という。

あらためて、関係 (relation)

集合 A から B への **関係 とは、** A と B の **直積集合の部分集合である。**

納得できた?

- R を関係とすると $R \subset A \times B$。
- $a \in A, b \in B$ について、$\langle a, b \rangle \in R$ ならば、『a と b は R-関係にある』といい、aRbと表す。
- $R \subset A^2$ のときは A **上の**関係 Rという。
- $\quad = \{\langle b, a \rangle \mid \langle a, b \rangle \in R\}$を R の　　　という。

あらためて、関係 (relation)

集合 A から B への **関係** **とは、** A と B の **直積集合の部分集合である。**

納得できた?

- R を関係とすると $R \subset A \times B$。
- $a \in A,\ b \in B$ について、$\langle a, b\rangle \in R$ ならば、『a と b は R-関係にある』といい、aRb と表す。
- $R \subset A^2$ のときは A **上の**関係 R という。
- $R^{-1} = \{\langle b, a\rangle \mid \langle a, b\rangle \in R\}$ を R の　　　　という。

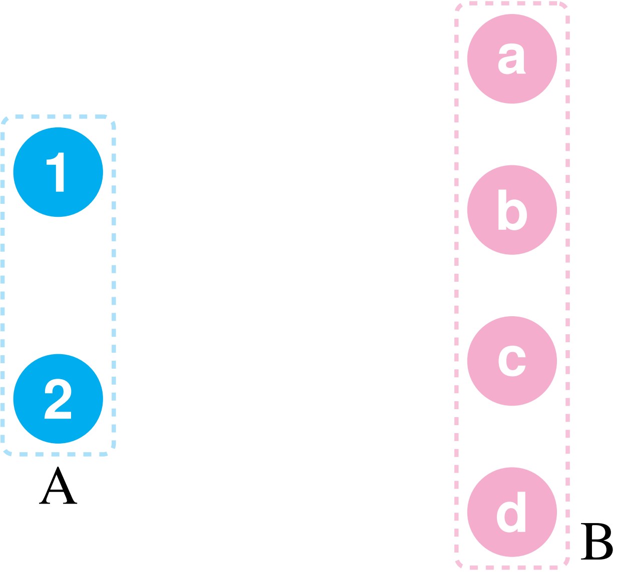
あらためて、関係 (relation)

集合 A から B への **関係** **とは、** A と B の **直積集合の部分集合である。**

納得できた?

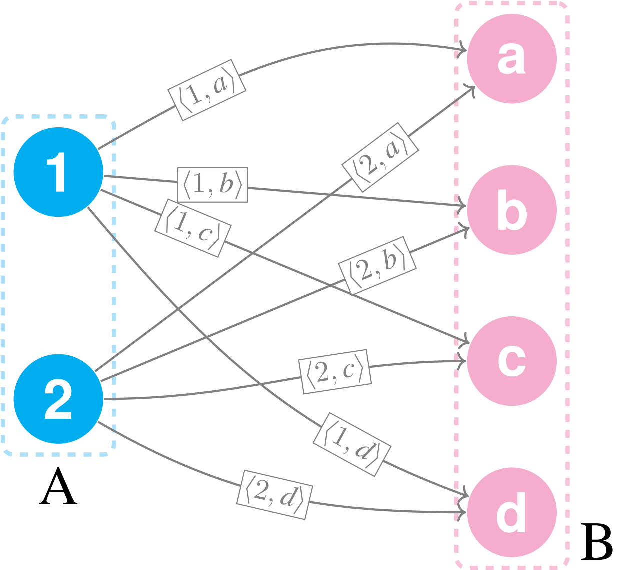
- R を関係とすると $R \subset A \times B$。
- $a \in A,\ b \in B$ について、$\langle a, b\rangle \in R$ ならば、『a と b は R-関係にある』といい、aRbと表す。
- $R \subset A^2$ のときは **A 上の**関係 Rという。
- $R^{-1} = \{\langle b, a\rangle \mid \langle a, b\rangle \in R\}$を R の逆関係という。

直積集合と関係をビジュアル解説



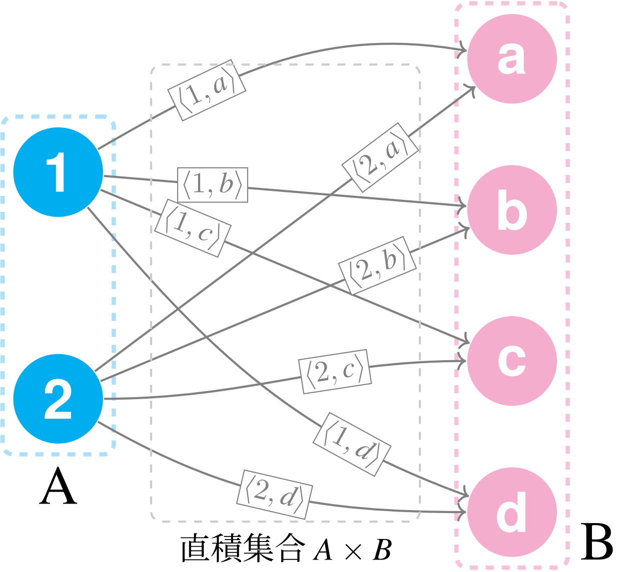
- とある “関係”:
- 別の “関係”:
- また別の “関係”:

直積集合と関係をビジュアル解説



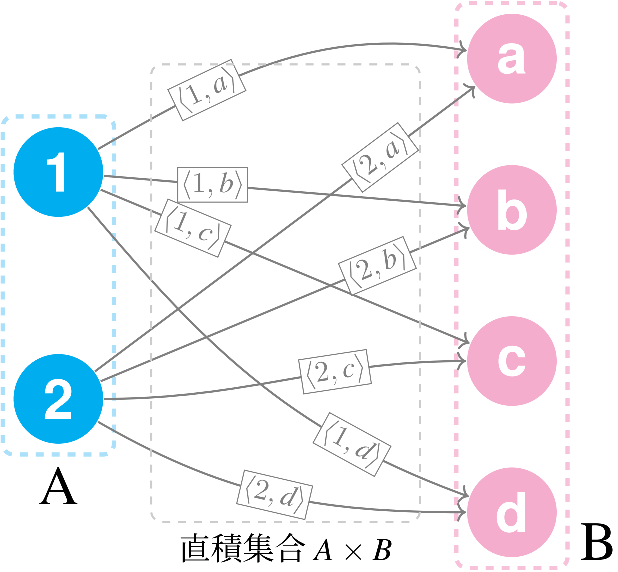
- とある “関係”:
- 別の “関係”:
- また別の “関係”:

直積集合と関係をビジュアル解説



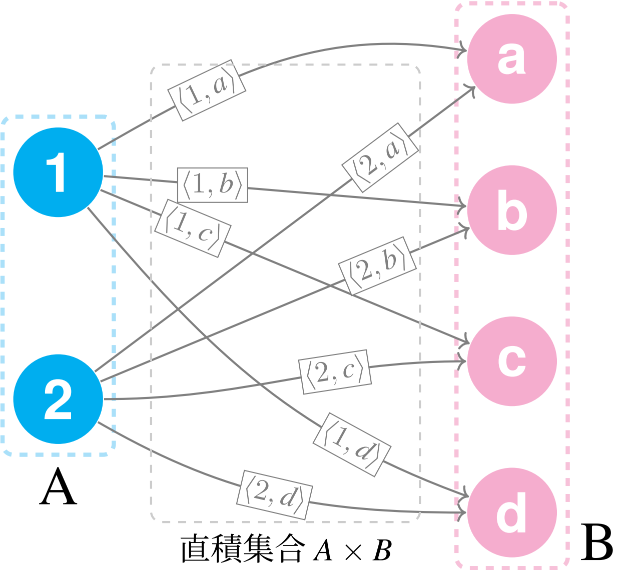
- とある "関係":
- 別の "関係":
- また別の "関係":

直積集合と関係をビジュアル解説



- とある "関係":
  $R_1 = \{\langle 1, b\rangle, \langle 2, b\rangle, \langle 1, d\rangle\}$
- 別の "関係":
- また別の "関係":

直積集合と関係をビジュアル解説



- とある “関係”:

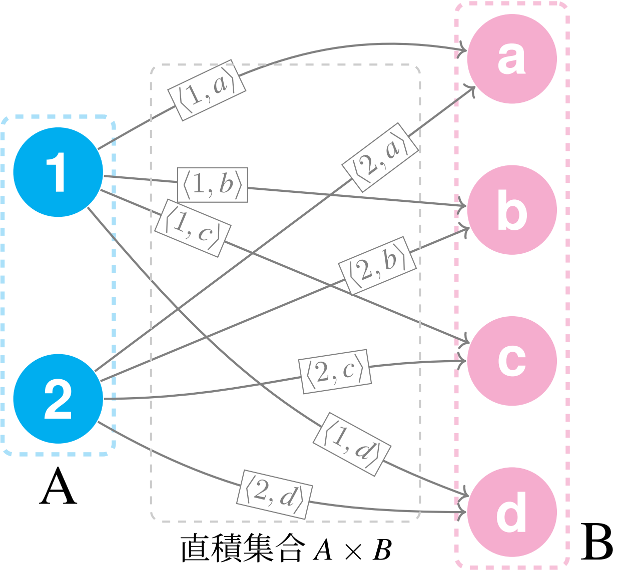
  $R_1 = \{\langle 1, b\rangle,\ \langle 2, b\rangle,\ \langle 1, d\rangle\}$

- 別の “関係”:

  $R_2 = \{\langle 1, a\rangle,\ \langle 2, c\rangle\}$

- また別の “関係”:

直積集合と関係をビジュアル解説



- とある "関係":
  $R_1 = \{\langle 1, b\rangle, \langle 2, b\rangle, \langle 1, d\rangle\}$
- 別の "関係":
  $R_2 = \{\langle 1, a\rangle, \langle 2, c\rangle\}$
- また別の "関係":
  $R_3 = \{\langle 2, a\rangle\}$

練習 (5 分)

問に答えよ。

1. $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$ のとき、A から B への関係はいくつあるか?
2. $|A| = n$, $|B| = m$ のとき、A から B への関係はいくつあるか?
3. $A \times B$ は A から B への関係か?

練習 (5 分)

問に答えよ。

1. $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$ のとき、A から B への関係はいくつあるか?

   答: 16

2. $|A| = n$, $|B| = m$ のとき、A から B への関係はいくつあるか?

3. $A \times B$ は A から B への関係か?

練習 (5 分)

問に答えよ。

1. $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$ のとき、A から B への関係はいくつあるか?

   答: 16

2. $|A| = n$, $|B| = m$ のとき、A から B への関係はいくつあるか?

   答: $2^{n \times m}$

3. $A \times B$ は A から B への関係か?

練習 (5 分)

問に答えよ。

1. $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$ のとき、A から B への関係はいくつあるか?

   答: 16

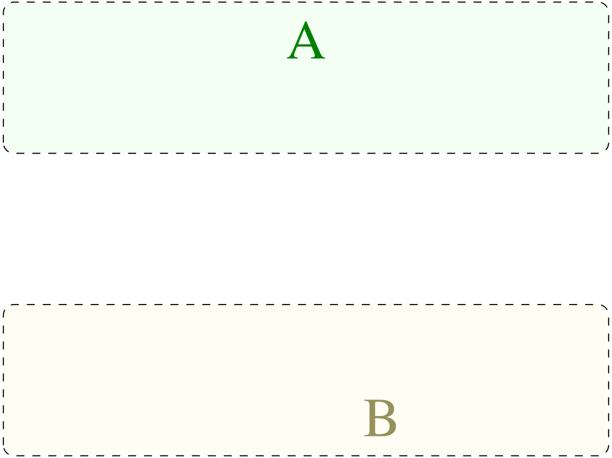
2. $|A| = n$, $|B| = m$ のとき、A から B への関係はいくつあるか?

   答: $2^{n \times m}$

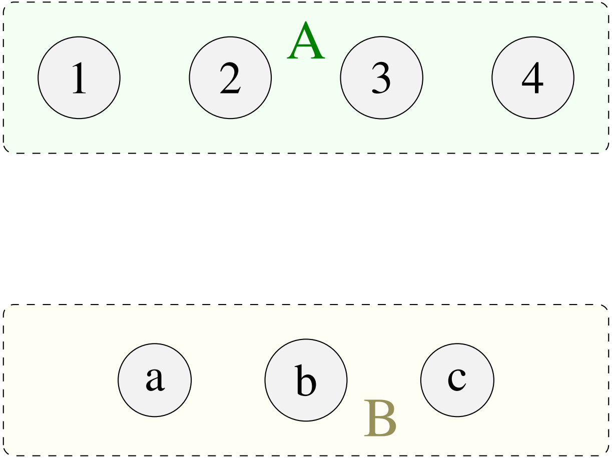
3. $A \times B$ は A から B への関係か? 答: yes.

関係グラフ

関係をクラスタリングしたグラフで表した（だけの）もの

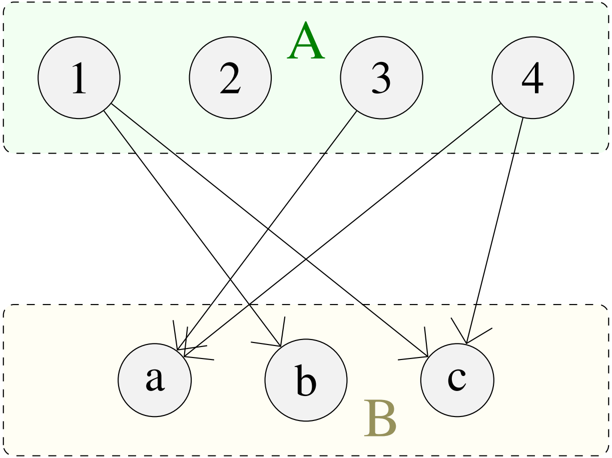


関係グラフ
関係をクラスタリングしたグラフで表した（だけの）もの



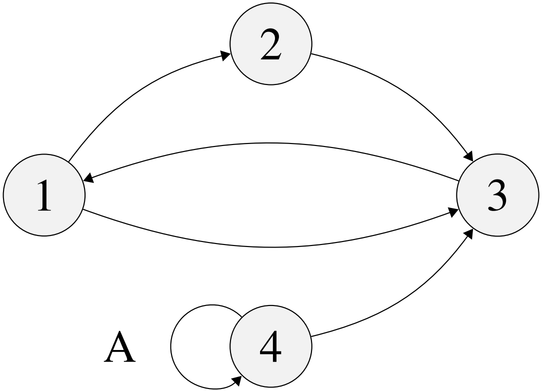
関係グラフ

関係をクラスタリングしたグラフで表した（だけの）もの



有向グラフによる A 上の関係の表現

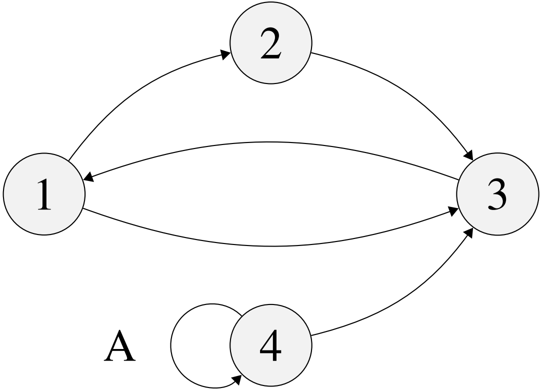
A 上の関係の場合、グラフを２つにクラスタリングする必要はない。



問: このA 上の関係R を外延的表記で表わせ。

有向グラフによる A 上の関係の表現

A 上の関係の場合、グラフを２つにクラスタリングする必要はない。



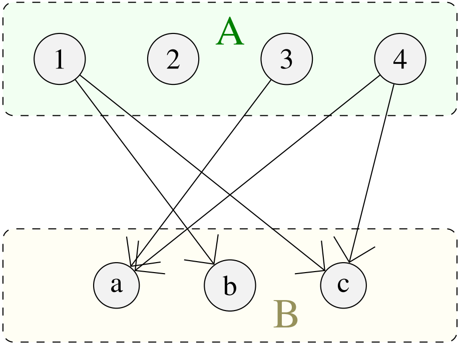
問: このA 上の関係R を外延的表記で表わせ。

答: $R =$
$\{\langle 1, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 3, 1\rangle, \langle 4, 3\rangle, \langle 4, 4\rangle\}$

隣接行列

関係を 0/1 の行列で表したもの

- A から B への関係を $|A|$ 行 $|B|$ 列の行列で表したもの。
- $a \in A, b \in B$ について $\langle a, b \rangle \in R$ であれば、隣接行列の対応する成分を 1 に、そうでなければ 0 にする。

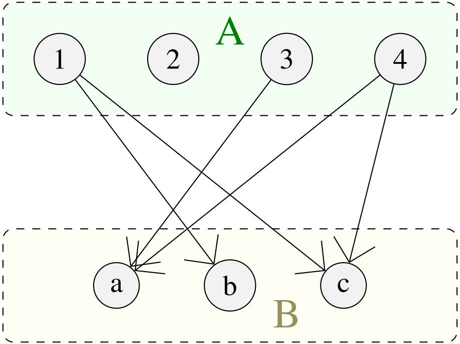


$$M_R = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

隣接行列

関係を 0/1 の行列で表したもの

- A から B への関係を $|A|$ 行 $|B|$ 列の行列で表したもの。
- $a \in A, b \in B$ について $\langle a, b \rangle \in R$ であれば、隣接行列の対応する成分を 1 に、そうでなければ 0 にする。

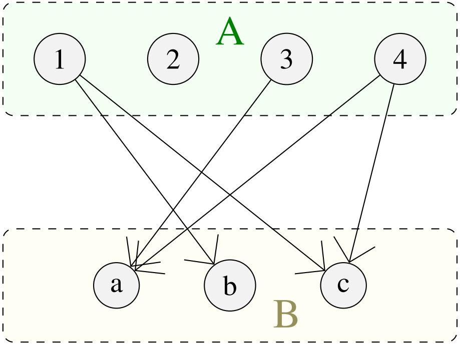


$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

隣接行列

関係を 0/1 の行列で表したもの

- A から B への関係を $|A|$ 行 $|B|$ 列の行列で表したもの。
- $a \in A, b \in B$ について $\langle a, b \rangle \in R$ であれば、隣接行列の対応する成分を 1 に、そうでなければ 0 にする。

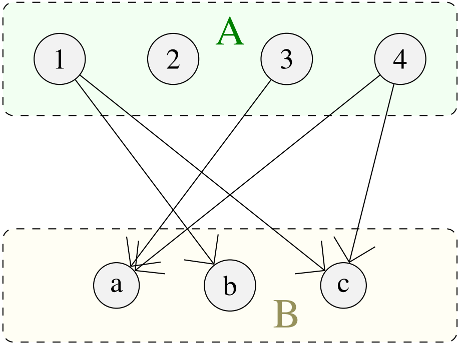


$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \\ & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

隣接行列

関係を 0/1 の行列で表したもの

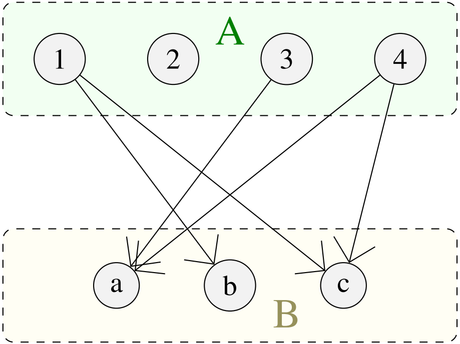
- A から B への関係を $|A|$ 行 $|B|$ 列の行列で表したもの。
- $a \in A, b \in B$ について $\langle a, b \rangle \in R$ であれば、隣接行列の対応する成分を 1 に、そうでなければ 0 にする。



$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

隣接行列
関係を 0/1 の行列で表したもの

- A から B への関係を $|A|$ 行 $|B|$ 列の行列で表したもの。
- $a \in A, b \in B$ について $\langle a, b \rangle \in R$ であれば、隣接行列の対応する成分を 1 に、そうでなければ 0 にする。

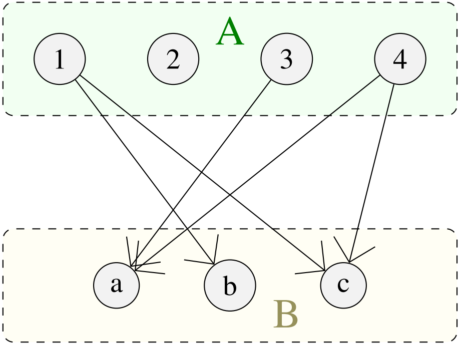


$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

隣接行列

関係を 0/1 の行列で表したもの

- A から B への関係を $|A|$ 行 $|B|$ 列の行列で表したもの。
- $a \in A, b \in B$ について $\langle a, b \rangle \in R$ であれば、隣接行列の対応する成分を 1 に、そうでなければ 0 にする。

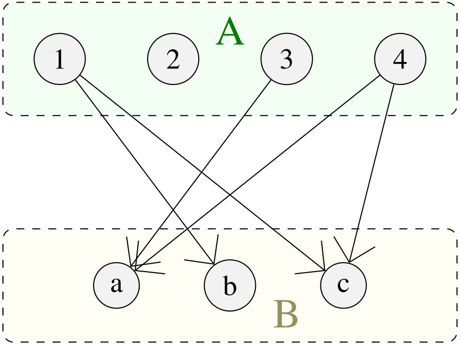


$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

隣接行列

関係を 0/1 の行列で表したもの

- A から B への関係を $|A|$ 行 $|B|$ 列の行列で表したもの。
- $a \in A, b \in B$ について $\langle a, b\rangle \in R$ であれば、隣接行列の対応する成分を 1 に、そうでなければ 0 にする。

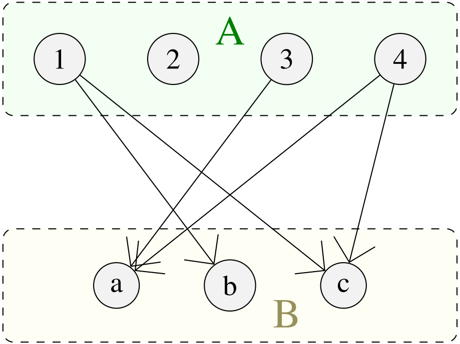


$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

隣接行列

関係を 0/1 の行列で表したもの

- A から B への関係を $|A|$ 行 $|B|$ 列の行列で表したもの。
- $a \in A, b \in B$ について $\langle a, b \rangle \in R$ であれば、隣接行列の対応する成分を 1 に、そうでなければ 0 にする。

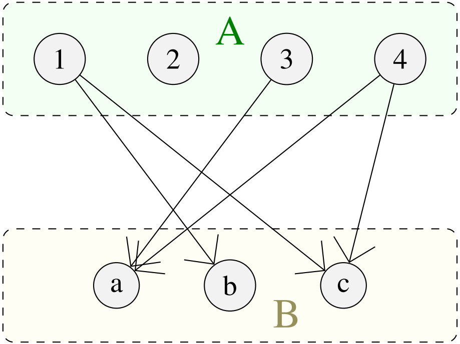


$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & & \\ & & \end{bmatrix}$$

隣接行列

関係を 0/1 の行列で表したもの

- A から B への関係を $|A|$ 行 $|B|$ 列の行列で表したもの。
- $a \in A, b \in B$ について $\langle a, b \rangle \in R$ であれば、隣接行列の対応する成分を 1 に、そうでなければ 0 にする。

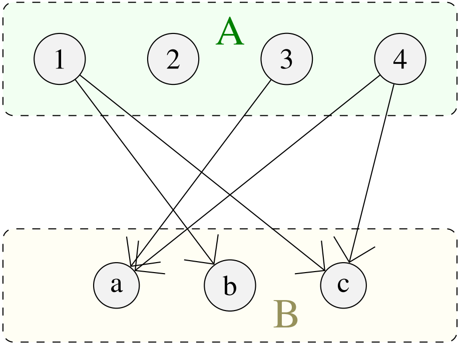


$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \\ & & \end{bmatrix}$$

隣接行列

関係を 0/1 の行列で表したもの

- A から B への関係を $|A|$ 行 $|B|$ 列の行列で表したもの。
- $a \in A, b \in B$ について $\langle a, b \rangle \in R$ であれば、隣接行列の対応する成分を 1 に、そうでなければ 0 にする。

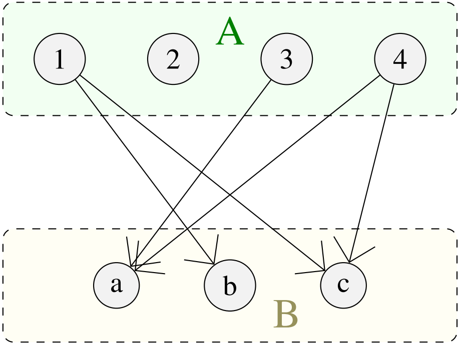


$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ & & \end{bmatrix}$$

隣接行列

関係を 0/1 の行列で表したもの

- A から B への関係を $|A|$ 行 $|B|$ 列の行列で表したもの。
- $a \in A, b \in B$ について $\langle a, b \rangle \in R$ であれば、隣接行列の対応する成分を 1 に、そうでなければ 0 にする。

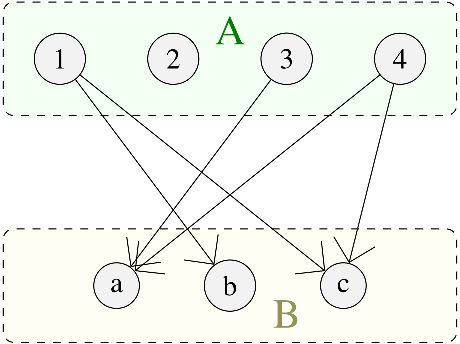


$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & & \end{bmatrix}$$

隣接行列

関係を 0/1 の行列で表したもの

- A から B への関係を $|A|$ 行 $|B|$ 列の行列で表したもの。
- $a \in A, b \in B$ について $\langle a, b \rangle \in R$ であれば、隣接行列の対応する成分を 1 に、そうでなければ 0 にする。

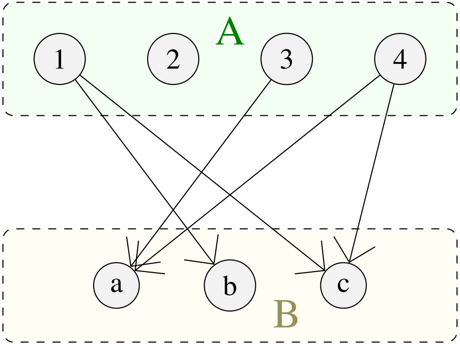


$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \end{bmatrix}$$

隣接行列

関係を 0/1 の行列で表したもの

- A から B への関係を $|A|$ 行 $|B|$ 列の行列で表したもの。
- $a \in A, b \in B$ について $\langle a, b \rangle \in R$ であれば、隣接行列の対応する成分を 1 に、そうでなければ 0 にする。

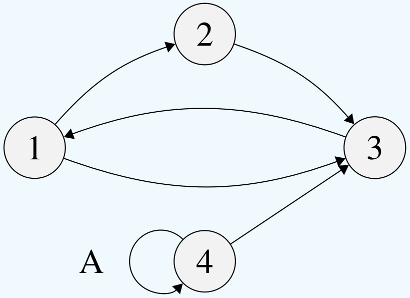


$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

練習

問: 問に答えよ。

1. 右のグラフで表される関係を隣接行列で表わせ。ただし、1 行目、1 列目から順に 1, 2, 3, 4 の要素に対応させること。
2. $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ 上の関係 xRy を、「$xy < y$ である」とする。
   2.1 R を外延的表記で示せ。
   2.2 R の隣接行列を示せ。ただし、行・列とも対応する要素は小さい順に並べるものとする。



練習の答

練習の答

1.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

練習の答

1.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. 2.1 $R = \{\langle -1,\ 1\rangle,\ \langle -1,\ 2\rangle,\ \langle -1,\ 3\rangle,\ \langle 0,\ 1\rangle,\ \langle 0,\ 2\rangle,\ \langle 0,\ 3\rangle,\ \langle 2,\ -1\rangle,\ \langle 3,\ -1\rangle\}$

練習の答

1.

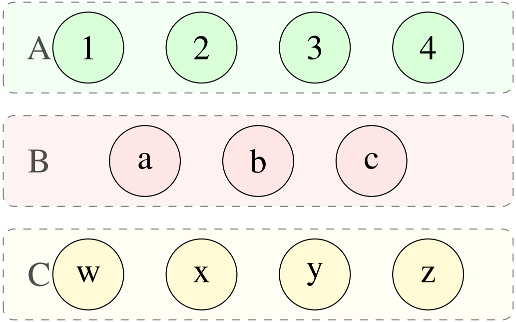
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. 2.1 $R = \{\langle -1,\ 1\rangle,\ \langle -1,\ 2\rangle,\ \langle -1,\ 3\rangle,\ \langle 0,\ 1\rangle,\ \langle 0,\ 2\rangle,\ \langle 0,\ 3\rangle,\ \langle 2,\ -1\rangle,\ \langle 3,\ -1\rangle\}$

2.2

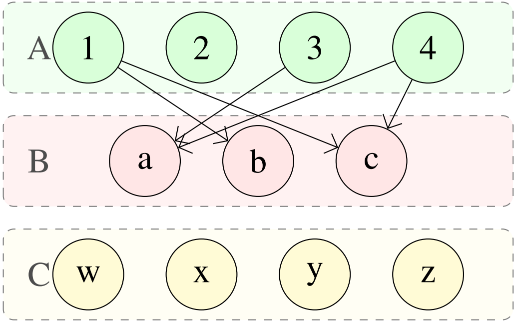
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

合成関係
けっこう見たまんま



- 「A から B への関係 R」と「B から C への関係 S」を合成した、「　から　への関係」を　　　　といい、　　　と表す[a]。
- 左図の場合、$S \circ R =$
  $\{ \qquad \}$

[a] 順番に注意。

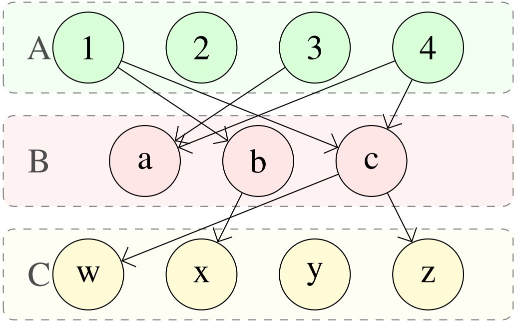


- 「A から B への関係 R」と「B から C への関係 S」を合成した、「 から への関係」を といい、 と表す[a]。
- 左図の場合、$S \circ R =$ $\{ \quad \}$

[a]順番に注意。

合成関係

けっこう見たまんま

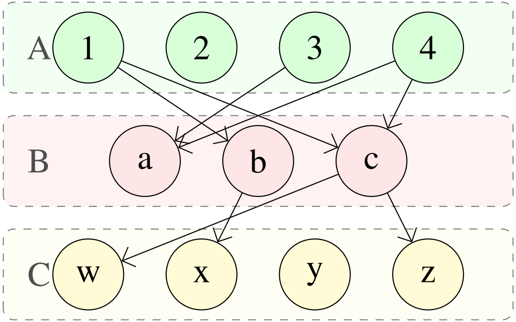


- 「A から B への関係 R」と「B から C への関係 S」を合成した、「　から　への関係」を　　　　といい、　　と表す[a]。
- 左図の場合、$S \circ R =$ $\{$　　　　　　　　　$\}$

[a]順番に注意。

合成関係

けっこう見たまんま

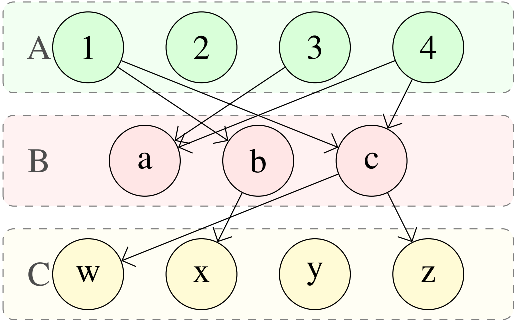


- 「A から B への関係 R」と「B から C への関係 S」を合成した、「Aから Cへの関係」を　　　　　といい、　　　と表す[a]。
- 左図の場合、$S \circ R =$ $\{$　　　　　　　　　　$\}$

[a]順番に注意。

合成関係

けっこう見たまんま

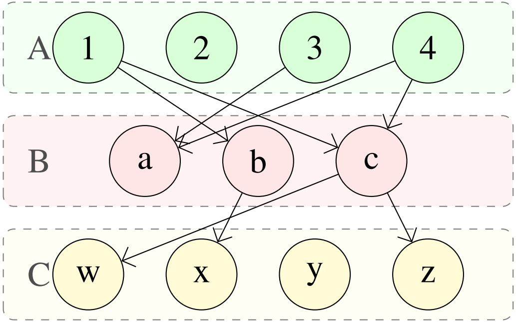


- 「A から B への関係 R」と「B から C への関係 S」を合成した、「Aから Cへの関係」を**合成関係**といい、　　　と表す[a]。
- 左図の場合、$S \circ R =$ $\{ \qquad \}$

[a] 順番に注意。

合成関係

けっこう見たまんま

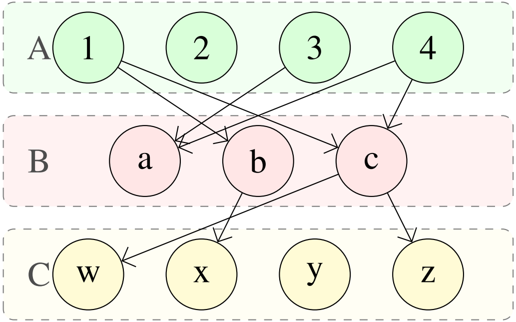


- 「A から B への関係 R」と「B から C への関係 S」を合成した、「Aから Cへの関係」を**合成関係**といい、$S \circ R$と表す[a]。
- 左図の場合、$S \circ R =$ $\{ \qquad \}$

[a]順番に注意。

合成関係

けっこう見たまんま



- 「A から B への関係 R」と「B から C への関係 S」を合成した、「Aから Cへの関係」を**合成関係**といい、$S \circ R$と表す[a]。
- 左図の場合、$S \circ R =$ $\{\langle 1, w\rangle, \langle 1, x\rangle, \langle 1, z\rangle, \langle 4, w\rangle, \langle 4, z\rangle\}$

[a]順番に注意。

合成関係の隣接行列

関係 R の隣接行列が M_R、関係 S の隣接行列が M_S のとき、合成関係 $S \circ R$ の隣接行列は

$$M_{SR} =$$

となる。

- M_{SR} の成分は、1 より大きくなることもある。(どんなとき？)
- 掛け算の順番は、覚えるよりも行列のサイズで考えよう。

合成関係の隣接行列

関係 R の隣接行列が M_R、関係 S の隣接行列が M_S のとき、合成関係 $S \circ R$ の隣接行列は

$$M_{SR} = M_R M_S$$

となる。

- M_{SR} の成分は、1 より大きくなることもある。(どんなとき？)
- 掛け算の順番は、覚えるよりも行列のサイズで考えよう。

練習問題

$A = \{a, b, c, d\}$ 上の関係 R_1, R_2 を表す隣接行列をそれぞれ

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

とする。関係 R_1, R_2 および合成関係 $R_1 \circ R_2$ を関係グラフで示せ。ただし、これら隣接行列の 1〜4 行/列がそれぞれ a, b, c, d に対応するものとする。

ミニレポート課題 (提出期間: 本日〜次回の授業の前日)

p. 19の問題を解け。

解答を PC 文書や手書きで作成し、PDF にして Google Forms (**https://forms.gle/hCyJBbFBMW9AisAt7**) から提出せよ (要組織アカウントによるログイン)。ただし写真等の画像ファイルの場合は、解像度や露出・照明状態などを十分考慮し、きちんと読解可能なクオリティのものとすること。スマートフォンの場合はスキャナアプリの類の利用を必須とする。